

光电工程

Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊
Scopus CSCD

空间引力波探测望远镜指向偏差地面高精度测量技术研究

宋奇林, 李杨, 周子夜, 肖亚维, 杨金生, 黄林海, 顾乃庭, 饶长辉

引用本文:

宋奇林, 李杨, 周子夜, 等. 空间引力波探测望远镜指向偏差地面高精度测量技术研究[J]. *光电工程*, 2024, 51(2): 230234.

Song Q L, Li Y, Zhou Z Y, et al. High-precision ground measurement technology research for measuring pointing deviation in space-based gravitational wave detection telescopes[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230234.

<https://doi.org/10.12086/oe.2024.230234>

收稿日期: 2023-09-20; 修改日期: 2023-11-30; 录用日期: 2023-11-30

相关论文

空间引力波探测望远镜研究进展

王小勇, 白绍竣, 张倩, 林栩凌, 李洋, 夏晨晖

光电工程 2023, 50(11): 230219 doi: [10.12086/oe.2023.230219](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230219)

基于夏克-哈特曼传感器的星载望远镜波前测量技术研究

位希雅, 宋奇林, 杨金生, 张兰强, 李杨, 黄林海, 顾乃庭, 饶长辉

光电工程 2023, 50(11): 230215 doi: [10.12086/oe.2023.230215](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230215)

空间引力波望远镜超前瞄准机构致动器电荷驱动位移行为研究

闫泽昊, 周子夜, 李杨, 周虹, 黄林海, 顾乃庭, 饶长辉

光电工程 2023, 50(11): 230223 doi: [10.12086/oe.2023.230223](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230223)

空间引力波星载望远镜测试与评估技术研究进展

张兰强, 曾意, 吴小虎, 杨金生, 阮晓莉, 辛强, 顾乃庭, 饶长辉

光电工程 2024, 51(2): 240027 doi: [10.12086/oe.2024.240027](https://doi.org/10.12086/oe.2024.240027)

更多相关论文见光电期刊集群网站 

 **光电工程**
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



 OE_Journal



Website

DOI: 10.12086/oe.2024.230234

空间引力波探测望远镜指向 偏差地面高精度测量技术研究

宋奇林^{1,2,3,4}, 李杨^{1,3,4}, 周子夜^{1,3,4}, 肖亚维^{1,2,3,4},
杨金生^{1,3,4}, 黄林海^{1,2,3,4}, 顾乃庭^{1,2,3,4*}, 饶长辉^{1,2,3,4}

¹自适应光学全国重点实验室, 四川 成都 610209;

²中国科学院大学, 北京 100049;

³中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

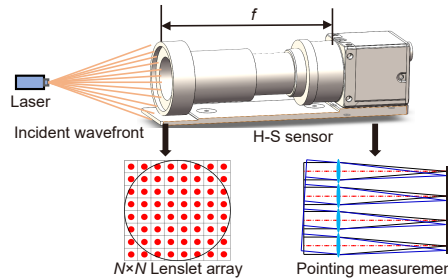
⁴中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209

摘要: 星载望远镜是实现空间引力波探测的核心组成部分。由于各星座之间传输距离达到 10^9 m 量级, 对望远镜指向精度提出了 nrad 量级的严苛要求, 而指向偏差高精度测量和定标就成为实现空间引力波探测星载望远镜高精度指向的前提。为实现星载望远镜指向偏差地面测试及传感器定标需求, 本文提出基于哈特曼原理的新型指向偏差高精度测量方法, 采用多子孔径空间复用思想降低各类随机误差对测量精度的影响, 显著提升了指向偏差测量精度。本文根据传感器参数与指向偏差测量精度之间的定量关系, 对哈特曼传感器参数进行了分析优化, 并分析了星载望远镜指向偏差测量精度。研究表明: 采用基于哈特曼原理的多子孔径空间复用方法, 可以实现对星载望远镜指向偏差 0.62 nrad 的高精度测量, 为空间引力波探测望远镜地面测试及在轨传感器定标提供了可行途径和参考。

关键词: 星载望远镜; 指向偏差测量; 哈特曼; 多子孔径空间复用

中图分类号: O439

文献标志码: A



宋奇林, 李杨, 周子夜, 等. 空间引力波探测望远镜指向偏差地面高精度测量技术研究 [J]. 光电工程, 2024, 51(2): 230234

Song Q L, Li Y, Zhou Z Y, et al. High-precision ground measurement technology research for measuring pointing deviation in space-based gravitational wave detection telescopes[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230234

High-precision ground measurement technology research for measuring pointing deviation in space-based gravitational wave detection telescopes

Song Qilin^{1,2,3,4}, Li Yang^{1,3,4}, Zhou Ziye^{1,3,4}, Xiao Yawei^{1,2,3,4}, Yang Jinsheng^{1,3,4}, Huang Linhai^{1,2,3,4}, Gu Naiting^{1,2,3,4*}, Rao Changhui^{1,2,3,4}

¹National Laboratory on Adaptive Optics, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

收稿日期: 2023-09-20; 修回日期: 2023-11-30; 录用日期: 2023-11-30

基金项目: 国家重点研发计划 (2021YFC2202200, 2021YFC2202204); 国家自然科学基金 (12022308, 12293031)

*通信作者: 顾乃庭, gnt7328@163.com。

版权所有©2024 中国科学院光电技术研究所

Abstract: The spaceborne telescope plays a critical role in detecting gravitational waves in space. Given transmission distances of approximately 10^9 meters between different constellations, there are stringent requirements for nanoradian precision in telescope pointing accuracy. Accurate pointing deviation measurement and calibration are essential prerequisites for achieving high-precision pointing in space-based gravitational wave detection telescopes. To meet the ground testing and sensor calibration needs for space telescopes' pointing deviation, this paper introduces a novel high-precision measurement method based on the Hartmann principle. By utilizing the concept of multi-aperture spatial reuse, this approach mitigates the impact of various sources of random errors, significantly improving the precision of pointing deviation measurements. The paper conducts an analysis and optimization of Hartmann sensor parameters, establishing a quantitative relationship between sensor parameters and pointing deviation measurement accuracy. The research findings demonstrate that the multi-aperture spatial reuse method based on the Hartmann principle can achieve highly precise measurements of telescope pointing deviations, with the accuracy as low as 0.32 nrad. This method offers a feasible approach and serves as a reference for ground testing and in-orbit sensor calibration of space-based gravitational wave detection telescopes.

Keywords: spaceborne telescope; pointing deviation measurement; Hartmann; multi-subaperture spatial multiplexing

1 引言

LIGO 引力波探测器通过激光干涉实现了人类首次探测到双黑洞合并产生的引力波^[1], 为了开展信息更为丰富的低频引力波探测, 当前正在开展数个空间引力波探测器研制, 如 LISA、天琴和太极^[2-4]。地面震动噪声和地表重力梯度变化会产生极大的低频噪声, 使得地基引力波探测器很难探测 1 Hz 以下的引力波^[2]。而在引力波的低频波段, 尤其在 10^{-3} Hz 附近, 存在着数量巨大且广泛分布于宇宙空间各个距离上的不同种类引力波源, 因此低频引力波的探测意义重大^[3]。但只有当激光干涉仪臂长在量级上接近引力波波长时, 激光干涉仪引力波探测器才能达到最高的探测灵敏度^[4]。目前提出的空间引力波探测器, 将在太空空间中实现 10 万~100 万公里量级的卫星星座间距^[5-6], 使得激光干涉仪臂长与低频引力波波长相当, 再对激光相位变化进行高精度测量, 实现低频引力波高灵敏度探测。

但在激光干涉仪臂长达到 10 万公里量级时, 指向误差对激光相位测量产生显著影响, 研究表明其影响因子达到 $0.01 \sim 0.1 \text{ pm/nrad}$ ^[7]。以天琴计划为例, 其要求探测频段内的激光相位测量噪声不大于 1 pm, 因此需要实现指向误差 nrad 级的高精度测量^[5]。为了对空间激光探测中存在的指向偏差实现超高精度测量, 提出了不同的技术和解决方法。赵馨^[8]等人针对激光捕获时的初始指向进行了研究, 建立了数学模型, 通

过坐标转换矩阵补偿了各类因素对初始指向的影响, 借助观靶相机测量, 该方法实现了 10 mrad 的测量精度。薛向尧^[9]等人从系统误差的主要来源进行分析, 根据轴系误差在光路中的传递规律并利用线性叠加的方式, 得出指向误差的修正模型, 经过模型修正之后, 指向误差测量精度可以达到 $150 \mu\text{rad}$ 。目前, 差分波前敏感测角 (DWS) 技术在引力波指向探测中占主导地位, DWS 技术经过探测模型解析、相角转换公式建立、地面精密测量模拟等过程, 初步实现了 100 nrad 的测量精度要求^[10-12]。Gao 等人^[13]提出了一种采用三种不同探测器的专用激光链路构建方案, 并且利用差分波前敏感测角 (DWS) 技术实现激光的精准指向, 在将激光指向误差抑制到 $1 \mu\text{rad}$ 之后, 实现了 10 nrad 的高精度测量。目前, 针对望远镜激光指向偏差的测量, 已实现 10 nrad 的测量精度, 但距离星载望远镜指向偏差提出的 1 nrad 甚至更高的精度要求仍有差距。

因此在星载望远镜指向偏差高精度传感器研制中, 指向偏差高精度测量和定标就成为实现空间引力波探测星载望远镜高精度指向的必要前提。不同的引力波探测计划对激光指向稳定性的要求不同, “太极计划”要求激光指向稳定性小于 10 nrad, “LISA 计划”要求激光指向稳定性小于 8 nrad, “天琴计划”要求激光指向稳定性小于 1 nrad, 针对“天琴计划”引力波探测星载望远镜指向偏差地面测试及传感器定标需求, 本文提出基于哈特曼原理的新型指向偏差高精度测量方法。

该方法采用多子孔径空间复用思想降低各类随机误差对测量精度的影响, 显著提升指向偏差测量精度, 并最终实现对指向偏差 nrad 级的高精度测量。研究结果表明: 采用基于哈特曼原理的多子孔径空间复用方法, 可以实现对星载望远镜指向偏差 0.62 nrad 的高精度测量。由于该方法得到的指向偏差测量精度优于各类空间引力波探测计划的指标要求, 并且该方法对激光整体倾斜测量的准确性和普适性, 为空间引力波探测望远镜地面测试及在轨传感器定标提供了可行途径和参考。

2 星载望远镜指向偏差测量原理

2.1 基于哈特曼的星载望远镜指向偏差测量原理

采用单个微透镜对指向偏差的测量原理^[14], 如图 1 所示。

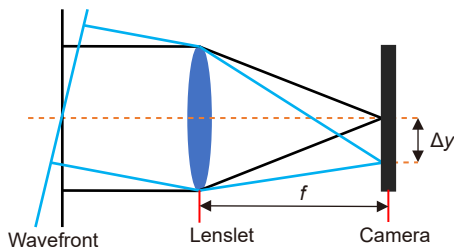


图 1 指向偏差测量基本原理

Fig. 1 Basic principles of pointing deviation measurement

准直后的入射光通过微透镜后将聚焦于焦平面中心, 当入射光束含指向偏差时, 等效为带有倾斜的平面波前, 其对应聚焦后的光斑虽仍聚焦于焦平面上, 但其位置会相对于焦点距离偏移 Δy 。根据光斑位置改变量 $\Delta x/\Delta y$ 和透镜焦距 f 可估计入射光指向偏差量 θ_x/θ_y :

$$\theta_x = \arctan\left(\frac{\Delta x}{f}\right), \theta_y = \arctan\left(\frac{\Delta y}{f}\right). \quad (1)$$

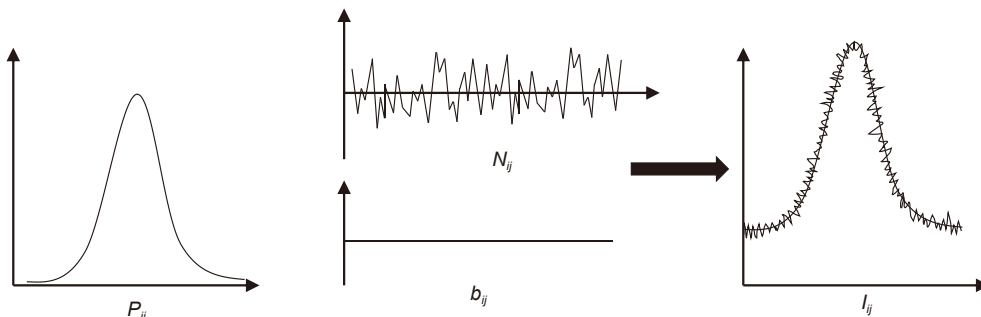


图 2 探测信号组成

Fig. 2 Detection signal composition

光斑质心计算是指向偏差测量的首要工作^[15], 根据上述的描述可知, 哈特曼传感器在工作之前需要进行焦点位置的标定, 从而计算出波前斜率。在指向偏差测量的过程中, 主要根据式 (2) 计算光斑质心的位置 x_c/y_c :

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_i I_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij}}, y_c = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N y_j I_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij}}. \quad (2)$$

其中: $M \times N$ 是探测窗口范围; x_{ij}, y_{ij} 是第 (i, j) 个像素的 x 坐标和 y 坐标; $I_{ij} = P_{ij} + b_{ij} + N_{ij}$ 是探测器输出信号的三个部分: 真实光信号 P_{ij} 、背景暗电平 b_{ij} 和随机噪声信号 N_{ij} ^[16], 如图 2 所示。

由此可知, 噪声信号对光斑质心探测精度有着直接的影响, 光斑位置会产生一定的偏移, 从而导致光斑质心的定位误差, 该误差进一步影响了指向偏差的测量精度。在指向误差测量的过程中, 哈特曼传感器的光斑质心探测精度受到多种误差源的影响, 由于不同误差产生的原因和解决的方式不同, 可以将误差源分为系统误差和随机误差进行分析^[17-20]。

系统误差指的是由于探测器的材料、加工制造、仪器参数等因素造成的误差, 对探测结果产生非随机影响, 主要包括 CCD 像素响应的非均匀性、探测器的背景暗电平、离散采样误差等^[18]。由于系统误差本身的特性, 采用标定或改变仪器参数的方法可基本消除系统误差对探测精度的影响。

随机噪声是由于在时间序列上, 噪声数值产生大量的随机起伏而造成的, 其值在任意时刻无法准确预测, 只能采取有效的方法抑制随机误差对探测精度的影响。随机误差主要包括: 读出噪声、暗背景随机噪声、光子噪声、空气流动和温度变化对探测精度的随

机影响^[20], 因此本文重点对随机误差的影响进行分析。

实际信号光斑质心的探测误差 σ_x^2 由式 (3) 表示^[18]:

$$\sigma_x^2 = \left(\frac{1}{1 + SNR} \right)^2 \left\{ \frac{\sigma_r^2}{V_b} \left[\frac{LM(L^2 - 1)}{12} + LM X_b^2 \right] + SNR^2 \frac{K\sigma_A^2}{V_p} + (\bar{X}_b - \bar{X}_p)^2 \right\}. \quad (3)$$

其中: SNR 为探测信号的信噪比大小; σ_r 为探测器读出噪声的标准差; $L \times M$ 为每个子孔径在探测器上的探测窗口大小; V_b 为暗背景和读出噪声的总和; X_b 为暗背景的坐标位置; σ_A 为光斑的等效高斯宽度; V_p 为探测窗口内的总光子数; K 表示探测器上一个光子导致的 K 个 ADU, V_b 、 σ_r 、 V_p 均可用 ADU 表示; \bar{X}_C 为暗背景的平均坐标位置; \bar{X}_p 为真实光信号子光斑的平均质心坐标。

从式 (3) 可以看出, 以下因素确定了光斑质心测量的精度:

- 1) 探测窗口尺寸 $L \times M$;
- 2) 探测窗口内总光子数 V_p ;
- 3) 探测器读出噪声标准差 σ_r ;
- 4) 暗背景和读出噪声总和 V_b ;
- 5) 光斑的等效高斯宽度 σ_A ;

6) 信噪比大小 SNR , 信噪比作为衡量信号与噪声强弱关系的物理量^[21], 本文用式 (4) 计算信噪比大小:

$$SNR = \frac{I_{\max}}{\sigma_n}, \quad (4)$$

其中: I_{\max} 是理想光斑峰值; σ_n 是噪声标准差, 包括读出噪声和光子噪声。

- 7) 暗背景的坐标位置 X_b ;
- 8) 暗背景与真实光斑质心距离。

因此, 对上述因素有效抑制, 可以降低随机误差, 从而提高指向偏差的测量精度, 来满足引力波星载望远镜的测量要求。

2.2 星载望远镜指向偏差测量原理

以天琴计划引力波探测为例进行分析, 天琴计划将在地球轨道上部署三颗全同卫星构成等边三角形, 每两颗为卫星之间相距 17 万公里, 它们之间可以相互发射和接收激光信号, 从而对引力波进行探测。单个星载望远镜的光学布局设计如图 3 所示, 由一个大的抛物面主镜和三个非球面次镜组成。激光信号从入瞳处进入, 经过主镜和次镜的反射之后, 在出瞳处被哈特曼探测器接收。然而, 星载望远镜在接收信号时, 受到各种因素的干扰。复杂空间环境、机械结构变化、卫星操作方式等都会引起光束在指向之间的抖动, 产生指向偏差, 对引力波的探测产生影响。

使用哈特曼波前传感器^[22], 能够实现对指向偏差的精准测量, 其探测原理如图 4 所示。入射波前经过微透镜阵列之后, 被分割为多个斜率相同的子波前, 基于哈特曼波前探测器的指向偏差测量可看成与微透镜阵列个数对应次数的单透镜指向偏差测量^[23], 由于大规模微透镜相关复用, 可大幅抑制光子噪声、读出噪声等多种噪声源, 有利于提升指向偏差测量精度。本文对指向偏差的测量便基于此机理。

2.3 哈特曼传感器子孔径相关复用原理

与传统哈特曼指向测量方案相比, 指向测量哈特曼不需要采用高密度的微透镜阵列, 可以采用子孔径焦距较长的低密度微透镜阵列, 有利于提高单个子孔径中光斑尺度, 便于提升指向测量的灵敏度。

采用 $N \times N$ 的微透镜阵列, 入射波前经子孔径分

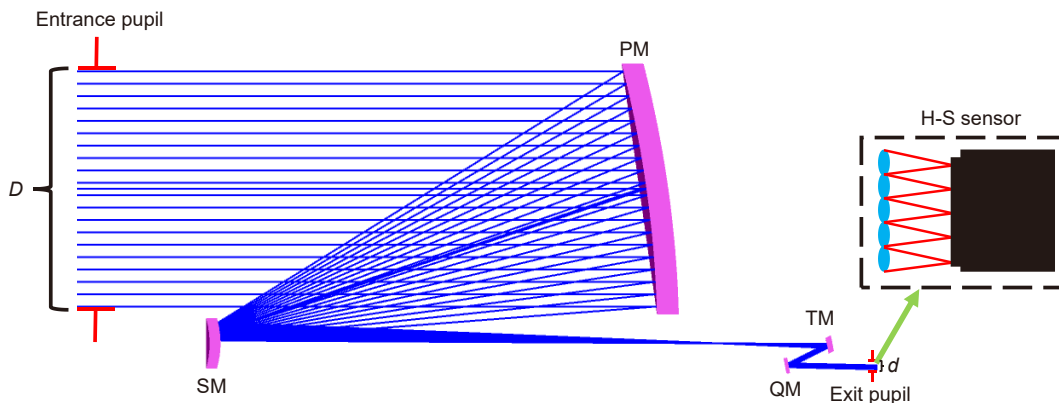


图 3 星载望远镜光学布局设计

Fig. 3 Spaceborne telescope optical layout design

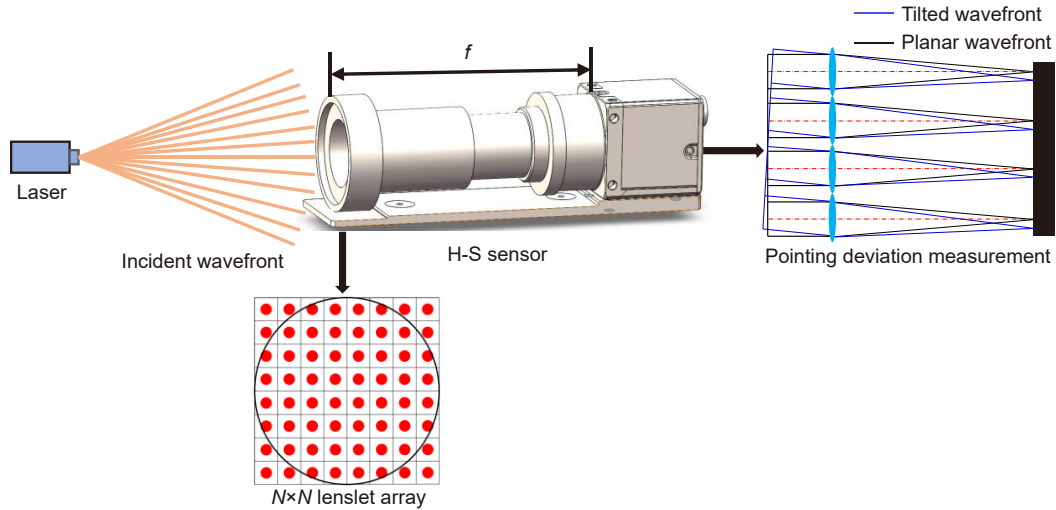


图 4 基于哈特曼传感器的指向偏差测量

Fig. 4 Pointing deviation measurement based on the Hartmann sensor

割之后, 相同斜率的子波前形成 n 个聚焦光斑 ($n \approx 3N^2/4$), 根据单个微透镜对指向偏差的测量原理, 光斑质心的探测精度直接影响波前斜率的准确性。由于受随机噪声的影响, 不同光斑的探测信息略有差异, 并且影响了质心的探测精度。因此, 采用子孔径相关复用思想, 通过对所有单一子孔径测量结果进行平均的方式, 可对随机噪声产生抑制作用, 有利于提高质心探测精度。

以 x_c 为例进行分析, 将探测信号 $I_{ij} = P_{ij} + b_{ij} + N_{ij}$ 代入质心计算公式 (式 (2)) 可得^[18]:

$$x_i = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_i (P_{ij} + b_{ij})}{\sum_{j=1}^M \sum_{j=1}^N (P_{ij} + b_{ij})} = \frac{SNR}{1 + SNR} x_p + \frac{1}{1 + SNR} x_b, \quad (5)$$

其中:

$$SNR = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_{ij}}, \quad x_p = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P_{ij}}, \quad x_b = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} b_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_{ij}}.$$

当探测光斑只受随机噪声的影响, 不考虑系统误差时, 根据式 (5) 得到探测质心位置起伏方差为^[18]

$$\sigma_{x_c}^2 = \left(\frac{SNR}{1 + SNR} \right)^2 \sigma_{x_p}^2 + \left(\frac{1}{1 + SNR} \right)^2 \frac{\sigma_r^2}{V_b} \left[\frac{LM(L^2 - 1)}{12} + EMX_b^2 \right], \quad (6)$$

其中: $\sigma_{x_p}^2 = \frac{K\sigma_A}{V_p}$ 为光子噪声; σ_r^2 为读出噪声。

假设 n 个光斑的探测信息为 I_1, I_2, \dots, I_n , 受到独立随机噪声的影响, 随机噪声的标准差为 σ_i 。对 n 组探

测信息进行平均之后, 随机噪声的标准差 $\sigma_{i,avg}$ 为

$$\sigma_{i,avg} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}}. \quad (7)$$

子孔径相关复用技术使随机噪声的强度降低了 \sqrt{n} 倍。根据式 (6), 在不考虑系统误差时, 采用子孔径相关复用技术, 可以使光子噪声方差 $\sigma_{x_p}^2$ 和读出噪声方差 σ_r^2 降低 n 倍, 即:

$$\sigma_{x_p,avg}^2 = \sigma_{x_p}^2/n, \quad \sigma_{r,avg}^2 = \sigma_r^2/n. \quad (8)$$

此时, 探测质心位置的起伏方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{x_c,avg}^2 &= \left(\frac{SNR}{1 + SNR} \right)^2 \sigma_{x_p,avg}^2 \\ &+ \left(\frac{1}{1 + SNR} \right)^2 \frac{\sigma_{r,avg}^2}{V_b} \left[\frac{LM(L^2 - 1)}{12} + LMX_b^2 \right] \\ &= \frac{1}{n} \left\{ \left(\frac{SNR}{1 + SNR} \right)^2 \sigma_{x_p}^2 \right. \\ &+ \left. \left(\frac{1}{1 + SNR} \right)^2 \frac{\sigma_r^2}{V_b} \left[\frac{LM(L^2 - 1)}{12} + LMX_b^2 \right] \right\} \\ &= \frac{1}{n} \sigma_{x_c}^2. \end{aligned} \quad (9)$$

相较于采用子孔径相关复用前的探测质心位置起伏方差 $\sigma_{x_c}^2$, 质心位置起伏方差 $\sigma_{x_c,avg}^2$ 降低了 n 倍, 光斑质心探测精度 RMS 值提高了 \sqrt{n} 倍。

在考虑系统误差对探测精度影响的情况下, 根据式 (3), 光斑质心探测精度的总误差为 $\sigma_{x_p}^2$, 采用子孔径相关复用技术, 总误差 $\sigma_{x_c}^2$ 会降低, 但降低倍数不是 n 倍。因此, 采用子孔径相关复用, 光斑质心探测精度 RMS 值得到提高, 提高倍数有待验证。

本文从微透镜结构、探测器选型、相关算法等方

面进行优化, 突破高精度的指向偏差测量。与传统哈特曼波前测量不同, 指向测量哈特曼不需要采用高密度的微透镜阵列, 可以采用子孔径焦距较长的低密度微透镜阵列, 这种做法在原理上有利于提高单个子孔径中光斑尺度, 结合高信噪比的探测器, 从而提升单透镜的指向探测精度。除此之外, 利用子孔径相关复用的创新性算法, 对随机噪声进行抑制, 进一步提高探测精度。

3 指向偏差地面测试数值仿真分析

本文以“天琴计划”空间引力波探测为例进行分析, 为了满足天琴空间引力波探测的需求, 星间激光光束指向偏差应满足 1 nrad 的超高精度要求。为了实现天琴计划引力波探测 1 nrad 的指向稳定性要求, 本文对哈特曼传感器的参数进行了设计和优化。根据哈特曼指向偏差测量原理, 采用长焦距低密度的微透镜阵列, 提高单个子孔径中光斑尺度, 从而提高单个子孔径的测量灵敏度。根据引力波星载望远镜的光学布局, 光学口径将从入瞳处 $\Phi 300$ mm 入射口径缩束到出瞳处约 $\Phi 10$ mm, 该缩束系统产生的角放大倍率约为 30 倍, 因此哈特曼的探测角度灵敏度应至少为 30 nrad。综合考虑哈特曼质心的探测能力, 以 3‰ 个像素精度为基准对哈特曼的参数进行设计, 选用了 43.6 dB 的高信噪比工业相机, 其像元大小 4.5 μm , 初步设计微透镜焦距为 80 mm, 单个像素的探测灵敏度约为 56 μrad , 此时单个子孔径的探测角灵敏度约为 170 nrad。根据哈特曼子孔径复用可以提升 \sqrt{n} 倍的测量精度, 选用 8×8 的微透镜阵列可实现 30 nrad 以下探测角度灵敏度。哈特曼具体参数设计如表 1。

表 1 哈特曼传感器设计参数

Table 1 Hartmann sensor design parameters

仪器名称	指标名称	参数
激光器	激光器波长(λ)	1064 nm
	空间分辨率($N \times M$)	8×8
微透镜阵列	材料	石英
	子透镜大小(d)	0.6 mm
	子透镜形状	方形, 连续表面
	微透镜焦距(f)	80 mm
探测器	像素大小(ρ)	4.5 μm
	分辨率	1936×1464
	暗背景(ADU)	约 240 ADU
	信噪比(SNR)	43.6 dB
	位深(bit)	12 位

结合哈特曼传感器的设计参数, 对基于哈特曼的指向偏差测量精度进行数值仿真模拟。首先通过二维高斯函数模拟生成理想光斑, 在理想光斑的基础上, 通过增加符合高斯分布的读出噪声、符合泊松分布的光子噪声和背景暗电平等噪声源, 再经过数值离散化处理之后, 模拟真实光斑探测信号。在其他因素不变的情况下, 通过改变背景暗电平、光强大小、读出噪声、光子噪声、信噪比等因素, 分析其对指向偏差测量的影响机理。其次, 在相同条件下, 对比分析单个子孔径和子孔径相关复用技术得到的指向偏差测量精度, 验证子孔径相关复用技术在提高质心探测精度的可行性, 并最终确定子孔径相关复用对指向偏差测量的影响关系。在实际信号探测时, 探测器将光电信号转换为数字信号进行指向偏差分析, 探测器输出的数字化值用 ADU 来表示, 相机的位深为 12 位, 最大输出信号为 4095 ADU, 当信号值超过 4095 ADU, 会导致探测光斑的过曝现象, 影响探测光斑的质心精度分析。因此, 在数值仿真过程中, 为了模拟真实信号探测, 对各个影响因素的取值范围进行了如下规定: 背景暗电平 50~250 ADU、光强大小 2000~3600 ADU、读出噪声标准差 1~40 ADU、光子噪声标准差 1~20 ADU、信噪比 100~800。

3.1 暗背景对指向偏差测量的影响分析

根据总误差式 (3) 可知, 暗背景大小对误差会产生一定影响, 但是经过阈值法对探测信号的处理, 基本可以消除暗背景信号。因此, 暗背景的大小对指向偏差测量精度的影响基本可以忽略。下面将通过数值仿真对该结论进行验证。

如图 5 所示, 给出了在不同光强大小和不同噪声

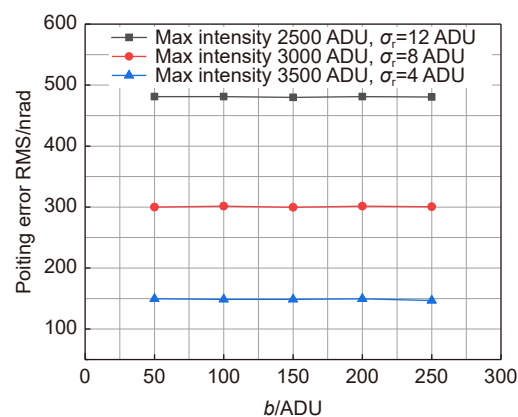


图 5 暗背景对指向偏差测量精度的影响

Fig. 5 Effect of dark background on pointing deviation measurement accuracy

的情况下, 指向偏差测量精度随暗背景的变化关系。当其他条件一致时, 只改变暗背景大小, 指向偏差测量精度几乎不变, 数据之间的相对误差约为 0.7%, 在任意条件下均满足该结论, 在后续仿真分析中将不再考虑暗背景对测量精度的影响。

因此, 在分析指向偏差测量精度时, 可以忽略探测器暗背景的影响, 但是暗背景的大小影响了探测信号的动态范围。在实际测量时, 应选择暗背景较小的探测器以保证探测信号的动态范围。

3.2 读出噪声对指向偏差测量的影响分析

根据总误差式 (3) 可知, 读出噪声是解决误差源的关键因素, 降低读出噪声的大小, 有利于减小误差对测量精度的影响。在其他条件不变的情况下, 通过改变读出噪声大小, 对指向偏差的测量精度进行分析。

指向偏差测量精度随着读出噪声的变化基本满足三次多项式的关系, 如图 6 所示。测量精度的整体变化趋势为先急剧降低后缓慢变化再急剧降低, 读出噪声尤其在 0~16 ADU 变化时, 指向偏差测量精度降低了 8.5 倍左右, 对指向偏差测量精度的影响极为显著。目前, 大多数探测器的读出噪声在 0~16 ADU 范围内, 读出噪声的升高会对高精度的测量产生较大的影响, 因此应选择读出噪声较小的探测器来满足高精度的指向偏差测量。

通过采用单个子孔径和子孔径相关复用技术得到的指向偏差测量精度对比分析, 采用子孔径相关复用技术得到的测量精度提高效果显著, 测量精度平均提高 7.1 倍, 并且读出噪声越大, 精度提高的越多。指

向偏差子孔径相关复用技术对读出噪声抑制作用显著, 有利于进一步提高指向偏差测量精度。

在相同条件下通过改变读出噪声大小分析指向偏差测量精度, 或者在不同光强下进行精度分析, 其本质都是改变了信噪比的大小。本文将上述分析转化为指向偏差测量精度随信噪比的变化关系, 如图 7 所示。随着信噪比的增大, 探测精度逐渐提高, 当信噪比大小相对接近时, 测量精度变化较小, 该结论也证明了上述测量精度变化趋势中出现缓慢变化的原因。在相同条件下, 采用子孔径相关复用技术可以对噪声进行有效的抑制, 等效于进一步提高了信噪比。因此, 采用子孔径相关复用技术得到的指向偏差测量精度优于采用单个子孔径的测量精度。

3.3 光子噪声指向偏差测量的影响分析

由于光的量子属性, 单位时间内探测器接收到的光子数目是随机的, 呈现泊松分布, 这种接收信号的随机特性产生了光子噪声^[24]。光子噪声受到光强大小和激光器稳定性的影响, 会对质心探测精度产生影响。在其他条件不变的情况下, 通过改变光子噪声大小, 对指向偏差测量精度进行分析。

指向偏差测量精度随着光子噪声的变化基本满足二次多项式的关系, 如图 8 所示。随着光子噪声的增大, 指向偏差测量精度逐渐减小, 在任意读出噪声条件下均满足该结论。通过采用单个子孔径和子孔径相关复用技术得到的指向偏差测量精度对比分析, 采用子孔径相关复用技术得到的测量精度提高效果显著, 测量精度平均提高 6.9 倍, 并且光子噪声越大, 精度

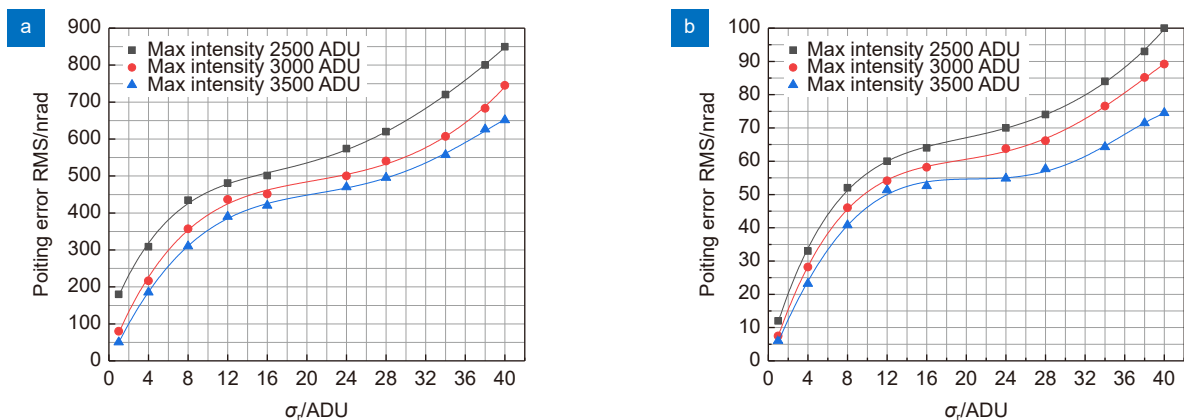


图 6 在不同光强峰值的条件下读出噪声对指向偏差测量精度的影响。(a) 采用单个子孔径的仿真分析;
(b) 采用子孔径相关复用技术的仿真分析

Fig. 6 Effect of readout noises on pointing deviation measurement accuracy under conditions of different light intensity peaks. (a) Simulation analysis using a single subaperture; (b) Simulation analysis using sub-aperture related multiplexing technology

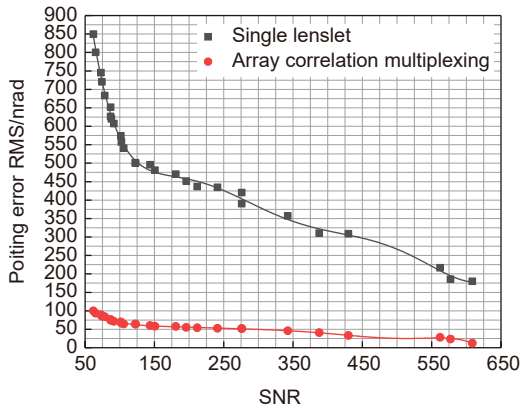


图 7 信噪比对指向偏差测量精度的影响

Fig. 7 Effect of signal-to-noise ratio on pointing deviation measurement accuracy

提高的越多。指向偏差子孔径相关复用技术对光子噪声抑制作用显著, 有利于进一步提高指向偏差测量精度。

在相同条件下通过改变光子噪声大小分析指向偏差测量精度, 或者在不同读出噪声情况下进行精度分析, 其本质都是改变了信噪比的大小。本文将上述分析转化为指向偏差测量精度随信噪比的变化关系, 如图 9 所示。随着信噪比的增大, 探测精度逐渐提高, 在相同条件下, 采用子孔径相关复用技术可以对噪声进行有效的抑制, 等效于进一步提高了信噪比。因此, 采用子孔径相关复用技术得到的指向偏差测量精度优于采用单个子孔径的测量精度。

3.4 信噪比对指向偏差测量的影响分析

根据总误差式 (3) 可知, 增大信噪比大小, 有利于减小探测误差的影响。信噪比受到光强大小和光子

噪声、读出噪声的影响。上述分析中, 在其他条件一定时, 通过单独改变读出噪声、光子噪声、光强大小的方式, 实则都是改变了信噪比的大小。

本文通过两种方式改变信噪比的大小, 从而验证信噪比对指向偏差测量精度的影响以及子孔径相关复用技术在提高测量精度时的有效性: 方式一, 保证光强大小为不变 (光子噪声基本不变), 改变读出噪声得到需要的信噪比; 方式二, 改变光强 (光子噪声也发生变化) 和读出噪声大小, 得到需要的信噪比。指向偏差测量精度随着信噪比的变化基本满足二次多项式的关系, 如图 10 所示, 当信噪比增大时, 测量精度逐渐提高。在同一信噪比条件下, 不同获取信噪比的方式得到的测量精度基本相等。相同条件下, 子孔径相关复用技术对读出噪声和光子噪声进行了有效的抑制, 等效于信噪比进一步增大, 探测精度得到了提升, 平均提高了 7.2 倍。

通过上述分析可知, 在同一信噪比条件下, 不同获取信噪比的方式得到的测量精度基本相等, 为了对此结论进行深入验证, 以 $SNR=700$ 为例分析, 通过改变光强峰值和噪声标准差, 分析指向偏差测量精度的变化。具体数据如表 2 所示。

在不同条件下, 当信噪比一定时, 指向偏差测量精度 RMS 值的相对误差小于 5%, 相对误差较小, 可认为测量精度保持不变, 因此通过改变光强峰值或者改变噪声起伏的方式得到所需信噪比大小, 测量到的精度是准确的。

当信噪比 $SNR=700$ 时, 已经达到了实际测量的高信噪比条件, 在此条件下单个子孔径得到的指向偏

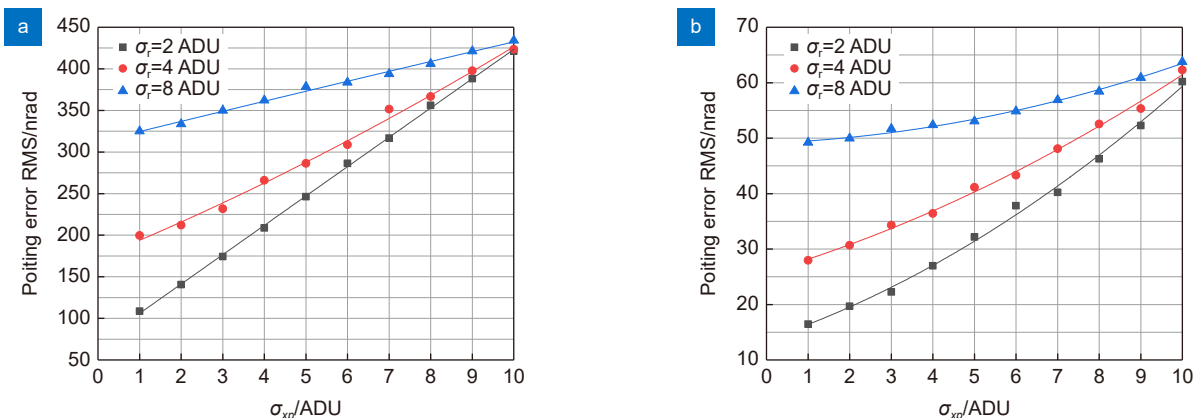


图 8 在不同读出噪声的条件下光子噪声对指向偏差测量精度的影响。(a) 采用单个子孔径的仿真分析; (b) 采用子孔径相关复用技术的仿真分析

Fig. 8 Effect of photon noise on pointing deviation measurement accuracy under different readout noise conditions. (a) Simulation analysis using a single subaperture; (b) Simulation analysis using sub-aperture related multiplexing technology

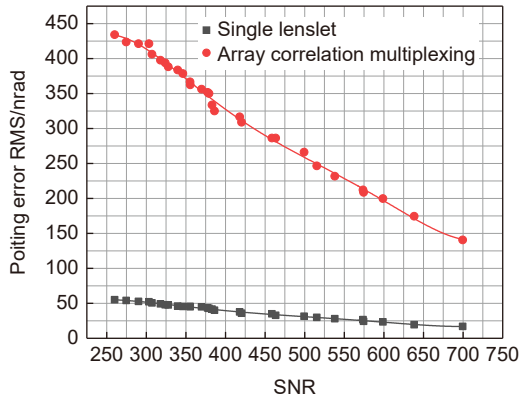


图 9 信噪比对指向偏差测量精度的影响

Fig. 9 Effect of signal-to-noise ratio on pointing deviation measurement accuracy

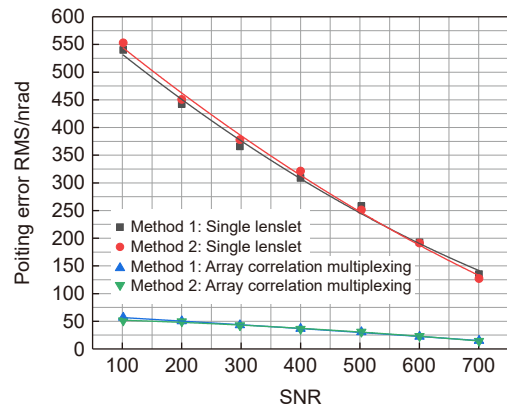


图 10 信噪比对指向偏差测量精度的影响

Fig. 10 Effect of signal-to-noise ratio on pointing deviation measurement accuracy

表 2 信噪比对指向偏差测量精度的影响分析

Table 2 Analysis of the influence of signal-to-noise ratio on pointing deviation measurement accuracy

光强大小(ADU)	3600	3200	3000	2600	2000
噪声标准差(ADU)	5.15	4.58	4.28	3.71	2.85
信噪比SNR	699.815	699.029	700.934	700.808	701.754
指向偏差测量精度(nrad)	135.459	135.394	135.448	135.563	135.698
与第一组数据的误差(nard)	/	0.023804	0.02972	0.14467	0.28003
相对误差	/	0.000176	0.000219	0.001068	0.002067

差测量精度约为 135.42 nrad, 经过子孔径相关复用技术对精度的提升作用, 测量精度约为 18.81 nrad。最后, 根据星载望远镜的光学放大作用, 光束从入瞳处 $D=\Phi 300\text{ mm}$ 入射口径缩束到出瞳处约 $d=\Phi 10\text{ mm}$, 产生的角放大倍率约为 30 倍, 对应指向偏差测量精度约为 0.62 nrad。

4 结论与讨论

本文针对星载望远镜指向偏差高精度传感器研制需求, 提出基于哈特曼传感器的测量指向偏差方案, 为空间引力波探测器研制提供地面指向偏差测量参考和基准。通过分析单个因素对指向偏差测量精度的影响, 得到各因素对测量精度的影响机理; 其次, 通过单个子孔径和子孔径相关复用技术的对比分析, 验证了子孔径相关复用对提高测量精度的有效性。采用空间序列多子孔径相关复用技术, 对随机噪声进行有效抑制, 减小噪声对测量精度的影响, 指向偏差测量精度可以达到 18.81 nrad 的高精度要求。根据星载望远镜光学放大作用, 角放大倍率约为 30 倍, 对应指向偏差测量精度约为 0.62 nrad, 该设计精度优于引力波指向偏差地面测量的 1 nrad 对比精度需求。但由于在

实际测试环境过程中, 外界各种因素扰动会导致实际测量精度有所下降, 因此本方案设计精度留有数倍的余量, 用于弥补外部因素导致的精度下降。

本文的研究探索了提高引力波指向偏差测量精度的新方法, 通过采用基于哈特曼的指向偏差测量, 在子孔径相关复用的作用下, 能够显著提升星载望远镜指向偏差的测量精度。然而, 本文的研究没有在频率范围内进行, 空间引力波探测对指向稳定性的高精度要求, 确保其在 1 mHz ~ 0.1 Hz 的低频范围内对引力波的探测无影响。由于引力波随时间变化并且受低频条件的限制, 需要在特定频率范围内验证激光指向偏差的长时间稳定性, 通过采用频谱分析仪、可调至带宽滤波器或相应频率的激励信号等方式得到低频范围内的激光信号, 以 1 mHz 频率为基准, 至少在 1000 s 的时间内采集光斑信号, 分析低频信号的激光指向稳定性, 未来将在此思路的基础上对指向偏差测量进行深入研究。

参考文献

- [1] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, 116(6): 061102.
- [2] Danzmann K, The LISA Study Team. LISA: laser interferometer

- space antenna for gravitational wave measurements[J]. *Class Quantum Grav*, 1996, **13**(11A): A247–A250.
- [3] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Class Quantum Grav*, 2016, **33**(3): 035010.
- [4] Ruan W H, Guo Z K, Cai R G, et al. Taiji program: gravitational-wave sources[J]. *Int J Mod Phys A*, 2020, **35**(17): 2050075.
- [5] Luo Z R, Bai S, Bian X, et al. Gravitational wave detection by space laser interferometry[J]. *Adv Mechan*, 2013, **43**(4): 415–447.
罗子人, 白珊, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. *力学进展*, 2013, **43**(4): 415–447.
- [6] Wang X Y, Bai S J, Zhang Q, et al. Research progress of telescopes for space-based gravitational wave missions[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, **50**(11): 230219.
王小勇, 白绍竣, 张倩, 等. 空间引力波探测望远镜研究进展[J]. *光电工程*, 2023, **50**(11): 230219.
- [7] Sasso C P, Mana G, Mottini S. Coupling of wavefront errors and jitter in the LISA interferometer: far-field propagation[J]. *Class Quantum Grav*, 2018, **35**(18): 185013.
- [8] Zhao X, Liu Y Q, Tong S F. Line-of-sight initial alignment model and test in dynamic space laser communication[J]. *Chin J Lasers*, 2014, **41**(5): 0505009.
赵馨, 刘云清, 佟雪峰. 动态空间激光通信系统视轴初始指向建模及验证[J]. *中国激光*, 2014, **41**(5): 0505009.
- [9] Xue X Y, Gao Y G, Han G Y, et al. Correction of laser pointing error of level mounting laser transmitter system[J]. *Opt Precis Eng*, 2011, **19**(3): 536–544.
薛向尧, 高云国, 韩光宇, 等. 水平式激光发射系统指向误差的修正[J]. *光学精密工程*, 2011, **19**(3): 536–544.
- [10] Hechenblaikner G. Measurement of the absolute wavefront curvature radius in a heterodyne interferometer[J]. *J Opt Soc Am A*, 2010, **27**(9): 2078–2083.
- [11] Sheard B S, Heinzel G, Danzmann K, et al. Intersatellite laser ranging instrument for the GRACE Follow-on mission[J]. *J Geod*, 2012, **86**(12): 1083–1095.
- [12] Dong Y H. Inter-satellite interferometry: fine pointing and weak-light phase-locking techniques for space gravitational wave observatory[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015.
董玉辉. 面向空间激光干涉引力波探测的精密指向和弱光锁相控制技术的研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015.
- [13] Gao R H, Wang Y K, Cui Z, et al. On-ground demonstration of laser-link construction for space-based detection of gravitational waves[J]. *Opt Lasers Eng*, 2023, **160**: 107287.
- [14] Irwan R, Lane R G. Analysis of optimal centroid estimation applied to Shack-Hartmann sensing[J]. *Appl Opt*, 1999, **38**(32): 6737–6743.
- [15] Xia A L, Ma C W. Method for improving wavefront detection accuracy based on high moment[J]. *Infrared Laser Eng*, 2012, **41**(2): 472–477.
夏爱利, 马彩文. 提高波前探测精度的高阶矩方法[J]. *红外与激光工程*, 2012, **41**(2): 472–477.
- [16] Rha J, Voelz D G, Giles M K. Reconfigurable Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. *Opt Eng*, 2004, **43**(1): 251–256.
- [17] Shen F, Jiang W H. Spatial sorting algorithm of the extended target edged data[J]. *Opto-Electron Eng*, 1997, **24**(3): 1–8.
沈锋, 姜文汉. 提高Hartmann波前传感器质心探测精度的阈值方法[J]. *光电工程*, 1997, **24**(3): 1–8.
- [18] Jiang W H, Xian H, Shen F. Detecting error of shack-Hartmann Wavefront sensor[J]. *Chin J Quantum Electron*, 1998, **15**(2): 218–227.
姜文汉, 鲜浩, 沈锋. 夏克-哈特曼波前传感器的探测误差[J]. *量子电子学报*, 1998, **15**(2): 218–227.
- [19] Cao G R. Accuracy analysis of a Hartmann-Shack wavefront sensor operated with a faint object[J]. *Opt Eng*, 1994, **33**(7): 2331–2335.
- [20] Ma X Y, Rao C H, Zheng H Q. Error analysis of CCD-based point source centroid computation under the background light[J]. *Opt Express*, 2009, **17**(10): 8525–8541.
- [21] Wang S H, Hu M F, Chen Z P. Noise analysis and the study of SNR model on the astronomical CCD camera[J]. *Semicond Optoelectron*, 2007, **28**(5): 731–734.
王书宏, 胡谋法, 陈曾平. 天文CCD相机的噪声分析与信噪比模型的研究[J]. *半导体光电*, 2007, **28**(5): 731–734.
- [22] Wei X Y, Song Q L, Yang J S, et al. Research on wavefront measurement technology of space-based telescope using Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, **50**(11): 230215.
位希雅, 宋奇林, 杨金生, 等. 基于夏克-哈特曼传感器的星载望远镜波前测量技术研究[J]. *光电工程*, 2023, **50**(11): 230215.
- [23] Guo T, Zhang B, Gu N T, et al. Research on polarization Hartmann Wavefront detection technology[J]. *Opto-Electron Eng*, 2021, **48**(7): 210076.
郭庭, 张彬, 顾乃庭, 等. 偏振哈特曼波前探测技术研究[J]. *光电工程*, 2021, **48**(7): 210076.
- [24] Li X X. Research on Subspots localization algorithms of point-source shack-Hartmann sensor under low signal-to-noise ratio conditions[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2018.
李旭旭. 低信噪比下点源目标哈特曼传感器的子光斑定位算法研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2018.

作者简介



宋奇林(2002-), 男, 硕士研究生, 主要从事哈特曼波前传感器的相关算法以及指向偏差高精度测量等工作, 参与国家重点研发计划“引力波探测”重点专项。

E-mail: songqilin2002@163.com



【通信作者】顾乃庭(1984-), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 国家优秀青年基金获得者, 主要从事高分辨力成像技术, 光学望远镜、光场探测及偏振成像技术研究和系统研制, 承担包括国家重点研发计划、国家自然科学基金和装备研制等多项国家级项目研究和系统研制任务。

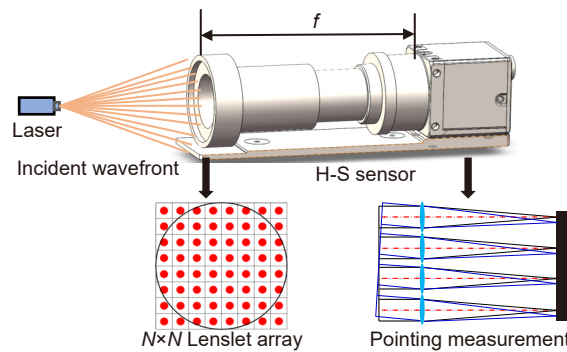
E-mail: gnt7328@163.com



扫描二维码, 获取PDF全文

High-precision ground measurement technology research for measuring pointing deviation in space-based gravitational wave detection telescopes

Song Qilin^{1,2,3,4}, Li Yang^{1,3,4}, Zhou Ziyi^{1,3,4}, Xiao Yawei^{1,2,3,4}, Yang Jinsheng^{1,3,4},
Huang Linhai^{1,2,3,4}, Gu Naiting^{1,2,3,4*}, Rao Changhui^{1,2,3,4}



Pointing deviation measurement based on array correlation multiplexing of Hartmann sensors

Overview: Since the groundbreaking discovery of gravitational waves, the scientific community has fervently pursued the exploration of low-frequency gravitational waves to glean deeper insights into the cosmos. The inherent limitations of ground-based conditions, however, pose formidable challenges for detectors in capturing gravitational waves below the 1 Hz threshold. Consequently, the imperative has shifted toward the deployment of space-based gravitational wave detectors as the paramount solution for effective low-frequency gravitational wave detection. At the crux of space-based gravitational wave detection lies the pivotal role of spaceborne telescopes. Given the expansive transmission distances spanning magnitudes of 10^9 m between celestial constellations, the demand for nanoradian-level precision in telescope pointing accuracy becomes non-negotiable. The concomitant necessity for high-precision measurements and calibration emerges as a prerequisite for achieving the exacting standards of pointing accuracy in spaceborne telescopes dedicated to gravitational wave detection. To ameliorate the deleterious effects of pointing deviations on gravitational wave detection, this study strategically optimizes key parameters, including microlens structures, detector selection, and algorithmic frameworks, thereby achieving a breakthrough in high-precision pointing deviation measurements. Leveraging a low-density microlens array with extended sub-aperture focal lengths enhances the spatial scale of the light spot within each sub-aperture. This, coupled with detectors boasting a high signal-to-noise ratio, synergistically elevates the pointing detection accuracy of each discrete lens. Moreover, the paper introduces an innovative, Hartmann principle-based methodology for high-precision pointing deviation measurements, deploying a spatially reused paradigm across multiple sub-apertures. By aggregating measurement results from diverse sub-apertures, the approach effectively mitigates the influence of assorted random errors on measurement accuracy, thereby markedly enhancing the precision of pointing deviation measurements. Illustrating the efficacy of these methodologies, the paper exemplifies their application within the ambit of the "Tianqin Plan" for space-based gravitational wave detection. Employing numerical simulations and factoring in the design parameters of the Hartmann sensor, the study performs a meticulous analysis of pointing deviation measurement accuracy. Comparative analysis between single sub-aperture and sub-aperture correlation reuse technologies reveals a compelling enhancement in measurement accuracy, approximating a sevenfold

Foundation item: Project supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFC2202200, 2021YFC2202204), and National Natural Science Foundation of China (12022308, 12293031)

¹National Laboratory on Adaptive Optics, Chengdu, Sichuan 610209, China; ²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China; ⁴Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

* E-mail: gnt7328@163.com

improvement with the latter. The pointing deviation measurement accuracy achieved through sub-aperture correlation reuse technology is quantified at approximately 18.81 nanoradians. Considering the optical magnification inherent in spaceborne telescopes, estimated at around 30 times, the resultant pointing deviation measurement accuracy reaches an impressive 0.62 nanoradians. This design precision significantly surpasses the stipulated 1 nanoradian accuracy requirement for ground-based gravitational wave pointing deviation measurements. As a prudential measure, the proposed design incorporates a substantial margin to accommodate potential accuracy diminution attributable to external perturbations during empirical testing.

Song Q L, Li Y, Zhou Z Y, et al. High-precision ground measurement technology research for measuring pointing deviation in space-based gravitational wave detection telescopes[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230234; DOI: [10.12086/oe.2024.230234](https://doi.org/10.12086/oe.2024.230234)