

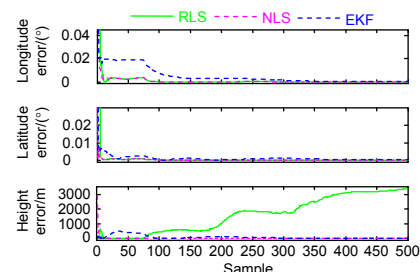


DOI: 10.12086/oe.2019.190056

## 基于非线性最小二乘法的无人机机载光电平台目标定位

陈丹琪, 金国栋\*, 谭力宁, 芦利斌, 卫文乐

火箭军工程大学, 陕西 西安 710025



**摘要:** 传统无人机机载光电平台目标定位算法由于引入大量测角误差, 导致目标定位精度不高。本文从非线性角度出发, 提出了一种最小二乘和高斯牛顿的混合非线性算法。首先推导了基于激光测距值的高斯牛顿迭代非线性目标定位算法, 然后利用线性最小二乘的粗解作为非线性牛顿迭代法的初值进行目标定位估计。该算法结合了最小二乘法简单易实现的优点和高斯牛顿法收敛速度快精度高的优点, 并满足了高斯牛顿法对初值精度的要求。实测数据实验结果显示, 该方法对实测固定目标定位结果的经度误差小于 $(1.37 \times 10^{-5})^\circ$ , 纬度误差小于 $(6.31 \times 10^{-5})^\circ$ , 高度误差小于 1.78 m, 并且单次定位处理时间在 6 ms 以内, 符合实时定位的要求。

**关键词:** 无人机; 目标定位; 激光测距; 非线性最小二乘; 高斯牛顿法

**中图分类号:** TP391.4

**文献标志码:** A

**引用格式:** 陈丹琪, 金国栋, 谭力宁, 等. 基于非线性最小二乘法的无人机机载光电平台目标定位[J]. 光电工程, 2019, 46(9): 190056

## Target positioning of UAV airborne optoelectronic platform based on nonlinear least squares

Chen Danqi, Jin Guodong\*, Tan Lining, Lu Libin, Wei Wenle

Rocket Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710025, China

**Abstract:** The target positioning algorithm of the traditional unmanned aerial vehicle (UAV) airborne optoelectronic platform introduces a large number of angle measurement errors, resulting in low target positioning accuracy. In this paper, a hybrid nonlinear algorithm of least squares and Gauss-Newton is proposed. Firstly, the Gauss-Newton iterative nonlinear target localization algorithm based on laser ranging value is derived. Then the rough solution of linear least square is used as the initial value of the nonlinear Newton iteration method for target location estimation. The algorithm combines the advantages of the simple and easy implementation of the least squares method and the high convergence accuracy of the Gauss-Newton method, and satisfies the requirements of the Gauss-Newton method for the initial value accuracy. Experimental results of measured data show that the longitude error of fixed target positioning results of this method is less than  $1.37 \times 10^{-5}$  degrees, the latitude error is less than  $6.31 \times 10^{-5}$  degrees, and the height error is less than 1.78 meters. And the processing time of each positioning is within 6 ms, which meets the requirements of real-time positioning.

**Keywords:** UAV; target positioning; laser ranging; nonlinear least squares; Gauss-Newton method

收稿日期: 2019-02-02; 收到修改稿日期: 2019-04-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61673017, 61403398)

作者简介: 陈丹琪(1996-), 女, 硕士, 主要从事无人机视觉、无人机对目标定位跟踪方面的研究。E-mail: dankitten@163.com

通信作者: 金国栋(1979-), 男, 博士, 副教授, 主要从事无人机测绘、目标定位方面的研究。E-mail: 18578031@qq.com

Citation: Chen D Q, Jin G D, Tan L N, et al. Target positioning of UAV airborne optoelectronic platform based on nonlinear least squares[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(9): 190056

## 1 引言

现代战场上，由于战争的复杂性、瞬变性不断增加，有人驾驶飞机在执行任务时已经稍显“疲惫”。而无人机凭借着零人员伤亡、长时续航能力、高灵活机动性等独有的优势，被大量运用于情报侦察与监视、武器投放、电子干扰等军事领域<sup>[1-2]</sup>。而对战场目标的精确定位是无人机军事应用中最重要的方面之一，战场目标的精确定位是目标侦察监视、空中力量打击、打击效果评估的基础，对于指挥者把握战场态势、作出战场决策等方面都有着重要意义<sup>[3-4]</sup>。

为实现无人机对目标的定位，国内外很多学者进行了一系列研究。传统的单站测角测距目标定位算法由于引入了无人机姿态角、光电平台姿态角误差等，导致定位精度不高<sup>[5-6]</sup>。相比于传统定位算法，仅基于激光测距值的目标定位算法具有误差来源少、定位精度高的优点。

目前，用于测距目标定位估计较多的算法是伪线性化的线性最小二乘法、非线性最小二乘法、扩展卡尔曼滤波及其推广算法等。目前，伪线性化的线性最小二乘法由于在伪线性化过程中对观测方程进行了简化，得到的最优估计不再是原有观测方程的最小均方差，导致定位结果存在较大的偏差<sup>[7-8]</sup>。利用非线性最小二乘算法解决目标定位估计问题主要采用线性近似法和牛顿迭代法，存在定位精度低、结果不收敛、对初值要求高、Hessian 阵奇异、计算量大等问题<sup>[9-11]</sup>。基于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)及其推广算法在模型非线性化程度高的情况下，由于定位模型的线性化过程中所引起的估计误差会导致定位结果精度低、不稳定、易发散的问题，同时对 Jacobian 矩阵的求解导致算法复杂<sup>[12]</sup>。高斯-牛顿法是一种非常有效的非线性滤波算法，是对牛顿迭代法的一种修正，比牛顿迭代法计算量小很多，不但收敛速度快且精度高，但同牛顿迭代法一样对初值精度有要求，当初值远离真值，高斯-牛顿法可能会出现收敛速度很慢或者不收敛的情况<sup>[13-14]</sup>。

本文提出一种伪线性化的线性最小二乘法-高斯-牛顿混合算法，利用最小二乘的粗解作为高斯-牛顿迭代初值，解决了高斯-牛顿法对初值精度的要求，提高

了定位的精度和鲁棒性。

## 2 无人机激光测距目标定位原理

### 2.1 坐标系定义和转换关系

#### 2.1.1 坐标系定义

为求解目标在大地坐标系下的位置坐标，需建立从光电平台坐标系到大地坐标系间的转换关系，首先定义坐标系如下：

##### 1) WGS-84 大地坐标系

大地坐标系以地球参考椭球的球心为坐标原点，任意点  $t_g$  的坐标位置用经度  $L$ 、纬度  $B$  和大地高  $H$  表示。 $X$  轴由原点指向本初子午面与赤道的交点， $Z$  轴指向地球北极， $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴构成右手坐标系。

##### 2) 大地直角坐标系 ECEF

大地直角坐标系与 WGS-84 大地坐标系重合，任意点坐标位置用大地直角坐标  $t_e(X_e, Y_e, Z_e)$  表示，如图 1 所示，其中  $K_0$  为过无人机的法线与椭球面的交点， $K_1$  为该法线延长线与  $Z$  轴的交点。

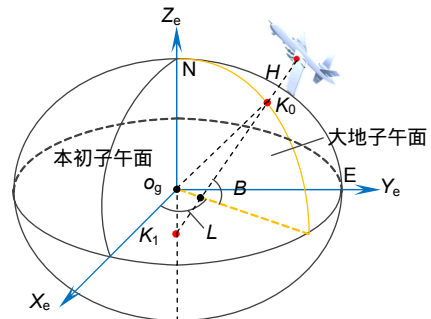


图 1 大地直角坐标系 ECEF

Fig. 1 Earth rectangular coordinate system ECEF

#### 2.1.2 坐标转换关系

WGS-84 大地坐标系中任意一点坐标  $t_g(L, B, H)$  到空间大地直角坐标系 ECEF 的坐标  $t_e(X_e, Y_e, Z_e)$  变换数学关系式为

$$\begin{cases} X_e = (R_N + H) \cos B \cos L \\ Y_e = (R_N + H) \cos B \sin L \\ Z_e = [R_N (1 - e_1^2) + H] \sin B \end{cases}, \quad (1)$$

式中： $e_1$  为地球椭球子午椭圆的第一偏心率， $e_1 = \sqrt{(a^2 - b^2)/a^2}$ ； $R_N$  为卯酉圆曲率半径， $R_N = a / \sqrt{1 - e_1^2 \sin^2 B}$ ； $a$  为地球参考椭球长半轴， $b$  为

地球参考椭球短半轴。

由大地直角坐标  $t_e(X_e, Y_e, Z_e)$  转换到 WGS-84 大地坐标  $t_g(L, B, H)$  的坐标变换数学关系式如下：

目标经度  $L$  由下式得出：  

$$L = \arctan(Y_e/X_e) \quad (2)$$

目标纬度  $B$  和大地高  $H$  由下列迭代公式可得：

初始值：

$$\begin{cases} R_{N0} = a \\ H_0 = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2 + Z_e^2} - \sqrt{ab} \\ B_0 = \cot \left[ \frac{Z_e}{\sqrt{X_e^2 + Y_e^2}} \left( 1 - \frac{e_1^2 R_{N0}}{R_{N0} + H_0} \right)^{-1} \right] \end{cases} \quad (3)$$

迭代公式：

$$\begin{cases} R_{Ni} = \frac{a}{\sqrt{1 - e_1^2 \sin^2 B_{i-1}}} \\ H_i = \frac{\sqrt{X_e^2 + Y_e^2}}{\cos B_{i-1}} - R_{Ni} \\ B_i = \cot \left[ \frac{Z_e}{\sqrt{X_e^2 + Y_e^2}} \left( 1 - \frac{e_1^2 R_{Ni}}{R_{N0} + H_i} \right)^{-1} \right] \end{cases} \quad (4)$$

迭代至：

$$\begin{cases} |H_i - H_{i-1}| < \varepsilon_1 \\ |B_i - B_{i-1}| < \varepsilon_2 \end{cases} \quad (5)$$

则  $H = H_i$  ,  $B = B_i$  。其中  $\varepsilon_1 = 0.001 \text{ m}$  ,  $\varepsilon_2 = 0.00001''$  。

### 2.2 基于非线性方程伪线性化的最小二乘估计

假设目标  $O$  在 ECEF 系中坐标为  $t_e(x_e, y_e, z_e)$  , 无人机  $n$  个航迹点坐标为  $t_{ei}(x_{ei}, y_{ei}, z_{ei})$  ,  $n$  次激光测距值为  $d_i$  ,  $i=1,2,\dots,n$  。如图 2 所示, 则有：

$$d_i = \sqrt{(x_e - x_{ei})^2 + (y_e - y_{ei})^2 + (z_e - z_{ei})^2} \quad (6)$$

为得到伪线性观测方程, 先将式(6)变形为

$$d_i^2 = (x_e - x_{ei})^2 + (y_e - y_{ei})^2 + (z_e - z_{ei})^2 \quad (7)$$

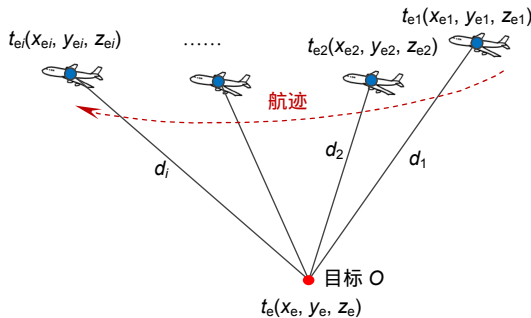


图 2 测距定位模型示意

Fig. 2 Ranging positioning model

利用式(7)中  $d_i^2$  和  $d_1^2$  相减<sup>[15]</sup> ,  $i=2,\dots,n$  , 可得：

$$\begin{cases} d_2^2 - d_1^2 = T_{e2}^2 - T_{e1}^2 - 2x_e X_{e2} - 2y_e Y_{e2} - 2z_e Z_{e2} \\ d_3^2 - d_1^2 = T_{e3}^2 - T_{e1}^2 - 2x_e X_{e3} - 2y_e Y_{e3} - 2z_e Z_{e3} \\ \vdots \\ d_i^2 - d_1^2 = T_{ei}^2 - T_{e1}^2 - 2x_e X_{ei} - 2y_e Y_{ei} - 2z_e Z_{ei} \end{cases} \quad (8)$$

式中： $T_{ei} = x_{ei}^2 + y_{ei}^2 + z_{ei}^2$  ,  $i=2,\dots,n$  。

变形可得：

$$x_e X_{ei} + y_e Y_{ei} + z_e Z_{ei} = \frac{1}{2}(T_{ei}^2 - T_{e1}^2 - d_i^2 + d_1^2) \quad (9)$$

其中：

$$\begin{cases} X_{ei} = x_{ei} - x_{e1} \\ Y_{ei} = y_{ei} - y_{e1} \\ Z_{ei} = z_{ei} - z_{e1} \end{cases} \quad (10)$$

其中： $i=2,\dots,n$ 。式(8)是一个线性方程组, 可写成最小二乘形式：

$$AX = b \quad (11)$$

其中：

$$A = \begin{bmatrix} X_{e2} & Y_{e2} & Z_{e2} \\ X_{e3} & Y_{e3} & Z_{e3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{ei} & Y_{ei} & Z_{ei} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(T_{e2}^2 - T_{e1}^2 - d_2^2 + d_1^2) \\ \frac{1}{2}(T_{e3}^2 - T_{e1}^2 - d_3^2 + d_1^2) \\ \vdots \\ \frac{1}{2}(T_{ei}^2 - T_{e1}^2 - d_i^2 + d_1^2) \end{bmatrix}$$

则目标点  $O$  在 ECEF 系中的坐标最小二乘解为

$$X_{LS} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (12)$$

### 2.3 基于最小二乘-高斯牛顿混合算法的非线性最小二乘估计

非线性测距定位方程可以表示为

$$D = f_i(x) + w \quad (13)$$

式中： $D$  为观测向量,  $f_i(x)$  为式(7)构成的观测方程,  $w$  为量测噪声。

$$D = [d_1^2, d_2^2, \dots, d_i^2]^T, \quad w = [w_1, w_2, \dots, w_i]^T$$

为求最优估计  $x^*$  , 需要使残差向量  $\varepsilon = D - f_i(x^*)$  的平方和  $S(x) = \varepsilon^T \varepsilon$  最小, 即：

$$x^* = \arg \min S(x) \quad (14)$$

利用高斯-牛顿法迭代求解  $x^*$ 。首先对式(13)进行线性化处理, 在初值  $x = x^k$  处对  $D$  利用 Taylor 级数展开, 省略二阶及二阶以上项, 得到：

$$D = f_i'(x^k) + f_i'(x^k)(x - x^k) = f_i'(x^k)x - (f_i'(x^k)x^k - f_i'(x^k)) \quad (15)$$

令  $J_k = f_i'(x^k)$ ,  $J_k$  为  $f_i(x)$  在  $x^k$  处 Taylor 展开的 Jacobian 矩阵。

$$J^k = \begin{bmatrix} \partial f_1/\partial x & \partial f_1/\partial y & \partial f_1/\partial z \\ \partial f_2/\partial x & \partial f_2/\partial y & \partial f_2/\partial z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial f_i/\partial x & \partial f_i/\partial y & \partial f_i/\partial z \end{bmatrix} \quad (16)$$

此时残差  $\epsilon(x^k) = f_i(x^k) - D$ , 残差向量记为  $\epsilon^k$ 。

对  $S(x)$  求导并使导数为 0, 可得:

$$J_k^T J_k x = J_k^T (J_k x^k - \epsilon^k) \quad (17)$$

若观测量  $n > 3$  且  $J$  满秩时, 则得到:

$$x = x^k - (J_k^T J_k)^{-1} J_k^T \epsilon^k \quad (18)$$

所以高斯-牛顿迭代法求解步骤如下:

第一步: 利用式(12)对前  $m$  个观测量求解得到目标位置的最小二乘粗解, 作为初始估计值  $x_0$ , 初始迭代次数  $k=0$ , 迭代步长为 1, 设置迭代阈值  $\delta$  作为停止迭代的条件;

第二步: 计算第  $k$  次迭代的残差函数  $\epsilon(x^k)$ , 得到残差向量  $\epsilon^k$ ;

第三步: 判断  $\|\epsilon^k\| \leq \delta$  是否成立, 若成立, 则停止迭代; 若不成立, 由式(16)计算在  $x^k$  处 Taylor 展开 Jacobian 矩阵  $J_k$ ;

第四步: 令  $k=k+1$ , 由式(18)更新  $x^{k+1}$ ,  $x^{k+1} = x^k - (J_k^T J_k)^{-1} J_k^T \epsilon^k$ , 返回步骤二。

### 3 仿真分析

#### 3.1 仿真实验参数设置

某地面目标  $O$  位于(34.5°N, 109°E, 0 m), 无人机接近目标后在目标上空匀速盘旋飞行, 飞行高度

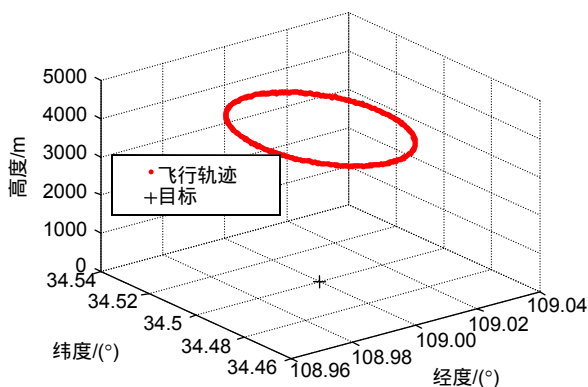


图3 仿真飞行航迹示意图

Fig. 3 Schematic diagram of simulated flight track

为 4000 m, 在飞行航迹中均匀地取前 150 个测量点。为模拟实际目标定位过程, 设定测距误差标准差为 5 m, 无人机定位经度和纬度误差标准差均为  $(1 \times 10^{-4})^\circ$ , 对应的平面误差为 10 m, 高程误差标准差为 10 m, 均服从正态分布。仿真飞行航迹如图 3 所示。

采用本文混合算法对目标进行定位, 利用前 5 个样本集数据的最小二乘粗解(34.5002°N, 109.9996°E, 102.2567 m)作为非线性最小二乘(nonlinear least squares, NLS)算法的迭代初值, 最终得到的目标定位结果误差如图 4 所示。在样本集数据大于 10 左右目标定位误差就能收敛到较高的水平, 最终纬度误差稳定收敛于  $(2.55 \times 10^{-7})^\circ$  左右, 折合 0.028 m, 经度误差稳定收敛于  $(9.19 \times 10^{-7})^\circ$  左右, 折合 0.094 m, 高度误差稳定收敛于 0.038 m 左右, 验证了本文算法的有效性。

#### 3.2 不同飞行轨迹下的定位结果与分析

为分析混合算法在不同飞行轨迹下对目标定位的效果, 仿真了四条飞行轨迹, 目标位置不变。其中, 轨迹 1 为 3.1 节中的飞行轨迹, 轨迹 2、3、4、5 的飞行高度分别为 4500 m、5000 m、5000 m、5000 m, 轨迹 1、2、3、5 的飞行半径一致, 轨迹 4 飞行半径比其他轨迹小, 轨迹 5 为轨迹 3 向东平移了 4000 m 的结果, 此时目标在轨迹平面外, 如图 5(a)所示。在飞行航迹中均匀的取前 150 个测量点, 对目标定位的误差如图 5(b)所示, 可以看出, 不同轨迹下的目标定位误差均可较快收敛至较高精度, 轨迹的高度和位置对目标定位的精度没有太大影响。

#### 3.3 不同误差条件对定位结果的影响与分析

为分析混合算法在不同无人机位置误差情况下的目标定位结果, 设置目标位置、无人机飞行轨迹和误

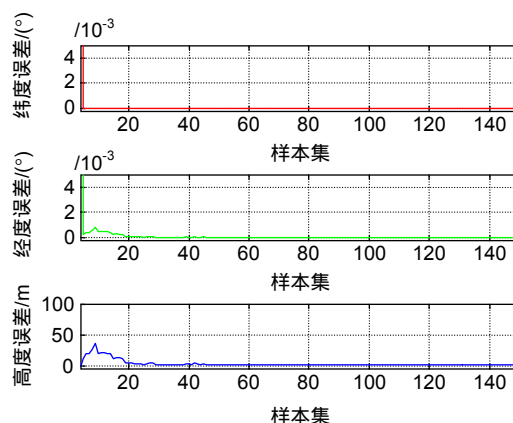


图4 仿真目标定位误差

Fig. 4 The positioning error of the simulation target

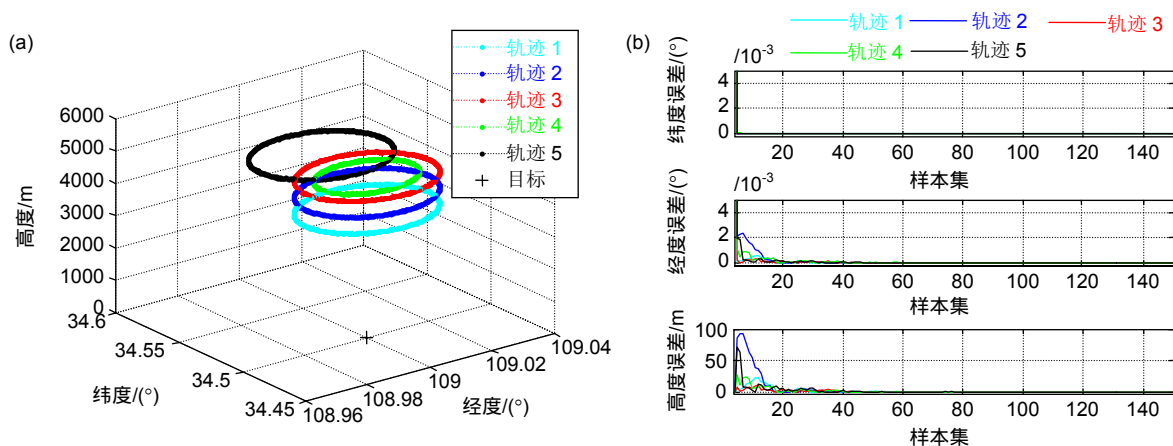


图 5 不同仿真轨迹下目标定位结果。(a) 不同仿真飞行航迹；(b) 目标定位误差

Fig. 5 Target positioning results under different simulation trajectories. (a) Different simulated flight paths; (b) Target positioning error

差参数如下：设定目标位置、飞行轨迹及测距误差标准差同 3.1 节，误差 1 中无人机定位经度和纬度误差标准差均为 $(1 \times 10^{-4})^\circ$ ，高程误差标准差为 10 m；误差 2 中无人机定位经度和纬度误差标准差均为 $(2 \times 10^{-4})^\circ$ ，高程误差标准差为 20 m；误差 3 中无人机定位经度和纬度误差标准差均为 $(3 \times 10^{-4})^\circ$ ，高程误差标准差为 30 m。在飞行航迹中均匀地取前 150 个测量点，对目标定位的误差如图 6(a)所示，可以看出，随无人机位置误差增大，目标定位结果收敛速度变缓慢了，但仍可较快收敛至较高精度。

为分析混合算法在不同激光测距误差情况下的目标定位结果，设置误差参数如下：设定目标位置、飞行轨迹及无人机位置标准差同 3.1 节，分别设置测距误差标准差为 5 m、10 m、15 m。此时对目标定位的误差如图 6(b)所示，可以看出，随测距误差增大，目标定位结果收敛速度更慢了，但是随着样本集数量的

增加，可以收敛到较高的精度。综上测距误差对目标定位收敛速度的影响大于无人机位置误差的影响，但是对收敛后的目标精度影响不大。

#### 4 实测数据分析

为验证本文方法的实际应用效果，选择一组航空飞行实测试验数据进行目标定位实验。某地面目标 O 位于 $(34.57266^\circ \text{N}, 109.18053^\circ \text{E}, 0 \text{ m})$ ，无人机从 $(34.51352^\circ \text{N}, 109.16417^\circ \text{E}, 5257 \text{ m})$ 起飞，在目标点上空匀速盘旋飞行，飞行高度在 5200 m 左右。飞行过程中无人机每秒对目标进行一次激光测距，取飞行航迹前 500 个测量点。已知测距误差标准差为 5 m，无人机定位经度和纬度误差标准差均为 $(1 \times 10^{-4})^\circ$ ，高程误差标准差为 10 m，均服从正态分布。

图 7(a)和 7(b)分别是无人机的前 500 个飞行航迹点在平面示意和飞行高度变化示意，无人机接近目标

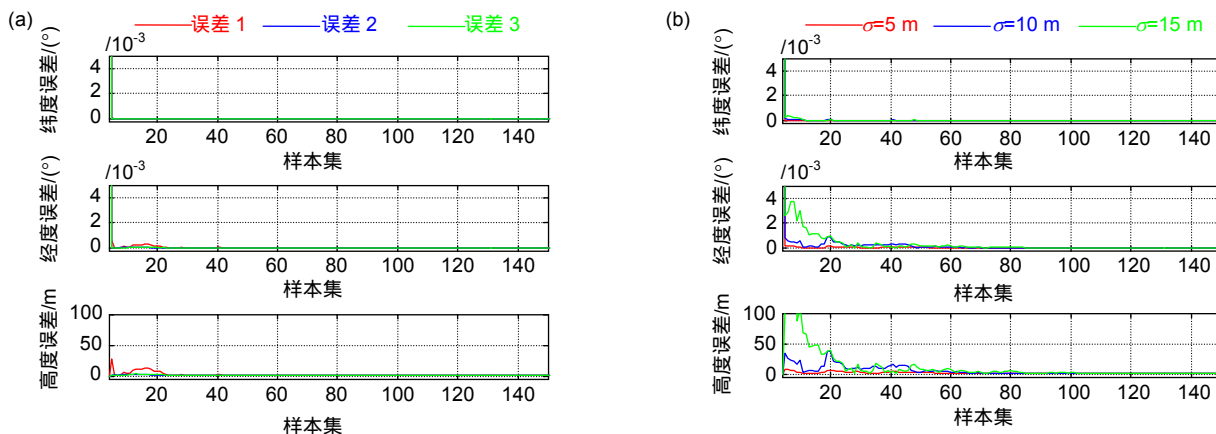


图 6 不同误差条件下目标定位结果。(a) 不同无人机位置误差；(b) 不同激光测距误差

Fig. 6 Target positioning results under different error conditions. (a) Different UAV position errors; (b) Different laser ranging errors

后在目标点上空盘旋飞行,目标点位置为图 7(a)的红色“\*”点。图 8 为无人机在各航迹点对目标激光探测的测距值。

伪线性化后的递推最小二乘算法(recursive least squares, RLS)和扩展卡尔曼滤波法(EKF)都是对目标实时定位中常用的算法。图 9、图 10 和图 11 分别是利用最小二乘-高斯牛顿混合非线性算法、伪线性化后的递推最小二乘算法(RLS)和扩展卡尔曼滤波法(EKF)对目标进行定位的经度、纬度、高度结果,图 12 为目标定位的经纬高误差。逐渐递增样本集数是模拟无人机实时获取数据的过程。利用前 5 个样本集数据的最小二乘粗解(34.4971 °N, 109.0242 °E, -647.4062 m)作为 NLS 算法的迭代初值、RLS 和 EKF 的递推初值。本文提出的混合算法在样本集大于 10 后就能收敛到较高的精度。其中,经度误差收敛至 $(1.37 \times 10^{-5})^\circ$ ,折合 1.45 m,纬度误差收敛至 $(6.31 \times 10^{-5})^\circ$ ,折合 7.00 m,高度误

差收敛至 1.78 m,平面误差和空间误差收敛至 7.15 m<sup>2</sup>和 7.37 m<sup>3</sup>。而 RLS 法对经度和纬度在样本集小于 100 时就能收敛到较高水平,但对高度没有收敛能力。EKF 法对经度和纬度的收敛能力均一般,对于高度收敛较好,但是相比于混合算法整体收敛时间较长。三种方法收敛后的定位误差比较见表 1。

RLS 和 EKF 是实时定位估计中常用的算法,而本文提出的混合算法是对批量样本集进行迭代求解的,相比 RLS 和 EKF 算法对计算机内存有更高的要求,同时也耗时更长。但随着电子技术的发展,数据的批量存储和高速运算不再是难题。

图 13 是本文的混合算法在样本集数逐渐增加情况下每次定位求解的迭代次数,其中最大迭代次数为 8 次,最少迭代次数为 1 次。图 14 为混合算法对于不同样本集数每次定位的耗时,其中最大为 6 ms,最小为 0.3 ms。由图 13 和 14 可以看出,随着样本集数量(无

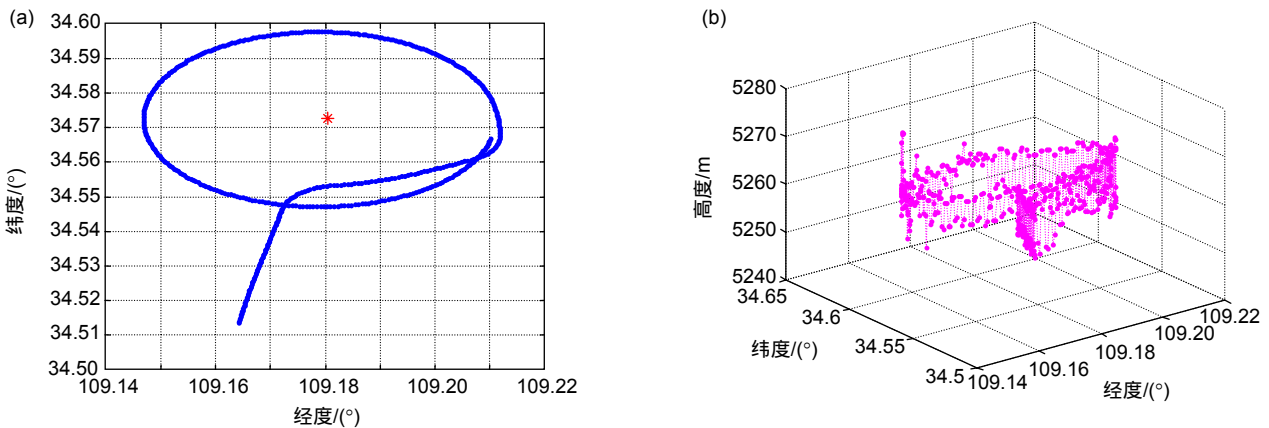


图 7 实测飞行轨迹示意图。(a) 飞行航迹平面示意图; (b) 飞行航迹高度变换示意图

Fig. 7 Schematic diagram of flight trajectory measured. (a) Schematic diagram of flight path; (b) Flight path height transformation diagram

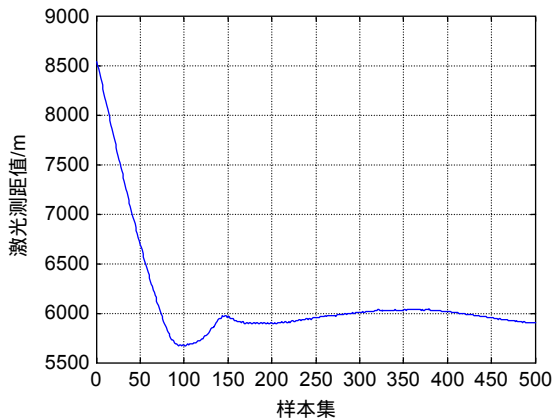


图 8 激光测距值

Fig. 8 Laser ranging value

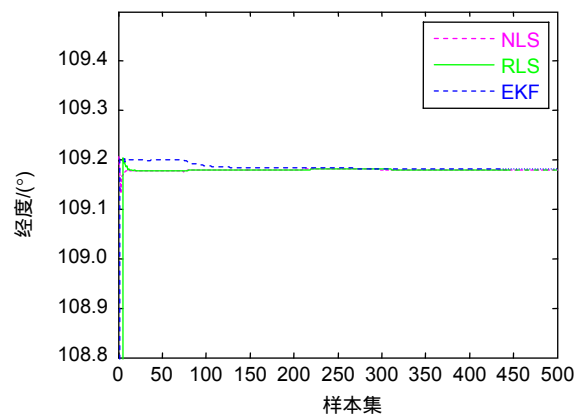


图 9 目标定位结果-经度

Fig. 9 Target positioning results - longitude

人机实时获取的数据集)的增加,混合算法对不同样本集的迭代次数先增后减,最后迭代次数稳定在 2 次左右;每次耗时随着样本集数量的增加而缓慢增大,但每次耗时均小于 6 ms。实际应用中,利用混合算法实

现无人机对固定目标的定位在获取部分数据集便能达到较高的定位精度,本文混合算法能满足实时定位的要求。

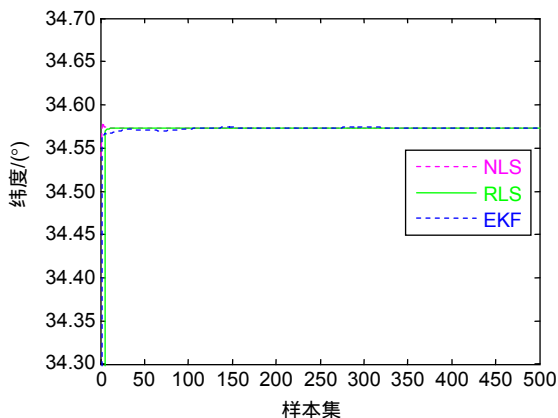


图 10 目标定位结果-纬度

Fig. 10 Target positioning results - latitude

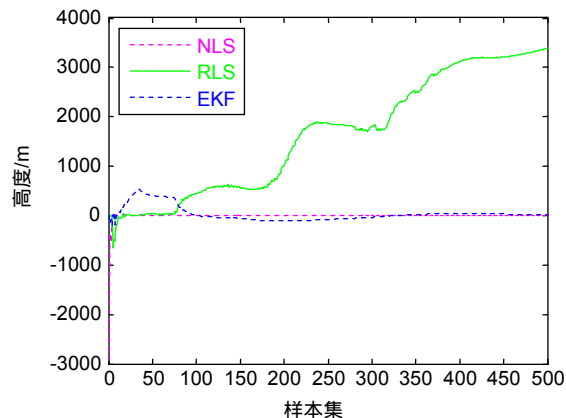


图 11 目标定位结果-高度

Fig. 11 Target positioning results - height

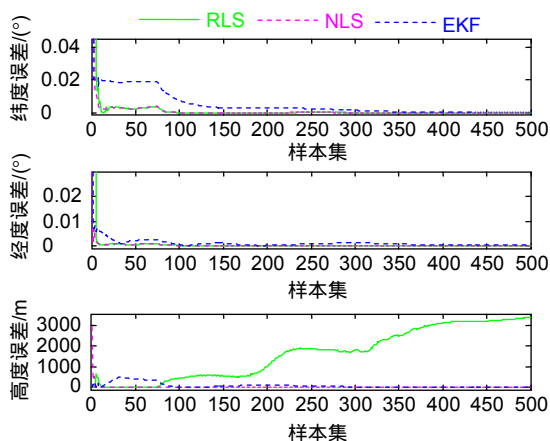


图 12 目标定位误差

Fig. 12 Target positioning error

表 1 三种定位方法性能比较

Table 1 Performance comparison of three positioning methods

	NLS	RLS	EKF
Longitude error/(°)	$1.37 \times 10^{-5}$	$5.92 \times 10^{-5}$	$2.49 \times 10^{-5}$
Longitude plane error/m	1.45	6.27	26.42
Latitude error/(°)	$6.31 \times 10^{-5}$	$9.79 \times 10^{-5}$	$4.93 \times 10^{-4}$
Latitude plane error/m	7.00	10.86	54.76
Height error/m	1.78	3387.49	4.75
Plane error/m <sup>2</sup>	7.15	12.54	60.79
Spatial error/m <sup>3</sup>	7.37	3387.51	60.98

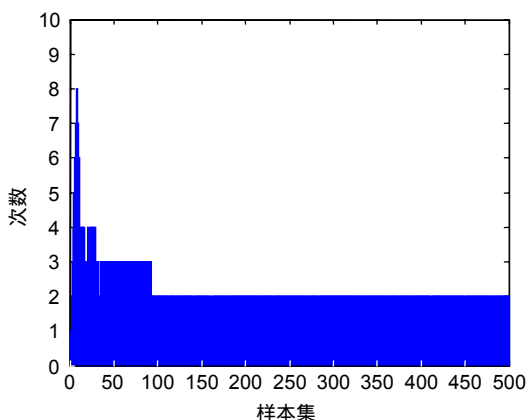


图 13 混合算法单次定位迭代次数

Fig. 13 Hybrid algorithm iterations for each positioning

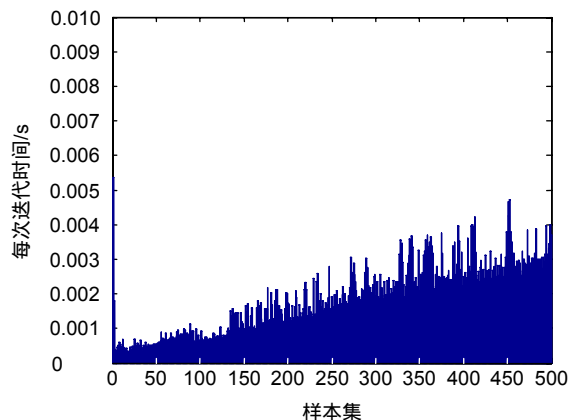


图 14 混合算法单次定位耗时

Fig. 14 Hybrid algorithm time-consuming for each positioning

## 5 结论

本文结合伪线性化的线性最小二乘法算法和高斯牛顿迭代算法提出了一种非线性混合定位算法,利用最小二乘的粗解作为高斯牛顿迭代初值,满足了高斯牛顿法对初值精度的要求,避免了该方法结果出现不收敛的可能。实验结果和分析显示,该算法能有效实现对固定目标的定位,有效提高目标的定位精度并改善了定位结果的收敛稳定性,且能够满足实时传输的要求,具有一定的工程应用价值。

## 参考文献

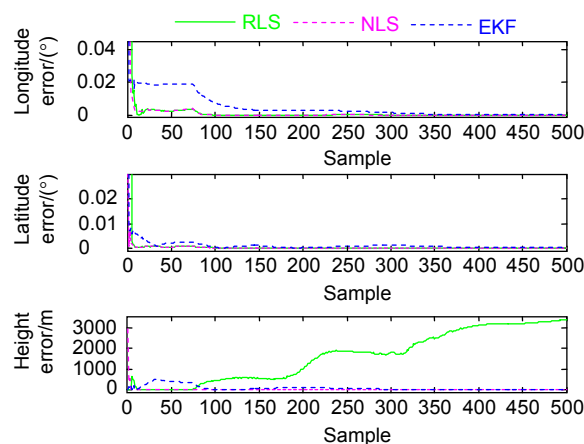
- [1] Hao Y H, Yan X F, Bai M, *et al.* *Overview of UAV Development*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2017.  
郝英好, 严晓芳, 白蒙, 等. 无人机发展概览[M]. 北京: 国防工业出版社, 2017.
- [2] Wang R J, Bai Y, Zeng Z Q, *et al.* Composite compensation control method for airborne opto-electronic platform mounted on multi-rotor UAV[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, **44**(10): 983–989.  
王日俊, 白越, 曾志强, 等. 多旋翼无人飞行器机载光电平台的复合补偿控制方法[J]. 光电工程, 2017, **44**(10): 983–989.
- [3] Bai Q Q, Xu J X, Shao H, *et al.* Research on high-precision dynamic target location method of UAV[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2014, **44**(1): 73–77, 82.  
柏青青, 许建新, 邵慧, 等. 无人机动态目标高精度定位方法研究[J]. 航空计算技术, 2014, **44**(1): 73–77, 82.
- [4] Jin Z F, Lei Z K, Li Q. UAV measuring object velocity based on moving target tracking and orientation[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2015, **42**(2): 59–65.  
金兆飞, 雷仲魁, 李倩. 基于运动目标跟踪与定位的无人机测速技术[J]. 光电工程, 2015, **42**(2): 59–65.
- [5] Sun H. Target localization and error analysis of airborne electro-optical platform[J]. *China Optics*, 2013, **6**(6): 912–918.  
孙辉. 机载光电平台目标定位与误差分析[J]. 中国光学, 2013, **6**(6): 912–918.
- [6] Xu C, Huang D Q. Error analysis for target localization with unmanned aerial vehicle electro-optical detection platform[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013, **34**(10): 2265–2270.  
徐诚, 黄大庆. 无人机光电侦测平台目标定位误差分析[J]. 仪器仪表学报, 2013, **34**(10): 2265–2270.
- [7] Madison R, DeBietto P, Olean A R, *et al.* Target geolocation from a small unmanned aircraft system[C]//*Proceedings of 2008 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, 2008: 1–19.
- [8] Lei Y, Feng X X, Zhu C B, *et al.* An azimuth fusion locating algorithm based on RangeOnly least squares for multi-senor network[J]. *Electronics Optics & Control*, 2012, **19**(1): 12–17.  
雷雨, 冯新喜, 朱灿彬, 等. 基于测距最小二乘的方位融合多传感器定位算法[J]. 电光与控制, 2012, **19**(1): 12–17.
- [9] Mao X C, Wada M, Hashimoto H. Nonlinear iterative algorithm for GPS positioning with bias model[C]//*Proceedings of the 7th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, Washington, WA, USA, 2004.
- [10] Liu A D, Du Y J, Sun H W. Research on positioning solutions of distance intersection applied with laser range-finder[J]. *Modern Electronics Technique*, 2015, **38**(19): 24–27, 32.  
刘爱东, 杜亚杰, 孙海文. 激光测距机距离交汇定位解法研究[J]. 现代电子技术, 2015, **38**(19): 24–27, 32.
- [11] Lv J J, Yao J J. Aerial target localization based on least squares and newton iterative algorithm[J]. *Microelectronics & Computer*, 2011, **28**(9): 108–110.  
吕晶晶, 姚金杰. 基于最小二乘和牛顿迭代法的空中目标定位[J]. 微电子学与计算机, 2011, **28**(9): 108–110.
- [12] Taff L G. Target localization from bearings-only observations[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, **33**(1): 2–10.
- [13] Siregar R W, Tulus, Ramli M. Analysis local convergence of gauss-newton method[J]. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, **300**(1): 012044.
- [14] Lv S H, Su X Q, Zhang Z P, *et al.* Algorithm of opto-electronic theodolite intersection based on Gauss-Newton method[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(11): 22–25.  
吕帅华, 苏秀琴, 张占鹏, 等. 一种基于高斯-牛顿法的光电经纬仪交会测量算法[J]. 光电工程, 2006, **33**(11): 22–25.
- [15] Qiu L, Shen Z K. LS-Kalman algorithm for passive target location and tracking with bearing-only measurements[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2001, **30**(2): 83–86.  
邱玲, 沈振康. 三维纯角度被动跟踪定位的最小二乘-卡尔曼滤波算法[J]. 红外与激光工程, 2001, **30**(2): 83–86.



# Target positioning of UAV airborne optoelectronic platform based on nonlinear least squares

Chen Danqi, Jin Guodong\*, Tan Lining, Lu Libin, Wei Wenle

Rocket Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710025, China



Target positioning error

**Overview:** In the past few decades, unmanned aerial vehicles (UAV) have developed rapidly, and they have been widely used in actual intelligence reconnaissance and target surveillance with their unique advantages such as zero casualties, long-term endurance, and high flexibility. Accurate positioning and tracking of battlefield targets is one of the most important military applications for UAV. At present, the traditional UAV airborne photoelectric platform target positioning algorithm is based on the single UAV photoelectric platform for angle information measurement and distance information measurement. However, the UAV attitude angle error and the photoelectric platform attitude angle error are introduced into the algorithm, which leads to the low target positioning accuracy. The target positioning method based on laser ranging value avoids the attitude angle of the UAV and the attitude angle error of the photoelectric platform in the calculation process, and has the advantages of less error source and high positioning accuracy, which is a common method for high-precision target positioning algorithm. The algorithm commonly used in target location estimation based on laser ranging values is a pseudo-linearized linear least squares method, but the pseudo-linearization process in the algorithm results in a large loss of observation accuracy, especially the target height localization precision. In this paper, a hybrid nonlinear algorithm of least squares and Gauss-Newton is proposed. The Gauss-Newton iteration method is a nonlinear algorithm with fast convergence speed and high precision, but it has certain requirements for the initial value of iteration. Therefore, this paper firstly deduces the pseudo-linearized least squares target localization algorithm, and based on this algorithm, roughly estimates the target position and obtains the coarse positioning result. Secondly, the Gauss-Newton iterative nonlinear target localization algorithm based on laser ranging value is derived. Then the linear least squares rough result is used as the initial value of the nonlinear Newton iteration method for target location estimation. The algorithm combines the advantages of the simple and easy implementation of the least squares method and the high convergence accuracy of the Gauss-Newton method, and satisfies the certain requirements of the Gauss-Newton method for the initial value accuracy. Experimental results of measured data show that the longitude error of fixed target positioning results of this method is less than  $1.37 \times 10^{-5}$  degrees, the latitude error is less than  $6.31 \times 10^{-5}$  degrees, and the height error is less than 1.78 meters. And the processing time of each positioning is within 8 ms, which meets the requirements of real-time positioning. The experimental results show that this algorithm has high engineering application value.

**Citation:** Chen D Q, Jin G D, Tan L N, *et al.* Target positioning of UAV airborne optoelectronic platform based on nonlinear least squares[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, **46**(9): 190056

Supported by National Natural Science Foundation of China (61673017, 61403398)

\* E-mail: 18578031@qq.com