

一种实现任意偏振调控中波红外消色差超表面的正向计算方法

郝菲茏^{1,2}, 陈金^{1,2}, 赵增月^{1,2}, 李冠海^{1,2*}, 陈效双^{1,2}, 陆卫^{1,2}

(1. 中国科学院上海技术物理研究所 红外物理国家重点实验室, 上海 200083;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:人工微结构超表面近年来在偏振调控与色散调控领域都取得了诸多进展,然而传统方法计算超表面结构对椭圆偏振态的调控效果需要对每一个数据求解方程,因此实现任意偏振的消色差调控依然在复杂度上是一个挑战。一种基于坐标变换的正向计算方法用以快速计算超表面单元对任意偏振态的调控效果被提出,利用纯硅体系下的椭圆柱结构作为调控单元设计了工作中红外波段的对椭圆偏振态调控的消色差聚焦超表面透镜。结果表明,此种方法与设计在极大简化计算流程的情况下,能够有效实现对椭圆偏振态的操控。相比于之前所报道的基于圆偏振或无偏振依赖的设计,该方法进一步拓展了超表面色散调控的应用范围,具有广阔的应用前景。

关键词:超表面; 椭圆偏振消色差; 琼斯矩阵; 正向计算

中图分类号: O43 文献标识码: A

A forward calculation method to quickly realize the achromatic metasurface for arbitrary polarization control

YU Fei-Long^{1,2}, CHEN Jin^{1,2}, ZHAO Zeng-Yue^{1,2}, LI Guan-Hai^{1,2*}, CHEN Xiao-Shuang^{1,2}, LU Wei^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Infrared Physics, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China;
2. University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

Abstract: In recent years, many advances have been made in polarization control and dispersion control of artificial microstructure. However, it is still a challenge to realize achromatic control of arbitrary polarization because the traditional way to calculate the manipulation of metasurface on elliptical polarization have to solve the equation for each piece of data. A direct calculation method based on coordinate transformation is proposed to quickly calculate the manipulation of metasurface elements on arbitrary polarization states. An achromatic focusing metasurface lens based on all-Si elliptical cylinder structure is designed to manipulate elliptical polarization states in the mid-infrared band. The result shows that this method and design can effectively control the elliptical polarization state under the condition of greatly simplifying the calculation process. Compared with the previously reported design based on circular polarization or non-polarization dependence, the application scope of the dispersion control of the metasurface is further expanded.

Key words: metasurface, elliptical polarization achromatic, Jones matrix, forward calculation

PACS: 42.55. Px, 78.55. Cr, 78.67. De, 68.65. Fg

收稿日期: 2021-11-20, 修回日期: 2022-06-05

Received date: 2021-11-20, Revised date: 2022-06-05

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFA0205800, 2018YFA0306200), 国家自然科学基金(61875218, 61705249, 61521005, 61991440, 91850208), 中国科学院青年创新促进会(2017285), 中国科学院先导专项(QYZDJSSWJSC007, XDB43010200), 上海市青年科技启明星(20QA1410400), 上海市科委项目(18JC1420401, 20JC1416000), 上海市重大科技专项(2019SHZDZX01)

Foundation items: Supported by the National Key Research and Development Program of China (2017YFA0205800, 2018YFA0306200), National Natural Science Foundation of China (61875218, 61705249, 61521005, 61991440, 91850208), the Youth Innovation Promotion Association of Chinese Academy of Sciences (2017285), the Key Research Project of Frontier Science of Chinese Academy of Sciences (QYZDJSSWJSC007, XDB43010200), the Shanghai Rising-Star Program (20QA1410400), the Shanghai Science and Technology Committee (18JC1420401, 20JC1416000), and the Shanghai Municipal Science and Technology Major Project (2019SHZDZX01)

作者简介(Biography): 郝菲茏(1993-), 男, 上海崇明人, 博士, 主要研究领域为超材料电磁场调控、中红外探测器

E-mail: yufeilong@mail.sitp.ac.cn

*通讯作者(Corresponding author): E-mail: ghli0120@mail.sitp.ac.cn

引言

人工微结构作为一种全新的光场调控技术,基于量子化的光、物质相互作用理论与亚波长的操控精细度,给光信息探测领域带来了变革性的发展可能性^[1-6]。特别是近年来,其在消色差与色散调控领域取得重大进展,不仅能够将传统级联消色差透镜的效果用单层器件来实现^[7-11],更能够通过色散维度响应的设计实现光谱分辨与光谱成像的功能^[12-15]。然而,现有的超表面消色差设计往往将调控偏振态选择为无偏振依赖或者圆偏振态,而对于任意的椭圆偏振态的消色差调控的报道现在依然缺乏。这是因为传统计算椭圆偏振态调控效果的方法需要求解琼斯矩阵导出的超越方程。这使得在宽带情况下对每个波长处求解调控效果变得困难,更难以推导出超表面单元在宽带情况下对任意椭圆偏振态的调控规律,从而阻碍了最终超表面阵列消色差效果的设计。本文针对这一问题,提出了一种基于坐标变换的正向计算方法快速计算超表面单元对任意偏振态的调控效果,从而能够较为简单地推导出针对任意偏振态的消色差超表面设计。为了证明这一点,我们选择普遍性的椭圆偏角为 $\pi/5$ 的椭圆偏振态作为调控偏振态,并利用纯硅体系下的椭圆柱结构作为调控单元,利用该方法设计了工作范围在 $3.35\ \mu\text{m}$ 到 $4.35\ \mu\text{m}$ 的中红外椭圆偏振态消色差聚焦超表面透镜。最终通过衍射计算与FDTD仿真软件验证,该设计在工作带宽内能够有效地对所设计的椭圆偏振态进行调控,证实了提出方法的可行性。

1 任意椭圆偏振态的调控计算方法

在超表面光场调控领域,PB调控模式是一项重要的设计方法,其表示为对于满足PB条件(即满足左旋与右旋偏振光的共轭变换)的单元,其相位调控效果可由单元的旋转角调制。其原理来自于偏振矢量中的相因子在庞加莱球上是不可积的,从而在受PB调制时将沿着庞加莱球上的变换路径产生数学上的绕异性的效果。此时,结构单元的旋转角将决定路径的方向,从而改变调控的相位。但对于椭圆偏振态,在广义PB调控时,超表面双折射结构单元的相位差要求不再是一个恒定量,几何相位也不将完全由旋转角决定,而是取决于双折射相位差与旋转角的耦合对应关系。此时相对于传统的作用于圆偏振态的PB模式,数据库的选取会有所压

缩。在介绍我们的改进型方法之前,作为对比,首先介绍如何用求解琼斯矩阵方程组的形式计算对任意正交椭圆偏振态的共轭调控效果。这一方法通常被用来计算两个偏振态之间的解耦,也就是偏振复用的效果,如Capasso课题组在2017年实现的偏振复用的全息^[16]。

首先,对于常用的双折射单元,即具有两个水平对称方向的单元,其调控路径在庞加莱球上的进动轴在赤道上,并随着旋转角度的变化而旋转。因此,对于此类单元,只有当偏振调控起点与终点关于赤道对称才能支持不同的旋转角带来的路径差异。因此共轭调控模式的选择是必要的。

假设一种调控效果,入射的偏振矢量是:

$$|p+\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \cdot e^{iy} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$|p-\rangle = \begin{pmatrix} -b \\ a \cdot e^{iy} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

出射的偏振矢量为:

$$|p+\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \cdot e^{-iy} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$|p-\rangle = \begin{pmatrix} -b \\ a \cdot e^{-iy} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

而假设需要的出射相位调控为 ϕ^+ 与 ϕ^- ,根据基矢变换,需要的琼斯矩阵为:

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b \cdot e^{-iy} & a \cdot e^{-iy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\phi^+} & 0 \\ 0 & e^{i\phi^-} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & -b \\ b \cdot e^{iy} & a \cdot e^{iy} \end{pmatrix}^{-1} \\ = \begin{pmatrix} a^2 \cdot e^{i\phi^+} + b^2 \cdot e^{i\phi^-} & ab \cdot (e^{i(\phi^+ - \gamma)} - e^{i(\phi^- - \gamma)}) \\ ab \cdot (e^{i(\phi^+ - \gamma)} - e^{i(\phi^- - \gamma)}) & b^2 \cdot e^{i(\phi^+ - 2\gamma)} + a^2 \cdot e^{i(\phi^- - 2\gamma)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

对于一个双折射单元,若其结构响应参数为: x 方向相位调控 φ_x , y 方向相位调控 φ_y ,旋转角度 θ 。则该结构提供的琼斯矩阵为:

$$\tilde{T} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\varphi_x} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \cos^2\theta \cdot e^{i\varphi_x} + \sin^2\theta \cdot e^{i\varphi_y} & \sin\theta \cdot \cos\theta (e^{i\varphi_x} - e^{i\varphi_y}) \\ \sin\theta \cdot \cos\theta (e^{i\varphi_x} - e^{i\varphi_y}) & \sin^2\theta \cdot e^{i\varphi_x} + \cos^2\theta \cdot e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

求解上述两个矩阵相等的方程组便能得到所需的双折射单元结构的参数,这个方法虽然直接,但方程组求解计算量大,并且其解方程的计算形式在宽带计算中,需对每个波长进行匹配的情况下,适应性并不好。因此我们选择使用一种基于坐标变换的正向求解方法,直接在庞加莱球上求得偏振变换路径的解析解,在此直接介绍过程:

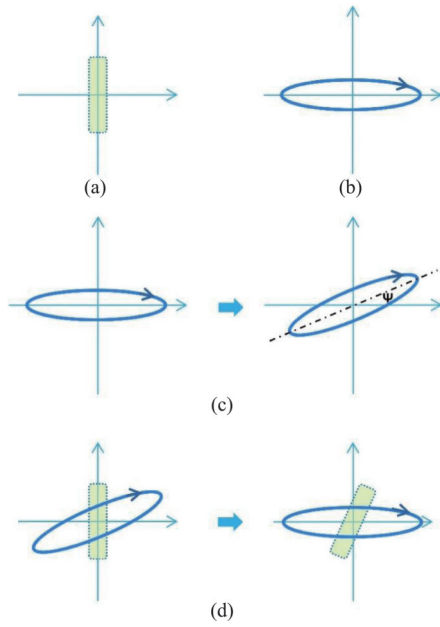


图1 椭圆偏振转换琼斯矩阵逆向推导

Fig. 1 Inverse derivation of Jones matrix for elliptic polarization transformation

先假设某双折射单元,省略基础相位调控,并暂且不考虑其旋转角(旋转角由后续坐标变换得到),那么琼斯矩阵为:

$$\tilde{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

设一所要计算的椭圆偏振基矢:

$$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ i \cdot \sin \chi \end{pmatrix}, \quad (8)$$

将椭圆偏振旋转 ψ 度,此步骤可理解为坐标系的反向转动,如图1(c)所示,此时的椭圆偏振态变为:

$$\begin{pmatrix} A \cdot e^{i\alpha^*} \\ B \cdot e^{i\beta^*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \chi \\ i \cdot \sin \chi \end{pmatrix} \\ = e^{i\alpha^*} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \cdot e^{i(\beta^* - \alpha^*)} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

将新的椭圆偏振放入双折射单元中,并计算调控效果,如图1(d)中的左图所示,出射偏振为:

$$\begin{pmatrix} A_{\text{out}} \cdot e^{i\alpha_{\text{out}}} \\ B_{\text{out}} \cdot e^{i\beta_{\text{out}}} \end{pmatrix} = e^{i\alpha^*} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \cdot e^{-i(\beta^* - \alpha^*)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cdot e^{i\alpha^*} \\ B \cdot e^{i(2\alpha^* - \beta^*)} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

结构需满足的琼斯矩阵为:

$$\tilde{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i(-2) \cdot (\beta^* - \alpha^*)} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

在完成结构计算后,如图1(d)右图所示,将坐标轴变换回去,得到:

$$\begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{\text{out}} \cdot e^{i\alpha_{\text{out}}} \\ B_{\text{out}} \cdot e^{i\beta_{\text{out}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_g \cdot e^{i\psi} \\ Y_g \cdot e^{i\psi} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

通过以上计算过程,得到对某一转动角 ψ ,单元结构的琼斯矩阵参数要求能够被确定,同时最终的相位调控效果也将被确定。利用这一方法,计算了不同共轭偏振基矢情况下相位调控量,相位调控要求与结构旋转对称角的关系,如图2所示。

其中图2(a)左图表示椭偏角为 $\pi/5$ 的椭圆偏振,代表一般情形,图2(a)中间图表示椭偏角为 $\pi/4$ 的圆偏振,图2(a)右图的椭偏角为 $\pi/120$,可近似为

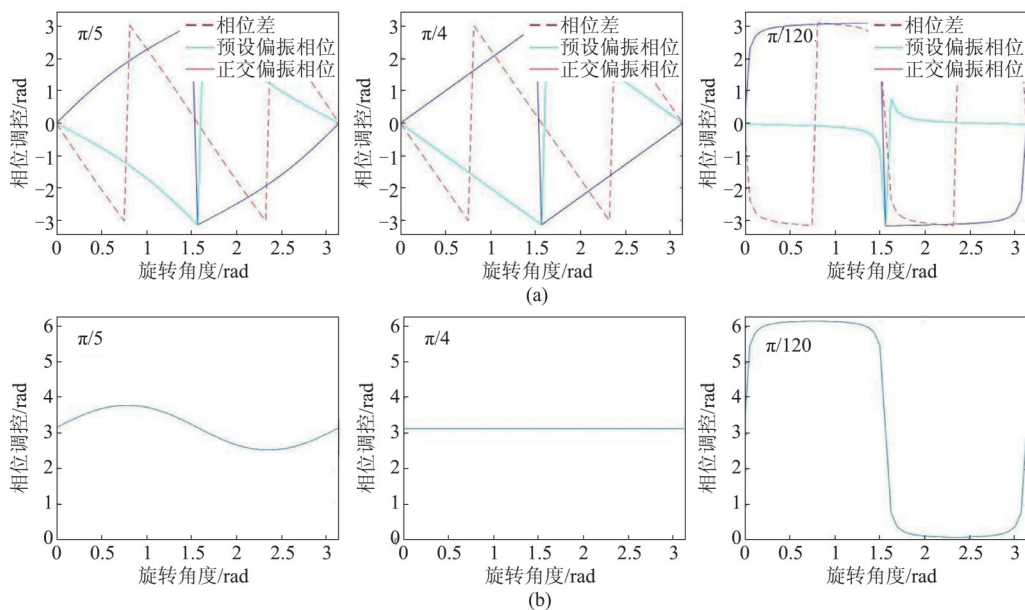


图2 不同旋转角度下的(a)正交椭圆偏振光的共轭调控相位与相位调控差,及(b)双折射单元结构调控参数要求

Fig. 2 (a) The phase and phase difference, (b) the parameter requirements of birefringence units under different rotation angles

一个线偏振。而图2(a)表示不同旋转角度下正交椭圆偏振光的共轭调控相位效果。图2(b)表示各角度下所对应的双折射单元结构调控参数要求。虽然偏振变换的起点与终点相同,但由于单元的对称角度不同而导致的路径不同,将使得单元调控要求与调控效果都产生差异,这是由于偏振态中的相因子在偏振空间是不可积的,从而产生数学上绕异性的效果。可以看到,对于圆偏振,其响应满足通常的PB模式规律,而对于一般情况下的椭圆偏振,其将满足图2(a)左图中的广义PB调控模式规律。

2 消色差设计

图3(a-b)展示了一个代表性的单元结构相位曲线响应,其高度为 $7\ \mu\text{m}$,周期为 $1.7\ \mu\text{m}$,图中的两种颜色的实线展示了单元在两个方向上的相位与入射光频率的依赖关系。虚线则为两条曲线的一阶拟合,两条曲线表现出的近乎平行的性质即相同的群延迟保证了单元在整个工作带宽内都能较好地工作在对应的广义PB相位模式下。而图3(a)与图3(b)中显示的两条平行线之间距离的不同则使得其对应于某一椭圆偏振态调控模式下不同的旋转角情形,

也即对应于不同的广义PB相位,这一相位与旋转角和相位差的关系如图2(a)中所示,并将作为修正项引入筛选后的单元分布数据库中,处理后的数据分布如图3(c)所示,横坐标为归一化群延迟:

$$q = \frac{d\varphi}{df} \cdot f_0 \quad , \quad (13)$$

其中, φ 为相位响应, f 为频率, f_0 为中心波长频率。

纵坐标代表群延迟与相位联合判定项:

$$p = q - \varphi_0 - \varphi_c \quad , \quad (14)$$

其中, q 为归一化群延迟, φ_0 为单元传输相位, φ_c 为广义PB模式带来的修正相位。

在计算群延迟时,选择的中心波长为 $3\ 750\ \text{nm}$ 。通过这一参数,能够将群延迟所需的演变与相位所需的演变1:1相对应。从而在阵列单元选取时,只需选择水平截线覆盖群延迟范围最大的纵坐标参数,便能够最大化利用单元数据库的调控能力,实现尽可能大的数值孔径。在设计中,我们选择判定参数为 4.86 ,可以支持的群延迟范围为 35.5 到 51.75 ,总计 16.25 。最终设计了阵列直径为 $120\ \mu\text{m}$,焦距 $180\ \mu\text{m}$,工作范围在 $3.35\ \mu\text{m}$ 到 $4.35\ \mu\text{m}$ 的中红外消色差聚焦超表面透镜。图3(d)是设计

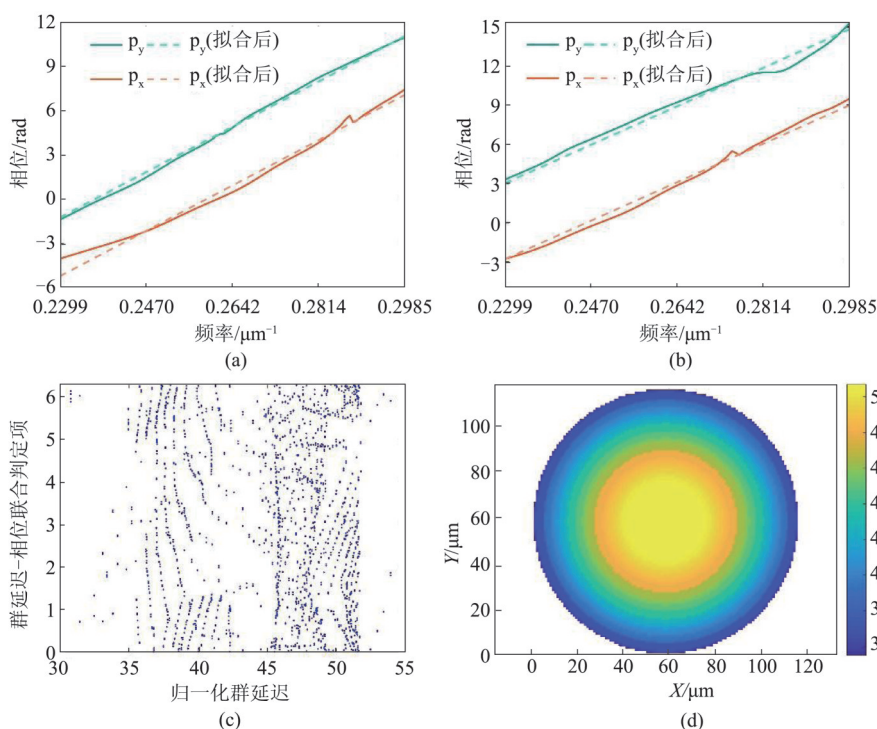


图3 椭圆偏振消色差阵列调控设计图示(a-b)对应于不同旋转角与广义PB相位的单元相位-频率响应曲线,(c)用于阵列单元查找的筛选后单元的分布图,(d)设计后的阵列中单元的群延迟分布

Fig. 3 Schematic diagram of the design of an elliptic polarization achromatic metalens (a-b) phase-frequency response curves corresponding to different rotation angles and generalized PB phases, (c) distribution map of filtered cells for array design, (d) group delay distribution of elements in the designed array

后的阵列中单元的群延迟分布,可以看到其群延迟随着聚焦效果同步变化。

3 结果与分析

为了验证所设计器件的性能,根据实际单元的响应参数,利用考虑偏振的衍射积分的方法计算了不同波长入射光下,受器件调控后光场在焦平面上的强度分布,如图4所示。波长选择范围覆盖所设计的3 350 nm到4 350 nm的工作波段。可以看到,在整个设计波段内,器件都能够较好地将近轴偏角为 $\pi/5$ 的椭圆偏振光聚焦到焦点位置。这验证了我们的计算方法能够极快地设计超表面器件实现对任意椭圆偏振态的消色差调控。

同时利用FDTD solutions软件对设计进行了验证。在软件中建立了直接为120 μm ,焦距为180 μm 的消色差聚焦阵列。工作偏振态为椭圆偏角是 $\pi/5$ 的椭圆偏振光。设计波长范围3 350~4 350 nm。图5(a)为不同波长下X-Z聚焦光场剖面图,图5(b)为各波长下的焦点位置与设计焦点位置比较。图5(c)为器件的聚焦效率,定义为在焦平面焦点位置附近三个波长范围内的能量透过率。可以看到焦点位置在所设计的焦点位置附近微小浮动,验证了所设计的消色差效果。而器件的聚焦效果在中心波长附近最强,在设计波长边缘逐渐减弱。这是由于我们在筛选单元时,群延迟提取与中心相位提取是以中心波长处为准,因此在远离中心波长处,x方向相位响应与y方向相位响应的平行度将减弱,影响广义PB相位调控的准确性,导致偏振对比度的下

降,同时相位的色散误差也将降低最终的聚焦效率。这些方面有望通过基于拓扑优化逆向设计更复杂,更精确的单元结构来提升。

4 结论

本文提出了一种绕开求解琼斯矩阵方程,利用坐标变换正向计算超表面双折射单元对任意椭圆偏振调控规律的计算方法,实现了在中红外波段3.35~4.35 μm 对椭圆偏振态的消色差聚焦。这一方法不需要消耗大量计算资源,在处理大量数据或多维度数据如相位色散调控时具有良好的适应性。在需要进行大量计算的神经网络应用中,同样具有减少计算时间,消除计算瓶颈的潜力。相比于直接求解琼斯矩阵方程,这一方法在计算偏振转换在琼斯矩阵路径附加的调控相位过程中保留了更多的物理性,从而具有进一步计算偏振非共轭调控、偏振态色散的潜力。相比于之前报道的基于圆偏振或无偏振依赖的设计,实现的椭圆偏振态的消色差聚焦效果进一步拓展了超表面色散调控的应用范围,具有更广阔的应用前景。

References

- [1] Yen T J, Padilla W J, Fang N, *et al.* Terahertz magnetic response from artificial materials [J]. *Science*, 2004, **303** (5663): 1494-6.
- [2] Yu N F, Genevet P, Kats M. A., *et al.* Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction [J]. *Science*, 2011, **334** (6054): 333-7.
- [3] Huo P, Zhang C, Zhu W, *et al.* Photonic spin-multiplexing metasurface for switchable spiral phase contrast imaging [J]. *Nano Letters*, 2020, **20**(4): 2791-8.

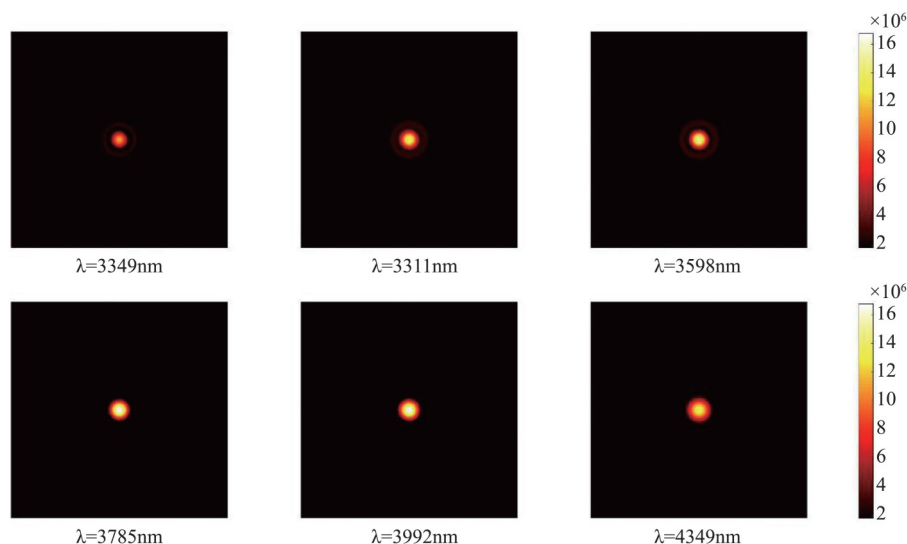


图4 不同波长下的消色差聚焦衍射计算结果,波长覆盖3 350~4 350 nm

Fig. 4 The results of diffraction calculation of achromatic focusing at different wavelengths cover 3 350 nm to 4 350 nm

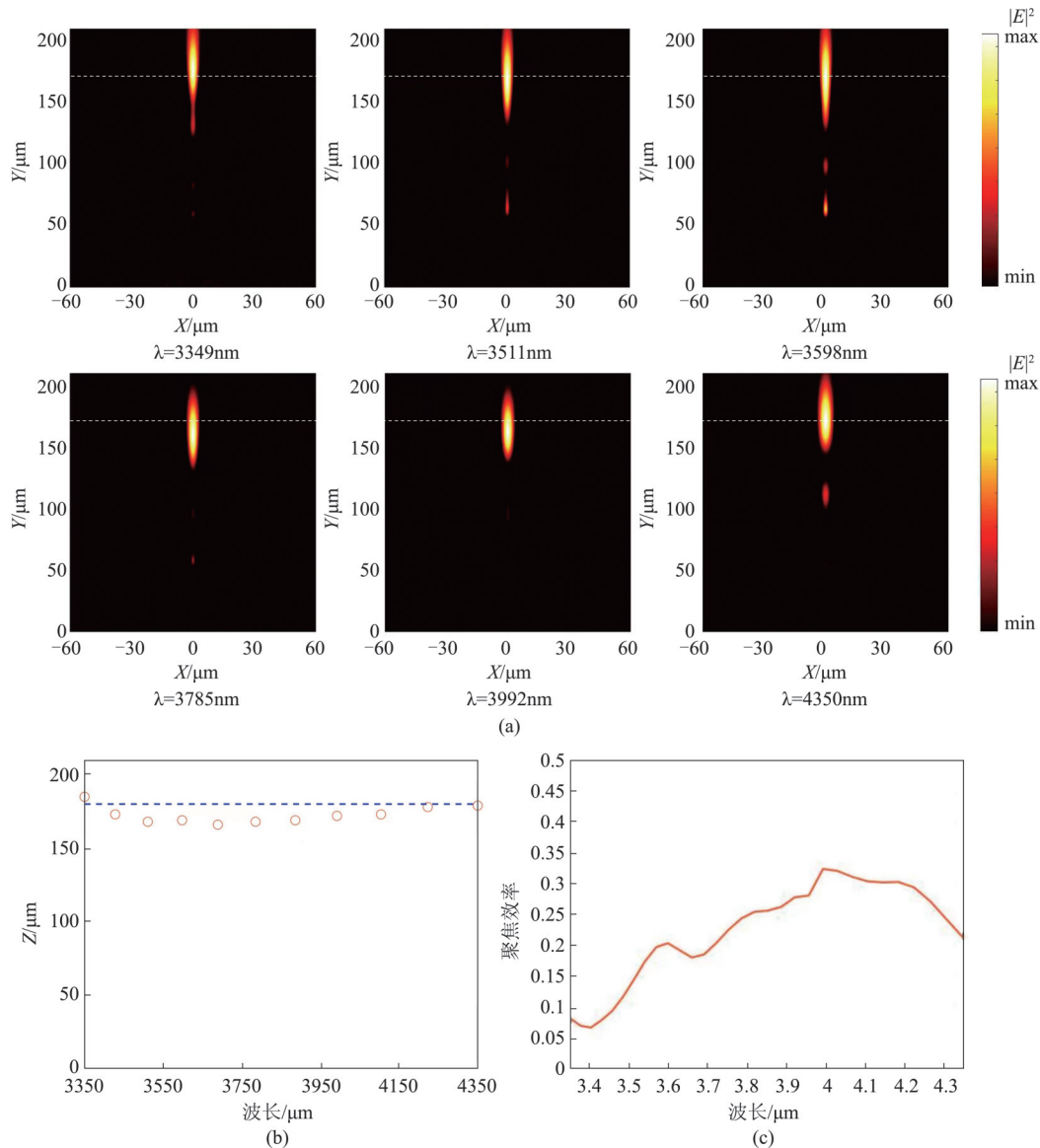


图5 不同波长下的消色差聚焦 FDTD 计算结果,波长覆盖 3 350~4 350 nm(a)各波长下 X - Z 聚焦光场剖面图,(b)焦点位置图,(c)聚焦效率图

Fig. 5 The FDTD simulation results of the achromatic focusing at different wavelengths cover from 3 350 nm to 4 350 nm (a) The profile of the X - Z light field at each wavelength, (b) position of focal point, (c) the focusing efficiency

- [4] Rubin N A, D'aversa G, Chevalier P, *et al.* Matrix Fourier optics enables a compact full-Stokes polarization camera [J]. *Science*, 2019, **365**(6448): 1839-43.
- [5] Rubin N A, Zaidi A, Dorrah A H, *et al.* Jones matrix holography with metasurfaces [J]. *Science Advances*, 2021, **7**(33):7488.
- [6] Huang L, Chen X, Muehlenbernd H, *et al.* Three-dimensional optical holography using a plasmonic metasurface [J]. *Nature Communications*, 2013, **4**:2008.
- [7] Wang S, Wu P C, Su V-C, *et al.* Broadband achromatic optical metasurface devices [J]. *Nature Communications*, 2017, **8**:187.
- [8] Shi Z, Khorasaninejad M, Huang Y-W, *et al.* Single-layer metasurface with controllable multiwavelength functions [J]. *Nano Letters*, 2018, **18**(4):2420-7.
- [9] Wang S, Wu P C, Su V-C, *et al.* A broadband achromatic metalens in the visible [J]. *Nature Nanotechnology*, 2018, **13**(3):227-32.
- [10] Khorasaninejad M, Shi Z, Zhu A Y, *et al.* Achromatic metalens over 60 nm bandwidth in the visible and metalens with reverse chromatic dispersion [J]. *Nano Letters*, 2017, **17**(3):1819-24.
- [11] Aieta F, Kats M A, Genevet P, *et al.* Multiwavelength achromatic metasurfaces by dispersive phase compensation [J]. *Science*, 2015, **347**(6228):1342-5.
- [12] Khorasaninejad M, Chen W T, Oh J, *et al.* Super-dispersive off-axis meta-lenses for compact high resolution spectroscopy [J]. *Nano Letters*, 2016, **16**(6):3732-7.
- [13] Faraji-Dana M, Arbabi E, Arbabi A, *et al.* Compact folded metasurface spectrometer [J]. *Nature Communica-*

- tions, 2018, **9**(1):4196.
- [14] Zhu A Y, Chen W-T, Khorasaninejad M, *et al.* Ultra-compact visible chiral spectrometer with meta-lenses [J]. *Apl Photonics*, 2017, **2**(3):036103.
- [15] Mcclung A, Samudrala S, Torfeh M, *et al.* Snapshot spectral imaging with parallel metasystems [J]. *Science Advances*, 2020, **6**(38):7646.
- [16] Mueller J P B, Rubin N A, Devlin R C, *et al.* Metasurface polarization optics: Independent phase control of arbitrary orthogonal states of polarization [J]. *Physical Review Letters*, 2017, **118**(11):113901.