

基于全链路仿真的静止轨道毫米波大气探测性能

陈柯^{1,2}, 郑照明¹, 蔡保国³, 安大伟^{4*}, 谢振超⁵, 李泽宇¹

(1. 华中科技大学电子信息与通信学院, 湖北武汉430074;

2. 多谱信息处理技术重点实验室, 湖北武汉430074;

3. 武汉船舶通信研究所, 湖北武汉430074;

4. 国家卫星气象中心, 北京100081;

5. 上海航天电子技术研究所, 上海, 201109)

摘要: 针对我国发展地球静止轨道(GEO)毫米波大气探测技术的迫切需求与实践空白, 采用我国候选的GEO实孔径辐射计载荷方案, 开展了从50~425 GHz频段观测亮温模拟正演到大气温湿廓线反演的全链路GEO被动毫米波大气探测仿真实验研究, 对台风场景下GEO观测亮温精度和探测大气温湿廓线精度及其影响因素进行了定量分析与评估。结果表明, 辐射计载荷的两个关键要素——天线波束宽度和噪声——对不同频率通道亮温精度的影响程度有较大差异; 在当前的GEO辐射计载荷指标下, 静止轨道毫米波大气温湿廓线探测精度与极轨相当; GEO新增的380 GHz和425 GHz太赫兹探测频段以及BG亮温重建算法都能够有效提升大气温湿廓线的探测精度。以上研究可为我国静止轨道毫米波大气探测载荷设计与应用提供理论依据和科学指导。

关键词: 静止轨道; 被动毫米波遥感; 大气探测; 观测亮温模拟正演; 大气温湿廓线反演; 全链路仿真
中图分类号: P407.7 **文献标识码:** A

Performance of geostationary orbit millimeter-wave atmospheric soundings based on end to end simulations

CHEN Ke^{1,2}, ZHENG Zhao-Ming¹, CAI Bao-Guo³, AN Da-Wei^{4*}, XIE Zhen-Chao⁵, LI Ze-Yu¹

(1. School of Electronic Information and Communications, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

2. National Key Laboratory of Science & Technology on Multi-spectral Information Processing, Wuhan 430074, China;

3. Wuhan Maritime Communication Research Institute, Wuhan 430074, China;

4. National Satellite Meteorological Center, Beijing 100081, China;

5. Shanghai Aerospace Electronics Technology Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: Aiming for the development of geostationary orbit (GEO) millimeter-wave atmospheric sounding technology, the sophisticated end-to-end simulation experiments based on the candidate real-aperture radiometer schemes for China future GEO atmospheric sounding mission are conducted in this paper. The simulation mainly consists of 50~425 GHz observation brightness temperatures forward and atmospheric profiles retrieval. The simulation experiments quantitatively examined the accuracy of GEO observation brightness temperature and the estimated atmospheric temperature and humidity profiles under the tropical cyclone conditions. Then the various factors affecting the accuracy are analyzed. The results show that the two major factors of the radiometer, the antenna beam width and the system noise, play the difference roles in the reduced accuracy of GEO observed brightness temperature for each frequency channel. The accuracy of the retrieval atmospheric temperature and humidity profiles from GEO sounding simulation is comparable to that of the polar orbit. And the contrast results of the retrieval profiles with and without 380 GHz and 425 GHz bands indicate that the accuracy of retrieval profiles can be improved effectively by the new terahertz bands of GEO atmospheric

收稿日期: 2020-05-23, 修回日期: 2020-12-25

Received date: 2020-05-23, Revised date: 2020-12-25

基金项目: 上海航天科技创新基金项目(SAST2019-102)

Foundation items: Supported by 2019 SAST Foundation. (SAST2019-102)

作者简介(Biography): 陈柯(1977-), 男, 湖北武汉人, 副教授, 博士, 主要研究领域为微波大气遥感、微波遥感数据处理

E-mail: chenke@hust.edu.cn

*通讯作者(Corresponding author): E-mail: andawei@cma.gov.cn

sounding. In additional, BG reconstruction algorithm can also decrease the retrieval errors. The above research can provide scientific basis and technical support for the development decision maker of GEO millimeter-wave atmosphere sounding research.

Key words: geostationary orbit, passive millimeter-wave remote sensing, atmospheric sounding, observation brightness temperatures forward, atmospheric temperature and humidity profiles retrieval, end to end simulation

PACS:84. 40. Xb

引言

大气温度和湿度的垂直分布特征及其变化与对流云发生、发展和消亡密切相关,是地球大气系统的关键要素,对数值天气预报和气候研究都十分重要。卫星被动毫米波遥感通过接收氧气和水汽吸收频段的大气上视毫米波辐射信号来反演得到大气温湿廓线,而且具有能够穿透云层、浓雾和降雨的独特能力,因此可以实现对云内和云下大气温湿廓线的全天候探测,这是其它遥感技术无法比拟的。被动毫米波遥感技术在卫星大气遥感和气象研究领域已经得到了广泛的应用^[1],然而目前应用的极轨气象卫星毫米波辐射计载荷的观测时效性不能满足对中小尺度、生命史短的台风、暴雨等灾害天气的探测需要,因此全球都在积极发展具有对同一区域高时间频次观测能力的静止轨道(GEO)毫米波大气探测技术^[2-4]。

美国早在 1978 年就已经提出了静止轨道毫米波探测的概念^[5],并于 90 年代由 NASA 成立 GSMWG 工作组启动了载荷方案研究。为了实现 GEO 探测所需的超高空间分辨率(比极轨高 40 倍),欧洲和美国分别采用大口径天线提出了实孔径 GEO-MW 辐射计方案 GEM^[6](2 m 口径)和 GOMAS^[7](3 m 口径),工作频段除了包括极轨探测的 50 GHz、118 GHz 和 183 GHz 三个频段,还扩展到了更高的 380 GHz 和 425 GHz 频段以提升空间分辨率。但是这两个方案由于天线口径在最低的 50 GHz 频段分辨率不足,因此 21 世纪初期很快终止了研究。此时 GEO 探测的发展转向综合孔径辐射计技术,美国 NASA 和欧洲 ESA 分别提出两种静止轨道综合孔径辐射计载荷方案 GeoSTAR^[8]和 GAS^[9],并开展了地面样机的研究,但是由于系统过于复杂、成本高昂,GAS 项目已经终止,而 GeoSTAR 项目也进展缓慢。我国在规划第二代静止轨道气象卫星“风云四号”发展路线时,就明确提出了对静止轨道毫米波大气探测的需求。同欧美一样,中国的静止轨道探测载荷也同时在两条技术路线上发展,首先是中科院国家空间科学中心基于旋转圆环综合孔径阵列提出静止轨道双模

式毫米波/亚毫米波探测仪 GIMS2^[10],上海航天电子技术研究所基于可展开 5 米实孔径天线也实现了静止轨道毫米波/亚毫米波探测仪方案^[11-12],这两个方案都完成了全尺寸地面原理样机的研制和试验验证。

总体来说,静止轨道毫米波探测作为一种前所未有的卫星遥感手段,又增加了 380 GHz 和 425 GHz 两个全新的观测频段,在方案论证和指标设计上既没有实际工程经验可以借鉴,也缺乏科学手段来分析载荷能够实现的大气温湿廓线探测性能。从地球观测资料正演模拟到遥感参数反演的端到端仿真是在遥感载荷任务立项发射之前开展方案论证、指标分析和应用算法前期开发的有效研究手段^[13-14]。本文在我国“风云四号”毫米波大气探测的任务需求框架下,采用上海航天电子技术研究所实孔径毫米波亚/毫米波辐射计载荷方案,建立了一套能够模拟生成 L1 级观测亮温数据和 L2 级大气温湿廓线数据的全链路地球静止轨道毫米波大气探测仿真系统,以 2012 年北美飓风“桑迪(Sandy)”为试验案例,对静止轨道毫米波载荷对台风场景的亮温观测精度和大气温湿廓线探测性能开展分析研究。

1 静止轨道毫米波大气探测仿真方案

全链路地球静止轨道毫米波大气探测仿真由大气场景亮温正演、GEO 载荷观测模拟和大气参数反演三个部分组成,流程框图如图 1 所示。场景亮温正演采用区域中尺度数值预报模式(Weather Research and Forecasting model, WRF)生成试验场景的三维大气参数,输入大气辐射传输模式 DOTLRT,正演得到大气顶层的上视辐射亮温 T_b ; GEO 载荷观测模拟根据轨道参数和观测几何将场景亮温 T_b 输入辐射计观测模型,模拟计算 GEO L1 级观测亮温 T_A ,与 T_b 对比可以得到 GEO 观测亮温误差;最后采用神经网络算法对观测亮温 T_A 反演得到 L2 级大气温湿廓线数据,与仿真系统输入的 WRF 大气参数对比可以计算 GEO 大气温湿廓线探测精度。仿真系统使用的模式与反演算法简要介绍如下。

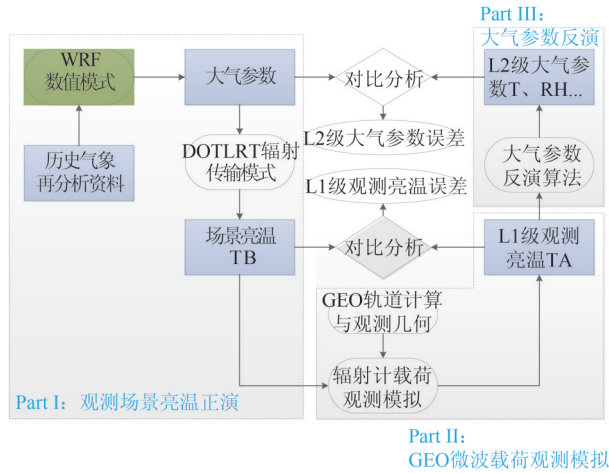


图1 静止轨道毫米波大气探测仿真方案框图

Fig. 1 GEO millimeter-wave atmospheric sounding simulation flow chart

1.1 WRF数值模式

采用美国NCEP的FNL再分析资料为初值和边界条件运行区域中尺度模式WRF, 预报得到试验场景的气压、大气温度、水汽和云水凝物等大气物理参数, 模式输出的三维网格大气参数将作为辐射传输(RT)模式的输入正演场景亮温。WRF是美国国家大气研究中心(NCAR)开发研制的新一代数值预报模式, 已经应用于美国数值天气预报业务^[15]。仿真试验选取了2012年10月29日UTC00:00时刻北美飓风“桑迪”为场景案例, 根据飓风“桑迪”的历史气象资料将WRF模式运行初始时刻设置为2012年10月28日UTC 18:00, 区域中心坐标设置为71°N、35.6°E, 网格水平格距5 km, 格点数301×301, 大气垂直分层59层。云物理过程显式方案选用的是Lin方案, 该方案考虑了6类水相态, 包括水汽、云水、雨水、冰、雪和霰, 是WRF模式中相对成熟的微物理方案, 比较适合台风场景研究应用。

1.2 DOTLRT辐射传输模式

毫米波辐射信号在大气中的传输受到吸收、发射和散射三种过程的影响, 这些过程与大气物理参数密切相关。亮温正演的核心就是理解大气物理参数如何影响辐射强度, 基于辐射吸收、散射理论建立辐射场强度与大气物理参数之间的辐射传输方程并对其进行求解, 即辐射传输模式RTM。本文采用了美国NOAA两位科学家Voronovich和Gasiewski研究开发的离散纵标切线性辐射传输模式DOTLRT(Discrete Ordinate Tangent Linear Radiative Transfer)^[16]。DOTLRT模式基于离散纵标法和层叠

加法对辐射传输方程解析求解, 可以计算在稀疏媒质(例如大气、云、雨)中存在多处散射效应的极化辐射传输过程。DOTLRT模式对大气中氧气、水汽吸收特性的计算采用了经典的Liebe MPM93模型计算气体吸收系数^[17], 在云雨条件下采用Henyey-Greenstein相矩阵计算云、雨、冰、雪、霰五种水相粒子的散射系数^[18], 可以实现1000 GHz范围内、包含散射过程的大气上视亮温正演计算, 满足静止轨道毫米波大气探测仿真需求。

1.3 GEO辐射计载荷观测模型

仿真试验使用了上海航天电子技术研究所提出的实孔径毫米波/亚毫米波辐射计载荷方案, 该方案采用了可展开式5 m口径抛物面天线, 工作频段覆盖了50 GHz、89 GHz、118 GHz、183 GHz、380 GHz和425 GHz, 在最低的50 GHz频段使用展开后的5 m口径全尺寸天线实现50 km地面分辨率的大气探测, 在更高的五个频段使用中心固定的2.4 m口径天线实现25 km以上的地面分辨率, 因为天线展开部分表面精度低, 用于亚毫米波频段会引入较大的观测误差。

实孔径辐射计主要由天线和接收机通道构成。大口径天线形成窄主瓣天线波束接收场景辐射信号, 通过机械扫描实现覆盖整个观测视场, 接收机通道对天线接收到的弱小辐射信号进行放大和定标, 实现对辐射计天线亮温的精确测量。因此GEO毫米波辐射计大气探测过程可以数学建模为载荷天线方向图 F_n 对场景亮温 T_b 的卷积在加上接收机系统噪声 n , 如式(1)所示^[19]。天线引入的观测亮温质量退化主要表现在有限主瓣宽度造成的空间分辨率下降和旁瓣电平引入的测量误差; 在假设定标无误差的情况下接收机引起的观测亮温质量退化主要表现在接收机电子元器件引入的等效系统噪声。

$$T_A = T_B(\theta, \phi) \otimes F_n(\theta, \phi) + n \quad (1)$$

1.4 大气温湿廓线神经网络反演算法

全链路仿真的最后一步就是对从模拟观测亮温中反演得到大气温湿廓线, 本文采用神经网络反演算法。神经网络是20世纪90年代发展起来的一种非线性反演算法, 已经在遥感领域中广泛应用。神经网络是被称为神经元的处理单元的相互连接的集合, 每个神经元处理输入数据, 首先对它们进行加权, 加上偏差, 然后用某个函数对结果值进行变换。神经网络本质上是一种统计方法, 需要历史

数据集来训练网络以确定输入和输出之间的映射关系。在网络训练的过程中,可以根据输入数据动态调整网络结构、权值参数的数目和大小,模型特征也较灵活。

仿真试验使用经典的三层反向误差传播(BP)网络来拟合观测亮温与温湿廓线之间的映射关系,三层分别为输入层、隐藏层和输出层,输入节点的数目就是观测亮温的频点数,隐层由具有多个 Sigmoid 激活函数的神经元组成,输出层是由具有线性激活函数的神经元组成,输出节点数就是反演的温湿廓线垂直层数。温湿廓线神经网络算法的训练数据库由 DOTLRT 模拟 GEO 观测亮温和 WRF 温湿廓线数据组成。

2 大气场景亮温正演

根据国家卫星气象中心对静止轨道毫米波大气探测任务的工作频率规划,仿真试验设置的探测频率包括 50~60 GHz、89 GHz、118 GHz、183 GHz、380 GHz、425 GHz 六个频段 24 个频率通道,具体频率如表 1 所示。其中 1-17 通道与我国极轨气象卫星“风云三号”D 星温度计载荷 MWTS 和温湿度计载荷 MWHTS 探测频点保持一致。380 GHz 的 18-21 通道是静止轨道大气探测规划新增的亚毫米波段的水汽吸收频段,可实现高分辨率的大气湿度廓线探测,425 GHz 的 22-24 通道是静止轨道大气探测规划新增的亚毫米波段的氧气吸收频段,可实现高分辨率的大气温度廓线探测。

仿真试验使用 WRF 模式得到 2012 年 10 月 29 日 UTC00:00 时刻的飓风“桑迪”大气参数,输入到

表 1 静止轨道毫米波探测频率通道设置

Table 1 Frequency channels for GEO millimeter-wave observation

通道	中心频率/GHz	通道	中心频率/GHz
1	50.3	13	165.5
2	51.76	14	183.31±7.0
3	52.8	15	183.31±4.5
4	53.596	16	183.31±3.0
5	54.40	17	183.31±1.0
6	54.94	18	380.197±18.0
7	55.50	19	380.197±9.0
8	88.2	20	380.197±4.0
9	118.75±0.8	21	380.197±1.5
10	118.75±1.1	22	424.763±4.0
11	118.75±3.0	23	424.763±1.5
12	118.75±5.0	24	424.763±1.0

DOTLRT 辐射传输模式,正演模拟场景大气上视亮温 T_b 。图 2 显示了表 1 所示 24 个频率通道的正演亮温图像 T_b 。由于 DOTLRT 模式既能计算大气中氧气、水汽和液态水对辐射信号的吸收作用,也能够对云、雨、冰、雪、霰五种大气水成物粒子的散射效应进行计算,因此从各个频率的正演亮温能够看出飓风区域云水和云冰粒子对大气上视亮温的影响,从而反映出飓风天气系统的特征。在 50.3 GHz、52.8 GHz 以及 88.2 GHz 这些大气窗区通道,飓风区域的云雨液态水辐射引起了亮温的增加,因此高亮温区指示了海面飓风螺旋云带的范围。而靠近陆地的飓风云墙区存在高层的冰云,冰粒子的散射效应在几乎所有频率都会造成亮温下降,因此亮温图像的低温区域指示了飓风云墙区的冰云范围。而在氧气吸收中心频段,例如通道 5、6、7、9(54.4 GHz、54.95 GHz、55.5 GHz、118.75 GHz),大气温度权重函数峰值高度较高,在飓风眼区的高亮温区呈现的就是飓风中心的暖心,有助于精确研究台风中心的热力结构。从图 2 也可以看出不同频率通道的大气辐射散射传输特性不同,因此各频点亮温图像能够反映从地表到飓风内部再到飓风顶层不同高度的温度、水汽和云体结构,使得静止轨道毫米波大气探测具备获取台风内部三维立体数据的能力。

图 3 展示了 2012 年 10 月 29 日 UTC06:07-06:15 时刻美国 NPOESS 极轨气象卫星 ATMS 毫米波大气探测载荷对飓风“桑迪”的 5 个频率通道的观测亮温图像。50.3 GHz、88.2 GHz 两个窗区通道的观测亮温与图 2 的 GEO 亮温图像对比可以看出两者在飓风区具有相似的亮温特征,包括螺旋云带区域的高亮温和云墙区的低亮温,而且在云墙区 ATMS 的 88.2 GHz 亮温同样比 50.3 GHz 更低、低温范围更大。在 183 GHz 水汽吸收的远翼频段,亮温仍然会受到云墙区冰粒子散射的影响而引起亮温下降,与 ATMS 载荷 165.5 GHz 观测亮温对比可以验证这一点。183 GHz 中心通道亮温由于权重函数峰值较高,基本不受云水和云冰影响,主要反映了大气中高层水汽分布特征,将(183.31±1.0) GHz 通道正演亮温与观测亮温对比可以验证这一特性。这里面差别最明显的是 54.4 GHz 频率亮温,ATMS 观测亮温图像中可以明显看到在低轨大观测角度时产生的临边亮温下降效应,这种效应使得飓风的暖心结构在亮温图像上很不明显,而 GEO 轨道高度高,观

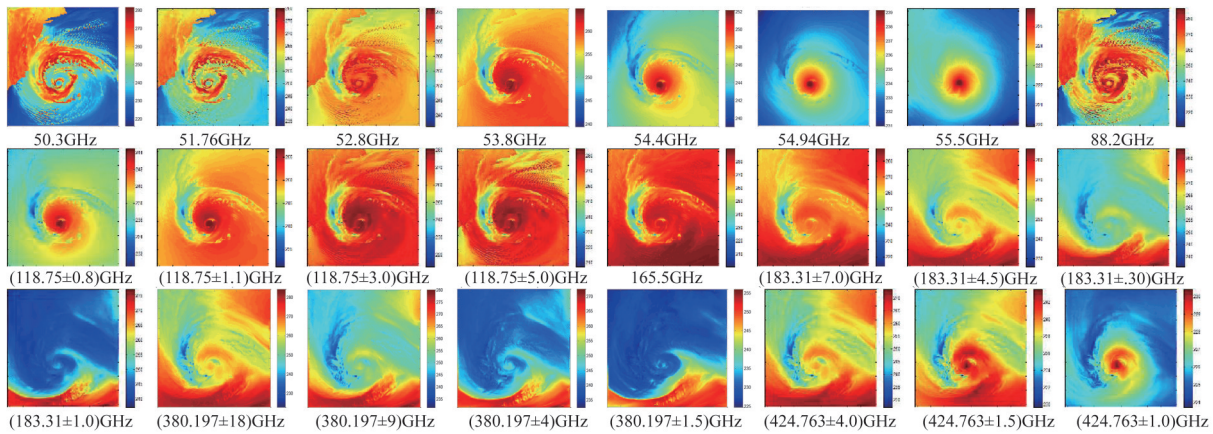


图2 飓风桑迪正演场景亮温图像

Fig. 2 Forward brightness temperature images of hurricane Sandy

测角度变化很小,亮温图像基本不受观测角度影响,所以可以更加清晰的反映飓风的热力结构。与时空接近的极轨真实观测亮温图像的对比较验证表明,DOTLRT模式计算的静止轨道大气场景亮温能够较为准确的反映飓风场景在各个频率通道的亮温谱特征,可靠性较高,另一方面也说明由于高轨观测角度变化范围小,这种观测几何特点使得静止轨道比极轨探测能够获取更高质量的飓风亮温数据。

3 静止轨道载荷观测亮温模拟

根据上海航天电子技术研究所提出的静止轨道实孔径毫米波辐射计载荷方案设置仿真试验参数,1-7通道采用5 m口径天线,8-24通道采用2.4 m口径天线,积分时间统一设置为40 ms,表2展示了24个频率通道的带宽、噪声系数参数以及由此计算的各个通道的地面分辨率和亮温灵敏度。将场景亮温 T_B 输入到载荷观测模型进行计算,即可得到模拟的静止轨道L1级观测亮温数据 T_A 。图4是50.3 GHz频率对应的仿真天线方向图,与图2对应的24个频率通道模拟GEO观测亮温 T_A 如图5所示。

从图5可以看出,相比场景亮温 T_B ,观测亮温 T_A

数据质量产生了明显退化,退化主要表现为载荷有限的空间分辨率引起的图像模糊和系统噪声引入的随机观测噪声。对比不同频率通道的观测亮温图像,可以发现由于不同频率通道的飓风亮温图像特征不同,两种退化因素的影响程度也不同。其中窗区通道1、2、3、8和水汽吸收通道13-21的系统噪声并不明显,和场景亮温 T_B 相比主要是空间分辨率下降引起亮温图像变得模糊,说明其观测误差主要来源于分辨率下降;而氧气吸收通道5、6、7、9、10、23和24观测亮温图像呈现明显的随机噪声,说明其观测误差主要来源于系统噪声。仿真试验以场景亮温 T_B 与观测亮温 T_A 之间的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来定量评估静止轨道的飓风场景亮温测量精度。RMSE的计算式如式(2)所示, N 代表对比的亮温数据个数。RMSE越小代表观测亮温误差越小,观测精度越高。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [T_A(i) - T_B(i)]^2} \quad (2)$$

图6展示了24个频率通道观测亮温 T_A 与正演亮温 T_B 的均方根误差RMSE。第一根蓝柱代表整体观测误差,从图中可以看出对于台风观测各个频率的RMSE相差较大,窗区通道1、8的RMSE最大,都

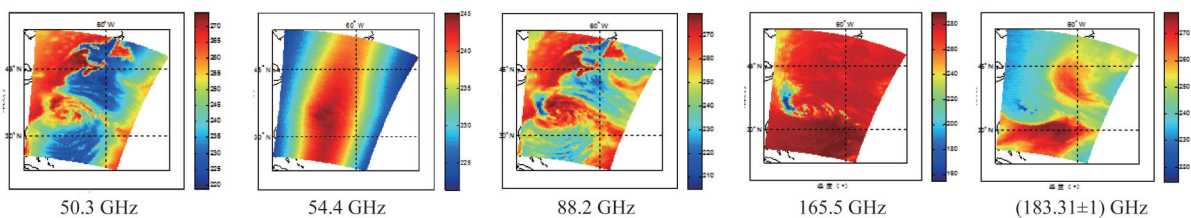


图3 飓风桑迪 ATMS 载荷观测亮温图像

Fig. 3 ATMS observation brightness temperature images of hurricane Sandy

表 2 静止轨道实孔径辐射计载荷仿真参数

Table 2 Simulation parameters of GEO real-aperture radiometer

通道	带宽/MH	噪声系数/dB	分辨率/km	灵敏度/K	通道	带宽/MHz	噪声系数/dB	分辨率/km	灵敏度/K
1	180	5	54	0.33	13	2*2 000	9	34	0.21
2	400	5	53	0.22	14	2*2 000	9	30	0.18
3	400	5	52	0.22	15	2*2 000	9	30	0.18
4	400	5	51	0.22	16	2*1 000	9	30	0.25
5	400	5	50	0.22	17	2*500	9	31	0.36
6	400	5	50	0.22	18	2*2 000	11	14	0.29
7	330	5	49	0.24	19	2*2 000	11	15	0.29
8	2000	7	64	0.16	20	2*900	11	15	0.43
9	2*200	8	47	0.45	21	2*500	11	15	0.57
10	2*200	8	47	0.45	22	2*1 000	11	13	0.40
11	2*2000	8	47	0.20	23	2*600	11	13	0.52
12	2*2000	8	46	0.20	24	2*400	11	13	0.64

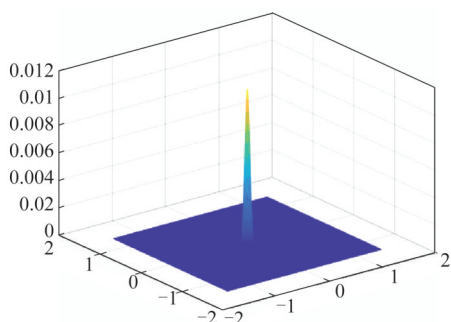


图 4 50.3 GHz 模拟天线方向图

Fig. 4 The 50.3 GHz simulated antenna pattern

超过 5 K,而氧气吸收最强的 5-7 通道 RMSE 最小,均在 0.5 K 以内。这反映了毫米波辐射计载荷的绝对亮温观测误差大小跟各频点亮温图像动态范围直接相关。第二根黄柱和第三根红柱分别代表各频率通道由系统噪声和有限分辨率这两个退化因素引入的 RMSE。从图中可见不同频率通道的

RMSE 来源有明显差异,大气透过性较强的窗区通道 1-4、8、11-12 和水汽吸收通道 13-16,分辨率退化是观测亮温误差的主要来源,而大气吸收较强的氧气吸收通道 5-7、22-24,系统噪声才是亮温误差的主要来源。仔细观察图 2 中各通道亮温图像特征可以发现,在氧气吸收频段,亮温图像较为平滑,亮温动态范围小,因此受分辨率退化影响小,观测亮温图像凸显了系统噪声的影响,而窗区通道和水汽吸收通道亮温动态范围大,亮温图像变化细节更为丰富,受分辨率退化影响大,观测亮温图像主要呈现出分辨率退化的影响,这与理论是相符的,也证明了辐射计载荷观测模型的可靠性。

4 静止轨道大气温湿廓线反演

仿真试验使用神经网络算法反演大气温度、湿度廓线。神经网络算法的训练数据库需要两部分数据,一是亮温数据作为输入,使用静止轨道模拟

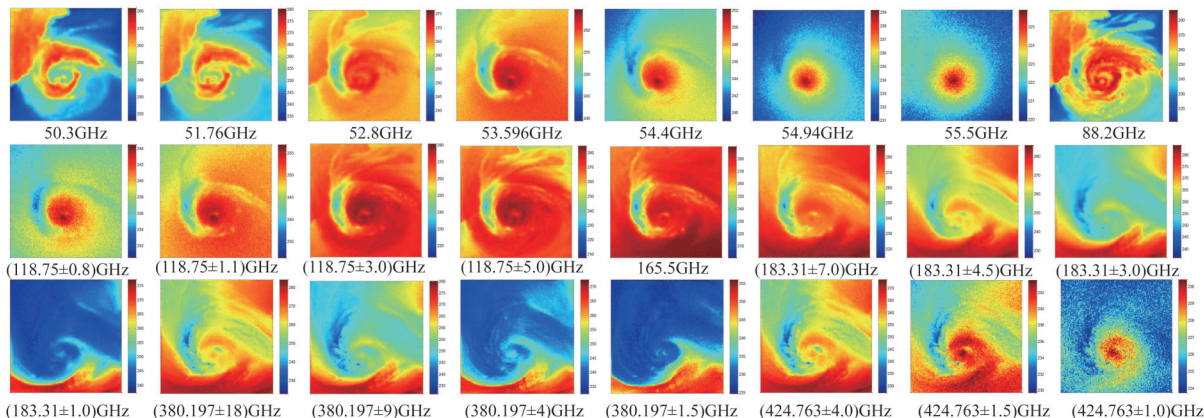


图 5 飓风桑迪静止轨道模拟观测亮温图像

Fig. 5 Simulated observational brightness temperature images of hurricane Sandy

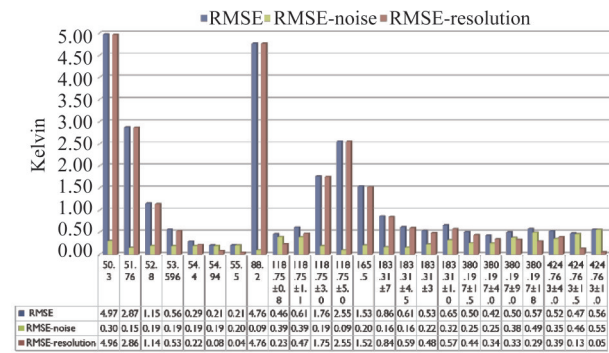


图6 飓风桑迪静止轨道观测亮温误差

Fig. 6 GEO observation brightness temperature error of hurricane Sandy

观测亮温 T_A 数据,二是真实的大气温湿廓线数据作为输出,使用输入到 DOTLRT 模式的 WRF 模式数据。仿真试验从静止轨道模拟数据中随机选择 5000 组海面晴空亮温—WRF 温湿廓线数据对作为训练数据集,再随机选择 500 组海面晴空亮温数据对作为测试数据集。测试数据集中的静止轨道模拟亮温反演得到的温湿廓线和作为大气真值的 WRF 温湿廓线对比计算 RMSE,作为反演精度的评估指标。

仿真试验主要分析以下几个因素对大气温湿廓线反演误差的影响:①观测亮温频段组合;②观测亮温误差;③亮温超分辨率重建,在此基础上评估静止轨道毫米波大气探测能够实现的大气温湿廓线精度。下面分别详细描述。

4.1 观测亮温频段组合

不同频率的观测通道,因其权重函数廓线的峰值高度不同,其大气观测亮温将主要反映不同高度大气参数的分布。从图2模拟的 50 GHz 频段亮温图像可以看出,频率越接近 60 GHz 氧气吸收峰,亮温图像受地表辐射影响越小,亮温主要反映的是更加高层的大气温度分布特性。因此不同频率通道的观测资料组合会影响大气温湿廓线的反演精度。理论上在氧气吸收频段和水汽吸收频段使用更多的探测频率通道能够提高反演的大气温湿廓线的垂直分辨率,从而提升反演精度,这也是在中国静止轨道毫米波大气探测任务的频段规划上,在氧气吸收频段同时使用 50 GHz、118 GHz 和 425 GHz,在水汽吸收频段同时使用 183 GHz 和 380 GHz 的主要原因。本小节将通过全链路仿真试验计算以上各个频段的静止轨道毫米波观测亮温 T_A 单独反演以及组合反演得到的大气温湿廓线误差,从而对不同

频段观测亮温以及频段组合的影响进行定量评估。

图7展示了各个频段亮温反演的大气温湿廓线 RMSE 误差,表3列出了将垂直大气分成四个气压范围之后每个气压层内温湿廓线的平均误差,划分方法参考了 ATMS 亮温反演的 L2 级大气温湿廓线产品数据的分层精度指标,ATMS 的 L2 级温湿廓线数据产品的标准误差也列在表3中作为参考。图7(a)展示了 50 GHz、118 GHz、425 GHz 三个频段的静止轨道观测亮温 T_A 分别反演的温度廓线误差,结合表3中的数据可以看出在大气最低层,50 GHz 频段反演误差明显小于 118 GHz 和 425 GHz,而在更高的三层大气各个频段的反演误差相差无几,这主要是由于 118 GHz 和 425 GHz 大气不透明度更高,对低层大气穿透性弱。图7(b)展示了 50 GHz 与三个频段亮温组合反演的温度廓线误差,可以看出三个频段亮温组合反演的温度廓线在所有高度误差都比 50 GHz 频段单独反演要小,表3数据表明在各个大气分层频段组合反演的误差比单个频段反演误差平均下降 30% 左右。从图7(c)展示的 183 GHz、380 GHz 以及两个频段组合反演的大气湿度廓线误差来看,三种亮温数据反演的湿度廓线误差非常接近,从表3的数据来看,183 GHz 和 380 GHz 单独反演的湿度廓线误差在各层差异很小,基本相当,而 183/380 GHz 两个频段组合反演仅仅在最下层将误差降低了 20% 左右,在更高三层大气误差降低都在 10% 以内,幅度很小。总体来看,三个氧气吸收频段中,50 GHz 比 118 GHz、425 GHz 在低层大气温度反演误差更小,而在静止轨道实现 50/118/425 GHz 三个频段同时探测可以得到比单一频段精度更高的温度廓线。而 183 GHz 和 380 GHz 的湿度反演精度比较一致,两个频段亮温数据同时反演的误差降低幅度不大,精度提升有限。图7(d-e)展示了同样使用神经网络算法对 50 GHz、183 GHz 两个频段的 ATMS 真实观测亮温反演得到大气温湿廓线误差廓线以及与相同频率通道的模拟静止轨道亮温反演结果的对比。与仿真试验类似,ATMS 亮温反演试验同样是从卫星数据中随机选取了 5 000 组海面晴空 L1 亮温—L2 温湿廓线数据对作为训练数据集,再随机选择 500 组海面晴空 ATMS L1 亮温数据对作为测试数据集,ATMS 亮温反演试验得到的大气温湿廓线误差也加入了表3中。从图7(d-e)和表3中可以看出,相同频率通道下的静止轨道模拟亮温和 ATMS 真实亮温反演的温湿廓线误差总体上在一个量

级,静止轨道亮温精度略优于 ATMS,考虑到仿真试验使用的模拟亮温误差偏小,对比结果也是合理的,可以验证静止轨道毫米波全链路仿真的大气湿廓线反演精度是可靠的。

4.2 观测亮温噪声的影响

从第3章可以看到在辐射计测量大气亮温过程中,天线方向图和接收机系统噪声都会引起观测亮温数据的退化,引入观测误差。为了评估在当前模拟的静止轨道毫米波载荷指标下,观测亮温误差对反演的温湿廓线精度的影响,全链路仿真试验将静止轨道毫米波观测亮温 T_A 反演的温湿廓线误差与真实场景亮温 T_B 反演结果进行对比。真实场景亮温 T_B 反演在仿真试验中代表不存在误差情况下从大气亮温中反演获得的温湿廓线精度的理论上限,因为从大气亮温中反演大气温湿廓线数学本质上是病态问题,不存在精确解析解。图8对比了相同频段 T_B 和 T_A 亮温反演的大气温湿廓线的 RMSE 误差,表4对比了 T_B 和 T_A 亮温反演结果在四个气压层内的平均误差。

从图8(a-b)可以看出,对于50 GHz单独反演和三个频段组合反演的温度廓线, T_A 亮温误差引起的反演精度下降都非常明显,在所有高度 T_B 反演误差都小于 T_A 。从表3可以看出,在各个高度层, T_A 反演的温度廓线误差比 T_B 增加了1.5到3倍之间,平均增加了2倍左右。从图8(c-d)可以看出,对于183 GHz单独反演和两个频段组合反演的湿度廓线, T_A 亮温误差也是在所有高度都引起了明显的反演精度下降。从表3可以看出,对于最低层的湿度廓线, T_A 反演误差比 T_B 增加的最少,两种情况的误差分别增加了~25%和~10%,对于上面三层,误差增加在0.5倍到1.5倍之间,两种情况反演误差平均增加了45%和65%。试验结果表明静止轨道毫米波辐射计载荷硬件系统引入的观测亮温误差对探测得到的大气温湿廓线产品精度影响还是非常明显的,在所有高度上都会引起廓线误差的全面增加,对温度廓线影响更大,误差增加2倍以上,湿度廓线影响较小一些,误差增加50%左右。从图6来看,总体上温度探测通道的观测亮温误差要大于湿度通道,因此以上

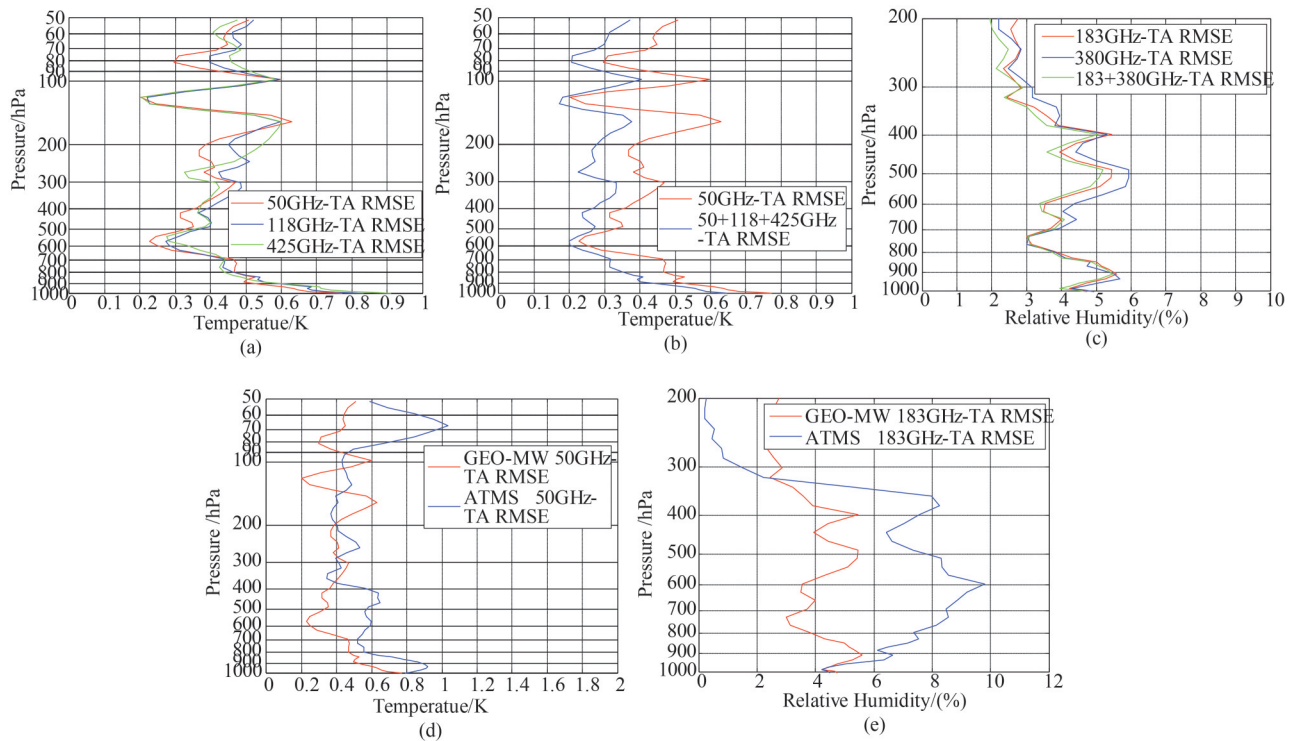


图7 不同频段亮温 T_A 反演大气温湿廓线的 RMSE 对比(a)50 GHz、118 GHz、425 GHz 反演的温度廓线 RMSE, (b)50 GHz 和三个频段组合反演的温度廓线 RMSE, (c)183 GHz、380 GHz 和两个频段组合反演的湿度廓线 RMSE, (d)50 GHz 静止轨道和 ATMS 亮温反演的温度廓线 RMSE, (e)183 GHz 静止轨道和 ATMS 亮温反演的湿度廓线 RMSE

Fig. 7 Comparison of inversion RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by various frequency bands T_A (a)RMSE of temperature profiles by 50 GHz, 118 GHz, 425 GHz, (b) RMSE of temperature profiles by 50 GHz and combination of three frequency bands, (c) RMSE of humidity profiles by 183 GHz, 380 GHz and combination of two frequency bands, (d)RMSE of temperature profiles by 50 GHz GEO-MW and ATMS, and (e) RMSE of humidity profiles by 183 GHz GEO-MW and ATMS

表3 不同频段亮温 T_A 反演大气温湿廓线的高度分层平均RMSETable 3 Layer averaged RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by various frequency bands T_A

反演分层	地表~900 hPa	900~500 hPa	500~300 hPa	300 hPa~顶层
温度				
50 GHz, (K)	0.67	0.37	0.40	0.43
温度				
118 GHz, (K)	0.73	0.37	0.40	0.45
温度				
425 GHz, (K)	0.76	0.37	0.38	0.44
温度				
50+118+425 GHz, (K)	0.55	0.26	0.27	0.28
温度—反演				
ATMS- 50 GHz, (K)	0.86	0.61	0.57	0.54
温度—标准				
ATMS- 50 GHz, (K)	1.20	0.40	0.70	0.70
相对湿度				
183 GHz, (%)	5.1	4.2	3.6	2.7
相对湿度				
380 GHz, (%)	5.2	4.5	4.0	2.4
相对湿度				
183+380 GHz, (%)	4.1	4.1	3.4	2.3
相对湿度—反演				
ATMS- 183 GHz, (%)	5.2	7.7	8.9	1.9
相对湿度—标准,				
ATMS- 183 GHz, (%)	3.0	6.0	4.0	4.0

试验结果也是合理的。

4.3 BG亮温重建算法的影响

4.2节的试验结果表明,由于静止轨道毫米波辐射计载荷能够实现的地面分辨率较低,因此退化的观测亮温图像 T_A 在反演过程中导致了温湿廓线精度的明显下降。在载荷天线口径受限、无法从硬件上提升观测空间分辨率的约束条件下,通过对观测亮温图像进行超分辨率重建的数据后处理方法就是提升观测亮温数据质量一种有效解决方法。

在星载毫米波遥感领域, Bakus-Gillbert 算法(BG)算法是一种常用的改进毫米波亮温图像空间分辨率的重建算法^[20-22],已经用于ATMS载荷的SDR亮温产品中,实现低分辨率频率通道向高分辨率通道的数据匹配。

在天线波束指向的观测像素 ρ_0 处,天线亮温 T_A 可以表示为真实场景亮温 $T_B(\rho)$ 和指向观测像素 ρ_0 的归一化天线方向图 $G_i(\rho)$ 的加权积分:

$$T_A = \int T_B(\rho)G_i(\rho)dA \quad (3)$$

表4 不同频段 T_B 和 T_A 反演大气温湿廓线的高度分层平均RMSETable 4 Layer averaged RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by T_B and T_A of various frequency bands

反演分层		地表~900 hPa	900~500 hPa	500~300 hPa	300 hPa~顶层
温度	T_B	0.25	0.15	0.10	0.12
50 GHz, (K)	T_A	0.67	0.37	0.40	0.43
温度	T_B	0.17	0.11	0.08	0.07
50+118+425 GHz, (K)	T_A	0.55	0.26	0.27	0.28
相对湿度	T_B	4.1	2.8	2.2	1.7
183 GHz, (%)	T_A	5.1	4.2	3.6	2.7
相对湿度	T_B	3.7	2.5	1.7	0.9
183+380 GHz, (%)	T_A	4.1	4.1	3.4	2.3

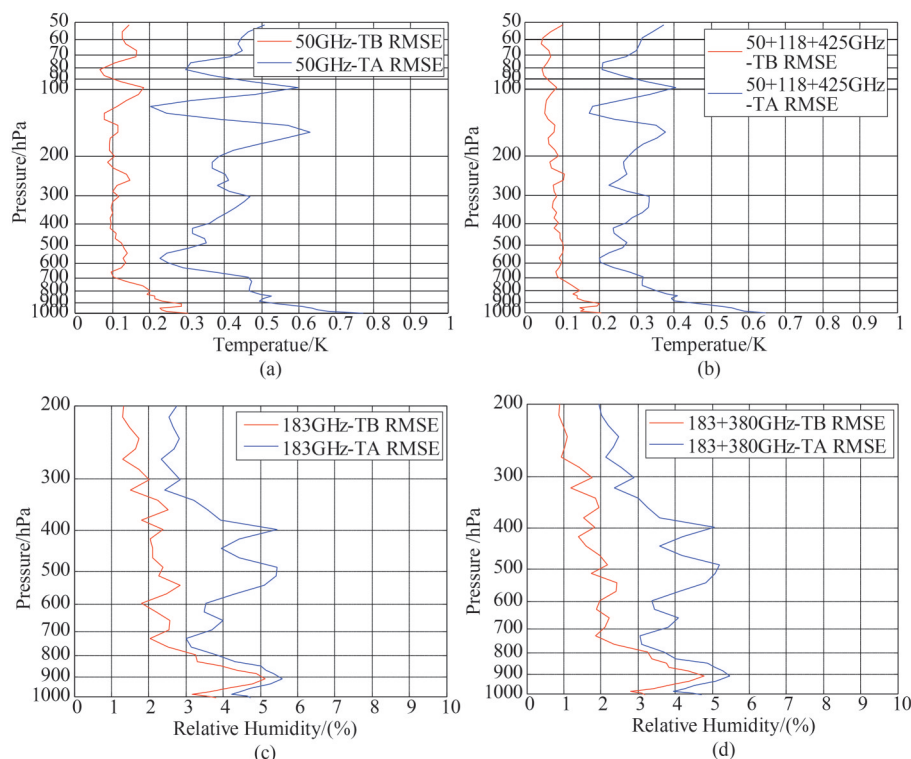


图8 不同频段 T_B 和 T_A 反演大气温湿廓线的 RMSE 对比 (a) 50 GHz 反演的温度廓线 RMSE, (b) 三个频段组合反演的温度廓线 RMSE, (c) 183 GHz 反演的湿度廓线 RMSE, (d) 两个频段组合反演的湿度廓线 RMSE

Fig. 8 Comparison of inversion RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by T_B and T_A of various frequency bands (a) RMSE of temperature profiles by 50 GHz, (b) RMSE of temperature profiles by combination of three frequency bands, (c) RMSE of humidity profiles by 183 GHz, and (d) RMSE of humidity profiles by combination of two frequency bands

则 BG 算法在像素 ρ_0 处重建的亮温定义为 n 个相邻网格像素观测亮温的权重和:

$$T_{A_BG} = \sum_{i=1}^n a_i T_{A_i} = \int T_B(\rho) \sum_{i=1}^n a_i G_i(\rho) dA. \quad (4)$$

根据上式, BG 算法可用下式表示:

$$Q = Q_0 + e^2 \omega \beta \quad , \quad (5)$$

其中, $Q_0 = \int \left[\sum_{i=1}^n a_i G_i(\rho) - F(\rho) \right]^2 J(\rho) dA$, $J(\rho)$ 为代价函数, e^2 为天线亮温误差造成的重建亮温值的误差, $F(\rho)$ 为重建的天线方向图, ω 为尺度因子, β 为平滑参数。BG 算法的关键就是找到一组权重系数 a_i 使构造的 $\sum_{i=1}^n a_i G_i(\rho)$ 尽可能接近重建的高分辨率方向图 $F(\rho)$, 一般通过正则化约束的最小二乘法实现权重函数求解, 平滑参数 β 作为正则化因子可以控制 BG 算法在分辨率提升与噪声下降之间的平衡。

图9展示了使用BG算法对图5的静止轨道模拟观测亮温 T_A 重建的结果 T_{A_BG} 。本文使用的静止轨道毫米波观测BG重建算法结合了图6中各个频

率通道的误差权重信息来选择平滑参数 β , 对低分辨率误差为主的频率通道在重建过程中以提升空间分辨率为主, 对噪声误差为主的频率通道在重建过程中以抑制系统噪声为主。与图5对比, 视觉上可以明显看出低频窗区通道亮温图像——例如 50.3 GHz、51.76 GHz 和 88.2 GHz——在台风区域的分辨率提升效果, 而在氧气吸收通道亮温图像中——例如 54.4 GHz、54.94 GHz、55.5 GHz 和 (424.763 ± 1.0) GHz 等——噪声抑制的效果也非常明显。图10展示了24个频率通道观测亮温 T_A 和 BG 重建亮温 T_{A_BG} 分别与场景真实亮温 T_B 的均方根误差 RMSE, 可以看出几乎在所有通道 BG 重建亮温的误差都降低了, 特别是在噪声误差为主的氧气吸收通道, 亮温误差降低比例是最大的。

图11对比了相同频段 T_B 、 T_A 和 T_{A_BG} 三种亮温数据分别反演的大气温湿廓线 RMSE 误差, 表5对比了三种亮温数据分别反演的温湿廓线误差 RMSE 在四个气压层内的平均值。从图11(a-b)可以看出, 无论是 50 GHz 频段单独反演还是 50/118/425 GHz 三个频段组合反演的温度廓线, T_{A_BG} 亮温数据对反

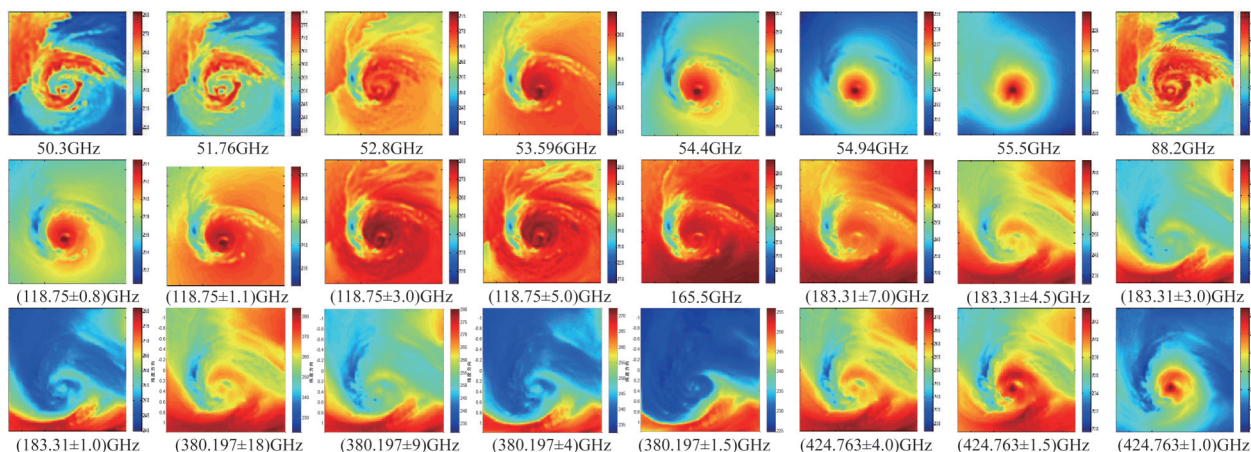


图9 BG超分辨率重建的飓风桑迪静止轨道亮温图像

Fig. 9 Reconstructed GEO brightness temperature images of hurricane Sandy by BG resolution enhancement

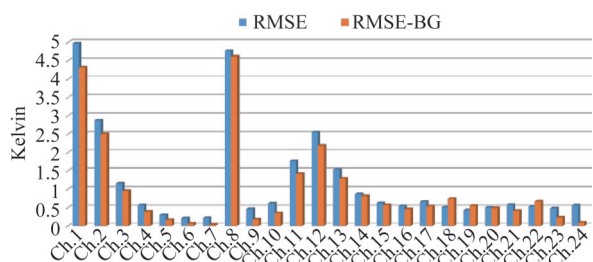


图10 观测亮温 T_A 和BG重建亮温 T_{A_BG} 的RMSE对比

Fig. 10 Comparison of RMSE of T_A and T_{A_BG}

演误差的降低都非常明显,在所有高度 T_{A_BG} 反演误差都明显更加逼近于 T_B 反演的理论精度上限。从表5可以看出,除了最低层, T_{A_BG} 反演的温度廓线误差比 T_B 都仅仅大了0.01 K,即使在最低层,50 GHz频段 T_{A_BG} 反演的温度廓线误差比 T_A 也下降了1倍,50/118/425 GHz三个频段时 T_{A_BG} 反演误差比 T_A 下降

了1.7倍,改善明显。从图11(c-d)可以看出,对于183 GHz频段单独反演和183/380 GHz两个频段组合反演的湿度廓线, T_{A_BG} 反演误差也都明显逼近于 T_B 反演结果,表5数据进一步表明 T_{A_BG} 反演的湿度廓线误差与 T_B 相差无几。对 T_{A_BG} 亮温数据的反演试验表明在静止轨道毫米波观测中BG亮温图像增强重建算法不仅能够降低亮温观测误差,而且这种亮温精度提升效应对于大气温湿廓线反演精度的改善更加明显,可以非常逼近理想亮温反演的理论精度上限。

5 结论

使用历史气象再分析资料FNL、数值预报模式WRF、毫米波辐射传输模式DOTLRT、实孔径毫米波/亚毫米波辐射计载荷观测模型和神经网络反演

表5 不同频段 T_B , T_A 和 T_{A_BG} 反演大气温湿廓线的高度分层平均RMSE

Table 5 Layer averaged RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by T_B , T_A and T_{A_BG} of various frequency bands

反演分层		地表~900 hPa	900~500 hPa	500~300 hPa	300 hPa~顶层
温度 50 GHz, (K)	T_B	0.25	0.15	0.10	0.12
	T_A	0.67	0.37	0.40	0.43
	T_{A_BG}	0.34	0.16	0.11	0.13
温度 50+118+425 GHz, (K)	T_B	0.17	0.11	0.08	0.07
	T_A	0.55	0.26	0.27	0.28
	T_{A_BG}	0.20	0.12	0.09	0.08
相对湿度 183 GHz, (%)	T_B	4.1	2.8	2.2	1.7
	T_A	5.1	4.2	3.6	2.7
	T_{A_BG}	4.0	2.8	2.3	1.6
相对湿度 183+380 GHz, (%)	T_B	3.7	2.5	1.7	0.9
	T_A	4.1	4.1	3.4	2.3
	T_{A_BG}	3.8	2.6	1.8	0.9

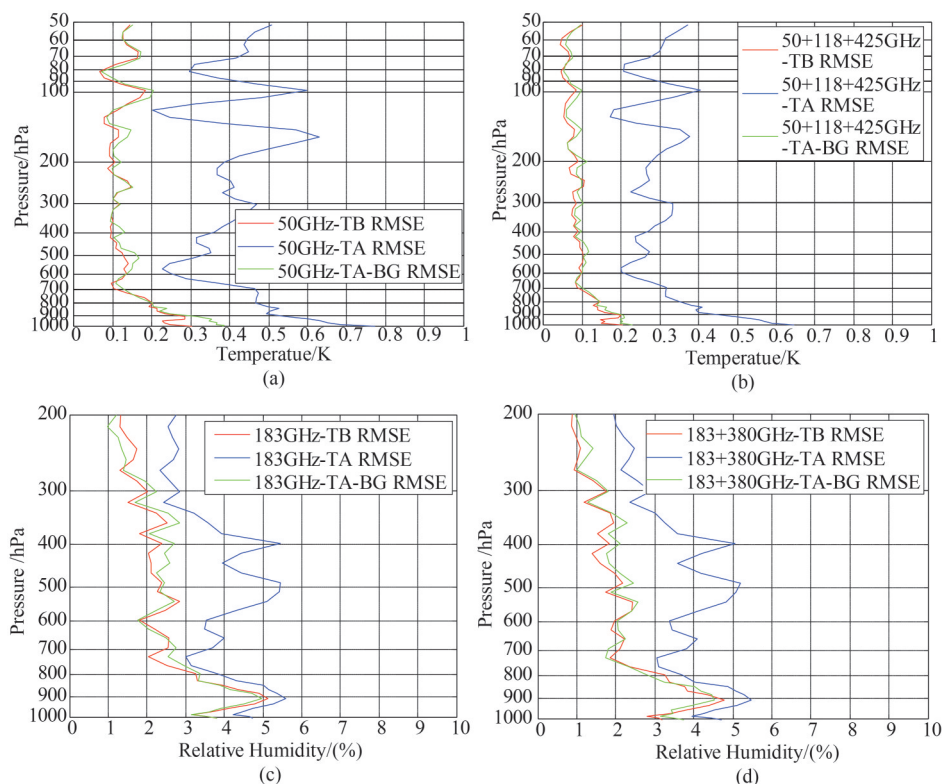


图 11 不同频段 T_B , T_A 和 T_{A_BG} 反演大气温湿廓线的 RMSE 对比 (a) 50 GHz 反演的温度廓线 RMSE, (b) 三个频段组合反演的温度廓线 RMSE, (c) 183 GHz 反演的湿度廓线 RMSE, (d) 两个频段组合反演的湿度廓线 RMSE

Fig. 11 Comparison of RMSE of atmospheric temperature and humidity profiles by T_B , T_A and T_{A_BG} of various frequency bands (a) RMSE of temperature profiles by 50 GHz, (b) RMSE of temperature profiles by combination of three frequency bands, (c) RMSE of humidity profiles by 183 GHz, (d) RMSE of humidity profiles by combination of two frequency bands

算法,开发了一套全链路地球静止轨道毫米波大气探测仿真系统,以此为基础开展仿真试验对我国未来静止轨道毫米波载荷大气探测性能进行定量评估。仿真试验以 2012 年北美飓风“桑迪(Sandy)”为案例,对目前静止轨道毫米波大气探测载荷方案指标下,从 50 GHz 到 425 GHz 的 24 个频率通道的 L1 级观测亮温的图像特征和误差来源进行了分析,然后通过反演试验定量分析了亮温数据频段组合、观测亮温误差以及亮温图像重建算法三个因素对静止轨道毫米波大气温湿廓线反演误差的影响,评估了静止轨道毫米波大气探测能够获得的大气温湿廓线精度。主要结论如下:

(1) 相比极轨毫米波大气探测,静止轨道高度高,对地观测角度变化很小,亮温图像受观测角度影响很小,可以更加清晰的反映飓风的热力结构。

(2) 不同频率通道的观测亮温误差来源有明显差异,大气透过性较强的窗区通道 1-4、8、11-12 和水汽吸收通道 13-16,分辨率退化是观测误差的主要来源,而大气吸收较强的氧气吸收通道 5-7、22-

24,系统热噪声才是误差的主要来源,观测亮温 T_A 图像也反映了这种特性。

(3) 50/118/425 GHz 三个频段组合可以获得比单一频段更高的温度廓线反演精度,比单一频段反演平均误差下降 30% 左右。183/380 GHz 两个频段组合也能够提升湿度廓线反演精度,但是没有温度廓线提升那么明显,平均误差下降 10%~20% 左右。

(4) 仿真试验表明观测亮温误差对温湿廓线反演精度的影响,相比真实亮温 T_B 反演的理论上限,温度廓线误差增大 2 倍左右,湿度误差增加 50% 左右。但是通过 BG 亮温图像重建算法增强分辨率或者抑制噪声,能够有效减小亮温误差,从而提升温湿廓线反演精度,仿真试验表明 BG 重建亮温反演误差可以非常逼近理论上限,取得非常好的大气温湿廓线反演性能。

本文工作可为我国发展中的静止轨道毫米波大气探测技术提供研究依据和算法支撑。

References

- [1] LYU Li-Qing, XU Hong-Xin, LUAN Ying-Hong. Devel-

- opment and prospect of integrated microwave imaging detection technology[J]. *Aerospace Shanghai*(吕利清, 徐红新, 栾英宏. 一体化微波成像探测技术发展和展望. 上海航天), 2017, **34**(1):1-10
- [2] CHEN Wen-Xin, LI Hao, LYU Rong-Chuan, *et al.* Synchronous orbit microwave remote sensing technology [J]. *Space Electronic Technology*(陈文新, 李浩, 吕容川, 等. 同步轨道微波遥感技术. 空间电子技术, 2014, **1**: 35-39.
- [3] Bizzarri B, Gasiewski A, Staelin D. Initiatives for Mw/Sub-Mm sounding from geostationary orbit [C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Toronto, 2002:548-552.
- [4] Solman F, Staelin D, Kerekes J, *et al.* A microwave instrument for temperature and humidity sounding from geosynchronous orbit [C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Seattle, 1998: 1704-1707.
- [5] Staelin D H, Rosenkranz P W. Applications review panel: High resolution passive microwave satellites [R]. Report for NASA contract NAS5-23677. Cambridge, MA: MIT Press, 1978.
- [6] Gasiewski A J, Voronovich A, Weber B L, *et al.* Geosynchronous microwave (GEM) sounder/imager observation system simulation [J]. *Proceedings of IGARSS, IEEE*, 2003, **3**:1209-1211.
- [7] Bizzarri B. Requirements and perspectives for MW/Sub-MM sounding from geostationary satellite [C]//Proceedings of the 2002 EUMETSAT Meteorological Satellite Conference. Darmstadt; EUMETSAT, 2002: 97-105.
- [8] Lambrigtsen B, Tanner A, Gaier T, *et al.* Prototyping a new earth observing sensor- GeoSTAR [C]. Proceedings of the 2007 IEEE Aerospace Conference. New York: IEEE, 2007: 1-9.
- [9] Christensen J, Carlstrom A, Ekstrom H, *et al.* GAS: The Geostationary Atmospheric Sounder [C]. IEEE International Geoscience & Remote Sensing Symposium. IEEE, 2007.
- [10] Liu H, Wu J, Zhang S, *et al.* Conceptual Design and Breadboarding Activities of Geostationary Interferometric microwave sounder (GIMS) [C]. IEEE International Geoscience & Remote Sensing Symposium, IGARSS 2009, July 12-17, 2009, University of Cape Town, Cape Town, South Africa, Proceedings. IEEE, 2009.
- [11] XIE Zhen-Chao, LI Xiu-Wei, YAO Chong-Bin, *et al.* Research on geostationary orbit microwave radiometer technology [J]. *Aerospace Shanghai*(谢振超, 李秀伟, 姚崇斌, 等. 地球静止轨道微波辐射计技术. 上海航天), 2018, **35**(02):20-28.
- [12] XIE Zhen-Chao, XU Hong-Xin, AN Da-Wei, *et al.* Remote sensing technology of experimental radiometer in geostationary orbit [J]. *Aerospace Shanghai*(谢振超, 徐红新, 安大伟, 等. 微波辐射计静止轨道遥感试验技术. 上海航天), 2018, **35**(02):49-59.
- [13] Yin X B, Zhou W, Lin M S, *et al.* End to end study of the Chinese salinity mission [C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Fort Worth, 2017, 3544-3547.
- [14] JIN Meng-Tong, LIU Hao, WU Lin, *et al.* Simulation of marine salinity detection tasks and analysis of external error sources on satellite-borne one-dimensional synthetic aperture microwave radiometer [J]. *Remote Sensing Technology and Application*(金梦彤, 刘浩, 武林, 等. 星载一维综合孔径微波辐射计海洋盐度探测任务仿真及外部误差源分析. 遥感技术与应用), 2017, **32**(2): 346-355.
- [15] YU Zhao-Wen, LIU Jian-Wen, HUANG Jiang-Ping, *et al.* Effect of assimilation of microwave data from AMSR2 on rainstorm prediction of WRF model [J]. *Meteorological Disasters Prevention*(俞兆文, 刘健文, 黄江平, 等. 同化 AMSR2 微波成像资料对 WRF 模式暴雨预报的影响. 气象灾害防御), 2017, **24**(3):10-14.
- [16] Voronovich A, Gasiewski A, Weber B. A fast multistream scattering-based Jacobian for microwave radiance assimilation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, **42**(8):1749-1761.
- [17] Liebe H. MPM-An atmospheric millimeter-wave propagation model [J]. *international journal of infrared and millimeter waves*, 1989, **10**(6):631-650.
- [18] Janssen M. Atmospheric remote sensing by microwave radiometry [M]. New York: John Wiley & Sons, 1993: Ch3. Microwave radiative transfer in hydrometeors.
- [19] Limaye A, Crosson C, Laymon C, *et al.* Estimating accuracy in optimal deconvolution of synthetic AMSR-E observations [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2006, **100**(1):133-142.
- [20] Backus G E, Gilbert J F. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems [J]. *Geophys. J. Int.* 1967, **13**:247-276.
- [21] Backus G, Gilbert F. The resolving power of gross earth data [J]. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 1968, **16**(2):169-205.
- [22] Backus G, Gilbert F. Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data [J]. *Phil. Trans. Roy. Soc. London A*, 1970, **266**(1173):123-192.