

# 光电工程

## Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊  
Scopus CSCD

### 低秩先验的相位差法太阳图像重建

王帅, 鲍华, 何春元, 荣会钦, 李淑琪, 侯佳林, 饶长辉

#### 引用本文:

王帅, 鲍华, 何春元, 等. 低秩先验的相位差法太阳图像重建[J]. *光电工程*, 2023, 50(6): 220208.

Wang S, Bao H, He C Y, et al. Solar image reconstruction by phase diversity with low rank prior[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(6): 220208.

<https://doi.org/10.12086/oe.2023.220208>

收稿日期: 2022-08-28; 修改日期: 2023-02-07; 录用日期: 2023-02-15

### 相关论文

#### 二阶广义总变分约束的太阳图像多帧盲解卷积

王帅, 何春元, 荣会钦, 鲍华, 侯佳林, 饶长辉

*光电工程* 2023, 50(2): 220207 doi: [10.12086/oe.2023.220207](https://doi.org/10.12086/oe.2023.220207)

#### 一种层次化的太阳黑子快速自动识别方法

赵梓良, 刘家真, 胡真, 贾彦灏, 王越, 李青苇, 赵泽洋, 刘洋毅

*光电工程* 2020, 47(7): 190342 doi: [10.12086/oe.2020.190342](https://doi.org/10.12086/oe.2020.190342)

#### 太阳自适应光学技术进展

饶长辉, 朱磊, 张兰强, 饶学军, 鲍华, 孔林, 郭友明, 钟立波, 马学安, 李梅, 王成, 张小军, 樊新龙, 王晓云, 凡木文, 陈东红, 冯忠毅

*光电工程* 2018, 45(3): 170733 doi: [10.12086/oe.2018.170733](https://doi.org/10.12086/oe.2018.170733)

更多相关论文见光电期刊集群网站 



光电工程  
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



 OE\_Journal



Website



DOI: 10.12086/oe.2023.220208

## 低秩先验的相位差法 太阳图像重建

王帅<sup>1,2,3,4</sup>, 鲍华<sup>1,3\*</sup>, 何春元<sup>2,4</sup>,  
荣会钦<sup>2,4</sup>, 李淑琪<sup>1,3,5</sup>, 侯佳林<sup>6</sup>, 饶长辉<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

<sup>2</sup>电子科技大学长三角研究院(衢州), 浙江 衢州 324003;

<sup>3</sup>中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

<sup>4</sup>电子科技大学, 四川 成都 611731;

<sup>5</sup>中国科学院大学, 北京 100049;

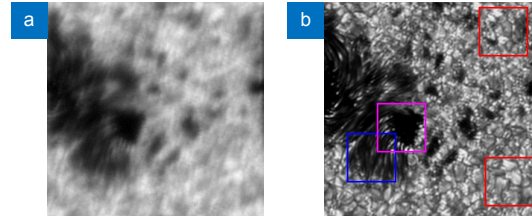
<sup>6</sup>66389 部队, 河南 郑州 450000

**摘要:** 相位差法是常用的图像事后重建方法之一。为提高相位差法对太阳图像重建的鲁棒性, 本文提出了基于低秩先验的改进的相位差法, 即引入了图像核范数正则化到相位差模型中, 并分别利用半二次分裂方法和 BFGS 求解图像子模型和相位子模型。在仿真退化的焦面和离焦面太阳图像上进行重建实验与分析, 与基于 Tikhonov 正则化的经典相位差法相比, 在无噪声和有噪声情况下基于低秩先验的相位差法在主观视觉效果和客观指标上均能够提高波前相位估计的精度, 提高重建图像的质量。

**关键词:** 相位差法; 低秩先验; 太阳图像

**中图分类号:** TN911.73

**文献标志码:** A



王帅, 鲍华, 何春元, 等. 低秩先验的相位差法太阳图像重建 [J]. 光电工程, 2023, 50(6): 220208

Wang S, Bao H, He C Y, et al. Solar image reconstruction by phase diversity with low rank prior[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(6): 220208

## Solar image reconstruction by phase diversity with low rank prior

Wang Shuai<sup>1,2,3,4</sup>, Bao Hua<sup>1,3\*</sup>, He Chunyuan<sup>2,4</sup>, Rong Huiqin<sup>2,4</sup>,  
Li Shuqi<sup>1,3,5</sup>, Hou Jialin<sup>6</sup>, Rao Changhui<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>2</sup>Yangtze Delta Region Institute of University of Electronic Science and Technology of China, Quzhou, Zhejiang 324003, China;

<sup>3</sup>Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>4</sup>University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China;

<sup>5</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>6</sup>66389 Troops, Zhengzhou, Henan 450000, China

收稿日期: 2022-08-28; 修回日期: 2023-02-07; 录用日期: 2023-02-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11727805, 11703029, 11733005)

\*通信作者: 鲍华, hbao@ioe.ac.cn。

版权所有©2023 中国科学院光电技术研究所

**Abstract:** Phase diversity is one of the commonly used image post-reconstruction methods. In order to improve the robustness of phase diversity for solar image reconstruction, this paper proposes an improved phase diversity method based on the low-rank prior, i.e., the nuclear norm regularization of the image is introduced into the phase diversity model, and the image sub-model and the phase sub-model are solved by the half-quadratic splitting method and BFGS respectively. Reconstruction experiments and analysis are carried out on the simulated degraded focused and defocused solar images. Compared with the classical phase diversity based on Tikhonov regularization, the phase diversity based on low-rank prior can improve the accuracy of wavefront phase estimation and the quality of reconstructed images in terms of subjective visual effects and objective indexes in both the noise-free and noise-included cases.

**Keywords:** phase diversity; low-rank prior; solar images

## 1 引言

大气湍流降低了地基光学望远镜的成像分辨力, 严重影响了天文观测。目前对此问题最有效的解决措施是自适应光学 (adaptive optics, AO) 技术结合图像事后重建<sup>[1]</sup>。国内外绝大多数的大口径太阳望远镜都配备了 AO 系统, 采集到的太阳 AO 图像可进一步通过盲解卷积<sup>[2]</sup>、相位差法<sup>[3-5]</sup>、斑点重建<sup>[6]</sup>或深度学习<sup>[7-9]</sup>等方法进行重建。其中, 相位差法 (phase diversity, PD) 是在成像系统中增加额外一个或多个成像通道, 利用采集到的同一目标同一时刻不同成像通道的一组图像 (通常包括焦面和离焦面图像) 以及不同通道间的相位差异估计出波前像差, 然后基于波前像差复原出目标图像。

相位差法最早由 Gonsalves 和 Chidlaw<sup>[10]</sup> 于 1979 年提出用于波前探测, 随后扩展应用到图像事后重建领域<sup>[11]</sup>。ERIM (Environmental Research Institute of Michigan) 研究团队的 Paxman<sup>[12]</sup> 等人建立了基于最大似然估计的高斯和泊松两种噪声下的 PD 模型及详细推导了模型求解过程。接着, Paxman 和 Seldin<sup>[4,13]</sup> 等人将 PD 与斑点成像技术相结合, 提出斑点相位差法 (phase-diverse speckle, PDS), 即同时采集多组焦面和离焦面上的短曝光图像进行重建, 大大改善了 PD 算法的收敛性。SVST (Swedish vacuum solar telescope) 望远镜观测与研究团队的 Löfdahl 和 Scharmer<sup>[3]</sup> 最早将 PD 技术应用于太阳图像重建, 取得了较好的效果。后来, Paxman<sup>[14]</sup> 等人分别从噪声模型、优化算法、正则化方法以及图像边界处理方式等方面阐述了上述 ERIM 和 SVST 两个研究团队对 PD 和 PDS 算法的不同实现方式, 对太阳图像的重建实验表明两者的重建结果极为相似, 并且也验证了 PDS 的效果明显优

于 PD。Vogel<sup>[15]</sup> 等人利用正则化提升 PD 模型的稳定性, 并提出了快速数值解法, 有效地提高了算法的运算速度。Löfdahl<sup>[16]</sup> 等人结合波前相位系数的线性等式约束, 将 (斑点) 相位差法认为是一种多帧盲解卷积方法。Van Noort<sup>[17]</sup> 等人进一步拓展了 Löfdahl 的工作, 提出可应用于不同波段成像的多目标多帧盲解卷积 (multi-object multi-frame blind deconvolution, MOMFBD) 方法, 并应用在太阳图像的重建中。Wu<sup>[18]</sup> 等人提出基于稀疏正则化的 PD 算法, 即利用基于非局部中心化稀疏表示 (nonlocal centralized sparse representation, NCSR) 的模型替换传统的基于 Tikhonov 正则化模型求解图像, 提高了图像重建质量。另外, 最近几年, 深度学习方法也越来越多地应用到 PD 中, 不需要迭代优化算法求解模型, 而是利用神经网络实现图像和波前相位之间的非线性映射<sup>[19-23]</sup>。

相位差法实质上是一种约束性更强的多通道盲解卷积方法<sup>[16]</sup>, 具有更高的可靠性。但传统的相位差法易受噪声和初始值等因素影响, 使优化过程陷入局部极值, 甚至导致重建图像包含大量振铃伪影, 鲁棒性较差。对于此问题, 常见的解决方法是利用多组图像进行相位差法重建, 即斑点相位差法。该类方法利用多组图像之间高频信息互补减弱图像噪声和算法迭代过程中相位估计误差的影响。然而在实际中的某些情况下, 目标保持不变的多组图像不便于获得, 因此难以应用斑点相位差法。为了提高单组相位差法的鲁棒性, 受鲁棒主成分分析领域广泛应用的低秩先验启发, 本文提出了基于低秩先验的改进的相位差法, 并利用半二次分裂方法求解新的图像子模型, 利用 BFGS 方法求解相位子模型。实验采用仿真退化的焦面和离焦面太阳图像验证了本文算法的有效性。

## 2 基于低秩先验的相位差法

### 2.1 相位差法图像重建原理

如图 1 所示, 相位差法要求在成像系统中设置两个或两个以上的成像通道, 为了不增加系统的复杂性, 最常见的是设置焦面和离焦面两个通道。目标发出的光经过大气扰动后进入望远镜成像系统中, 在分束器作用下, 目标在焦面和离焦面通道中的 CCD 相机上同时成像, 分别得到焦面图像和离焦面图像。

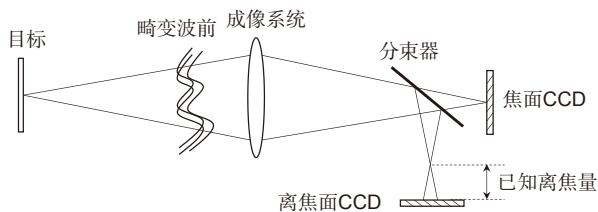


图 1 相位差成像通道示意图

Fig. 1 Schematic diagram of phase diversity imaging channels

图像的线性空不变退化模型可表示为

$$g_i = f * h_i + n_i, \quad (1)$$

其中:  $g_i$ 、 $h_i$ 和 $n_i$ 分别为第  $i$  ( $1 \leq i \leq K$ ) 个成像通道观测到的退化图像、点扩散函数 (point spread function, PSF) 和加性噪声,  $f$ 为原始目标图像。在图像重建时, 由于 $h_i$ 和 $n_i$ 未知, 未知数个数大于方程个数, 因此图像重建具有严重的病态性。

在光学系统成像中, PSF 与波前相位存在着如下关系:

$$h_i = |\mathcal{F}(P_i)|^2 = |\mathcal{F}[A \exp(j\phi_i)]|^2, \quad (2)$$

其中:  $\mathcal{F}(\cdot)$ 表示傅里叶变换,  $P_i$ 和 $\phi_i$ 分别为第  $i$  个成像通道的广义光瞳函数和波前相位,  $A$ 为孔径函数,  $j$ 为虚数单位。通常, 波前相位又可表示为 Zernike 多项式的线性组合, 且在相位差成像系统中, 存在如下关系:

$$\phi_i = \begin{cases} \sum_{l=1}^N \alpha_l Z_l, & i = 1 \\ \phi_1 + \theta_i & i > 1 \end{cases}, \quad (3)$$

其中:  $\phi_1$ 为焦面通道的波前相位,  $Z_l$ 为第  $l$  项 Zernike 多项式,  $\alpha_l$ 为该项的系数,  $\theta_i$ 为第  $i$  个成像通道的离焦像差。

根据图像退化模型 (1), 若噪声服从高斯分布, 基于最大似然估计, 可建立图像重建模型如下:

$$\min_{f, \{h_i\}} \sum_{i=1}^K \|f * h_i - g_i\|_2^2. \quad (4)$$

根据 Parseval 定理和卷积定理, 式 (4) 可等价转化为

$$\min_{F, \{H_i\}} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2, \quad (5)$$

其中:  $F$ 、 $H_i$ 和 $G_i$ 分别为  $f$ 、 $h_i$ 和 $g_i$ 的傅里叶变换。由式 (2) 和 (3), 关于变量  $F$  和  $\{H_i\}$  的模型 (5) 可转化为关于变量  $F$  和 Zernike 多项式系数向量  $\alpha = [\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_N]$  的模型:

$$\min_{F, \alpha} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2. \quad (6)$$

可以看出, 式 (5) 中每个成像通道都对应各不相同的未知变量  $H_i$ , 而式 (6) 中每个成像通道都对应一个共同的未知变量  $\alpha$ , 且一般矩阵  $H_i$  的维度远大于向量  $\alpha$ , 因此图像重建问题的病态性将降低, 利用相位差法可以提高图像重建的稳定性、可靠性。当向式 (6) 中加入简单的 Tikhonov 正则化时, 可以进一步提高重建过程的稳定性, 即

$$\min_{F, \alpha} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2 + \gamma \|F\|_2^2, \quad (7)$$

其中:  $\gamma$ 为 Tikhonov 正则项权重参数。

式 (7) 的求解可利用交替最小化方法, 即分别固定  $\alpha$  和  $F$ , 可分别得到图像子模型和相位子模型:

$$\min_F \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2 + \gamma \|F\|_2^2, \quad (8)$$

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2. \quad (9)$$

对于式 (8), 求解时可令导数为 0, 得到

$$F = \frac{\sum_{i=1}^K G_i H_i^*}{\sum_{i=1}^K |H_i|^2 + \gamma}, \quad (10)$$

式 (10) 即为基于维纳滤波的目标图像估计。可以发现式 (7) 中 Tikhonov 正则化的实质即是使得式 (10) 的分母加上常数  $\gamma$ , 防止分母为 0。对于式 (9), 可利用求解无约束最优化问题的代表性方法 BFGS 求解。将式 (10) 代入 (9) 可知图像子模型 (8) 和相位子模型 (9) 的交替求解等价于最优化模型:

$$\min_{\alpha} \sum_{(u,v)} \left[ \sum_{i=1}^K |G_i|^2 - \frac{\left| \sum_{i=1}^K G_i H_i^* \right|^2}{\sum_{i=1}^K |H_i|^2 + \gamma} \right], \quad (11)$$

其中:  $(u, v)$  为矩阵元素坐标。

### 2.2 基于低秩先验的相位差模型与算法

上述经典相位差法在当噪声较强或者在(初始)波前相位/PSF与真实值相差太大的情况下, 将导致迭代过程中求解出的图像包含大量振铃伪影, 即包含了过多的错误成分, 这又将导致下一步求解的波前相位/PSF偏离真实值。图像、波前相位/PSF的交替迭代会使得误差被传递和放大, 问题进一步恶化, 算法迭代过程会收敛到局部极值, 而难以收敛到全局最优值, 最终的重建图像也与原始目标图像相差较大。

针对上述问题, 本文采取的改进策略是引入能够抑制图像中噪声和振铃伪影的图像正则化项到相位差模型中。当焦面和离焦面图像的噪声较强或者波前相位/PSF估计偏离真实值时, 利用新的图像子模型在迭代过程中求解图像, 在一定程度上抑制图像中振铃伪影的产生, 尽可能控制误差的放大, 使得迭代过程在正确轨迹上。通过对上述问题分析, 关键问题则回到如何建立正则化模型上。受到鲁棒主成分分析领域广泛应用的低秩先验(low rank prior)启发, 原始目标图像的行或列具有强相关性, 即原始目标图像存在数据冗余, 具有低秩特性, 而噪声和振铃伪影属于干扰成分, 它们的出现会破坏原本图像的低秩特性<sup>[24-25]</sup>。因此, 基于图像的低秩先验, 本文建立相位差图像重建模型如下:

$$\min_{F, \alpha} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2 + \lambda K \|\mathcal{F}^{-1}(F)\|_*, \quad (12)$$

其中:  $\lambda$ 为低秩正则项权重参数,  $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 表示傅里叶逆变换,  $\|\cdot\|_*$ 表示矩阵的核范数, 即 $\|L\|_* = \sum_i \sigma_i(L) = \text{Tr}(\sqrt{L^T L})$ ,  $\sigma_i$ 为矩阵 $L$ 的第 $i$ 个奇异值。

式(12)同样可利用交替最小化方法求解, 分别固定变量 $F$ 和 $\alpha$ , 可得到关于 $\alpha$ 和 $F$ 的子模型:

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2, \quad (13)$$

$$\min_F \sum_{i=1}^K \|FH_i - G_i\|_2^2 + \lambda K \|\mathcal{F}^{-1}(F)\|_*. \quad (14)$$

此处相位子模型(13)与2.1节中的相位子模型(9)相同, 可同样利用BFGS方法求解。下面重点介绍图像子模型(14)的求解过程。

为便于求解, 将式(14)等价转化为

$$\min_f \sum_{i=1}^K \|f * h_i - g_i\|_2^2 + \lambda K \|f\|_*. \quad (15)$$

利用半二次分裂方法<sup>[26-27]</sup>引入辅助变量 $w$ , 令 $w = f$ , 式(15)又可转化为

$$\min_{f, w} \sum_{i=1}^K \|f * h_i - g_i\|_2^2 + \lambda K \|w\|_* + \mu K \|f - w\|_2^2, \quad (16)$$

其中:  $\mu$ 是可更新的惩罚参数, 当 $\mu$ 足够大时, 式(16)的解将趋近式(15)的解。

由模型(16), 固定 $f$ 时, 可得到关于 $w$ 的子模型, 即

$$\min_w \lambda \|w\|_* + \mu \|f - w\|_2^2. \quad (17)$$

模型(17)可由奇异值的软阈值方法求解<sup>[28]</sup>。若 $f$ 的奇异值分解(singular value decomposition, SVD)为 $f = U \Sigma V^T$ ,  $\Sigma = \text{diag}(\{\sigma_i\})$ , 则

$$w = U S_{\lambda/2\mu}(\Sigma) V^T, \quad (18)$$

其中:  $S_{\lambda/2\mu}(\Sigma)$ 为奇异值收缩算子, 即 $S_{\lambda/2\mu}(\Sigma)_{ii} = \max(\sigma_i - \lambda/2\mu, 0)$ 。

由模型(16), 固定 $w$ 时, 可得到关于 $f$ 的子模型, 即

$$\min_f \sum_{i=1}^K \|f * h_i - g_i\|_2^2 + \mu K \|f - w\|_2^2, \quad (19)$$

假设 $f$ 满足周期性边界条件, 则可结合快速傅里叶变换得到

$$F = \frac{\sum_{i=1}^K G_i H_i^* + \mu K W}{\sum_{i=1}^K |H_i|^2 + \mu K}. \quad (20)$$

其中:  $W$ 为 $w$ 的傅里叶变换。

综上所述, 求解图像子模型(14)的算法步骤如下:

输入: 焦面图像和离焦面图像的傅里叶变换集合 $\{G_i\}$ , 焦面和离焦面PSF的傅里叶变换集合 $\{H_i\}$ , 权重参数 $\lambda$

输出: 目标图像的傅里叶变换 $F$

- 1) 设置迭代参数:  $\mu_{inc}$ 、 $\mu_{max}$ ;
- 2) 初始化:  $f$ 、 $\mu$ ;
- 3) while  $\mu < \mu_{max}$

根据式(18)计算 $w$ ;

傅里叶变换得到 $W$ ;

根据式(20)计算 $F$ ;

傅里叶逆变换得到 $f$ ;

$\mu = \mu_{inc} \times \mu$

end

### 3 实验结果与分析

本节利用 Zernike 多项式法仿真生成焦面和离焦面太阳图像进行重建实验, 图像大小为  $360 \times 360$  像素, 成像通道数  $K$  为 2, Zernike 多项式项数为 105。为验证本文提出算法的有效性, 对基于 Tikhonov 正则化的经典相位差法 (简记为 Tikhonov) 和基于低秩先验的相位差法 (简记为 LR) 实验结果进行对比分析。对于实验结果, 利用波前相位的均方根误差 (RMSE, 单位: 波长) 作为波前相位估计精度的评价指标, 利用重建图像的峰值信噪比 (PSNR, 单位: dB)、结构相似性 (SSIM) 作为重建图像质量的评价指标。

#### 3.1 无噪声情况

在无噪声情况下, 仿真结果如图 2 所示, 其中图 2(a) 为原始目标图像, 图 2(b) 和 2(c) 分别为焦面和离焦面太阳图像, 图 2(d) 为焦面波前相位, 图 2(e) 和 2(f) 分别为焦面和离焦面对应的 PSF。 $\gamma$  和  $\lambda$  均设为  $1 \times 10^{-3}$ ,  $\mu_{inc}$  和  $\mu_{max}$  分别设为 2 和  $2^6$ 。基于 Tikhonov 正则化的经典相位差法和基于低秩先验的相位差法重建结果如图 3 所示。其中图 3(a) 为重建图像, 矩形框标出的米粒、半影、本影区域的重建细节对比如图 4 所示, 图 3(b) 和 3(c) 分别为估计的焦面和离焦面 PSF, 图 3(d) 和 3(e) 分别为估计的焦面波前相位和残余波前相位误差。估计的波前相位精度和重建图像质量评价结果如表 1 所示。

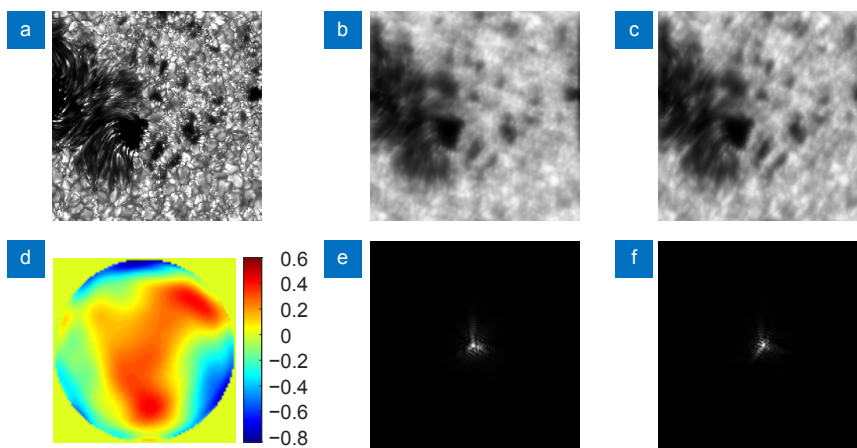


图 2 仿真结果。(a) 原始目标图像; (b) 焦面图像; (c) 离焦面图像; (d) 焦面波前相位 (rad); (e) 焦面 PSF; (f) 离焦面 PSF

Fig. 2 Simulation results. (a) Original object image; (b) Focused image; (c) Defocused image; (d) Wavefront phase of focused image (rad); (e) PSF of focused image; (f) PSF of defocused image

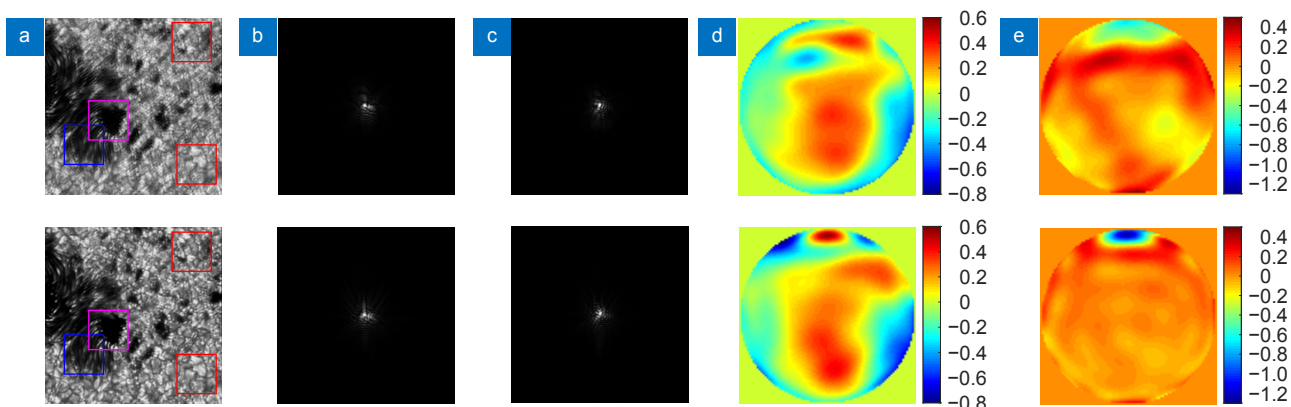


图 3 图像重建结果。第一行: Tikhonov; 第二行: LR。(a) 列: 重建图像; (b) 列: 估计的焦面 PSF; (c) 列: 估计的离焦面 PSF; (d) 列: 估计的焦面波前相位 (rad); (e) 列: 残余波前相位误差 (rad)

Fig. 3 Reconstruction results. Top line: Tikhonov; Bottom line: LR. (a) Column: reconstructed image; (b) Column: estimated PSF of focused image; (c) Column: estimated PSF of defocused image; (d) Column: estimated wavefront phase of focused image (rad); (e) Column: residual wavefront phase error (rad)

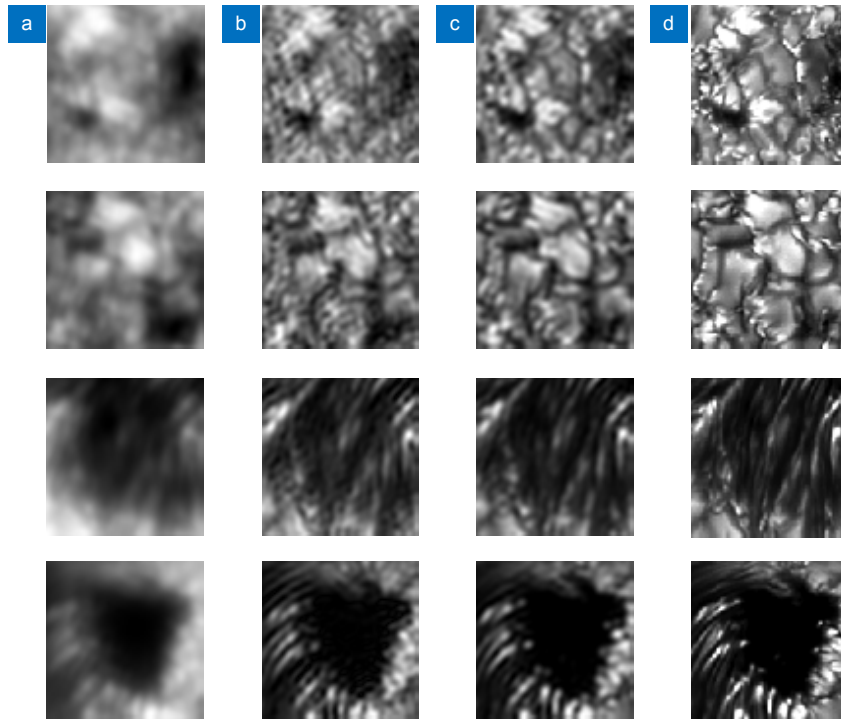


图 4 图像子区域重建结果。(a) 列: 焦面图像; (b) 列: Tikhonov; (c) 列: LR; (d) 列: 原始目标图像

Fig. 4 Image subregion reconstruction results. (a) Column: focused image; (b) Column: Tikhonov; (c) Column: LR; (d) Column: original object image

表 1 无噪声情况下重建结果定量评价

Table 1 Quantitative evaluation of reconstruction results in the noise-free case

	RMSE/波长	PSNR/dB	SSIM
焦面图像	/	13.91	0.2166
Tikhonov	0.1756	18.54	0.5200
LR	<b>0.1494</b>	<b>20.45</b>	<b>0.7494</b>

从图 3 和图 4 可以看到, 经典相位差法重建图像包含较多振铃伪影, 由于米粒组织区域纹理细节丰富, 伪影的影响更加严重。而基于低秩先验的相位差法重建图像消除了绝大多数振铃伪影, 图像质量得到较大改善。另外, 从表 1 可以看到相比于经典相位差法, 基于低秩先验的相位差法波前相位估计的 RMSE 明显减小, 且重建图像的 PSNR 和 SSIM 明显提高, 表明在无噪声情况下, 基于低秩先验的相位差法能够提高波前相位估计的精确性, 得到更好的重建图像。

### 3.2 有噪声情况

在加入均值为 0, 方差  $4 \times 10^{-4}$  的高斯噪声情况下, 仿真结果如图 5 所示, 其中图 5(a) 为原始目标图像, 图 5(b) 和 5(c) 分别为焦面和离焦面太阳图像, 图 5(d) 为焦面波前相位, 图 5(e) 和 5(f) 分别为焦面和离焦面对应的 PSF。γ 和 λ 均增大为  $2 \times 10^{-3}$ , 其它

参数保持不变。基于 Tikhonov 正则化的经典相位差法和基于低秩先验的相位差法重建结果如图 6 所示。其中图 6(a) 为重建图像, 矩形框标出的米粒、半影、本影区域的重建细节对比如图 7 所示, 图 6(b) 和 6(c) 分别为估计的焦面和离焦面 PSF, 图 6(d) 和 6(e) 分别为估计的焦面波前相位和残余波前相位误差。估计的波前相位精度和重建图像质量评价结果如表 2 所示。

从图 6 和图 7 可以看到, 在噪声较强的情况下, 经典相位差法重建图像包含大量振铃伪影, 米粒、半影区域的图像结构纹理已难以辨别。而基于低秩先验的相位差法重建图像对振铃伪影起到了较大地抑制作用, 图像中主要的结构较好地实现了复原, 然而受噪声影响, 部分纹理细节仍有一定程度的损失。从表 2 可以看到相比于经典相位差法, 基于低秩先验的相位差法波前相位估计的 RMSE 减小且重建图像的

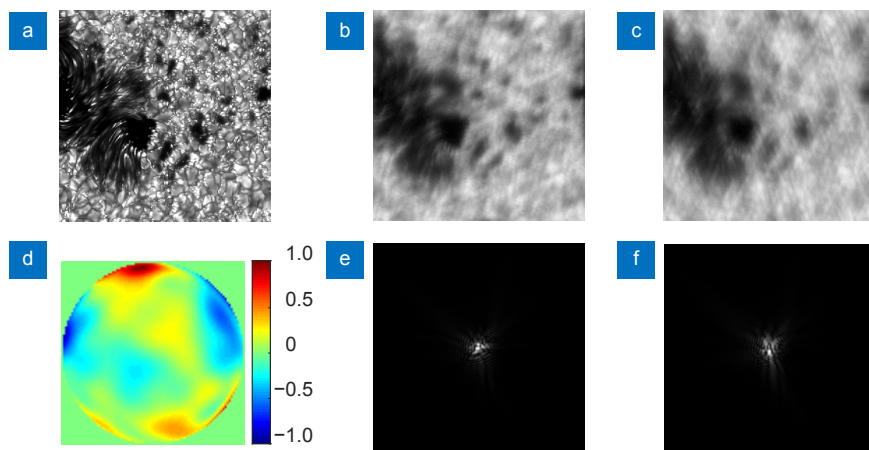


图 5 仿真结果。(a) 原始目标图像; (b) 焦面图像; (c) 离焦面图像;  
(d) 焦面波前相位 (rad); (e) 焦面 PSF; (f) 离焦面 PSF

Fig. 5 Simulation results. (a) Original object image; (b) Focused image; (c) Defocused image;  
(d) Wavefront phase of focused image; (e) PSF of focused image (rad); (f) PSF of defocused image

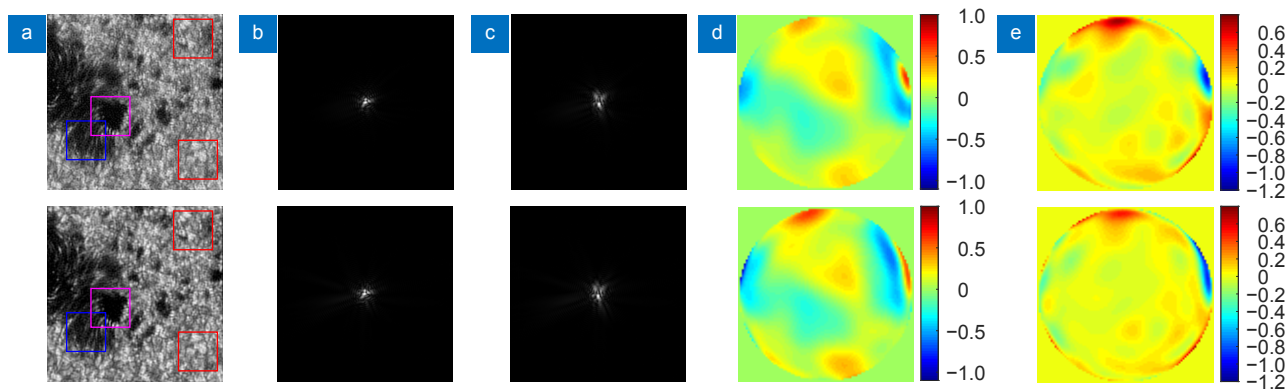


图 6 图像重建结果。第一行: Tikhonov; 第二行: LR。(a) 列: 重建图像; (b) 列: 估计的焦面 PSF;  
(c) 列: 估计的离焦面 PSF; (d) 列: 估计的焦面波前相位; (e) 列: 残余波前相位误差

Fig. 6 Reconstruction results. Top line: Tikhonov; Bottom line: LR. (a) Column: reconstructed image; (b) Column: estimated PSF of focused image; (c) Column: estimated PSF of defocused image; (d) Column: estimated wavefront phase of focused image (rad); (e) Column: residual wavefront phase error (rad)

PSNR 和 SSIM 均有提高, 表明在有噪声情况下基于低秩先验的相位差法能够提高波前相位估计的精确性, 以及提高重建图像的质量, 对噪声具有一定鲁棒性。

然而基于低秩先验的相位差法也有其局限性, 其局限性主要在于仅能在一定范围的误差 (图像中包含的噪声、振铃伪影等干扰成分, 以及波前相位中包含的错误像差成分等) 内, 逐步抑制误差并得到较清晰的迭代结果。然而当误差过大时, 基于低秩先验的相位差法也并不能完全抑制误差, 不能得到理想的重建效果。

### 3.3 参数分析

在基于低秩先验的相位差法中, 低秩正则项的权重参数  $\lambda$  在图像重建过程中起到比较关键的作用。当

权重参数太大, 即低秩正则项的作用过强时, 图像中细小的纹理也会被当作噪声和伪影受到抑制, 从而导致重建图像过于平滑, 细节模糊。然而当低秩正则项的权重参数太小, 即低秩正则项作用太弱时, 则不能对重建图像中的干扰成分产生足够的抑制作用。如图 8(a)~(c) 所示分别为不同权重参数值 ( $1 \times 10^{-5}$ 、 $1 \times 10^{-3}$  和  $1 \times 10^{-2}$ ) 的重建图像。

在实际应用中, 可根据图像纹理细节丰富程度和噪声强度进行适当调节权重参数。当图像纹理细节丰富或噪声较弱时可适当调小参数值, 当图像纹理细节少或噪声较强时可适当调大参数值, 在图像包含振铃伪影和图像过度平滑之间权衡, 使图像重建达到最佳效果。



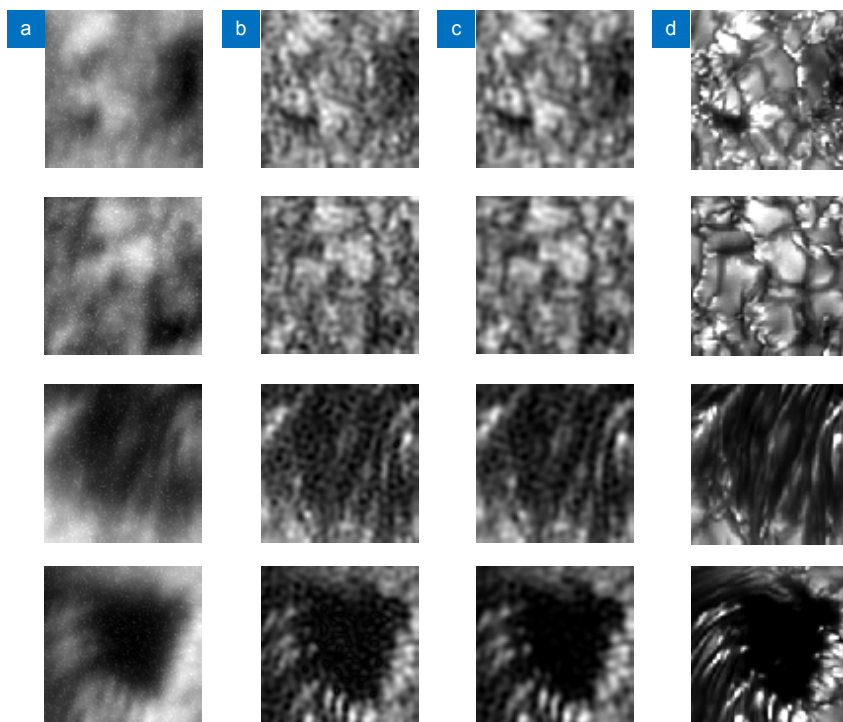


图 7 图像子区域重建结果。(a) 列: 焦面图像; (b) 列: Tikhonov; (c) 列: LR; (d) 列: 原始目标图像  
 Fig. 7 Reconstruction results of subregion. (a) Column: focused image; (b) Column: Tikhonov; (c) Column: LR; (d) Column: original object image

表 2 有噪声情况下重建结果定量评价

Table 2 Quantitative evaluation of reconstruction results in the noise-included case

	RMSE/波长	PSNR/dB	SSIM
焦面图像	/	14.72	0.2318
Tikhonov	0.1387	19.24	0.5603
LR	<b>0.1293</b>	<b>19.80</b>	<b>0.6226</b>

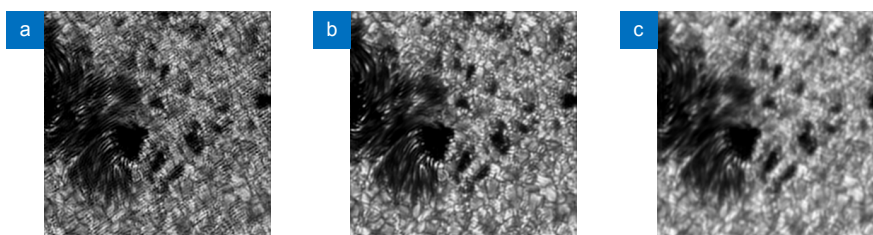


图 8 不同权重参数下的重建图像。(a)  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$ ; (b)  $\lambda = 1 \times 10^{-3}$ ; (c)  $\lambda = 1 \times 10^{-2}$   
 Fig. 8 Reconstructed images with different weight parameter values. (a)  $\lambda = 1 \times 10^{-5}$ ; (b)  $\lambda = 1 \times 10^{-3}$ ; (c)  $\lambda = 1 \times 10^{-2}$

### 3.4 收敛性分析

如图 9 所示为 3.1 和 3.2 小节中的无噪声和有噪声情况下基于 Tikhonov 正则化的经典相位差法和基于低秩先验的相位差法对应的相位子模型的目标函数迭代曲线。从图 9 可以看到, 不论是否含有噪声, 两种算法均能快速收敛。对比图 9(a)、图 9(c) 和 9(b)、

9(d) 可知在有较强噪声时, 两种算法仅能收敛到局部极值, 相较于全局最优值差距较远, 而在无噪声时两种算法能收敛得更好。并且对比图 9(a)、图 9(b) 和 9(c)、9(d) 可知, 相比于经典相位差法, 基于低秩先验的相位差法能使目标函数收敛到更低的值, 即估计的波前相位和重建的图像误差更小。

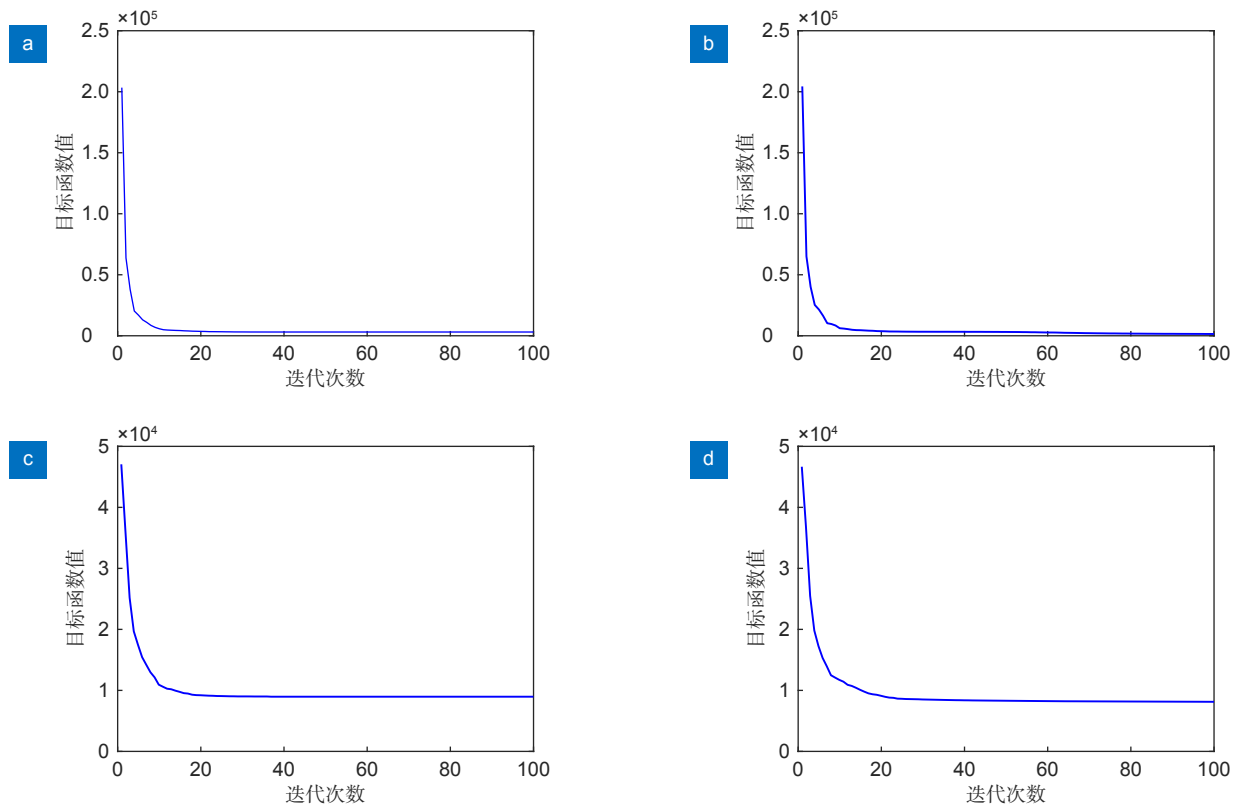


图9 相位目标函数迭代曲线。(a) 无噪声情况, Tikhonov; (b) 无噪声情况, LR;  
(c) 有噪声情况, Tikhonov; (d) 有噪声情况, LR

Fig. 9 Iteration curve of the phase objective function. (a) In the noise-free case, Tikhonov; (b) In the noise-free case, LR;  
(c) In the noise-included case, Tikhonov; (d) In the noise-included case, LR

## 4 结论

相位差法图像重建易受噪声和初始值等因素影响, 为了提高经典相位差法的鲁棒性, 本文提出了基于低秩先验的改进的相位差法, 即引入了图像核范数正则化到相位差法迭代模型中, 并利用半二次分裂方法求解新的图像子模型, 利用 BFGS 方法求解相位子模型。最后, 利用仿真的焦面和离焦面太阳图像进行重建实验, 在无噪声和有噪声情况下, 均表明本文提出的基于低秩先验的相位差法能够提高波前相位估计的精度, 提高重建图像的质量。

## 参考文献

- [1] Bao H, Rao C H, Tian Y, et al. Research progress on adaptive optical image post reconstruction[J]. *Opto-Electron Eng*, 2018, **45**(3): 170730.  
鲍华, 饶长辉, 田雨, 等. 自适应光学图像事后重建技术研究进展[J]. *光电工程*, 2018, **45**(3): 170730.
- [2] Miura N, Baba N. Segmentation-based multiframe blind deconvolution of solar images[J]. *J Opt Soc A*, 1995, **12**(9): 1858-1866.
- [3] Löfdahl M G, Scharmer G B. Wavefront sensing and image restoration from focused and defocused solar images[J]. *Astron Astrophys Suppl Ser*, 1994, **107**: 243-264.
- [4] Seldin J H, Paxman R G. Phase-diverse speckle reconstruction of solar data[J]. *Proc SPIE*, 1994, **2302**: 268-280.
- [5] Long X, Bao H, Rao C H, et al. Improved fast phase unwrapping algorithm based on parallel acceleration[J]. *Opto-Electron Eng*, 2020, **47**(12): 200111.  
龙潇, 鲍华, 饶长辉, 等. 一种并行加速改进的快速相位解包裹算法[J]. *光电工程*, 2020, **47**(12): 200111.
- [6] Von der Lühe O. Speckle imaging of solar small scale structure. I-methods[J]. *Astron Astrophys*, 1993, **268**(1): 374-390.
- [7] Ramos A A, de la Cruz Rodríguez J, Yabar A P. Real-time, multiframe, blind deconvolution of solar images[J]. *Astron Astrophys*, 2018, **620**: A73.
- [8] Wang S, Chen Q Q, He C Y, et al. Blind restoration of solar images via the channel sharing spatio-temporal network[J]. *Astron Astrophys*, 2021, **652**: A50.
- [9] Guo Y M, Zhong L B, Min L, et al. Adaptive optics based on machine learning: a review[J]. *Opto-Electron Adv*, 2022, **5**(7): 200082.
- [10] Gonsalves R A, Chidlaw R. Wavefront sensing by phase retrieval[J]. *Proc SPIE*, 1979, **207**: 32-39.
- [11] Gonsalves R A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics[J]. *Opt Eng*, 1982, **21**(5): 829.
- [12] Paxman R G, Schulz T J, Fienup J R. Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity[J]. *J Opt Soc*

- Am A*, 1992, **9**(7): 1072–1085.
- [13] Paxman R G, Seldin J H. Fine-resolution astronomical imaging with phase-diverse speckle[J]. *Proc SPIE*, 1993, **2029**: 287–298.
- [14] Paxman R G, Seldin J H, Lofdahl M G, et al. Evaluation of phase-diversity techniques for solar-image restoration[J]. *Astrophys J*, 1996, **466**: 1087.
- [15] Vogel C R, Chan T F, Plemmons R J. Fast algorithms for phase-diversity-based blind deconvolution[J]. *Proc SPIE*, 1998, **3353**: 994–1005.
- [16] Lofdahl M G. Multi-frame blind deconvolution with linear equality constraints[J]. *Proc SPIE*, 2002, **4792**: 146–155.
- [17] Van Noort M, Der Voort L R V, Löfdahl M G. Solar image restoration by use of multi-frame blind de-convolution with multiple objects and phase diversity[J]. *Sol Phys*, 2005, **228**(1): 191–215.
- [18] Wu D S, Yang C L, Zhang P G, et al. Phase diversity technique with sparse regularization in liquid crystal adaptive optics system[J]. *J Astron Telesc Instrum Syst*, 2018, **4**(4): 049007.
- [19] Guo H Y, Xu Y J, Li Q, et al. Improved machine learning approach for wavefront sensing[J]. *Sensors*, 2019, **19**(16): 3533.
- [20] Ma H M, Liu H Q, Qiao Y, et al. Numerical study of adaptive optics compensation based on convolutional neural networks[J]. *Opt Commun*, 2019, **433**: 283–289.
- [21] Xin Q, Ju G H, Zhang C Y, et al. Object-independent image-based wavefront sensing approach using phase diversity images and deep learning[J]. *Opt Express*, 2019, **27**(18): 26102–26119.
- [22] Wu Y, Guo Y M, Bao H, et al. Sub-millisecond phase retrieval for phase-diversity wavefront sensor[J]. *Sensors*, 2020, **20**(17): 4877.
- [23] Ramos A A, Olsper N. Learning to do multiframe wavefront sensing unsupervised: applications to blind deconvolution[J]. *Astron Astrophys*, 2021, **646**: A100.
- [24] Wright J, Ganesh A, Rao S, et al. Robust principal component analysis: exact recovery of corrupted low-rank matrices via convex optimization[C]//*Proceedings of the 22nd International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2009: 2080–2088.
- [25] Candès E J, Li X D, Ma Y, et al. Robust principal component analysis?[J]. *J ACM*, 2011, **58**(3): 11.
- [26] Krishnan D, Fergus R. Fast image deconvolution using hyper-Laplacian priors[C]//*Proceedings of the 22nd International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2009: 1033–1041.
- [27] Xu L, Lu C W, Xu Y, et al. Image smoothing via  $L_0$  gradient minimization[C]//*Proceedings of the 2011 SIGGRAPH Asia Conference*, 2011: 174. <https://doi.org/10.1145/2024156.2024208>.
- [28] Cai J F, Candès E J, Shen Z W. A singular value thresholding algorithm for matrix completion[J]. *SIAM J Optim*, 2010, **20**(4): 1956–1982.

## 作者简介



王帅 (1980-), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事图像处理、模式识别、机器学习、多源信息融合研究。

E-mail: wangshuai0601@uestc.edu.cn



【通信作者】鲍华 (1981-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事自适应光学图像事后处理及相位差法波前探测研究。

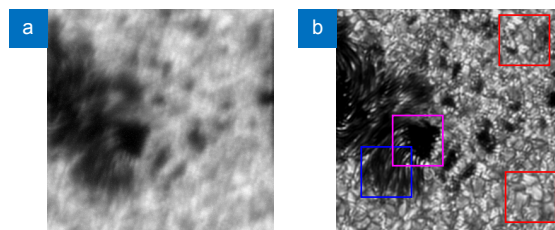
E-mail: hbao@ioe.ac.cn



扫描二维码, 获取PDF全文

# Solar image reconstruction by phase diversity with low rank prior

Wang Shuai<sup>1,2,3,4</sup>, Bao Hua<sup>1,3\*</sup>, He Chunyuan<sup>2,4</sup>, Rong Huiqin<sup>2,4</sup>,  
Li Shuqi<sup>1,3,5</sup>, Hou Jialin<sup>6</sup>, Rao Changhui<sup>1,3</sup>



(a) Focused solar image before reconstruction; (b) Image reconstructed by our method in the noise-free case

**Overview:** Atmospheric turbulence reduces the imaging resolution of ground-based optical telescopes and seriously affects astronomical observations. At present, the most effective solution to this problem is adaptive optics (AO) technology combined with image post-reconstruction. Most large-aperture solar telescopes at home and abroad are equipped with AO systems, and the collected solar (adaptive optics) images can be further reconstructed by blind deconvolution, phase diversity, speckle reconstruction, or deep learning. Among them, the phase diversity is to add one or more additional imaging channels in the imaging system and use a set of images (focused and defocused images) of different imaging channels of the same object collected at the same time to estimate the wavefront aberration, and then restore the object image based on the wavefront aberration.

Phase diversity (PD) is essentially a more constrained multi-channel blind deconvolution method with higher reliability. However, the traditional phase diversity has poor robustness and can be easily affected by image noise and initial value, which makes the optimization process fall into local minimum and even leads to a lot of ringing artifacts in the reconstructed image. For this problem, the common solution is to use multiple sets of focused and defocused images for phase diversity, i.e., the phase-diverse speckle (PDS). The complementarity of high-frequency information between multiple sets of focused and defocused images can reduce the influence of image noise and wavefront phase estimation errors in the iterative process of the algorithm. However, in some practical situations, it is inconvenient to obtain multiple sets of focused and defocused images in which the object remains stationary, so it is difficult to apply the phase-diverse speckle method.

Inspired by the low-rank prior widely used in the robust principal component analysis (RPCA), noise and ringing artifacts are interference components that destroy the low-rank property of the original image. In order to improve the robustness of phase diversity for a single set of focused and defocused solar images, this paper proposes an improved phase diversity based on low rank prior, i.e., a new phase diversity model based on the nuclear norm regularization of the image is established, and the image sub-model and the phase sub-model are solved by the half-quadratic splitting method and BFGS respectively. Finally, reconstruction experiments and analysis are carried out on the simulated focused and defocused solar images. Compared with the classical phase diversity based on Tikhonov regularization, the phase diversity based on low rank prior can improve the accuracy of wavefront phase estimation and the quality of reconstructed images in terms of subjective visual effects and objective indexes in both the noise-free and noise-included cases.

Wang S, Bao H, He C Y, et al. Solar image reconstruction by phase diversity with low rank prior[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(6): 220208; DOI: 10.12086/oee.2023.220208

Foundation item: Project supported by National Natural Science Foundation of China (11727805, 11703029, 11733005)

<sup>1</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China; <sup>2</sup>Yangtze Delta Region Institute of University of Electronic Science and Technology of China, Quzhou, Zhejiang 324003, China; <sup>3</sup>Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China; <sup>4</sup>University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China; <sup>5</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; <sup>6</sup>66389 Troops, Zhengzhou, Henan 450000, China

\* E-mail: hbao@ioe.ac.cn