

光电工程

Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊
Scopus CSCD

空间引力波探测系统中超光滑光学元件表面散射特性分析

张耘豪, 钟哲强, 张彬

引用本文:

张耘豪, 钟哲强, 张彬. 空间引力波探测系统中超光滑光学元件表面散射特性分析[J]. *光电工程*, 2023, 50(11): 230222.

Zhang Y H, Zhong Z Q, Zhang B. Analysis of surface scattering characteristics of ultra-smooth optical components in gravitational wave detection system[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230222.

<https://doi.org/10.12086/oe.2023.230222>

收稿日期: 2023-09-05; 修改日期: 2023-11-09; 录用日期: 2023-11-10

相关论文

等离子体中太赫兹波传输及成像探测特性研究

耿兴宁, 李吉宁, 徐德刚, 刘畅, 范小礼, 姚建铨

光电工程 2020, 47(5): 190075 doi: 10.12086/oe.2020.190075

弹性波能量集中器散射效应的FRFT分析

路向阳, 孙丽娟, 方向前, 胡进, 贾丽娟

光电工程 2018, 45(6): 170739 doi: 10.12086/oe.2018.170739

激光诱导等离子体声波信号实时采集分析软件系统

刘学军, 吴嘉俊, 乔红超, 赵吉宾, 李长云, 张旖诺, 万烂军

光电工程 2019, 46(8): 180534 doi: 10.12086/oe.2019.180534

可调谐手征超表面电磁特性研究进展

王金山, 朱邱豪, 董建峰

光电工程 2021, 48(2): 200218 doi: 10.12086/oe.2021.200218

更多相关论文见光电期刊集群网站 

 **光电工程**
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



 OE_Journal



Website

DOI: 10.12086/oe.2023.230222

空间引力波探测系统中超光滑光学元件表面散射特性分析

张耘豪, 钟哲强, 张彬*

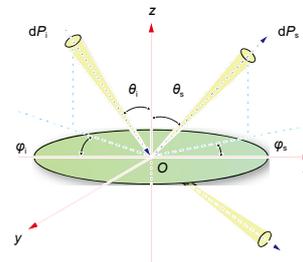
四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

摘要: 在引力波探测系统中, 超光滑光学元件表面散射特性对高精度引力波测量至关重要。本文针对超光滑光学元件, 建立了一种能快速准确地分析和预测其表面散射特性的非傍轴标量散射模型 Generalized Beckmann-Kirchhoff (GBK)。在此基础上, 研究了入射角度、散射方位角对 P 偏振和 S 偏振入射光的角分辨散射分布的影响, 以及入射角度、散射方位角、自相关长度、斜率、截止频率以及表面粗糙度等因素对不同表面统计分布特征下的角分辨散射分布的影响。研究结果可为引力波探测系统中超光滑光学元件的加工、系统杂散光的产生及抑制等提供参考。

关键词: 超光滑光学元件; 表面散射模型; 偏振散射特性; 角分辨散射分布

中图分类号: O439

文献标志码: A



张耘豪, 钟哲强, 张彬. 空间引力波探测系统中超光滑光学元件表面散射特性分析 [J]. 光电工程, 2023, 50(11): 230222
Zhang Y H, Zhong Z Q, Zhang B. Analysis of surface scattering characteristics of ultra-smooth optical components in gravitational wave detection system[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230222

Analysis of surface scattering characteristics of ultra-smooth optical components in gravitational wave detection system

Zhang Yunhao, Zhong Zheqiang, Zhang Bin*

College of Electronics Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract: In gravitational-wave detection systems, the surface scattering properties of ultra-smooth optical components play a crucial role in achieving high-precision gravitational-wave measurements. To analyze and predict the surface scattering properties of ultra-smooth optical components accurately and rapidly, a non-paraxial scalar scattering model, the Generalized Beckmann-Kirchhoff (GBK) model, was built up. On this basis, the influences of both the incident angle and the scattering azimuth angle on the angular resolved scattering distributions of both P-polarized and S-polarized incident light were investigated. Under different statistical distribution characteristics of optical surfaces, the effects of incident angle, azimuth angle, autocorrelation length, slope, cut-off frequency, and surface roughness on the scattering angle resolution distribution were analyzed. The research results can provide useful references for the manufacturing of ultra-smooth optical components and the generation and mitigation of stray light in gravitational-wave detection systems.

Keywords: ultra-smooth optical component; surface scattering model; polarization scattering property; angular resolved scattering distribution

收稿日期: 2023-09-05; 修回日期: 2023-11-09; 录用日期: 2023-11-10

基金项目: 国家重点研究与发展计划资助项目 (2021YFC2202203)

*通信作者: 张彬, zhangbinff@sohu.com。

版权所有©2023 中国科学院光电技术研究所

1 引言

空间引力波探测通过三星之间激光传输并对其进行干涉测量来探测引力波大小, 而激光传输涉及星载望远镜的发射和接收^[1-3]。在此过程中, 视场内杂散光主要来源于引力波探测系统中超光滑光学元件(表面粗糙度小于 1 nm ^[4])表面的粗糙度、表面疵病、表面污染等带来的残余反射、散射和衍射, 以及结构件的表面散射。杂散光在引力波探测系统内部以非正常路径传输形成光噪声^[5-8], 可以通过降低反射镜粗糙度来降低表面散射率, 进而减弱后向散射杂光对引力波探测性能造成影响。模拟分析表明要满足设计要求, 望远镜后向散射需达到 10^{-10} 以下^[2]。因此, 对引力波探测系统中超光滑光学元件表面散射特性进行准确、快速分析和预测, 可为空间引力波探测系统杂散光分析及抑制, 进而为星载望远镜的优化提供参考。

经典 Rayleigh-Rice (RR) 表面散射理论为超光滑光学元件的散射特性分析提供了严格的矢量模型, 适用于大入射角和散射角, 已广泛用于清洁、光滑和超光滑表面^[9-12]。然而, 该理论涉及复杂的矢量计算, 不利于超光滑光学元件散射特性的准确、快速分析和预测。1963年, Beckmann 等人发展了经典 Beckmann-Kirchhoff (BK) 表面标量散射理论, 可避免复杂的矢量模型计算问题, 但仅适用于较粗糙的光学元件, 且采用了近轴或小角度近似^[13]。Harvey 在 BK 表面标量散射理论基础上, 发展并提出了 Modified Beckmann-Kirchhoff (MBK) 标量散射理论, 但 MBK 理论仅适用于高斯统计分布的表面散射^[14-15]。1976年, Harvey 和 Shack 提出了 Harvey-Shack (HS) 标量散射理论, 即描述表面散射特性的线性系统公式, 但同样仅对近轴或小角度近似成立^[16-17]。1999年, Krywonos 和 Harvey 进一步将衍射辐射描述为定向余弦空间中具有平移不变特性的基本量, 进而基于非傍轴标量衍射理论的线性系统公式, 发展了一套既适用于光滑表面又适用于粗糙表面的非傍轴标量散射理论^[18-19]。然而, 在利用该理论进行数值计算时, 针对每个散射角都需要运用不同的傅里叶变换, 不可避免地会花费大量的计算时间, 也不利于空间引力波探测系统中超光滑光学元件散射特性的准确、快速分析。

为实现对超光滑光学元件表面散射特性的快速、准确分析与预测, 本文发展了一种非傍轴标量散射模型 Generalized Beckmann-Kirchhoff (GBK)。通过将

MBK 模型与 HS 模型进行比较, 发现 MBK 模型在表面光滑条件下的封闭解中隐含着表面统计参量表面功率谱密度 (PSD) 函数, 进而从 MBK 模型中提取出相应的 PSD 函数, 并以 RR 矢量散射模型的数值计算结果为参考, 通过数值拟合给出了适用于超光滑表面的 GBK 非傍轴标量散射公式。在此基础上, 计算分析了 P 偏振光和 S 偏振光入射条件下, 角分辨散射 (ARS) 分布随入射角度、散射角度及散射方位角的变化规律, 并针对常见加工工艺导致的不同表面统计分布情况, 讨论了不同入射角度、散射方位角、自相关长度、斜率、截止频率和表面粗糙度等因素对 ARS 分布的影响。

在空间引力波探测的星载望远镜系统中, 科学视场分“面内”和“面外”科学视场。“面内”是指平行于卫星组成的三角形的平面, 相对于黄道平面倾斜 60° ; “面外”指垂直于三角形的平面。为了能够适应正常科学操作中可能遇到的角度的变化范围, 引力波望远镜在科学模式下“面内”的视场角为 $\pm 4.2 \mu\text{rad}$, “面外”的视场角为 $\pm 7 \mu\text{rad}$ 。该视场角的大小近乎 0° 视场角, GBK 散射模型必然是适用的。

2 GBK 表面散射模型

Beckmann 以 Helmholtz-Kirchhoff 衍射积分为基础, 发展了 Beckmann-Kirchhoff 标量散射理论^[13]。它所含的假设有: 1) 表面粗糙度均方根偏差 σ_s 远小于入射光波长 λ ; 2) 表面粗糙度的斜率远小于 1, 自相关长度远大于入射波长。

图 1 描述了 Nicodemus 将 BRDF 定义为被入射辐射照度归一化的散射辐射时所涉及的散射几何关系^[20]。假定表面 S 的轮廓由随机函数 $h(x,y)$ 描述, 其均值为

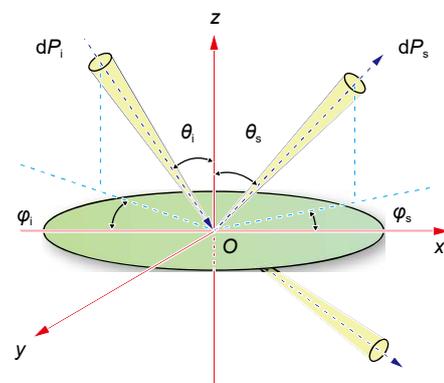


图 1 随机超光滑表面散射示意图

Fig. 1 Scattering diagram of the random ultra-smooth surface

0, dP_i 为入射光, dP_s 为出射光, θ_i 为入射角, θ_s 为散射角, ϕ_i 为入射方位角, ϕ_s 为散射方位角。

假设表面微观形貌统计符合高斯分布, Beckmann 给出了散射光强分布表达式^[21]:

$$D\{\rho\} = \frac{\pi l_c^2 F^2 \exp(-g)}{A_i} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m!m} \exp\left(-\frac{v_{xy}^2 l_c^2}{4m}\right), \quad (1)$$

式中: l_c 定义为自相关函数 (ACV) 在 $1/e$ 高度处的半宽度, 即表面自相关长度; A_i 为散射表面的照射面积; F 是几何因子, 定义为入射角和散射角的函数^[22]; ρ 为贝克曼定义的一个无量纲量, 称之为散射系数; 函数 g 是表面粗糙度引入的相位变化的度量, 表达式如下:

$$g = \frac{4\pi^2 \sigma_s^2}{\lambda^2} (\cos \theta_i + \cos \theta_s)^2. \quad (2)$$

若 $g \ll 1$, 则该表面表示为光滑表面, 仅需使用式 (1) 中级数的第一项, 若粗糙度为 1 nm, 波长为 1064 nm, 入射角和散射均为 0° , 则 g 为 1.395×10^{-4} , 此条件代表超光滑表面。如果 $g \gg 1$, 则该表面表示为非常粗糙表面, 式 (1) 中的级数收敛速度很慢, v_{xy} 描述粗糙表面 xy 平面内的位置向量。

由于 BK 模型不适用于大入射角和散射角的表面散射特性分析^[21], Harvey 在 BK 模型的基础上发展了 MBK 标量散射模型, 并提出了以下修正^[22]: 1) 忽略几何因子 F^2 ; 2) $D\{\rho\}$ 不再表示平均散射能量, 而表示衍射辐射亮度 L ; 3) 引入归一化因子 K_{MBK} , 其定义为:

$$K_{\text{MBK}} = \frac{\int_{\alpha=-\infty}^{\infty} \int_{\beta=-\infty}^{\infty} L(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\int_{\alpha=-1}^1 \int_{\beta=-\sqrt{1-\alpha^2}}^{\sqrt{1-\alpha^2}} L(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}, \quad (3)$$

式中: $\alpha = \sin \theta_s \cos \phi_s$, $\beta = \sin \theta_s \sin \phi_s$ 。

经过繁杂的推导和变换运算, 可得到散射面的双向反射分布函数 (BRDF)^[21]:

$$f_{\text{MBK}}(\theta_s, \phi_s) = \frac{Q}{A_i} \int L dS = \frac{Q K_{\text{MBK}} \pi l_c^2 \exp(-g)}{\lambda^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m!m} \exp\left(-\frac{v_{xy}^2 l_c^2}{4m}\right), \quad (4)$$

式中, λ 为光波长; 无量纲量 Q 是与偏振相关的表面反射率。

由于常规加工工艺可能存在多种不同的表面微观形貌统计分布情况, 而 MBK 标量散射模型仅适用于

高斯统计分布, 因而需进一步修正 MBK 标量散射模型。通过将 MBK 模型与 HS 模型进行比较, 我们发现 MBK 模型在光滑表面条件下的封闭解中隐含着表面统计参量 PSD 函数 (PSD 函数是一个具有综合分析意义的概率统计函数, 定义为表面轮廓函数傅里叶变换的平方), 进而从 MBK 模型中提取出相应的 PSD 函数, 并将其修正为

$$f_{\text{GBK}}(\theta_s, \phi_s) = Q K_{\text{GBK}} \exp(-g_{\text{rel}}) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_{\text{rel}}^m}{m!} \text{PSD}_m(f_x, f_y) \Big|_{l_c=l_c/\sqrt{m}}, \quad (5)$$

式中: PSD_m 是自相关长度为 $l_c = l_c/m^{1/2}$ 的表面相关函数的傅里叶变换, m 为收敛级数, 选取与粗糙度的大小有关 (随粗糙度的增大, 收敛级数的选取越多)。 g_{rel} 可以表示为

$$g_{\text{rel}} = 4\pi^2 (n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_s)^2 \sigma_{\text{rel}}^2, \quad (6)$$

式中: n_1 和 n_2 分别为入射介质和出射介质的折射率; σ_{rel} 定义为对应的表面粗糙度, 取表面相关部分 PSD 下体积的平方根即可得到其表达式:

$$\sigma_{\text{rel}}(\lambda, \theta_i) = \sqrt{\int_{-1/\lambda+f_c}^{1/\lambda+f_c} \int_{-\sqrt{1/\lambda^2-(f_x-f_c)^2}}^{\sqrt{1/\lambda^2-(f_x-f_c)^2}} \text{PSD}_m(f_x, f_y) df_x df_y}, \quad (7)$$

式中: f_c 为截止频率, f_x 和 f_y 分别代表 x 和 y 方向的样本空间频率, 表示为

$$f_x = \sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i / \lambda, f_y = \sin \theta_s \sin \phi_s / \lambda. \quad (8)$$

由于式 (5) 中的归一化因子 K_{GBK} 的表达与计算较为复杂, 不利于超光滑光学元件表面散射特性的快速分析, 因而以 RR 矢量散射模型的数值计算结果为参考 (保证准确性), 通过数值拟合的方式对其进行简化 (提高计算效率)。经过大量的模拟计算, 我们发现在入射角度、自相关长度、表面粗糙度以及入射光波长等众多散射影响因素中, 表面粗糙度和入射光波长是影响 ARS 分布的主要因素。利用数值拟合方法可将归一化因子 K_{GBK} 修正为拟合因子, K_{GBK} 表示为

$$K_{\text{GBK}} = \frac{0.10054}{\sigma_s^2 \lambda^4}. \quad (9)$$

进一步将式 (9) 代入式 (5), 即可得到我们提出的 GBK 标量散射模型表达式:

$$f_{\text{GBK}}(\theta_s, \phi_s) = \frac{0.10054}{\sigma_s^2 \lambda^4} Q \exp(-g_{\text{rel}}) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_{\text{rel}}^m}{m!} \text{PSD}_m(f_x, f_y) \Big|_{l_c=l_c/\sqrt{m}}, \quad (10)$$

值得指出的是, 与 MBK 散射模型相比, GBK 散

射模型中进一步采用了表面统计参量 PSD 函数, 不再依赖于特定的表面统计分布函数类型。因此, 可运用 GBK 散射模型, 对具有高斯、分形和柯西-洛伦兹统计分布函数等多种典型表面微观形貌的超光滑光学元件表面散射特性进行定量分析。

在高斯统计分布情况下, 分析了 GBK 散射模型和 RR 散射模型的 ARS 分布情况。对于具有高斯统计分布的随机超光滑表面, PSD 函数可以表示为

$$PSD(f_x, f_y) = \sigma_s^2 l_c \sqrt{\pi} \exp(-\pi^2 l_c^2 (f_x^2 + f_y^2)). \quad (11)$$

由式 (11) 可知, 具有高斯分布的超光滑表面可以用表面粗糙度和自相关长度来表征。如果波长 $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ 的光以 θ_i 的入射角从空气入射到折射率为 $n_s = 1.5$ 的样品表面, 散射光分布主要受表面粗糙度 σ_s 、自相关长度 l_c 和入射角 θ_i 的影响, 如图 2 所示。

图 2(a) 表示不同表面粗糙度下 RR 模型和 GBK 散射模型的 ARS 分布对比; 图 2(b) 表示不同入射角度下 RR 模型和 GBK 散射模型的 ARS 分布对比; 图 2(c) 表示不同自相关长度下 RR 模型和 GBK 散射模型的 ARS 分布对比。对比分析可知, GBK 模型和 RR 模型的 ARS 分布情况高度一致, 从而验证了 GBK 模型的准确性。

此外, 为进一步分析 P 偏振光和 S 偏振光入射条件下超光滑光学元件的表面散射特性, 对于不同偏振光源和接收不同偏振光的传感器, Q_{ss} 代表 S 偏振光与 S 偏振传感器条件下的表面反射率, Q_{sp} 代表 S 偏振光与 P 偏振传感器条件下的表面反射率, Q_{ps} 代表 P 偏振光与 S 偏振传感器条件下的表面反射率, Q_{pp} 代表 P 偏振光与 P 偏振传感器条件下的表面反射率, 分别为^[23-24]:

$$Q_{ss} = \left| \frac{(\varepsilon - 1) \cos \phi_s}{(\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})(\cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s})} \right|^2,$$

$$Q_{sp} = \left| \frac{(\varepsilon - 1) \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s} \sin \phi_s}{(\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})(\varepsilon \cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s})} \right|^2,$$

$$Q_{ps} = \left| \frac{(\varepsilon - 1) \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i} \sin \phi_s}{(\varepsilon \cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})(\cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s})} \right|^2,$$

$$Q_{pp} = \left| \frac{(\varepsilon - 1) (\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s} \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i} \cos \phi_s - \varepsilon \sin \theta_i \sin \theta_s)}{(\varepsilon \cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})(\varepsilon \cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s})} \right|^2, \quad (12)$$

式中, $\varepsilon = n_2/n_1$ 是界面的相对介电常数。

对于非偏振入射光, 且传感器无偏振判别的情况, Q 参数可表示为

$$Q = Q_{ss} + Q_{sp} + Q_{ps} + Q_{pp}. \quad (13)$$

3 超光滑光学元件散射特性分析

3.1 偏振特性分析

空间引力波探测系统中的干涉仪常采用平衡的正交四象限检测方案来检测相位信号, 在发射光路中, 由频率稳定激光器发出的光束通过偏振分束器分成两束, 其中一束用作本地参考光束 (偏振状态为 S 偏振), 另一束形成出射光束 (偏振状态为 P 偏振)^[25]。因此, 有必要分析超光滑光学元件表面的偏振散射特性 (包含偏振和位相变化等)。采用 Stokes^[26] 参量-Mueller^[27] 矩阵可将 ARS 分布函数推导变换为偏振 ARS 分布函数, 根据推导的偏振角分辨散射分布函数可以获取不同偏振状态下的散射特性。

3.1.1 各向同性表面偏振散射特性

对于各向同性的光学元件表面, 其散射方位角

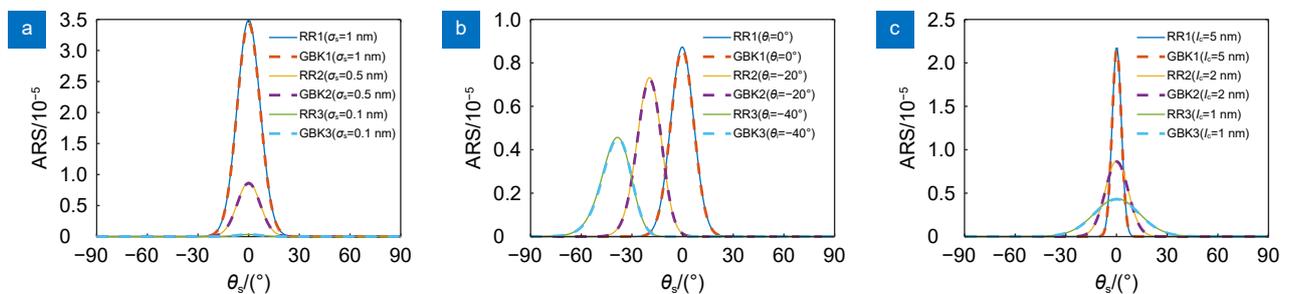


图 2 不同条件下角分辨散射分布。(a) 不同表面粗糙度; (b) 不同入射角度; (c) 不同自相关长度

Fig. 2 Distributions of angle resolved scattering under different conditions. (a) Different surface roughness; (b) Different incidence angles; (c) Different autocorrelation lengths

为 0° 。因此, 对于各向同性偏振反射率而言, Q_{sp} 和 Q_{ps} 的值为 0, 即散射分布中不存在交叉偏振光。若入射光为 S 偏振光, 散射光同样为 S 偏振光; 若入射光为 P 偏振光, 散射光同样为 P 偏振光。在利用 GBK 散射模型进行模拟仿真时, 超光滑元件表面初始参数为: 入射波长 $\lambda = 1064 \text{ nm}$, 表面统计分布服从高斯分布, 折射率 $n = 1.5$, 表面粗糙度 $\sigma_s = 0.1 \text{ nm}$, 自相关长度 $l_c = 2000 \text{ nm}$ 。图 3 给出了在不同入射角度下, 各向同性超光滑光学元件表面的偏振散射特性。

从图 3(a) 可以看出, 随着入射角度的增大, S 偏振的 ARS 峰值减少, 但是散射角分布宽度变宽; 其中, 散射峰值 (在适用范围内) 是在散射角等于入射角处获得。从图 3(b) 可知, 随着入射角度的增大, P 偏振的 ARS 峰值先减小后增大, 但其散射角分布宽度基本不变。特别地, 当入射角度为 56.3° 时, ARS 值为 0, 这是由于布儒斯特角入射条件下 P 光反射系数为 0。当入射角较大时, S 光散射峰值位置并不在反

射角位置处, 这是由于自相关长度和波长比值大小的影响 (比值越大, 峰值偏离越小)。

3.1.2 散射方位角对偏振散射特性的影响

对于各向同性的光学元件表面, 其交叉偏振反射率为 0, 散射方位角对散射特性没有影响。然而, 对于各向异性的光学元件表面而言, 其散射方位角对偏振的影响特性较大。为分析在不同的散射方位角下, 各向异性超光滑光学元件表面的偏振散射特性, 超光滑元表面初始参数为: $n = 1.5$, $\sigma_s = 0.1 \text{ nm}$, $l_c = 600 \text{ nm}$, $\theta_i = \theta_s = 40^\circ$, 散射方位角的变化范围为 $0^\circ \sim 180^\circ$, 如图 4 所示。

从图 4(a) 可以看出, 随着散射方位角的增大, 各向异性超光滑光学元件表面的 ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 均先减小后增大, 最后趋于稳定。当散射方位角增大到与入射角相等的时候, ARS_{pp} 取得最小值; 当散射方位角为 90° 时, ARS_{ss} 取得最小值。图 4(b) 则表明, 对于 S 偏振光产生的 P 偏振散射光, 以及 P 偏振光产

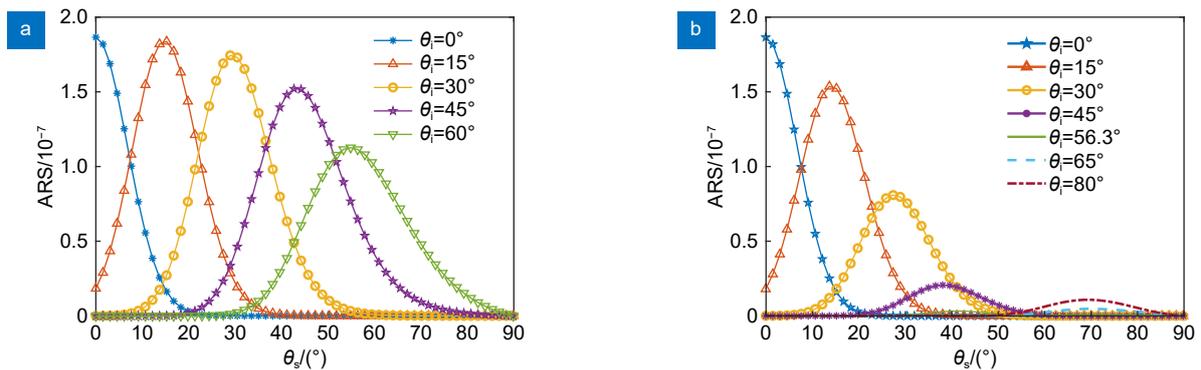


图 3 各向同性光学元件偏振 ARS 与散射角之间的关系。(a) S 光的偏振散射特性; (b) P 光的偏振散射特性
Fig. 3 Relationships between polarization ARS and scattering angles of isotropic optical elements. (a) Scattering characteristics of S-polarization light; (b) Scattering characteristics of P-polarization light

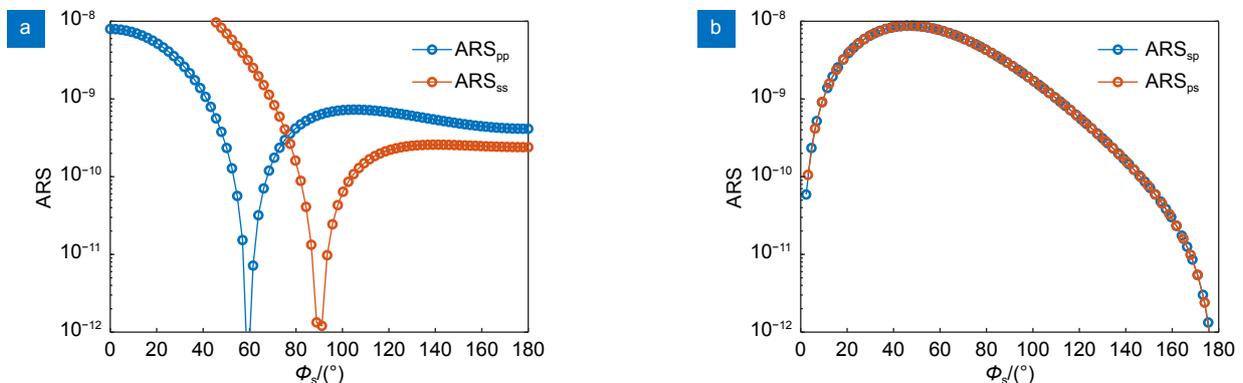


图 4 四种偏振状态下, 偏振 ARS 与散射方位角之间的关系。(a) 平行偏振; (b) 交叉偏振
Fig. 4 Relationships between polarization ARS and scattering azimuth angles in four polarization states. (a) Parallel polarization; (b) Cross polarization

生 S 偏振散射光而言, ARS_{sp} 和 ARS_{ps} 分布几乎相同。这是由于对于同一超光滑光学元件, 其表面粗糙度和自相关长度相同, 致使偏振反射率 Q_{sp} 、 Q_{ps} 也相同。随着散射方位角的增大, 交叉偏振 ARS_{sp} 、 ARS_{ps} 均先增大后减小, 且当散射方位角等于入射角度时为极大值。

3.1.3 入射角度对偏振散射特性的影响

为分析在不同的入射角下, 各向异性超光滑光学元件表面的偏振散射特性, 超光滑元件表面初始参数为^[29]: $\theta_s = 45^\circ$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $n = 1.5$, $\sigma_s = 0.1 \text{ nm}$, $l_c = 600 \text{ nm}$, 如图 5 所示。

由图 5(a-d) 可知, 在不同的入射角度下, 随着散射方位角的增大, ARS_{sp} 和 ARS_{ps} 的变化趋势是一的。当散射方位角等于散射角时, ARS_{sp} 和 ARS_{ps} 都达到峰值, 这是因为交叉偏振散射反射率表达式相同。然而, ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 在不同入射角下分布差异明显, 存在特定的散射方位角使得 ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 的值低于 1×10^{-12} 。当散射方位角增大到与入射角相等的时候, ARS_{pp} 均取得最小值; 而当散射方位角为 90° 时, ARS_{ss} 均取得最小值。

总的来说, P 偏振光的偏振散射变化远大于 S 偏振光的偏振散射, 因而在引力波探测系统中, 若采用 P 偏振光, 则应特别关注 P 偏振光的偏振散射特性。

3.2 表面粗糙度统计特征对散射特性的影响

针对常见加工工艺导致的不同表面统计分布情况, 讨论了不同入射角度、散射方位角、自相关长度、斜率、截止频率和表面粗糙度等因素对超光滑光学元件 ARS 分布的影响。

3.2.1 高斯统计分布

超光滑光学元件的表面经过精细磨削、抛光、电解抛光等工艺后, 其表面高度分布往往会趋于高斯统计分布, 相应的 PSD 函数表达式为^[30]

$$PSD_{GS} = \pi l_c^2 \sigma_s^2 \exp\left[-\pi^2 l_c^2 (f_x^2 + f_y^2)\right], \quad (14)$$

式中: PSD_{GS} 是高斯统计分布条件下的二维表面功率谱密度函数, f_x 和 f_y 表示超光滑光学元件表面的空间频率。

分析式 (14) 可知, 影响 PSD_{GS} 的主要参数有入射角度、散射方位角、自相关长度和表面粗糙度等。在利用 GBK 散射模型分析高斯统计分布参数对 ARS

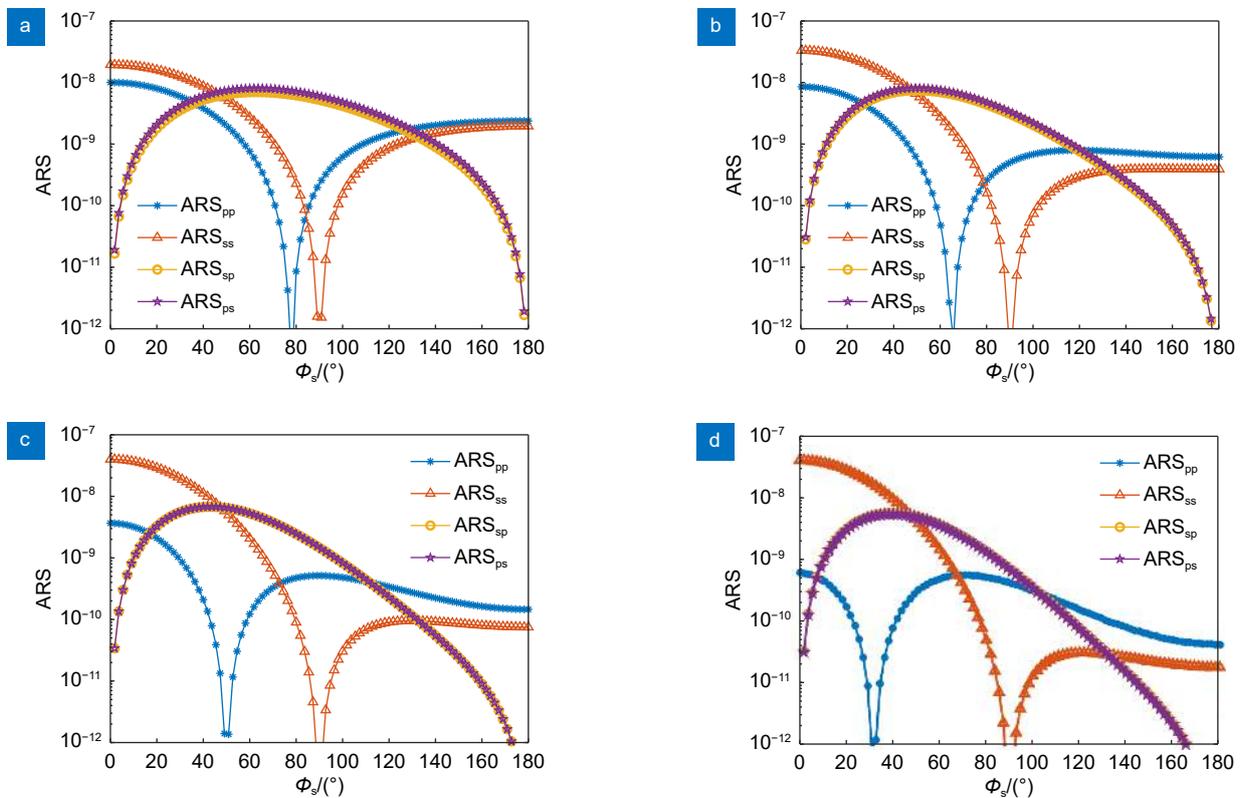


图 5 不同入射角度下, 偏振 ARS 与散射方位角的关系。(a) $\theta_i = 15^\circ$; (b) $\theta_i = 30^\circ$; (c) $\theta_i = 45^\circ$; (d) $\theta_i = 60^\circ$

Fig. 5 Relationships between polarization ARS and scattering azimuth angles at different incident angles.

(a) $\theta_i = 15^\circ$; (b) $\theta_i = 30^\circ$; (c) $\theta_i = 45^\circ$; (d) $\theta_i = 60^\circ$

影响时, 超光滑元件表面初始参数为^[22-30]: $n = 1.5$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $\theta_i = 20^\circ$, $\varphi_s = 0^\circ$, $l_c = 2000 \text{ nm}$, $\sigma_s = 0.1 \text{ nm}$, 如图 6 所示。

从图 6(a) 可以看出, 随着入射角的增大, ARS 峰值减小, 其分布宽度变宽; 当入射角等于散射角时, ARS 取得峰值。从图 6(b) 可知, 随着散射方位角的增大, ARS 峰值和分布宽度均减小, 且其峰值向更小的散射角偏离 (与 ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 的变化规律类似)。由图 6(c) 可知, 随着自相关长度的增大, ARS 峰值增大, 且 ARS 分布宽度变窄。图 6(d) 表明, 随着表面粗糙度的减小, ARS 的峰值快速降低, ARS 分布的宽度相应变窄。

3.2.2 分形统计分布

分形统计分布通常描述具有复杂粗糙度结构的表面, 这些表面在不同尺度下均呈现出相似的形态, 即局部特征与整体结构之间存在相似性。呈分形统计分布的超光滑表面可采用 abc 模型描述, 其二维功率谱密度函数可表示为^[30]

$$PSD_{FD} = \frac{a}{\left[1 + b^2(f_x^2 + f_y^2)\right]^{c/2}}, \quad (15)$$

式中: a 、 b 和 c 是无量纲常数, 在对数坐标系中, a 为低频时光谱功率密度的大小, $1/b$ 为发生“滚降”的空间频率, 它与表面形貌的表面空间波长 (也称为自相关长度) 成正比, c 为空间频率大于 $1/b$ 时光谱功率密度的斜率。具有分形统计分布表面的自相关函数表达式为:

$$ACV(\tau) = 2 \times \sqrt{2\pi} \frac{a}{b} \frac{2^{-c/2}}{\Gamma(c/2)} \left(\frac{2\pi|\tau|}{b}\right)^{(c-1)/2} \times B_{(c-1)/2} \left(\frac{2\pi|\tau|}{b}\right), \quad (16)$$

式中: B 表示第二类修正 Bessel 函数, Γ 为 Gamma 函数。

分析式 (15) 可知, 分形统计分布可由参量 a 、 b 和 c 来描述, 影响 PSD_{FD} 函数的主要参数包括入射角、散射方位角、斜率、表面粗糙度。在利用 GBK 散射模型分析分形统计分布参数对 ARS 影响时, 超光滑元件表面初始参数为: $n = 1.5$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $\theta_i = 20^\circ$, $\varphi_s = 0^\circ$, $\sigma_s = 0.1 \text{ nm}$, $b = 10$, $c = 2.8$, a 参数可用 b 、 c 以及表面粗糙度来确定, 如图 7 所示。

从图 7(a) 可以看出, 随着入射角的增大, ARS 峰值减小, ARS 分布宽度变宽; 当入射角等于散射

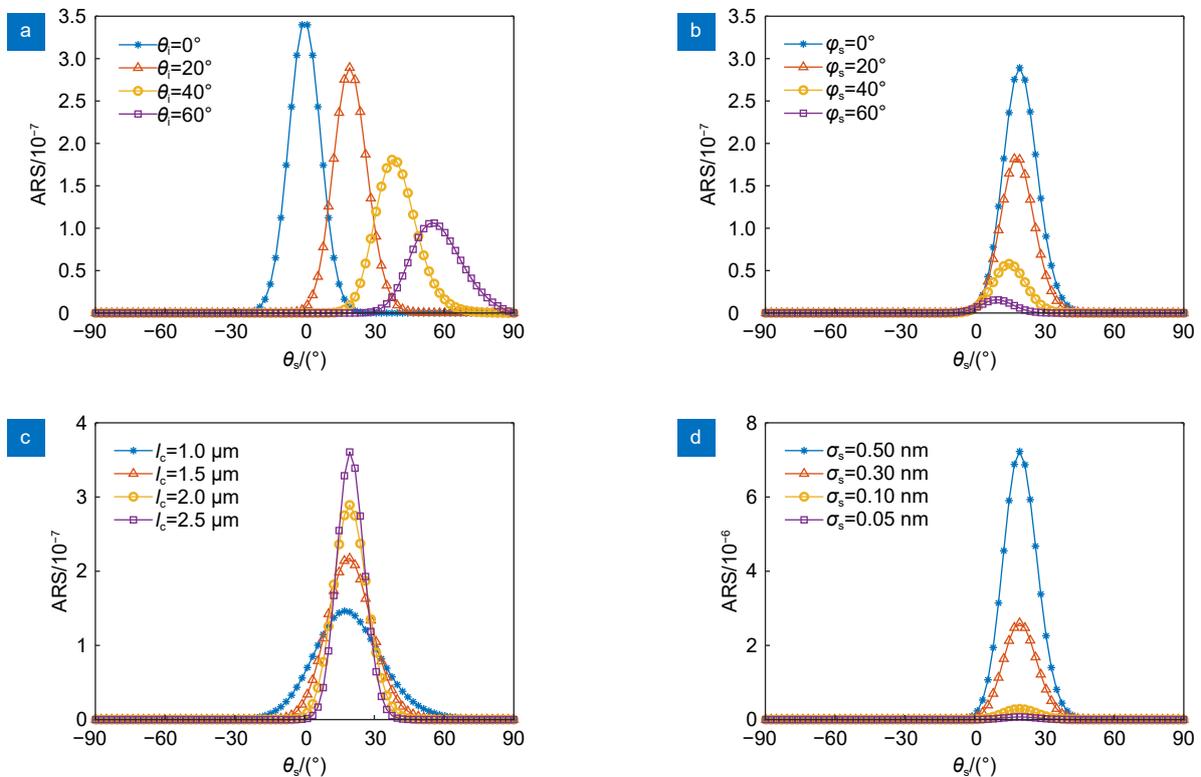


图 6 在 Gaussian 统计分布下, ARS 与四种不同参数的关系。(a) 入射角度; (b) 散射方位角; (c) 自相关长度; (d) 表面粗糙度

Fig. 6 Relationships between ARS and four different parameters under the Gaussian statistical distribution.

(a) Incidence angle; (b) Scattering azimuth angle; (c) Autocorrelation length; (d) Surface roughness

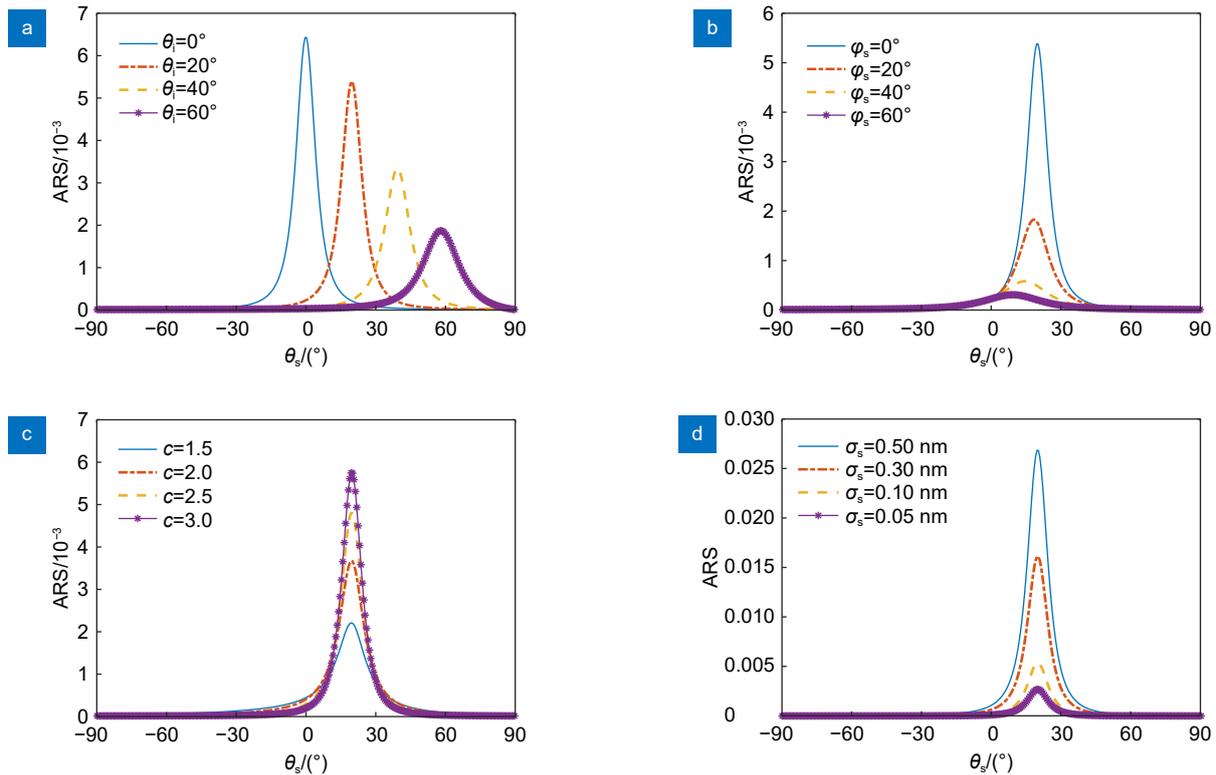


图7 在分形统计分布下 ARS 与四种不同参数的关系。(a) 入射角度; (b) 散射方位角; (c) 斜率; (d) 表面粗糙度
 Fig. 7 Relationships between ARS and four different parameters under the fractal statistical distribution.
 (a) Incidence angle; (b) Scattering azimuth angle; (c) Slope; (d) Surface roughness

角时, ARS 取得峰值。从图 7(b) 可知, 随着散射方位角的增大, ARS 峰值和分布宽度均减小, 且其峰值向更小的散射角偏离 (与 ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 的变化规律类似)。由图 7(c) 可知, 随着斜率的增大, ARS 峰值增大, 且 ARS 分布宽度变窄。图 7(d) 表明, 随着表面粗糙度的减小, ARS 的峰值快速降低, 且 ARS 分布的宽度相应变窄。

3.2.3 柯西-洛伦兹统计分布

柯西-洛伦兹统计分布通常与一些特殊的加工工艺和技术相关^[28], 尤其是光学薄膜制备。柯西-洛伦兹统计分布是一个重尾分布, 其特点是在分布的尾部出现较慢的衰减, 与高斯分布的快速衰减相比, 柯西-洛伦兹统计分布的尾部扩展得更远。柯西-洛伦兹统计分布对应的二维功率谱密度表达式为

$$PSD_{kx} = \frac{2a^2}{\pi} \frac{1}{1 + (f_x^2 + f_y^2)/f_c^2}, \quad (17)$$

式中: a 为无量纲常数, 在对数坐标系中, a 为低频时光谱功率密度的大小, 与分形统计分布一致, 参

数 a 可采用 b 、 c 和表面粗糙度表示; f_c 是截止频率。

分析式 (17) 可知, 影响 PSD_{kx} 函数的参数主要有入射角、散射方位角、截止频率、表面粗糙度等。在利用 GBK 散射模型分析柯西-洛伦兹统计分布参数对 ARS 影响时, 超光滑元件表面初始参数为: $n = 1.5$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $\theta_i = 20^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$, $f_c = 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$, $\sigma_s = 1 \text{ nm}$, $b = 10$, $c = 2.8$, 如图 8 所示。

从图 8(a) 可以看出, 随着入射角的增大, ARS 峰值存在明显的涨落, ARS 分布宽度不变; 当入射角等于散射角时, ARS 取得峰值。分析图 8(b) 可知, 随着散射方位角的增大, ARS 峰值减小, 但 ARS 分布宽度变宽, 且其峰值向更小的散射角偏离 (与 ARS_{pp} 和 ARS_{ss} 的变化规律类似)。由图 8(c) 可知, 随着截止频率的减小, ARS 峰值减小, ARS 分布宽度变窄。图 8(d) 表明, 随着表面粗糙度的减小, ARS 的峰值减小, 且 ARS 分布的宽度相应变窄。

在引力波探测系统中, 超光滑光学元件的表面微观形貌统计分布特性与其加工使用的高精度工具、材料选择、抛光参数的优化以及表面处理工艺等密切相关

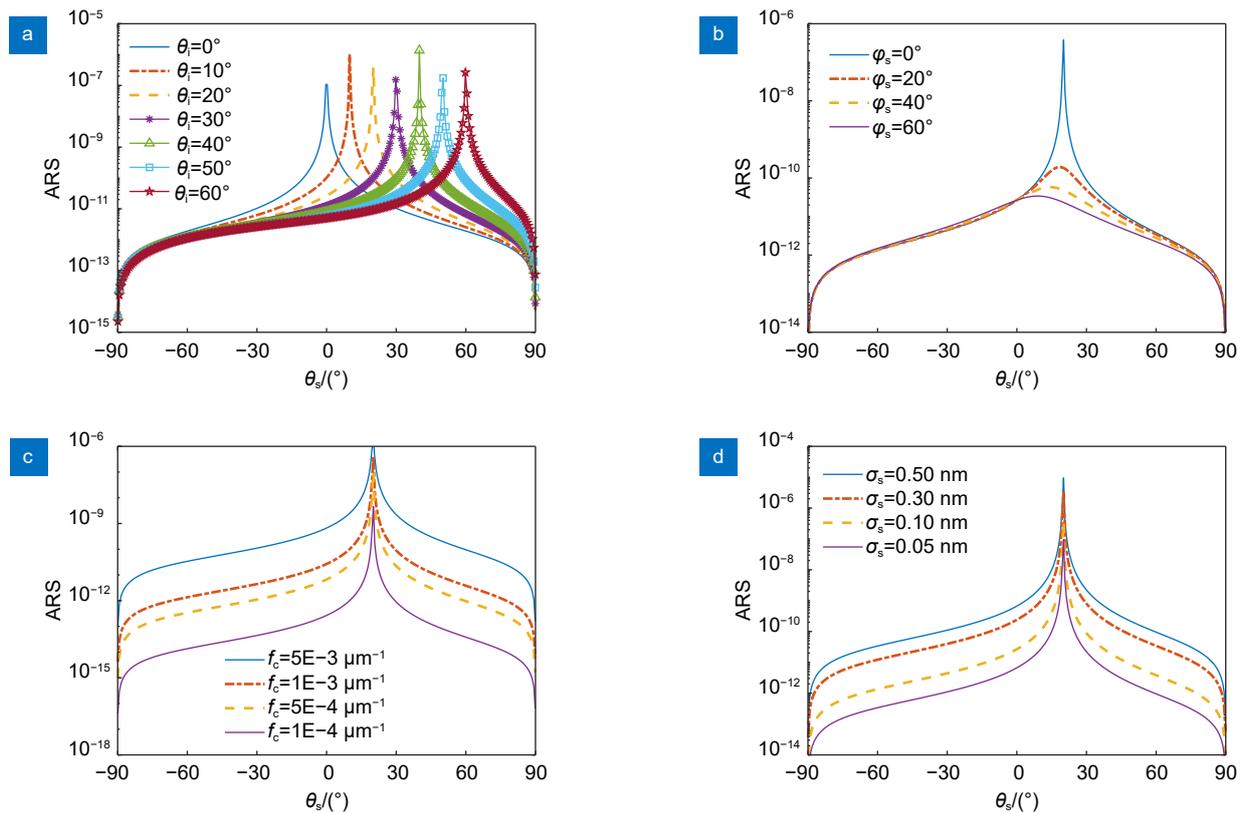


图 8 在柯西-洛伦兹统计分布下, ARS 与四种不同参数的关系。(a) 入射角度;
(b) 散射方位角; (c) 截止频率; (d) 表面粗糙度

Fig. 8 Relationships between ARS and four different parameters under the Cauchy-Lorentz statistical distribution.
(a) Incidence angle; (b) Scattering azimuth angle; (c) Cut-off frequency; (d) Surface roughness

关, 而具有不同微观表面统计分布的超光滑光学元件, 其表面散射特性规律有所不同。总体来说, 随着入射角度、散射方位角和斜率的增加, ARS 峰值逐渐减小, 其分布宽度变宽; 随着自相关长度、截止频率和表面粗糙度的增加, ARS 峰值逐渐增大, 其分布宽度变窄。

4 结论

针对空间引力波探测系统中超光滑元件表面散射特性分析, 发展了一种能对超光滑光学元件表面散射特性进行快速、准确分析和预测的非傍轴标量散射模型, 即 GBK 模型。该模型具有偏振散射特性, 且适用于超光滑光学元件表面微观形貌的不同统计分布类型。利用 GBK 模型, 分析了 P 偏振光和 S 偏振光入射条件下, 角分辨散射 (ARS) 分布随入射角度、散射角度及散射方位角的变化规律, 并针对常见加工工艺导致的不同表面统计分布情况, 讨论了不同入射角度、散射方位角、自相关长度、斜率、截止频率和表面粗

糙度等因素对 ARS 分布的影响。结果表明, P 偏振光的偏振散射变化远大于 S 偏振光的偏振散射, 因而在引力波探测系统中, 若采用 P 偏振光, 则应特别关注 P 偏振光的偏振散射特性。在不同的表面微观形貌统计分布下, ARS 分布始终在镜向反射处取得峰值, 并随着入射角度、散射方位角和斜率的增加, 其值逐渐减小, 分布宽度变宽。此外, 随着自相关长度、截止频率和表面粗糙度的增加, 其值逐渐增大, 分布宽度变窄。在空间引力波探测系统中, 应特别关注 ARS 峰值大小以及分布宽度, 并通过合理的设计和优化, 有效抑制杂散光对引力波探测精度的影响。相关结果不仅深化了对超光滑表面散射特性的理解, 还可为超光滑元件的加工提供参考。

参考文献

- [1] Li J C, Lin H A, Luo J X, et al. Optical design of space gravitational wave detection telescope[J]. *Chin Opt*, 2022, 15(4): 761-769.
李建聪, 林宏安, 罗佳雄, 等. 空间引力波探测望远镜光学系统设计[J]. *中国光学 (中英文)*, 2022, 15(4): 761-769.

- [2] Fan W T, Zhao H C, Fan L, et al. Preliminary analysis of space gravitational wave detection telescope system technology[J]. *Acta Sci Nat Univ Sunyatseni*, 2021, **60**(1-2): 178–185. 范纹彤, 赵宏超, 范磊, 等. 空间引力波探测望远镜系统技术初步分析[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, **60**(1-2): 178–185.
- [3] Edwards T, Sandford M C M, Hammesfahr A. LISA — a study of the ESA cornerstone mission for observing gravitational waves[J]. *Acta Astronaut*, 2001, **48**(5-12): 549–557.
- [4] Wang X D. Study on measurement of multi-wavelength scattering parameters of surface defects of ultra-smooth optical elements[D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2022. <https://doi.org/10.27391/d.cnki.gxagu.2022.000049>. 王旭东. 超光滑光学元件表面疵病多波长散射参数测量研究[D]. 西安: 西安工业大学, 2022. <https://doi.org/10.27391/d.cnki.gxagu.2022.000049>.
- [5] Jiang H W, Niu X H. Stray light analysis and suppression of the visible to terahertz integrated cloud detection optical system[J]. *Sensors*, 2023, **23**(8): 4115.
- [6] Stauder J L, Esplin R W, Zollinger L, et al. Stray-light analysis of the SABER telescope[J]. *Proc SPIE*, 1995, **2553**: 264–270.
- [7] Park J O, Jang W K, Kim S H, et al. Stray light analysis of high resolution camera for a low-earth-orbit satellite[J]. *J Opt Soc Korea*, 2011, **15**(1): 52–55.
- [8] Sholl M J, Grochocicki F S, Fleming J C, et al. Stray light design and analysis of the SNAP Telescope[J]. *Proc SPIE*, 2007, **6675**: 66750C.
- [9] Rice S O. Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces[J]. *Commun Pure Appl Math*, 1951, **4**(2-3): 351–378.
- [10] Church E L, Jenkinson H A, Zavada J M. Relationship between surface scattering and microtopographic features[J]. *Opt Eng*, 1979, **18**(2): 125–136.
- [11] Harvey J E. Parametric analysis of the effect of scattered light upon the modulation transfer function[J]. *Opt Eng*, 2013, **52**(7): 073110.
- [12] Stover J C, Harvey J E. Limitations of Rayleigh rice perturbation theory for describing surface scatter[J]. *Proc SPIE*, 2007, **6672**: 66720B.
- [13] Beckmann P, Spizzichino A. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces[M]. Norwood, MA: Artech House, 1987.
- [14] Vernold C L, Harvey J E. Modified Beckmann-Kirchoff scattering theory for nonparaxial angles[J]. *Proc SPIE*, 1998, **3426**: 51–56.
- [15] Butler S D, Nauyoks S E, Marciniak M A. Comparison of microfacet BRDF model to modified Beckmann-Kirchoff BRDF model for rough and smooth surfaces[J]. *Opt Express*, 2015, **23**(22): 29100–29112.
- [16] Harvey J E, Lewotsky K L. Scattering from multilayer coatings: a linear systems model[J]. *Proc SPIE*, 1991, **1530**: 35–41.
- [17] Harvey J E. Surface scatter phenomena: a linear, shift-invariant process[J]. *Proc SPIE*, 1990, **1165**: 87–99.
- [18] Harvey J E. Light-scattering characteristics of optical surfaces[J]. *Proc SPIE*, 1977, **107**: 41–47.
- [19] Harvey J E, Vernold C L, Krywonos A, et al. Diffracted radiance: a fundamental quantity in nonparaxial scalar diffraction theory[J]. *Appl Opt*, 1999, **38**(31): 6469–6481.
- [20] Ma Z P, Wang H, Chen Q F, et al. Implementation of empirical modified generalized Harvey–Shack scatter model on smooth surface[J]. *J Opt Soc Am B*, 2022, **39**(7): 1730–1735.
- [21] Harvey J E, Krywonos A, Vernold C L. Modified Beckmann-Kirchoff scattering model for rough surfaces with large incident and scattering angles[J]. *Opt Eng*, 2007, **46**(7): 078002.
- [22] Krywonos A. Predicting surface scatter using a linear systems formulation of non-paraxial scalar diffraction[D]. Orlando: University of Central Florida, 2006.
- [23] Stover J C. Optical Scattering: Measurement and Analysis[M]. 2nd ed. Washington: SPIE Optical Engineering Press, 1995: 48.
- [24] Zhao Y P, Wu I, Cheng C F, et al. Characterization of random rough surfaces by in-plane light scattering[J]. *J Appl Phys*, 1998, **84**(5): 2571–2582.
- [25] Sang B L, Deng X Q, Tao W, et al. Stray light analysis and suppression of Taiji telescope for space gravitational wave detection based on phase noise requirement[J]. *Appl Sci*, 2023, **13**(5): 2923.
- [26] Priest R G, Meier S R. Polarimetric microfacet scattering theory with applications to absorptive and reflective surfaces[J]. *Opt Eng*, 2002, **41**(5): 988–993.
- [27] Fung A K, Li Z, Chen K S. Backscattering from a randomly rough dielectric surface[J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 1992, **30**(2): 356–369.
- [28] Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume 2*[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 1971: 704.
- [29] Zhang Y G. Study on optical scattering characteristics of surface micromorphology for optical elements[D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2017. 张英鸽. 光学元件表面微观形貌的光学散射特性研究[D]. 西安: 西安工业大学, 2017.
- [30] Zhang K P. Assessing surface quality for optical components by light scattering measurement[D]. Chengdu: University of Chinese Academy of Sciences (Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences), 2019. 张科鹏. 基于散射测量的光学元件表面质量评估方法研究[D]. 成都: 中国科学院大学(中国科学院光电技术研究所), 2019.

作者简介



张耘豪(1998-), 男, 硕士研究生, 主要从事望远镜系统杂散光分析和元件表面散射分析的研究。

E-mail: 2849300988@qq.com



【通信作者】张彬(1969-), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事强激光传输与控制等方面的研究。

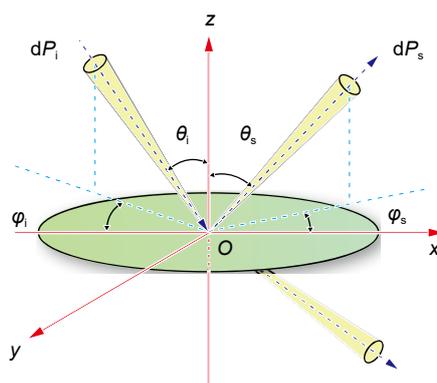
E-mail: zhangbinff@sohu.com



扫描二维码, 获取PDF全文

Analysis of surface scattering characteristics of ultra-smooth optical components in gravitational wave detection system

Zhang Yunhao, Zhong Zheqiang, Zhang Bin*



Schematic diagram of scattering from random supersmooth surfaces

Overview: In gravitational-wave detection systems, achieving a backscatter of space-borne telescopes below 10^{-10} or even lower is crucial to meet the design requirements. The scattering of ultra-smooth optical elements is the primary of stray light in gravitational-wave detection systems, significantly impacting high-precision gravitational-wave detection. To address this, a non-paraxial scalar scattering model, Generalized Beckmann-Kirchhoff (GBK), is proposed to analyze and predict the surface scattering characteristics of ultra-smooth optical elements in gravitational-wave detection systems. The GBK model is developed based on the Modified Beckmann-Kirchhoff (MBK) scalar scattering model and utilizing the Rayleigh-Rice (RR) vector scattering model as a standard for fitting. Comparative analyses between the GBK scalar scattering model and the RR vector scattering model under different conditions (surface roughness, incidence angle and autocorrelation length) validate the accuracy of the GBK scalar scattering model. Furthermore, the relationships between polarization angle resolved scattering (ARS) and scattering angles of isotropic elements at different incident angles, as well as the variations of different polarization ARS with scattering azimuth angles, are investigated. On this basis, this work focuses on the scattering characteristics of ultra-smooth optical element surfaces with different statistical distribution characteristics, including Gaussian, fractal, and Cauchy-Lorenz distributions. The influences of different statistical distributions of element surface, along with parameters such as incidence angle, scattering azimuth angle, autocorrelation length, slope, cut-off frequency and surface roughness, on the ARS distribution are quantitatively analyzed. The findings reveal significant variations in the scattering of P-polarized light compared to S-polarized light. With different statistical distributions of element surface, the ARS distributions consistently peak at the specular reflection. As the incidence angle, scattering azimuth angle and slope increase, the peak value of the ARS distribution gradually decreases and the width of the ARS distribution broadens. Additionally, an increase in autocorrelation length, cut-off frequency, and surface roughness leads to a rise in the peak value and narrower width of the ARS distribution. In the context of space gravitational-wave detection systems, particular attention must be paid to both the peak value and the width of the ARS distribution. The results can provide valuable references for the manufacturing of ultra-smooth optical elements and the generation and suppression of stray light in gravitational-wave detection systems.

Zhang Y H, Zhong Z Q, Zhang B. Analysis of surface scattering characteristics of ultra-smooth optical components in gravitational wave detection system[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230222; DOI: [10.12086/oe.2023.230222](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230222)

Foundation item: Project supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFC2202203)

College of Electronics Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

* E-mail: zhangbinff@sohu.com