

光电工程

Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊
Scopus CSCD

基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计

范子超, 谈昊, 莫言, 王海博, 赵璐佳, 冀慧茹, 姜治渝, 彭如意, 付利平, 马冬林

引用本文:

范子超, 谈昊, 莫言, 等. 基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计[J]. *光电工程*, 2023, **50**(11): 230194.

Fan Z C, Tan H, Mo Y, et al. Design theory and method of off-axis four-mirror telescope for space-based gravitational-wave mission[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, **50**(11): 230194.

<https://doi.org/10.12086/oe.2023.230194>

收稿日期: 2023-08-08; 修改日期: 2023-10-18; 录用日期: 2023-10-19

相关论文

离轴四反射镜衍射成像光学系统设计

何传王, 汪利华, 黄鹏, 董小春, 范斌

光电工程 2019, **46**(11): 190099 doi: [10.12086/oe.2019.190099](https://doi.org/10.12086/oe.2019.190099)

微结构薄膜望远镜研究进展分析

杨伟, 吴时彬, 汪利华, 范斌, 罗先刚, 杨虎

光电工程 2017, **44**(5): 475 doi: [10.3969/j.issn.1003-501X.2017.05.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-501X.2017.05.001)

离轴非球面的条纹反射检测技术

赵文川, 周敏, 刘海涛, 肖向海, 宋伟红

光电工程 2018, **45**(7): 170663 doi: [10.12086/oe.2018.170663](https://doi.org/10.12086/oe.2018.170663)

轻质长条形反射镜结构优化设计

王朋朋, 辛宏伟, 朱俊青, 王永宪, 许艳军, 陈长征

光电工程 2020, **47**(8): 200109 doi: [10.12086/oe.2020.200109](https://doi.org/10.12086/oe.2020.200109)

更多相关论文见光电期刊集群网站 

 **光电工程**
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



 OE_Journal



Website

DOI: 10.12086/oe.2023.230194

基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计

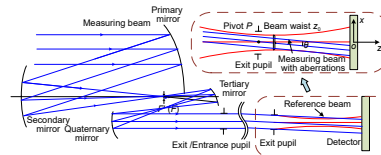
范子超¹, 谈昊¹, 莫言¹, 王海博¹, 赵璐佳¹,
冀慧茹¹, 姜治渝¹, 彭如意⁴, 付利平⁴, 马冬林^{2,3*}¹华中科技大学 物理学院, 湖北 武汉 430000;²华中科技大学 光学与电子信息学院和武汉光电国家实验室,
湖北 武汉 430000;³深圳华中科技大学研究院, 广东 深圳 518057;⁴中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190

摘要: 用于空间引力波探测的星载望远镜在航天器间进行激光的传输以支持精密干涉测量系统, 因此望远镜的光程稳定性已经成为一项关键的技术指标。在此系统中, 光瞳像差与传统的像平面像差相比在了解系统光程稳定性需求、评价望远镜成像质量以及抑制抖动光程耦合噪声等方面可提供更深刻的见解。本文基于传统像平面像差理论和光瞳像差理论, 建立了望远镜的初始结构, 然后利用光学软件 Zemax 的宏编程实现了光瞳像差和像平面像差的自动校正, 从而实现了高性能星载望远镜的设计, 仿真结果显示满足天琴任务的需求。

关键词: 空间引力波探测; 望远镜光学设计; 波前误差; 光程噪声

中图分类号: O439

文献标志码: A



范子超, 谈昊, 莫言, 等. 基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计 [J]. 光电工程, 2023, 50(11): 230194

Fan Z C, Tan H, Mo Y, et al. Design theory and method of off-axis four-mirror telescope for space-based gravitational-wave mission[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230194

Design theory and method of off-axis four-mirror telescope for space-based gravitational-wave mission

Fan Zichao¹, Tan Hao¹, Mo Yan¹, Wang Haibo¹, Zhao Lujia¹, Ji Huiru¹, Jiang Zhiyu¹,
Peng Ruyi⁴, Fu Liping⁴, Ma Donglin^{2,3*}¹School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China;²School of Optical and Electronic Information and Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China;³Shenzhen Huazhong University of Science and Technology, Shenzhen, Guangdong 518057, China;⁴The National Space Science Center (NSSC) of the Chinese Academy of Sciences (CAS), Beijing 100190, China

收稿日期: 2023-08-08; 修回日期: 2023-10-18; 录用日期: 2023-10-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (12274156); 深圳市基础研究项目 (JCYJ20210324115812035); 中国科学院重点部署青年培育项目 (JCPYJJ-22007)

*通信作者: 马冬林, madonglin@hust.edu.cn.

版权所有©2023 中国科学院光电技术研究所

Abstract: The telescopes for space-based gravitational wave detection are used to transmit the laser beam between spacecraft to support the precise interference measurement system. Therefore, the optical path stability of the telescope has become a crucial technical parameter. In this system, pupil aberrations provide deeper insights compared to traditional image plane aberrations in understanding optical path stability requirements, evaluating telescope imaging quality, and suppressing tilt-to-length coupling noise. Based on the theory of traditional imaging aberration and pupil aberration theory, the initial structure of the telescope is established, and the automatic correction of pupil aberration and image plane aberration is achieved through macro programming in the commercial optical software Zemax, thus achieving the design of a high-performance spaceborne telescope. Simulation results demonstrate that the design can meet the requirements of the TianQin mission.

Keywords: space gravitational wave detection; optical telescope design; wavefront error; optical length noise

1 引言

2015年,地基引力波观测站 LIGO (Laser interferometer gravitational-wave observatory) 观测到两个黑洞合并时产生的引力波信号 GW1501914, 直接证明了引力波的存在^[1]。地基的干涉引力波探测是臂长在千米尺度的迈克尔逊干涉仪, 其灵敏度可以探测到双中子星、中子星-黑洞以及双黑洞等双星系统产生的引力波, 但是同时也能感知到地面上如地震和海洋涌动等的背景噪声^[2]。这类背景噪声和地球引力场变化产生的重力梯度噪声在 1 Hz 以下的频段占主导地位, 导致了地基的引力波观测站难以探测到 1 Hz 以下的低频引力波信号, 这是建造空间引力波观测站的主要原因^[3]。由于在宇宙空间中难以维持地面上的臂长稳定性, 目前正在进行的空间引力波探测项目, 如 LISA、DECIGO、天琴计划、太极计划, 普遍采用外差干涉的方式进行探测^[4-8]。这些正在计划建设的空间引力波天文台, 都由三个独立的航天器组成的等边三角形编队组成, 其中天琴与其他计划的不同之处在于采用地心而非日心轨道。激光干涉的长路径测量发生在不同的航天器的光学平台之间, 每个航天器链路都需要一对望远镜来进行激光束的传输。

用于空间引力波探测的望远镜必须给另一个遥远的航天器上的探测器提供有效的光功率, 并且保证传输链路的光程稳定, 以满足引力波探测科学项目对精密干涉测量的需求。与传统的望远镜相比, 另一个显著的不同在于用于空间引力波探测的望远镜双向工作, 既发射本地光束向远处的航天器, 同时也接收来自远处航天器的信号光。因此, 这类望远镜的设计要求可以分为两类。首先, 应保证望远镜光程的稳定性。望远镜系统应具有远超衍射极限的波前畸变, 以避免测

量时引入额外的相位噪声。此外, 由于空间环境存在不可避免的视场抖动, 抖动带来的角度失调会引起测量相位的误差, 这种噪声通常被称为抖动光程耦合 (TTL) 噪声^[9-10]。在光学设计中, 应尽量保证波前误差的相位分布在捕获视场内平坦, 以消除或者最小化视场抖动造成的光程长度读数误差^[11]。其次, 设计方案应尽量抑制望远镜系统内部的杂散光。由于望远镜同时接收和发射光束, 本地发射的激光光束在镜面上反射时引起的背向杂散光会耦合到测量光束中, 造成测量相位的误差^[12]。预期可容许的杂散光噪声水平大致和远处航天器上光电探测器接收到的信号光功率一致。尽管研究表明, 光学镜面上的一些特殊的镀膜图案可以在一定程度上抑制共轴方案中望远镜副镜造成的背向杂散光, 但现在望远镜设计仍然普遍采用工程化风险更小的离轴反射式结构来避免背向杂散光^[13-15]。

望远镜设计可以参考经典的卡塞格林式的 TMA (three-mirror anastigmat) 结构, 其离轴性能好并且便于加工制造^[16-20]。在设计引力波探测星载望远镜时, 设计动机不同可能导致一些不同的选择, 大多数指标与常规的成像望远镜类似。LISA 项目从上个世纪 90 年代提出空间引力波探测的概念起, 就开始了星载望远镜系统的研究^[21], 已经公开了多代望远镜系统的设计方案, 其中以 TMA 为基础的离轴四反方案为研究重点。类 LISA 的空间引力波探测项目中望远镜的规格大多参考了其方案, 各自根据项目需求提出了高性能的星载望远镜设计。除了离轴化的结构, 望远镜的光学设计中也逐渐探索出了抑制背向杂散光的方案。在望远镜的副镜和三镜之间通常设有中继的像面, 在像平面处设置视场光阑可以有效屏蔽视场外的部分杂散光。出于类似的考虑, 望远镜系统设有实出瞳作为

光学平台上的接口, 在出瞳位置上设置遮光光阑可以遮挡大部分科学视场外的杂散光。望远镜的发展与工艺水平相关^[22], 研究显示, 目前工艺上可加工的镜面表面质量, 可以保证背向杂散光水平满足子系统的噪声预算^[23]。

尽管如此, 望远镜系统的光学设计仍然具有改进的潜力, 尤其是考虑到 TTL 耦合噪声的性能。在大口径的望远镜设计中, 抑制扰动在各个系统中都会涉及^[24], 而 LISA 项目组和太极团队对光学设计中关于 TTL 耦合噪声的机理以及相关仿真平台的建立进行了深入的研究。Schuster 等人基于等光程原理, 在数值仿真的基础上通过实验证明了在光电探测器前设计光学成像系统可以抑制 TTL 噪声^[11]。中国科学院长春光机所的王智团队研究了望远镜不完美容像引起的波前退化对 TTL 噪声的影响, 对不同 RMS 值的波前误差以及不同类型的像差进行了仿真测试^[25-26]。Livas 等人提出, 由于望远镜是一个无焦的光学系统, 光瞳像差提供了关于有限远的入瞳和出瞳之间光程稳定性的更直接的描述。LISA 团队发现未校正光瞳像差的系统中, 追迹主光线得到的出瞳面上的足迹显示出明显的坐标偏移, 导致实际测试中 TTL 噪声超过了预期值。LISA 望远镜的设计通过光瞳像差的校正进行了升级, 减少了光线在出瞳面的坐标偏移, 包括 TTL 耦合噪声在内的指标均达到了设计要求^[27]。由此可见, 以 TTL 耦合噪声或者光程稳定性为主导的望远镜设计已经成为系统升级的重要研究方向。

本文介绍了天琴计划任务中关于望远镜光学系统设计方面的最新进展, 重点讨论了望远镜像差控制和 TTL 耦合噪声方面的重大挑战。首先依次对望远镜设计指标进行了简要回顾, 对精密测量涉及到的波前质量和光程稳定性进行了重点分析。然后以泽尼克多项式拟合出瞳处不同相位分布, 建立了望远镜像差与 TTL 耦合噪声的模型, 并且强调了光瞳成像在此模型中的重要性。在几何光学的框架下分析了光瞳像差的行为, 结合初级像差理论以及光瞳像差理论完成了傍轴结构的设计。在系统离轴化过程中, 提出了主光线 RMS 半径的概念, 用以在优化过程中量化地评价高阶光瞳像差的平衡。同时结合主光线散点图, 在光学设计软件 Zemax 中建立了较完整的光瞳像差优化和可视化评价的工具。最后, 通过数值仿真的方式分析了望远镜的设计残余像差对光程稳定性的影响, 验证了提出的设计方案的可行性。

2 望远镜设计规范与需求分析

天琴望远镜的设计规范如表 1 所示, 其中大多数指标与类 LISA 项目相似, 轨道的不同导致一些不同的设计选择。天琴计划的航天器计划绕地球轨道运行, 航天器组成边长为 17 万千米的正三角形编队。对于星载望远镜设计来说, 温度梯度引起的非旋转对称的离轴像差在以地球为中心的轨道上更受关注。波前质量和稳定性 (光程稳定性和杂散光稳定性) 与绕日轨道相比, 必须进一步提高来应对热稳定性的退化。此外, 望远镜之间的距离减小, 意味着允许望远镜适当减小口径, 在保证收集到足够的信号光功率的同时减轻望远镜的质量。

表 1 天琴望远镜的光学指标
Table 1 Specifications of the TianQin telescope

系统参数	设计需求
波长	1064 nm
波前质量(设计残余像差)	$\leq \lambda/300$ RMS@1064 nm
捕获视场	± 200 μ rad
科学视场	± 7 μ rad
入瞳直径	220 mm
放大倍率	40 \times
背向杂散光功率	$< 10^{-10}$ of laser power
光程稳定性	TTL ≤ 0.025 nm/ μ rad

望远镜的工作波长由干涉测量系统中使用的激光器决定, 其中激光器的频率稳定性是一个重要的考虑因素。Nd: YAG 激光器为系统提供 $f_0=c_0/\lambda$ 的初始频率, 再通过声光调制获得稳定的外差频率, 其中 c_0 为真空中的光速^[28]。斯特列尔比是衡量能量传递效率的重要指标, 通常以斯特列尔比大于 0.8 作为光学系统满足衍射极限的判据。单个测量链路的斯特列尔比大于 0.9, 那么在收发系统同时工作时则有 $S=0.9^2=0.81$, 满足衍射极限的需求, 此时对应的波前质量为 $\lambda/20$ ^[29]。考虑到给光学平台上的其他光学元件留有余量, 望远镜子系统预分配的 RMS 波像差大约为 $\lambda/40$ 。设计残余的 RMS 波像差预算为 $\lambda/300$, 在 1064 nm 的工作波长下大约为 3.55 nm。捕获视场是根据建立激光链路接收信标信号以获取初始指向来设定的, 和选择的轨道以及捕获时间有关。由于光速相对于航天器间十几万千米的臂长有限, 因此工作时发射望远镜需要提前指向接收望远镜的位置。科学视场是指完成正常科学操作的角度, 它必须能容忍提前指向角度在选

择轨道下的静态偏移和动态变化的范围^[30]。入瞳直径决定了望远镜远场可接收区域的大小, 因此必须保证接收望远镜收集到的激光功率能满足探测灵敏度的要求。无焦的望远镜本质上是一个大型的准直器, 无焦放大倍率数值上等于系统入瞳和出瞳的比值, 实际上主要受光学平台接口处的尺寸影响。天琴系统中望远镜的背向杂散光预算与信号光功率有关, 需要杂散光功率小于激光光源功率的 10^{-10} 。望远镜的光程稳定性与光程噪声和指向精度有关, 微米量级的光程稳定性需要大约 $0.025 \text{ nm}/\mu\text{rad}$ 的 TTL 噪声水平^[31]。

3 望远镜像差和 TTL 耦合噪声模型

3.1 望远镜的远场相位

如图 1 所示, 本地激光器发出的高斯光束经过望远镜扩束后从本地的望远镜主镜出射, 传播 17 万千米后被另一个望远镜主镜接收, 其中主镜的半径 R 为 110 mm , 激光器的波长为 1064 nm ^[25]。

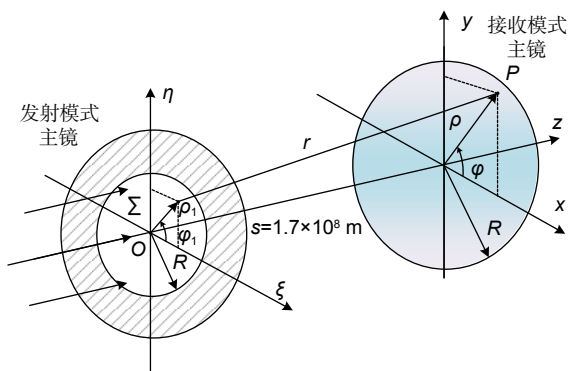


图 1 发射高斯光束的夫琅禾费衍射模型
Fig. 1 Fraunhofer's diffraction model for transmitting Gaussian beam

高斯光束在主镜出射时发生衍射, 且满足 $s \gg kR^2/2$ 的夫琅禾费远场近似条件, 接收望远镜主镜上的光场为

$$E(x, y, z) = \exp \left\{ ik \left[s + \frac{1}{2s} (x^2 + y^2) \right] \right\} / (i\lambda k) \iint_{\Sigma} E(\xi, \eta) \exp \left[-\frac{ik}{s} (x\xi + y\eta) \right] d\xi d\eta, \quad (1)$$

其中, $E(\xi, \eta)$ 为孔径面 Σ 处的光场, 可以表示为

$$E(\xi, \eta) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-ik(z - z_0) - ik \frac{\xi^2 + \eta^2}{2q} \right], \quad (2)$$

其中: $k=2\pi/\lambda$ 为波数, w_0 表示高斯束腰半径, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r}\right)^2}$ 表示高斯光束传播到 z 处的光斑

半径, $z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为高斯光束的准直距离, 高斯光束复参数 $q=(z-z_0)+iz_r$, E_0 为高斯光束振幅的常数因子。在束腰位置处基模高斯光束的相位为平面, 其强度分布为

$$I = |E|^2 = E_0^2 \exp \left(-\frac{2r^2}{w_0^2} \right). \quad (3)$$

总功率 P 可以表示为

$$P = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_1 I(\rho_1, \varphi_1) d\rho_1 d\varphi_1. \quad (4)$$

天琴任务中激光器发射的高斯光束的功率为 1 W , 因此对高斯光束的能量进行归一化, 利用式 (3) 和式 (4) 可以计算 1 W 的高斯光束对应的常数因子 E_n 。能量归一化后在 Matlab 软件中通过数值积分的方式得到远场的波前分布。

图 2(a) 和 2(b) 分别展示了无像差的理想状态时接收面上的强度分布和相位分布, 相位对应的光程误差小于微米量级。实际光学系统不完美成像会导致波前退化, 此时的额外相位误差可以表示 $\exp(i2\pi\Delta W)$ 。除了望远镜设计的残余波前误差, 加工制造以及装调的误差水平预计大约为 $\lambda/40$ 。通过随机生成 37 阶泽尼克多项式系数, 可以生成 $\lambda/40$ 水平下波前的波前分布, 以及估计此波前误差对远场相位的影响。图 2(c) 中给出了在孔径面上利用泽尼克多项式生成的波前相位分布, 图 2(d) 展示了带有波前误差的远场相位分布, 结果显示 RMS 误差减小到大约 $\lambda/182$ 的水平。远场的相位误差相比发射时变的平坦, 更详细的全系统的分析会在以后的工作中讨论, 在本文下面对光学系统的设计讨论中, 接收到的波前近似为平面波处理。

3.2 望远镜像差与 TTL 耦合噪声

如图 3 所示, 望远镜对接收到的远场波前进行压缩, 并且以出瞳为接口出射到光学平台上, 与本地的参考光束进行干涉测量。由于在探测时只关心相位误差导致的光程信号的变化, 下面进行讨论时假设忽略了振幅。望远镜接收到的测量光束的相位分布近似为平面波, 假设测量光束沿着 z 轴方向传播, 其光场可以表示为

$$E_{\text{plane}}(x, y, z) = \exp(-ikz - i\omega t + i\phi), \quad (5)$$

其中: w 为频率, ϕ 为初始相位。假设望远镜系统的波像差可以表示为 ΔW , 并且忽略光学平台上其他光学元件的像差, 平面波经过望远镜系统后的场可以表示为

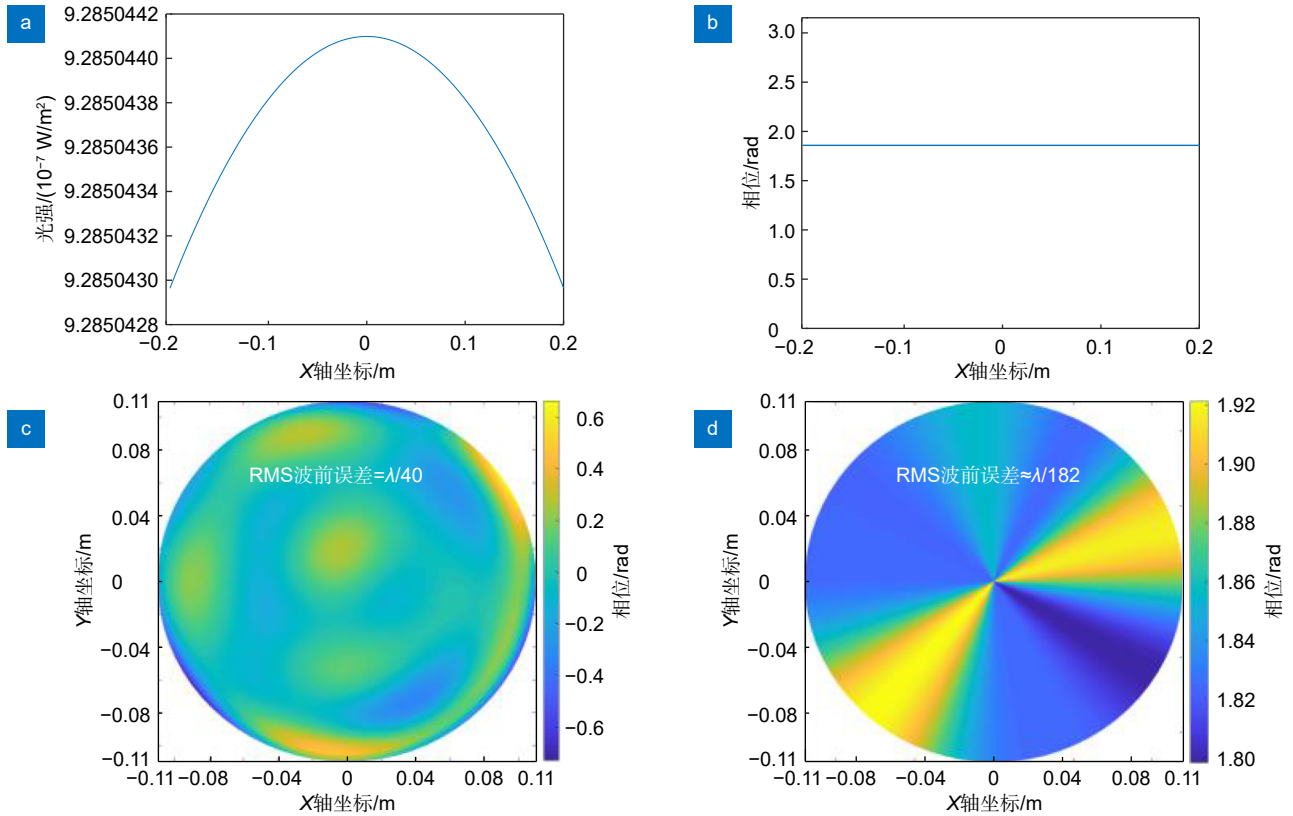


图 2 远场波前。(a) 衍射强度分布；(b) 衍射相位分布；(c) 生成的 $\lambda/40$ 波前误差；(d) 带有 $\lambda/40$ 波前误差的远场相位分布
 Fig. 2 Far-field wavefront. (a) The diffraction intensity distribution; (b) The diffraction phase distribution; (c) The generated phase with wavefront error of $\lambda/40$; (d) The diffraction phase distribution of the far field with wavefront error

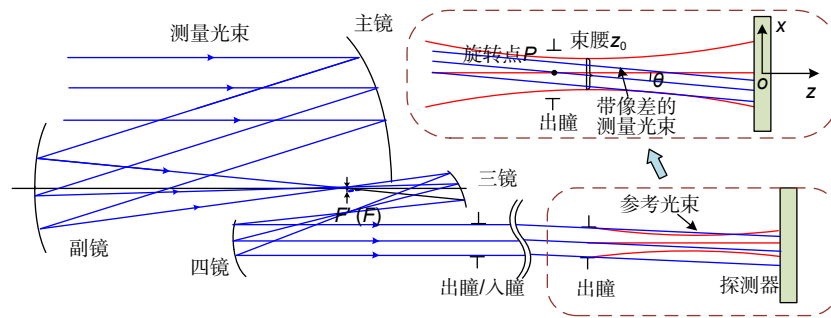


图 3 望远镜像差和 TTL 耦合噪声模型
 Fig. 3 Modeling of wavefront aberration and TTL coupling noise

$$E_{\text{plane-aber}}(x, y, z) = \exp(-ikz - i\omega t + i\phi + i k \Delta W). \quad (6)$$

航天器的抖动使得对准时的角度出现失调，导致平面波的波前发生倾斜，测量光束在 XOZ 平面内绕出瞳中心 P 点旋转角度 θ 。如图 3 所示， $z=0$ 的位置设置在光电二极管的平面，旋转点 P 的位置矢量为

$$\mathbf{p} = (0, 0, -d)^T. \quad (7)$$

旋转前任意位置的坐标点为：

$$\mathbf{r}_{\text{plane}} = (x, y, z)^T. \quad (8)$$

经过旋转， $\mathbf{r}_{\text{plane}}$ 在新的坐标系中位置矢量可以写

成：

$$\mathbf{r}_{\text{rot}}(x, y, z) = \mathbf{M}_{\text{rot}} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{p}) + \mathbf{p}, \quad (9)$$

其中， \mathbf{M}_{rot} 为绕 y 轴旋转的矩阵：

$$\mathbf{M}_{\text{rot}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (10)$$

倾斜传播平面波的光场表达式可以通过坐标变换得到：

$$E_{\text{meas}}(x, y, z) = E_{\text{plane-aber}}(\mathbf{r}_{\text{rot}}(x, y, z)). \quad (11)$$

参考光束用基模高斯光束来描述更加合适, 其电场表达式为

$$E_{\text{ref}}(x, y, z) = \exp\left(-i\omega t - ik \frac{x^2 + y^2}{2q} - ik(z - z_0)\right). \quad (12)$$

参考光束和测量光束之间的光程差信息包含在两束光场的叠加项的复振幅中, 通过对探测区域上的强度积分可以得到相位信息^[9]:

$$O_{\text{ovi}} = \int E_{\text{meas}} E_{\text{ref}}^* dr^2. \quad (13)$$

复相位可以通过波数 k 转化为光程信息:

$$s = \arg(O_{\text{ovi}})/k \quad (14)$$

望远镜的像差 ΔW 对 TTL 耦合噪声的影响可以通过光程信号对角度的灵敏度来评价, 在仿真计算中通过光程对角度的微分来计算:

$$s_{\text{slope}} = \frac{ds}{d\theta} = \frac{d(\arg(O_{\text{ovi}})/k)}{d\theta}. \quad (15)$$

3.3 光瞳像差理论

天琴望远镜是一个无焦系统, 相比像平面像差的无穷远共轭成像, 光瞳像差描述的共轭关系更适合此光学模型中的消除 TTL 噪声的设计目标。光瞳像差在这里更多地描述了不同光学系统间的共轭关系, 保证整个系统精确的坐标对准。LISA 团队认为光瞳像差造成的主光线在光瞳上的坐标偏移, 导致了实际测试中 TTL 噪声超出了预期可控制的水平, 因此提出了光瞳像差校正的概念, 实际的仿真结果也表明, 光瞳像差的平衡导致了 TTL 噪声的快速收敛。

光瞳像差概念一种便于理解的解释为, 光瞳成像是成像过程中交换了像差公式中边缘射线和主射线的作用, 即在光瞳成像的过程中, 物平面和像平面为系统的“入瞳”和“出瞳”, 而原本的光瞳被认为是物和像^[27]。图 4 显示了光瞳成像的过程, 光瞳像差可以理解为假设物放置在入瞳处时在出瞳处观察到的像差。对于天琴望远镜这个典型的无焦系统来说, 光瞳像差

指导了光线在光瞳平面的坐标对准以及与光学平台上其他子系统之间的耦合, 在评价函数中加入对光瞳像差的限制显然可以更准确地反映出用于精密测量的设计需求。此外, 交换了特征光线的角色后, 主光线决定成像位置, 而边缘光线决定成像高度。这种转换关系表明只需要从熟知的像平面像差理论入手, 再进行简单的代数变换就可以得到光瞳像差的表达式。

赛德尔像差只和光学系统的近轴量有关, 一般通过下面列出的公式计算^[32]:

$$\begin{cases} S_{\text{I}} = -\sum A^2 \cdot y \cdot \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \\ S_{\text{II}} = -\sum A\bar{A} \cdot y \cdot \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \\ S_{\text{III}} = -\sum \bar{A}^2 \cdot y \cdot \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \\ S_{\text{IV}} = -\sum L^2 \cdot c \cdot \Delta\left(\frac{1}{n}\right) \\ S_{\text{V}} = -\sum \left\{ \frac{\bar{A}^3}{A} \cdot y \cdot \Delta\left(\frac{u}{n}\right) + \frac{\bar{A}}{A} \cdot L^2 \cdot c \cdot \Delta\left(\frac{1}{n}\right) \right\} \end{cases}, \quad (16)$$

其中: 带横杠表示与主光线相关的量, 不带横杠表示与边缘光线相关, y 表示光线在表面上的高度, c 表示当前表面的曲率, u 为光线的孔径角, n 为介质的折射率。 Δ 符号表示在介质表面折射 (反射) 前后的变化量, 以 $\Delta(u/n)$ 为例, 它可以表示为 $\Delta(u/n) = u'/n' - u/n$ 。 A 和 \bar{A} 分别定义为边缘光线的折射不变量和主光线的折射不变量, 可以写成下面的方程:

$$\begin{cases} A = n(y'c + u) \\ \bar{A} = n(\bar{y}'c + \bar{u}) \end{cases} \quad (17)$$

L 定义为光学系统的 Lagrange 不变量, 它的值可以通过下面的方程得到:

$$L = n\bar{u}y - nu\bar{y}. \quad (18)$$

式 (16) 中, 关于主光线和边缘光线的量进行互换, 便可以得到初级光瞳像差的描述:

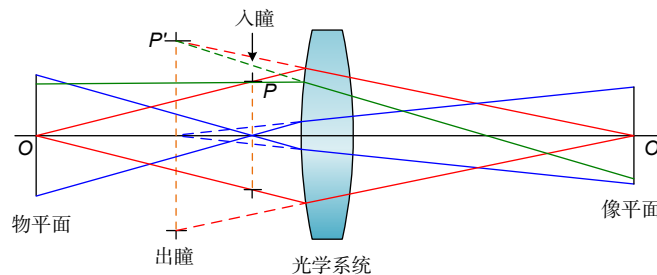


图 4 光瞳成像过程中主光线和边缘光线的作用

Fig. 4 Function of the chief ray and marginal ray in pupil imaging

$$\begin{cases} \bar{S}_I = -\sum \bar{A}^2 \cdot \bar{y} \cdot \Delta\left(\frac{\bar{u}}{n}\right) \\ \bar{S}_{II} = -\sum A\bar{A} \cdot \bar{y} \cdot \Delta\left(\frac{\bar{u}}{n}\right) \\ \bar{S}_{III} = -\sum A^2 \cdot \bar{y} \cdot \Delta\left(\frac{\bar{u}}{n}\right) \\ \bar{S}_{IV} = -\sum L^2 \cdot c \cdot \Delta\left(\frac{1}{n}\right) \\ \bar{S}_V = -\sum \left\{ \frac{A^3}{A} \cdot \bar{y} \cdot \Delta\left(\frac{\bar{u}}{n}\right) + \frac{A}{A} \cdot L^2 \cdot c \cdot \Delta\left(\frac{1}{n}\right) \right\} \end{cases} \quad (19)$$

显然, 光瞳像差的波前也可以写成类似 Hopkins 关于像平面像差的波前级数展开式:

$$\begin{aligned} \Delta W(\rho, \varphi, \eta) = & \frac{1}{8} \bar{S}_I \eta^4 + \frac{1}{2} \bar{S}_{II} \rho \eta^3 \cos \varphi + \frac{1}{2} \bar{S}_{III} \rho^2 \eta^2 \cos \varphi \\ & + \frac{1}{4} (\bar{S}_{III} + \bar{S}_{IV}) \rho^2 \eta^2 + \frac{1}{2} \bar{S}_V \rho \eta^3 \cos \varphi. \end{aligned} \quad (20)$$

4 望远镜光学系统设计

4.1 望远镜初始结构设计

光学设计的基本系统参数参照表 1, 此外为了保证制造和测试的便利性, 望远镜 (不包括机械支撑结构) 的光学长度限制在 400 mm 以内。近轴的光学布局如图 5 所示。望远镜四镜承担的光焦度比较小, 因此启动的初始结构可以认为是包含中继像面的 TMA 设计, 随后在优化过程中再逐渐将三镜的光焦度分配到四镜中。对于初始结构建立详细的描述, 参考我们团队之前 TMA 设计的工作^[18], 涉及到的初级像差计算公式在上一节中已经给出。初始值设置为 $y_1 = 110$ mm, $y'_1 = 5$ mm, $t_1 = -500$ mm, $t_3 = 350$ mm。在此阶段处理像差平衡问题时, 除了式 (16)~(18) 中描述

的像平面赛德尔像差, 初级光瞳像差部分也作为评价函数在光学设计软件 Zemax 中进行优化。José Sasián 推导了基于近轴光线追迹的高阶像差系数的代数表达式, 并且公开了 Zemax 中的宏扩展的代码, 可以分别输出三阶以及五阶的光瞳像差系数^[33]。使用 ZPLM 操作数将 ZPL 宏返回的光瞳像差系数加入评价函数中, 可以得到天琴望远镜的初始设计, 如表 2。

表 2 天琴望远镜的同轴初始结构设计参数

Table 2 Coaxial initial structure parameters of the TianQin telescope

表面	曲率半径/mm	厚度/mm	圆锥系数
主镜	-643.455	-300	-0.929
次镜	-47.498	350	-
三镜	-188.985	-60	-
四镜	Infinity	-	-
像面	-	-	-

4.2 光瞳像差评价

为了研究光瞳像差的行为, 我们先回顾像平面像差的点列图。不同的场 (H_x, H_y) 和光瞳坐标 (P_x, P_y) 下定义的光线, 穿过假定的平面时的 (x, y) 坐标组成的光斑图。一般选取与物共轭的像平面来进行观察, 横向射线像差显示为与参考点的偏差 (ϵ_x, ϵ_y)^[32]。这种关系可以扩展到光瞳像差的评价中, 根据光瞳的定义, 在理想的光学系统中主光线必然经过光瞳中心。由此 LISA 项目组的 Livas 等人提出了主光线点列图的概念, 在全视场下追迹 ($H_x, H_y, P_x=0, P_y=0$) 的光线, 得到主光线与出瞳平面相交的坐标, 在二维平面上绘出的点列图可以反应光瞳像差的水平。完美成像的系统不存在像差, 所有的主光线汇聚成一点, 而在非理

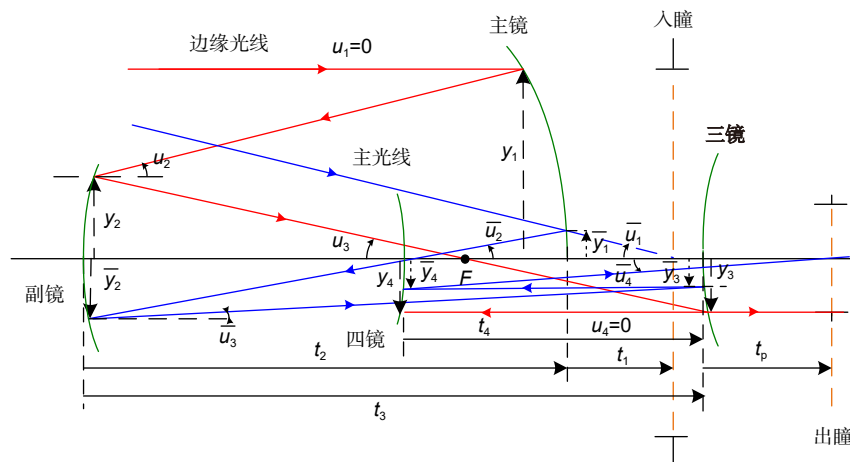


图 5 初始结构的近轴光线追迹示意图

Fig. 5 Schematic diagram of paraxial ray tracing of the initial design

想状态下, 光瞳像差带来的坐标偏移会使得点列图成为一个光斑。主光线点列图的提出为研究光瞳像差的行为提供了有力的研究工具^[27]。

进一步地, 为了定量地分析光瞳像差的水平, 我们提出了主光线 RMS 半径的概念。类似于像平面的 RMS 半径, 主光线 RMS 半径定义为

$$R_{CRMS} = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}{N} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

其中: N 代表采样点个数, x_i 表示第 i 个采样点在光瞳平面上的 x 坐标, y_i 为第 i 个采样点在光瞳平面上的 y 坐标, 带横杠的量表示为相应的算术平均值。尽管本质上与主光线点列图类似, 但是 R_{CRMS} 的提出为光学设计的优化提供了一个合适的度量。采用 ZPL 宏或者是 ZOS-API 的接口, 可以通过编程将 R_{CRMS} 加入到光学评价函数中, 进而实现在设计中同时校正像平面像差以及光瞳像差。

4.3 离轴四反设计

为了满足本设计中同时校正瞳孔和像面像差的要求, 在设计过程中采用渐进式策略, 非球面的数量以及采用的偶次非球面的阶数逐渐增加。可调节的透镜参数, 包括表面曲率半径、三镜和四镜的非球面系数、 y 方向的偏心量和 x 轴的倾斜角度作为优化的变量。应尽可能保持波前的矢高分布均匀或者对称, 并在采样视场的各个方向上稳定, 这可以有效地抑制由几何

波前误差产生的 TTL 耦合噪声。在优化过程中, 通过 RMS 波前误差和光瞳像差来评价天琴望远镜的成像质量, 其中评价函数主要包括 Zemax 生成的默认波前误差、光学距离等边界条件以及上节中描述的 R_{CRMS} 。

经过反复的优化, 可以得到最终的设计结果。

图 6 显示了最终的离轴设计的布局, 其中包括三个视场下 ($-200 \mu\text{rad}$ 、 0 、 $+200 \mu\text{rad}$) 的光线。主镜是一个大口径抛物面反射镜, 其他三个反射镜的面型为偶数次非球面。在望远镜系统内部的副镜和三镜之间, 设置有一个中间像平面, 使得视场外的杂散光可以被放置在焦平面上的光阑屏蔽。三镜和四镜将聚焦的激光束重新准直, 并通过出瞳进入光学平台, 进入光学平台的光束的宽度约为 1.5 mm 。基本结构参数和偶阶非球面系数详见表 3 和表 4。

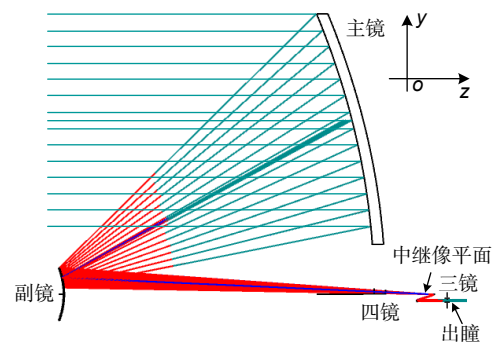


图 6 天琴望远镜设计的光学布局

Fig. 6 Optical layout of the TianQin telescope design

表 3 离轴结构设计参数

Table 3 Fundamental parameters of final off-axial structures

表面	半径/mm	厚度/mm	圆锥系数	Y 偏心/mm	X 倾斜/(°)	尺寸/mm
主镜	-708.33	-320.02	-0.95	-180	-	230
次镜	-75.09	382.38	-5.41	-	-	55
三镜	-195.52	-19.17	16.33	0.09	-8.1	2.5
四镜	49.017	-	18.27	-7.73	-5.5	9.1
像面	-	-	-	-	-	-

表 4 离轴结构中的偶次非球面系数

Table 4 Even-order aspheric coefficients of final off-axial structures

表面	四阶项	六阶项	八阶项	十阶项
副镜	-1.31E-06	4.63E-10	-1.74E-13	3.73E-17
三镜	5.34E-03	3.05E-03	-3.875E-03	-1.59E-03
四镜	-5.68E-05	-5.64E-05	-4.019E-08	2.31E-10

5 性能评价与分析

以捕获视场作为参照, 重点优化的对象为科学视场内的主光线。不同视场的波前误差如图 7 所示, 其显示了在科学视场内望远镜具有均匀的波前分布, 并且 RMS 波前误差均小于 $\lambda/300$, 满足分配的设计残余像差的噪声预算。图 8 中给出了一组不同视场的主光线与出瞳平面相交的位置, 蓝色圆圈表示科学视场中的主光线, 红色星号表示捕获视场中的主射线。以质心为参考, 两个视场下的 R_{CRMS} 在图中进行了展示。

经过计算, 结果显示 $R_{CRMS-S}=0.4710\text{ mm}$, $R_{CRMS-A}=0.0341\text{ mm}$, 其中下标 S 和 A 分别表示科学视场和捕获视场。我们之前提出的天琴的初步设计中^[34], 光瞳像差没有被特别地考虑, 捕获视场下 $R_{CRMS}=0.729\text{ mm}$ 。对比可以看出, 光瞳像差得到了很好的校正, 提出的光瞳像差的优化设计方法的有效性得到了验证, 同时维持了像平面的高质量成像。

此外, 我们使用前 37 阶泽尼克多项式拟合出了出瞳处波前的相位分布, 用来对望远镜的 TTL 噪声进行数值仿真。表 5 中给出了 Zernike Fringe 多项式的

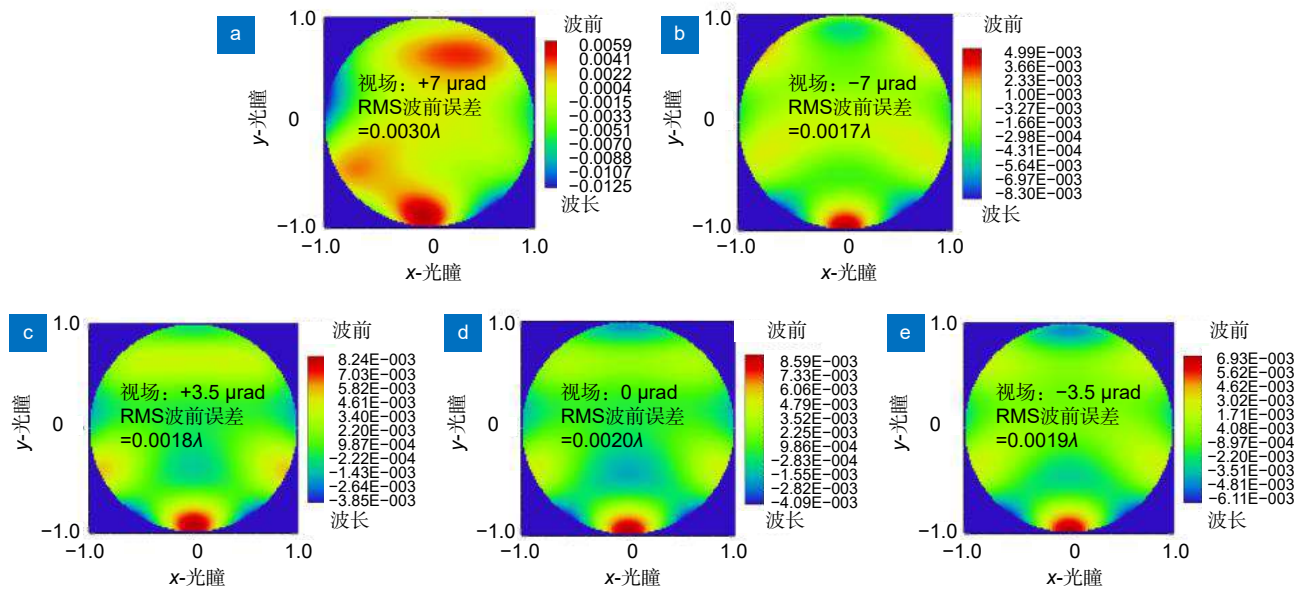


图 7 望远镜科学视场的波前误差

Fig. 7 Wavefront error over the scientific field of view

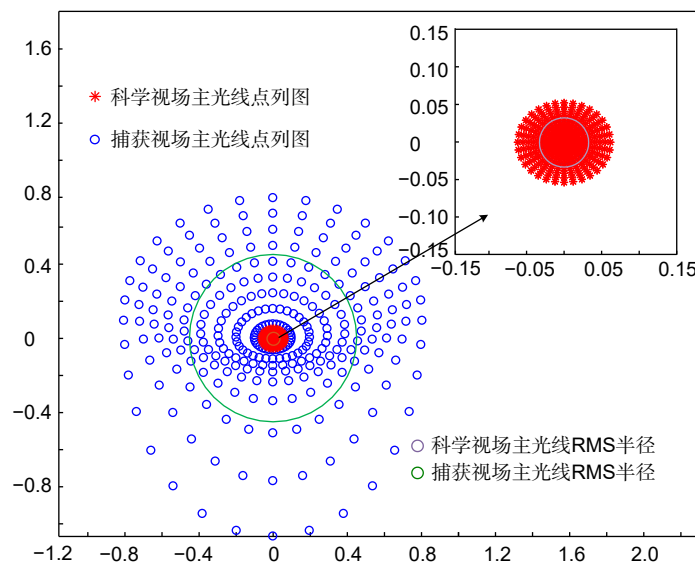


图 8 出瞳位置的主光线点列图

Fig. 8 Chief ray spot diagram in the exit pupil

表 5 波前误差 Zernike Fringe 展开式
Table 5 Wavefront error in the form of Zernike Fringe series expansion

序数	系数 a_i	多项式 Z_i	序数	系数	多项式
Z1	-0.0046	1	Z20	0.001969	$(5\rho^2 - 4)\rho^3 \sin 3\theta$
Z2	0.005705	$\rho \cos \theta$	Z21	0.001095	$(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6)\rho^2 \cos 2\theta$
Z3	-0.01953	$\rho \sin \theta$	Z22	-3.44E-06	$(15\rho^4 - 20\rho^2 + 6)\rho^2 \sin 2\theta$
Z4	0.008356	$2\rho^2 - 1$	Z23	7.57E-07	$(35\rho^6 - 60\rho^4 + 30\rho^2 - 4)\rho \cos \theta$
Z5	0.049601	$\rho^2 \cos 2\theta$	Z24	-0.0003	$(35\rho^6 - 60\rho^4 + 30\rho^2 - 4)\rho \sin \theta$
Z6	-0.01931	$\rho^2 \sin 2\theta$	Z25	-2.57E-05	$70\rho^8 - 140\rho^6 + 90\rho^4 - 20\rho^2 + 1$
Z7	0.010996	$(3\rho^2 - 2)\cos \theta$	Z26	0.000114	$\rho^5 \cos 5\theta$
Z8	0.021988	$(3\rho^2 - 2)\sin \theta$	Z27	-0.00054	$\rho^5 \sin 5\theta$
Z9	0.001957	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	Z28	-0.0001	$(6\rho^2 - 5)\rho^4 \cos 5\theta$
Z10	0.022299	$\rho^3 \cos 3\theta$	Z29	-1.46E-05	$(6\rho^2 - 5)\rho^4 \sin 5\theta$
Z11	0.016406	$\rho^3 \sin 3\theta$	Z30	-2.73E-07	$(21\rho^4 - 30\rho^2 + 10)\rho^3 \cos 3\theta$
Z12	-0.00045	$(4\rho^2 - 3)\rho^2 \cos 2\theta$	Z31	5.70E-05	$(21\rho^4 - 30\rho^2 + 10)\rho^3 \sin 3\theta$
Z13	0.003273	$(4\rho^2 - 3)\rho^2 \sin 2\theta$	Z32	2.04E-05	$(56\rho^6 - 105\rho^4 + 60\rho^2 - 10)\rho^2 \cos 2\theta$
Z14	0.0000082	$(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)\rho \cos \theta$	Z33	2.02E-07	$(56\rho^6 - 105\rho^4 + 60\rho^2 - 10)\rho^2 \sin 2\theta$
Z15	-0.00074	$(10\rho^4 - 12\rho^2 + 3)\rho \sin \theta$	Z34	-5.12E-10	$(126\rho^8 - 280\rho^6 + 210\rho^4 - 60\rho^2 + 5)\rho \cos \theta$
Z16	-0.0006	$20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1$	Z35	-4.72E-06	$(126\rho^8 - 280\rho^6 + 210\rho^4 - 60\rho^2 + 5)\rho \sin \theta$
Z17	-0.00513	$\rho^4 \cos 4\theta$	Z36	-3.21E-07	$(252\rho^{10} - 630\rho^8 - 560\rho^6 - 210\rho^4 + 30\rho^2 - 1)$
Z18	-0.00135	$\rho^4 \sin 4\theta$	Z37	2.29E-08	$924\rho^{12} - 2772\rho^{10} + 3150\rho^8 - \dots$ $1680\rho^6 + 420\rho^4 - 42\rho^2 + 1$
Z19	0.000825	$(5\rho^2 - 4)\rho^3 \cos 3\theta$			

形式以及对应的多项式的系数，系数包括了设计的残余误差以及系统公差分配的结果^[35]。式 (6) 中的波前误差 ΔW 可以用下面的多项式表示：

$$\Delta W = \sum a_i Z_i(\rho, \theta) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 37) \quad (22)$$

利用式 (6)~(15) 和式 (22)，在半径为 5 mm 的圆形探测区域进行数值积分，得到光程信号随倾斜角度的变化曲线 (图 9)，对光程信号进行微分可以得到此信号对抖动角度的敏感度，结果显示在 $\pm 300 \mu\text{rad}$ 的范围内最大的 TTL 噪声约为 $0.0144 \text{ nm}/\mu\text{rad}$ ，满足对

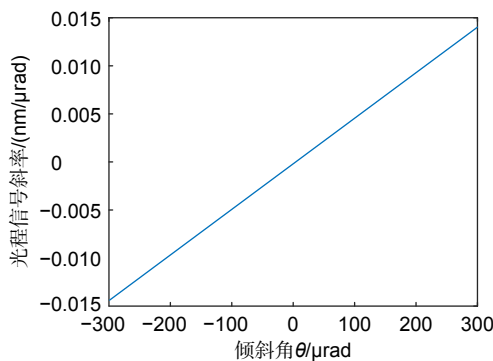


图 9 光程信号斜率随倾斜角度的变化曲线
Fig. 9 Curve of slope of pathlength signal with tilt angle

光程稳定性的要求。尽管结果只研究了几何像差的影响，仍然可以看出系统的性能得到提升，对于全链路系统层级的物理光学性能仿真将会在未来的工作中进行探究。

6 结 论

在本文中，我们介绍了天琴计划近期在空间引力波探测望远镜设计方面取得的最新进展，重点包括在望远镜的波前误差控制、光瞳成像行为以及光程稳定性等方面的研究。在望远镜设计时除了考虑到干涉测量超低波前畸变的需求，还对光瞳像差概念进行了讨论，进而对像差和 TTL 耦合噪声的关系得到更深入的理解。在研究光瞳像差时，我们从像平面像差入手通过坐标变换推导了初级光瞳像差的表达式，并且通过宏编程开发了在光学设计软件中校正光瞳像差的工具，成功地实现了望远镜的设计。结果显示，望远镜的波前误差远远超过衍射极限，光瞳像差和 TTL 噪声的性能相比原有设计均得到了有效的提升。无论是在天琴计划还是其他类 LISA 的空间引力波探测项目中，这种同时校正像平面像差和光瞳像差的自动化工具，未来在其他领域也具有一定的指导意义。

尽管目前的参考望远镜设计在概念性的分析和仿真实验上初步表明了诸多需求已经得到了满足, 但后续仍然有许多问题需要探索。望远镜的性能有进一步提升的可能, 迅速发展自由曲面的制造和加工给望远镜设计提供了更多选择。自由曲面提供的自由度很可能提升现有望远镜的成像质量, 无论是接收模式还是发射模式中信号光波前的退化和畸变也会降低, 这必然会使得在外差干涉测量中的光程信号读数更准确。随着加工制造以及自由曲面公差分析理论的成熟, 未来包含自由曲面的天琴望远镜设计会成为具有潜力的方向。除了望远镜本体, 子系统中望远镜的机械支撑结构设计、望远镜杂散光遮光设计、望远镜材料以及热分析等方面均面临选择和挑战。望远镜作为精密干涉测量的组成部分, 未来的工作中需要对望远镜系统与干涉仪之间的耦合效应进行探索, 以干涉测量为目标指导望远镜的设计。更深入的研究可能需要对部分甚至整个干涉测量链路进行系统层级的物理仿真平台的搭建, 用来精准地反映望远镜在仿真测试中的性能, 降低工程化的风险, 保证实际制造的望远镜以预期的性能工作。更进一步地, 我们希望未来制造以及安装一个基本满足任务需求的原型望远镜, 以验证设计的可工程化性能并且进行地面上的基本性能的测试。

致 谢

感谢华中科技大学光学与电子信息学院魏诗力博士在本工作中给与的帮助。

参考文献

- [1] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, **116**(6): 061102.
- [2] Acernese F, Agathos M, Agatsuma K, et al. Advanced Virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector[J]. *Class Quantum Gravity*, 2015, **32**(2): 024001.
- [3] Wanner G. Complex optical systems in space: numerical modelling of the heterodyne interferometry of LISA Pathfinder and LISA[D]. Hannover: Leibniz University Hannover, 2010: 1–106.
- [4] Danzmann K. LISA mission overview[J]. *Adv Space Res*, 2000, **25**(6): 1129–1136.
- [5] Cornilisse J W. Lisa mission and system design[J]. *Class Quantum Gravity*, 1996, **13**(11A): A251–A258.
- [6] Kawamura S, Ando M, Seto N, et al. Current status of space gravitational wave antenna DECIGO and B-DECIGO[J]. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, **2021**(5): 05A105.
- [7] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Class Quantum Gravity*, 2016, **33**(3): 035010.
- [8] Luo Z R, Wang Y, Wu Y L, et al. The Taiji program: a concise overview[J]. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, **2021**(5): 05A108.
- [9] Schuster S, Wanner G, Tröbs M, et al. Vanishing tilt-to-length coupling for a singular case in two-beam laser interferometers with Gaussian beams[J]. *Appl Opt*, 2015, **54**(5): 1010–1014.
- [10] Wanner G, Heinzl G, Kochkina E, et al. Methods for simulating the readout of lengths and angles in laser interferometers with Gaussian beams[J]. *Opt Commun*, 2012, **285**(24): 4831–4839.
- [11] Schuster S, Tröbs M, Wanner G, et al. Experimental demonstration of reduced tilt-to-length coupling by a two-lens imaging system[J]. *Opt Express*, 2016, **24**(10): 10466–10475.
- [12] Sasso C P, Mana G, Mottini S. The LISA interferometer: impact of stray light on the phase of the heterodyne signal[J]. *Class Quantum Gravity*, 2019, **36**(7): 075015.
- [13] Spector A, Mueller G. Back-reflection from a Cassegrain telescope for space-based interferometric gravitational-wave detectors[J]. *Class Quantum Gravity*, 2012, **29**(20): 205005.
- [14] Sankar S R, Livas J. Optical alignment and wavefront error demonstration of a prototype LISA telescope[J]. *Class Quantum Gravity*, 2020, **37**(6): 065005.
- [15] Livas J C, Arsenovic P, Crow J A, et al. Telescopes for space-based gravitational wave missions[J]. *Opt Eng*, 2013, **52**(9): 091811.
- [16] Mi Z X, Li Z X, Zhang X D. Construction of a compact off-axis three-mirror reflective system[J]. *Appl Opt*, 2022, **61**(9): 2424–2431.
- [17] Xu S, Cui Z, Qi B. Compensation factors for 3rd order coma in three mirror anastigmatic (TMA) telescopes[J]. *Opt Express*, 2018, **26**(1): 298–310.
- [18] Ji H R, Zhu Z B, Tan H, et al. Design of a high-throughput telescope based on scanning an off-axis three-mirror anastigmat system[J]. *Appl Opt*, 2021, **60**(10): 2817–2823.
- [19] Sankar S R, Livas J C. Optical telescope design for a space-based gravitational-wave mission[J]. *Proc SPIE*, 2014, **9143**: 914314.
- [20] Tian S H, Huang Y M, Xu Y J, et al. Study of off-axis telescope misalignment correction method using out-of-focus spot[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, **50**(7): 230040.
- [21] 田思恒, 黄永梅, 徐杨杰, 等. 利用离焦光斑的离轴望远镜失调校正方法研究[J]. *光电工程*, 2023, **50**(7): 230040.
- [22] McNamara P W. Development of optical techniques for space-borne laser interferometric gravitational wave detectors[D]. Glasgow: University of Glasgow, 1998: 1–144.
- [23] Kim D, Choi H, Brendel T, et al. Advances in optical engineering for future telescopes[J]. *Opto-Electron Adv*, 2021, **4**(6): 210040.
- [24] Livas J, Sankar S, West G, et al. eLISA telescope in-field pointing and scattered light study[J]. *J Phys Conf Ser*, 2017, **840**: 012015.
- [25] Niu S X, Jiang J, Tang T, et al. Optimal design of Youla controller for vibration rejection in telescopes[J]. *Opto-Electron Eng*, 2020, **47**(9): 190547.
- [26] 牛帅旭, 蒋晶, 唐涛, 等. 望远镜中扰动抑制的Youla控制器优化设计[J]. *光电工程*, 2020, **47**(9): 190547.
- [27] Wang Z, Yu T, Zhao Y, et al. Research on telescope TTL coupling noise in intersatellite laser interferometry[J]. *Photonic Sens*, 2020, **10**(3): 265–274.
- [28] Zhao Y, Shen J, Fang C, et al. Far-field optical path noise coupled with the pointing jitter in the space measurement of gravitational waves[J]. *Appl Opt*, 2021, **60**(2): 438–444.

- [27] Lehan J P, Howard J M, Li H, et al. Pupil aberrations in the LISA transceiver design[J]. *Proc SPIE*, 2020, **11479**: 114790D.
- [28] ESA/SRE 2011 LISA assessment study report (Yellow Book) [EB/OL]. (2011-02)[2023-06]. https://sci.esa.int/documents/35005/36499/1567258681608-LISA_YellowBook_ESA-SRE-2011-3_Feb2011.pdf.
- [29] Mahajan V N. Strehl ratio for primary aberrations in terms of their aberration variance[J]. *J Opt Soc Am*, 1983, **73**(6): 860-861.
- [30] Livas J C, Sankar S R. Optical telescope system-level design considerations for a space-based gravitational wave mission[J]. *Proc SPIE*, 2016, **9904**: 99041K.
- [31] Chwalla M, Danzmann K, Barranco G F, et al. Design and construction of an optical test bed for LISA imaging systems and tilt-to-length coupling[J]. *Class Quantum Gravity*, 2016, **33**(24): 245015.
- [32] Gross H. *Handbook of Optical Systems*[M]. Weinheim: Wiley-VCH, 2005: 1-49.
- [33] Sasián J. Theory of sixth-order wave aberrations[J]. *Appl Opt*, 2010, **49**(16): D69-D95.
- [34] Fan Z C, Zhao L J, Cao S Y, et al. High performance telescope system design for the TianQin project[J]. *Class Quantum Gravity*, 2022, **39**(19): 195017.
- [35] Lakshminarayanan V, Fleck A. Zernike polynomials: a guide[J]. *J Mod Opt*, 2011, **58**(7): 545-561.

作者简介



范子超(1994-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为光学设计与制造, 包括像差理论、特殊变焦系统的组件运动学及其光学系统设计、空间引力波探测“天琴计划”星载望远镜的光学设计, 以及空间引力波探测抖动光程耦合噪声的光学问题。

E-mail: 370978389@qq.com



【通信作者】马冬林(1987-), 男, 华中科技大学光电学院副教授, 华中科技大学“学术前沿青年团队”负责人, 光电学院“现代应用光学”学术团队负责人。从事光学系统开发、先进图像处理技术等领域的前沿技术研究, 共发表 SCI 论文 60 多篇, 主持完成了包括国家自然科学基金在内的多项项目, 累计承担经费超 2000 余万。

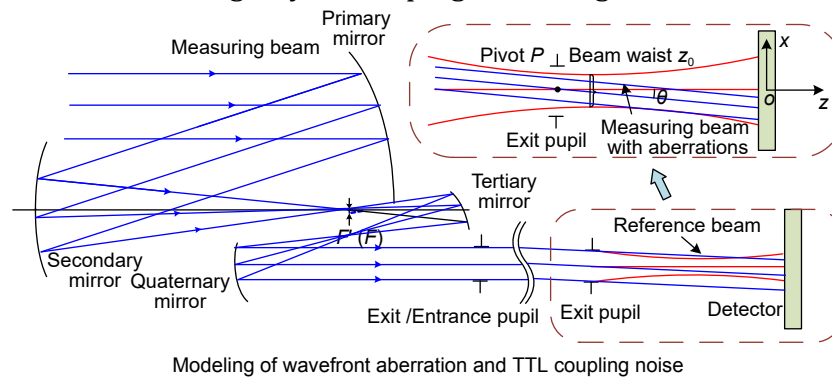
E-mail: madonglin@hust.edu.cn



扫描二维码, 获取PDF全文

Design theory and method of off-axis four-mirror telescope for space-based gravitational-wave mission

Fan Zichao¹, Tan Hao¹, Mo Yan¹, Wang Haibo¹, Zhao Lujia¹, Ji Huiru¹, Jiang Zhiyu¹,
Peng Ruyi⁴, Fu Liping⁴, Ma Donglin^{2,3*}



Overview: The TianQin project is a planned space-based gravitational wave observatory in China, consisting of a formation of three spacecraft, each equipped with two telescopes for laser beam transmission and reception. The TianQin mission utilizes heterodyne interferometry to achieve precise distance measurements between test masses. The optical telescopes transmit measurement beams between the spacecraft, forming the long arms of the heterodyne interferometer. Due to the distinct objectives, the telescope system design for the space-based gravitational-wave observatory have slightly different design criteria compared to ordinary telescopes. In addition to meeting the requirements for diffraction-limited imaging quality, maintaining optical path stability is crucial. Wavefront aberrations caused by the telescopes and angular misalignment due to field of view jitter introduce changes in the optical path signal, inevitably generating tilt-to-length coupling noise. Relevant research indicates that the coordinate offset of the chief rays on the pupil plane will cause the TTL noise to exceed the expected level in the interferometer measurement system. While rarely mentioned in conventional optical systems, this system evidently provides a typical application for pupil aberrations. Specifically, the pupil aberration is the preferred option for evaluating telescope aberrations, understanding the requirements for optical path stability, and suppressing tilt-to-length coupling noise. Based on the theory of traditional imaging aberration and pupil aberration theory, the initial structure of the telescope is established, and the automatic correction of pupil aberration and image plane aberration is achieved through macro programming in the commercial optical software Zemax, enabling the design of a high-performance spaceborne telescope. The design results show that the pupil aberration of the system has been corrected, the RMS wavefront error of the scientific field of view is less than $\lambda/200$. The maximum value of tilt-to-length coupling noise within a $\pm 300 \mu\text{rad}$ field of view is $0.0144 \text{ nm}/\mu\text{rad}$, meeting the requirements of the Tianqin mission. The introduction of the concept of pupil aberrations has led to a rapid convergence of TTL noise, clearly providing designers with a new perspective to address the original design issue. Moreover, the pupil aberration evaluation metrics mentioned in this paper can offer an alternative optimization target for other systems requiring pupil aberration correction. This could potentially evolve into a conventional tool in optical design in the future. We believe that our design approach can provide valuable guidance for other space-based gravitational wave detection projects and the design of similar optical systems for space telescopes.

Fan Z C, Tan H, Mo Y, et al. Design theory and method of off-axis four-mirror telescope for space-based gravitational-wave mission[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230194; DOI: [10.12086/oe.2023.230194](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230194)

Foundation item: Project supported by the National Natural Science Foundation of China (12274156), Technology and Innovation Commission of Shenzhen Municipality (JCYJ20210324115812035), and Key Research Program of the Chinese Academy of Sciences (JCPYJJ-22007)

¹School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China; ²School of Optical and Electronic Information and Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China; ³Shenzhen Huazhong University of Science and Technology, Shenzhen, Guangdong 518057, China; ⁴The National Space Science Center (NSSC) of the Chinese Academy of Sciences (CAS), Beijing 100190, China

* E-mail: madonglin@hust.edu.cn