



DOI: 10.12086/oe.2019.180517

自适应分数阶算子的图像增强

李 帅¹, 王伟明^{1*}, 刘先红², 闫德立¹¹石家庄铁道大学电气与电子工程学院, 河北 石家庄 050043;²中国人民解放军 32142 部队, 河北 石家庄 050000

摘要: 为了突出图像纹理细节的同时保留平滑区域, 节省确定分数阶微分阶次的时间, 提出了一种改进的自适应分数阶微分算子。首先将经典 Tiansi 模板分解为四个不同方向, 分别与待处理像素点进行卷积, 达到增强图像纹理细节的效果; 其次针对 Tiansi 算子需通过多次实验确定最佳微分阶次的现状, 结合图像的局部特征信息, 构建了具有自适应能力的分数阶阶次模型, 能够获得比原图像更丰富的细节信息。对多组不同场景图像的实验结果表明: 构建的自适应分数阶微分算子有效地增强了图像的纹理细节, 自适应分数阶微分算子的主观视觉效果和客观评价指标均优于原图像, 其客观评价指标中的平均梯度、信息熵、对比度相比原图像平均提高 190.3%、8.1%、18.3%; 平均梯度、对比度相比 Tiansi 算子处理后的图像平均提高 45.0%、9.6%。

关键词: 图像增强; 分数阶微分; Tiansi 算子; 自适应分数阶

中图分类号: TP391; TN911.73

文献标志码: A

引用格式: 李帅, 王伟明, 刘先红, 等. 自适应分数阶算子的图像增强[J]. 光电工程, 2019, 46(9): 180517

Image enhancement of adaptive fractional operator

Li Shuai¹, Wang Weiming^{1*}, Liu Xianhong², Yan Deli¹¹School of Electrical and Electronics Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang, Hebei 050043, China;²Unit 32142 of PLA, Shijiazhuang, Hebei 050000, China

Abstract: In order to highlight the texture details of the image while preserving the smooth region and saving the time to determine the fractional differential order, an improved adaptive fractional differential operator is proposed. Firstly, the classical Tiansi template is decomposed into four different directions, which are respectively convolved with the pixels to be processed to achieve the effect of enhancing the texture details of the image. Secondly, the current situation of the optimal differential order is determined by the experiment for the Tiansi operator. The local feature information of the image constructs a fractional order model with an adaptive ability, which can obtain more detailed information than the original image. The experimental results of multiple sets of different scene images show that the constructed adaptive fractional differential operators effectively enhance the texture details of the image. The subjective visual effects and objective evaluation indexes of the adaptive fractional differential operators are better than the original images. The average gradient, information entropy and contrast in the objective evaluation index are increased by 190.3%, 8.1%, and 18.3%, respectively. The average gradient and contrast are 45.0% and 9.6% higher than that of the Tiansi operator.

收稿日期: 2018-10-09; 收到修改稿日期: 2018-11-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11372199); 河北省自然科学基金资助项目(E2016210104)

作者简介: 李帅(1989-), 男, 硕士研究生, 主要从事分数阶微积分及图像处理方面的研究。E-mail: ls177@126.com

通信作者: 王伟明(1979-), 男, 博士, 讲师, 硕士生导师, 主要从事图像处理方面的研究。E-mail: wangwm@stdu.edu.cn

Keywords: image enhancement; fractional differential; Tiansi operator; adaptive fractional

Citation: Li S, Wang W M, Liu X H, et al. Image enhancement of adaptive fractional operator[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(9): 180517

1 引言

图像处理技术在智能交通、视频监控等领域的作用日益突出。雾霾天气和夜间场景时能见度相对较低，设备所采集的图像通常会出现比较严重的退化与失真，因此研究如何提高恶劣天气中视频图像的质量变得尤为重要。在图像增强处理中，为了改善图像的视觉效果，希望图像的高频分量能够得到增强，从而突出图像的纹理信息，同时进一步平滑图像低频分量^[1]。图像的线性变换，优点是平滑了图像的低频分量，但此类方法保留的高频分量太少，难以达到理想效果^[2]。图像经过平均或积分运算会出现模糊的现象，为使图像中沿任意方向延伸的边缘轮廓变得更加清晰，可以对图像进行逆运算，如微分运算。一阶微分梯度算子以及二阶微分 Laplacian 算子，优点是增强了图像的高频分量，突出了图像中的纹理信息，但同时也增加了图像噪声^[3]。传统的图像增强处理，不能很好地解决增强图像纹理细节的同时去除图像噪声的矛盾^[4]。

近些年，分数阶微积分在很多领域都有了突破性发展，研究发现分数阶微分算子具有弱导数的性质^[5]，越来越多的人将其应用到图像处理各领域中。蒲亦非等^[6]利用分数阶微分在提升图像高频分量的同时能够非线性地保留图像的中低频分量的性能，在增强图像纹理细节的同时保留图像中的平滑区域，达到很好的视觉效果。但分数阶微分算子缺乏灵活性，不能根据局部特征信息进行自适应增强，可能导致原本清晰的区域变得模糊。张绍阳等^[7]提出了一种改进的分数阶微分算子，并将其应用到模糊交通视频图像增强中，取得了很好的视觉增强效果。但其分数阶模板的具体阶次没有自适应性，只能通过大量实验确定最佳阶次。汪成亮等^[8]提出了将图像梯度特征与人的视觉特征相结合的方法，构建了基于分数阶微分阶次的自适应图像增强模型，自适应阶次的提出使得动态视频增强成为了可能。但该算法的自适应性没有结合图像的局部统计信息，可能会导致对图像对比度较高的区域也进行了滤波，使原本清晰的区域变得模糊。

在图像增强处理中，为充分地利用目标像素局部邻域的特征信息，提出了一种在 8 个方向都具有旋转同向性的分数阶微分算子，同时考虑到算法的复杂度

和最终的增强效果，采用一种 5×5 的掩模模板，称为 Tiansi 算子^[9]。本文首先提出了一种改进的 Tiansi 模板，将经典的 Tiansi 模板分解为四个小模板，使其分别与图像进行卷积，其次构建了基于图像的局部统计信息的自适应阶次模型。本文方法在处理图像细节方面有很好的效果，通过自适应模型的构建节省了人工寻求最佳阶次的时间，很好地弥补了经典 Tiansi 算子的缺点。

2 分数阶微分理论

常用的分数阶微分定义有三种^[10]，分别是 G-L、R-L、Caputo 定义，其中最常用的是采用非整型分数阶微积分的 G-L 定义。G-L 分数阶微积分表达式为

$${}_a^G D_t^\nu f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\nu} \sum_{m=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^m \frac{\Gamma(\nu+1) \cdot f(t-mh)}{m! \Gamma(\nu-m+1)}, \quad (1)$$

其中 ν 为分数阶阶次且 $\nu > 0$ ； h 为微分步长； $\lfloor (t-a)/h \rfloor$ 为取变量 $(t-a)/h$ 的整数部分， a 为分数阶微分的下限， t 为分数阶微分的上限； $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt = (n-1)!$ 为 Gamma 函数。

若一元信号 $f(t)$ 的持续区间为 $[a, t]$ ，按单位 $h=1$ 等分，有 $m = \lfloor (t-a)/h \rfloor = \lfloor t-a \rfloor$ 。因此，一元信号 $f(t)$ 的 ν 阶微分的差分表达式为

$$\begin{aligned} \frac{d^\nu(t)}{dt^\nu} \approx & f(t) + (-\nu)f(t-1) + \frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2} f(t-2) \\ & + \dots + \frac{\Gamma(-\nu+1)}{m! \Gamma(-\nu+m+1)} f(t-m). \end{aligned} \quad (2)$$

而为了使图像的分数阶微分算子具有旋转不变性，采用 x 轴正负方向， y 轴正负方向，坐标系的两个对角线方向共 8 个方向具有各向同性的微分算子。由差分表达式可以得到分数阶微分的差分系数为^[11]

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -\nu \\ a_2 = \frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2} \\ a_3 = \frac{(-\nu)(-\nu+1)(-\nu+2)}{6} \\ \vdots \\ a_n = \frac{\Gamma(-\nu+1)}{m! \Gamma(-\nu+m+1)} \end{cases} \quad (3)$$

在图像中，相邻像素之间的灰度值往往具有一定的相似性。通常，为充分地利用目标像素局部邻域的特征信息，同时减少不必要的空间和时间复杂度，防止增强后的图像过度平滑，一般采用大小为 5×5 的分数阶模板对图像进行处理^[12]。应用最为广泛是经典的 Tiansi 模板，大小为 5×5 的 Tiansi 模板如图 1 所示。

a_2	0	a_2	0	a_2
0	a_1	a_1	a_1	0
a_2	a_1	$8a_0$	a_1	a_2
0	a_1	a_1	a_1	0
a_2	0	a_2	0	a_2

图 1 5×5 的 Tiansi 模板
Fig. 1 5×5 Tiansi template

在 Tiansi 算子中，各项系数的和为

$$T = 8a_0 + 8a_1 + 8a_2 = 8 - 12\nu + 4\nu^2 \quad (4)$$

通过 Tiansi 算子与图像进行卷积运算，使图像边缘特征更加突出、纹理细节更加清晰和平滑区域信息得以相对保留^[13]，从而提高图像的视觉清晰度。

3 自适应分数阶微分算子的构造

3.1 改进的 Tiansi 算子

经典的 Tiansi 算子虽然有良好的微分特性，但也存在缺点。Tiansi 算子在运算的过程中分为 8 个方向对待处理像素点分别计算，但是如果在像素值变化较大的纹理区域与像素值变化较小的平滑区域中，用 Tiansi 算子在 8 个方向求得的卷积和结果相同，这时用 Tiansi 算子进行图像增强则不能检测到纹理区域，而是会把纹理区域作为平滑区域处理，导致个别区域增强达不到理想的效果。

为了解决这一问题，在较好地保留纹理细节的同时，使处理后的图像边缘信息更加丰富，本文将经典的 Tiansi 算子做必要的改进，沿坐标轴方向将 Tiansi

(a)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_2 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 2a_0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix}$	(b)	$\begin{bmatrix} a_2 & 0 & a_2 \\ 0 & a_1 & a_1 \\ 0 & 0 & 2a_0 \end{bmatrix}$
(c)	$\begin{bmatrix} a_2 & a_1 & 2a_0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	(d)	$\begin{bmatrix} 2a_0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_1 & 0 \\ a_2 & 0 & a_2 \end{bmatrix}$

图 2 按坐标轴分解为四个方向模板
Fig. 2 Decomposition into four orientation templates by coordinate axes

算子分解为四个 3×3 的小模板，分别用各个小模板对待处理像素点进行增强处理。沿坐标轴方向分解为的四个模板如图 2 所示。

在处理过程中，待处理像素点 $m(x, y)$ 为常数 $2a_0$ 所在位置，对图像中每个像素点分别用上面的四个 3×3 模板进行卷积运算，分别得到与坐标轴方向相对应的四个卷积值 M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 。假设卷积运算后的结果为 M ，若 $M < 0$ ，则直接令 $M = 0$ ；若 $M > 255$ ，则直接令 $M = 255$ 。

对图像中要处理的像素点 $m(x, y)$ 而言，该点的像素值为 s ，则 s 可以用 M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 来表示，即：

$$s = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{8 - 12\nu + 4\nu^2} = \frac{\frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4}}{8 - 12\nu + 4\nu^2} \quad (5)$$

相邻像素点之间的灰度值具有高度的自相似性，为了得到纹理更为清晰的效果及节省计算时间，直接令上式 s 的分子取 M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 的最大值，即：

$$\frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \max(M_1, M_2, M_3, M_4)$$

则可得到：

$$s = \frac{\max(M_1, M_2, M_3, M_4)}{2 - 3\nu + \nu^2} \quad (6)$$

其中 s 是一个关于分数阶阶次 ν 的一元函数。

针对这样的改变，改进的 Tiansi 算子一方面依然保留了分数阶良好的微分特性，另一方面在邻近像素值所差无几的平滑区域中，处理后的像素值变化很小；对于邻近像素值有一定变化的纹理区域中，处理后的像素值得到更大的变化。在较好保留纹理细节的同时，使图像边缘信息更加丰富。

为验证本文改进算子的有效性，选取阶次同为 0.5 的经典 Tiansi 算子和本文改进算子，对 Lena 图像进行对比实验，处理结果如图 3 所示。

其中图 3(a)为经典 Tiansi 算子处理后的图像，图 3(b)为改进算子处理后的图像。由图 3 可以看出，改

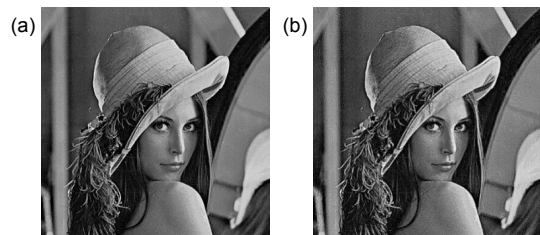


图 3 Tiansi 算子与改进算子处理后的对比图像
Fig. 3 Contrast images processed by Tiansi operator and improved operator

进后的算子在细节纹理上对原图像进行了增强，而且比经典 Tiansi 算子处理后的效果更好，尤其是在帽沿以及面部轮廓区域上有所提升。

3.2 结合局部特性构造自适应分数阶阶次的微分算子

应用分数阶微分算子处理图像的过程中，分数阶微分算子缺乏灵活性，不能根据局部特征信息进行图像增强，而且分数阶的具体阶次没有自适应特性，为了达到更好的处理效果，有时需进行多次重复实验，来获取一个更好效果的分数阶阶次。

在图像增强的过程中，分数阶微分的阶数与图像梯度、亮度、对比度等参数的值相关^[14]。图像局部梯度、亮度、对比度的值越大，该区域为边缘和纹理的概率就越大，是图像增强的重要区域；图像局部梯度、亮度、对比度的值越小，该区域为平滑区域的概率就越大，处理时要保留这部分区域的信息细节。因此，需寻找分数阶微分阶数与图像梯度、亮度、对比度之间的函数映射关系，本文提出一种自适应微分阶次的数学模型，根据图像的局部特征信息自动的确定最佳的分数阶阶次。

图像梯度 G ：对于一个像素点 $m(x, y)$ ，可以用梯度来表示该点灰度值的变化率，图像中高频的边缘信息具有较大的梯度，平滑区域具有较小的梯度值。

图像亮度 L ：对于一个像素点 $m(x, y)$ ，图像中高频的边缘信息具有较大的亮度值，平滑区域具有较小的亮度值。

图像对比度 C ：对于一个像素点 $m(x, y)$ ，图像中高频的边缘信息具有较大的对比度，平滑区域具有较小的对比度。

由上面三个定义可知，选取的三个参数都可以用来表征图像中的高低频信息，所以可以用这三个参数表征分数阶微分的阶次，图像中某个区域的阶次根据这三个参数按照一定的规律自适应变化。其构造函数：

$$f(G, L, C) = \frac{G}{G+L+C}G + \frac{L}{G+L+C}L + \frac{C}{G+L+C}C, \quad (7)$$

其中： $G = \frac{M(i, j) - X_{\min}}{X_{\max} - M(i, j)}$ ， $M(i, j)$ 为图像中一个像素点

在八个方向上梯度幅值的平均值； X_{\min} 为图像中一个像素点在八个方向上梯度幅值的最小值； X_{\max} 为图像中一个像素点在八个方向上梯度幅值的最大值。

当阶次 $\nu=1$ 或 $\nu=2$ 时，对信号的高频部分，变换后幅值大幅提升；低频部分幅值大幅降低，整数阶导

数的特性是提高高频、降低低频，因此常用来做图像锐化或边缘检测等。当阶次 ν 取值在 $(1, 2)$ 区间时，对图像边缘的增强效果介于一阶和二阶之间，但此时保留了更多的纹理信息。当阶次 ν 取值在 $(0, 1)$ 区间时，称为分数阶导数，此时分数阶微分对信号的衰减程度不像整数阶导数呈线性衰减，而是随着阶次的减小，衰减幅度也变小。当阶次趋于 0 时，对于过低的频率，分数阶微分的衰减很小，这说明分数阶微分在低频部分实现了对此区域的非线性保留。因此微分阶次取值在 $(0, 1)$ 区间内，应用于图像处理时，会呈现出比其他阶次更好的性能^[15]。

分数阶的阶次限制在 $(0, 1)$ 之间，由上面的分析可知：分数阶应用于图像增强时，若提升高频的边缘区域，需选择大的分数阶次；若提升中低频的纹理区域，需选择小的分数阶次。综上，一个单调递增函数即可表示自适应函数，而随着分数阶次增大，高频分量非线性的急剧增加，因此要表征的自适应函数是个非线性单调递增函数。构造自适应函数模型为二次函数： $\nu = a \times f^2 + b$ 。其中 a, b 为待定的系数。

$f=0$ 时，待处理的像素点一定位于平滑区域，此时阶次最小，取 $\nu=0.01$ ；

$f=1$ 时，待处理的像素点一定位于边缘区域，此时阶次最大，取 $\nu=0.99$ ：

$$\begin{cases} 0.01 = a \times 0^2 + b \\ 0.99 = a \times 1^2 + b \end{cases}$$

解得： $a = 0.98$ ， $b = 0.01$ 。

也就是说构造的自适应分数阶模型为

$$\nu = 0.98 \times f^2 + 0.01, \quad (8)$$

其中： f 是关于图像梯度 G 、图像亮度 L 、图像对比度 C 的函数。

在处理具体图像时，待处理的像素点为 $m(x, y)$ ，根据该点的局部特征信息参数 G 、 L 、 C 从而得到函数 $f(G, L, C)$ 的表达式，将 f 带入上式求得分数阶次 ν ，再代回式(6)求得经过分数阶模板处理后的该点的灰度值 s_0 。

改进的自适应分数阶微分 Tiansi 算子，一方面针对图像中的局部信息进行分数阶微分处理，另一方面构造了分数阶微分阶次的自适应模型，动态地对图像进行处理，很好地弥补了经典 Tiansi 算子的缺点。

本文自适应分数阶微分算子的具体处理步骤如图 4 所示。

如图 4 所示，提取待处理像素点处的局部信息，

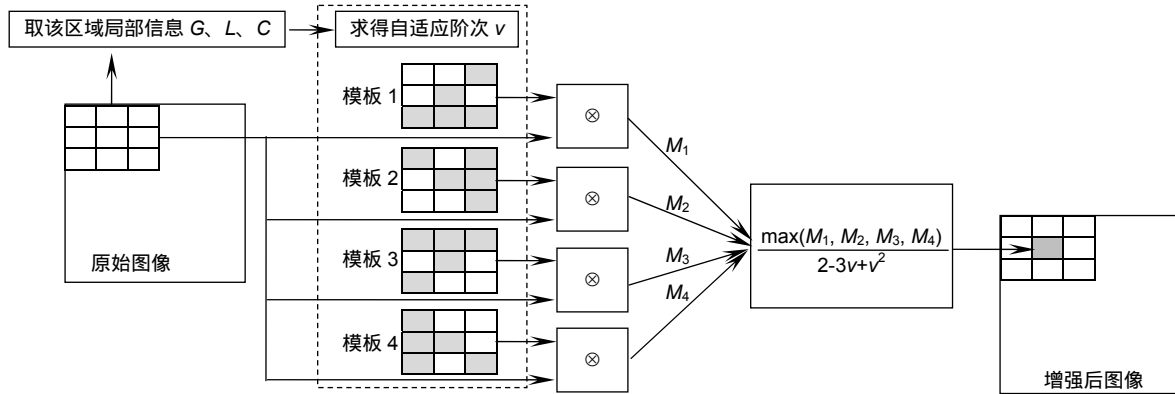


图 4 自适应分数阶微分算子的具体处理步骤

Fig. 4 Concrete processing steps of adaptive fractional differential operator

求得自适应分数阶微分阶次 ν 后, 该像素点分别用四个 3×3 模板进行卷积运算, 得到四个方向的卷积值 M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 。将四个卷积值代入式(6), 即可得到该点处的像素值。改进的 Tiansi 算子不仅保留了分数阶良好的微分特性, 而且在平滑区域附近, 处理后的像素值变化更小; 在纹理丰富区域附近, 处理后的像素值变化更大。在较好保留纹理细节的同时, 使图像边缘信息更加丰富。自适应模型的构建节省了人工寻求最佳阶次的时间, 很好地弥补了经典 Tiansi 算子的缺点。

4 实验与分析

为了检验本文算法在图像增强中的效果, 选取经典的 Lena 图像以及两种不同场景图像分别进行了对比实验, 将本文自适应算子分别与 Laplacian 算子、Tiansi 算子($\nu=0.5$)、文献[7]算子进行比较。对经过各种算法处理后的图像进行质量评价, 客观评价中引入

结构相似性(structural similarity index, SSIM)。SSIM 是衡量两幅图像相似度的指标^[16], 在图像去噪实验中, SSIM 值越大说明处理后的图像与无噪图像越相似, 效果越好。但本文是各种算法的图像增强实验, 选取 SSIM 中参考图像为原图像, 因为增强后图像与原图像有很大的局部相似性, SSIM 值较小时一定程度上说明增强图像相对于原图像提升程度更大, 有更好的视觉效果。

4.1 对 Lena 图像进行质量评价

4.1.1 主观评价

经各种算法处理后的图像如图 5 所示。

图 5(a)为原图像; 图 5(b)为 Laplacian 处理后的图像; 图 5(c)为 Tiansi 算子($\nu=0.5$)处理后的图像; 图 5(d)为文献[7]算子处理后的图像; 图 5(e)为本文改进后的 Tiansi 算子($\nu=0.5$)处理后的图像; 图 5(f)为本文改进的自适应微分算子处理后的图像。



图 5 经过各种算法处理后的 Lena 图像

Fig. 5 Lena images processed by various algorithms

4.1.2 客观评价

客观评价通过图像的平均梯度、信息熵、对比度、SSIM 结构相似性四个参数对算子进行评价。对 Lena 图的客观评价如表 1 所示。

由表 1 可以发现：信息熵指标中，最高的是经典的 Tiansi 算子，其次是本文算子，本文算子相对于原图像、Laplacian 和文献[7]算子有一定程度的提升，本文自适应算子的信息熵没有达到最优和图像的纹理不是特别丰富有一定的关系；平均梯度指标中，文献[7]算子是最高的，其次是本文算子，本文算子相对于原图像、Laplacian 和 Tiansi 算子都有了很大幅度的提升，平均梯度的提升使得图像的纹理信息更加丰富；图像对比度指标里本文算子是最优的，本文算子的对比度相对于原图像以及其他算子有了很大幅度的提升。图像对比度的提升，使得处理后的图像可以获得更好的视觉效果。SSIM 指标中，Laplacian 算子处理后的值最小，一定程度上说明其提升的程度是最大的，但 Laplacian 算子是二阶微分算子，增强过程中存在过度锐化的现象。其次是本文改进的算子，相对于原图像有较大程度的增强，自适应算子与原图像的结构相似度虽然较大，但具有自适应微分阶次的特点。

4.2 对两种不同场景图像进行客观评价

雾霾天气和夜间场景会导致交通视频图像模糊且能见度降低，所以对这两种场景的图像处理变得尤为重要。基于分数微分理论的图像增强算法，可以用于改善恶劣天气和夜间场景下交通视频图像的能见度。为了证明本文提出的自适应分数阶算子对不同场景的适应性，选取了雾霾天气、夜间两种不同的场景的图像进行处理，并得到客观评价指标。

在对比各算法处理后的图像中，图(a)为原图像；图(b)为 Laplacian 处理后的图像；图(c)为 Tiansi 算子 ($\nu=0.5$)处理后的图像；图(d)为文献[7]算子处理后的图像；图(e)为本文改进后的 Tiansi 算子 ($\nu=0.5$)处理后的图像；图(f)为本文改进的自适应微分算子处理后的图像。

4.2.1 对雾霾天气图像进行客观评价

图 6(a)为雾霾图像 1，经各种算法处理后的图像如图 6(b)~6(f)所示。

对雾霾图像 1 的客观评价如表 2 所示。

图 7(a)为雾霾图像 2，经各种算法处理后的图像如图 7(b)~7(f)所示。

对雾霾图像 2 的客观评价如表 3 所示。

表 1 Lena 图的客观评价
Table 1 Objective evaluations of Lena image

	原图像	Laplacian	Tiansi 算子	文献[7]算子	改进算子	自适应算子
信息熵	5.4601	6.8303	7.6604	7.1410	7.5440	7.5471
平均梯度	6.0157	18.7322	12.2129	21.7388	20.1014	14.0116
图像对比度	43.8420	50.0691	47.1296	42.5253	51.9007	49.3702
SSIM	\	0.5260	0.7922	0.5569	0.5454	0.6703

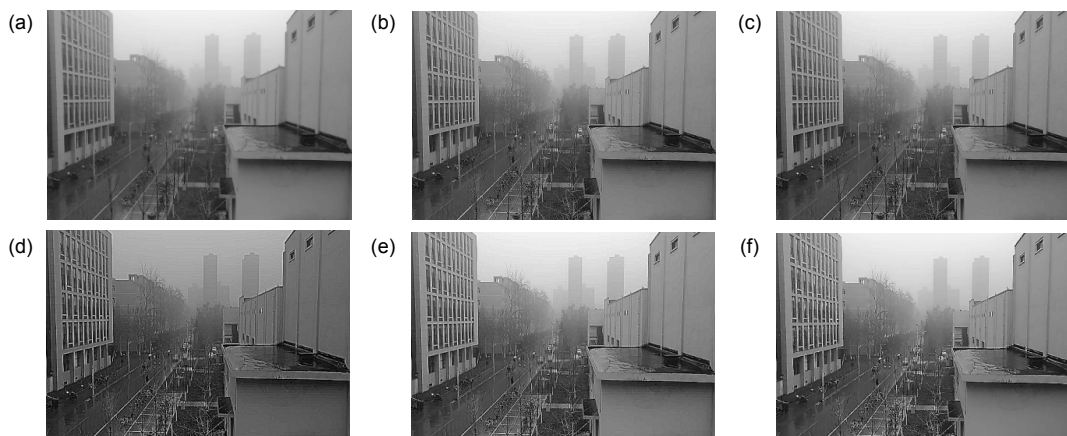


图 6 经过各种算法处理后的雾霾图像 1

Fig. 6 Haze image 1 processed by various algorithms

表 2 雾霾图像 1 的客观评价

Table 2 Objective evaluation of haze image 1

	原图像	Laplacian	Tiansi 算子	文献[7]算子	改进算子	自适应算子
信息熵	7.3193	7.6280	7.6257	7.3430	7.6484	7.5170
平均梯度	3.6461	10.4439	7.7882	13.7948	12.6791	12.1317
图像对比度	41.6897	47.3064	45.0094	41.0306	50.0650	50.4051
SSIM	\	0.7546	0.8716	0.6219	0.6125	0.7571

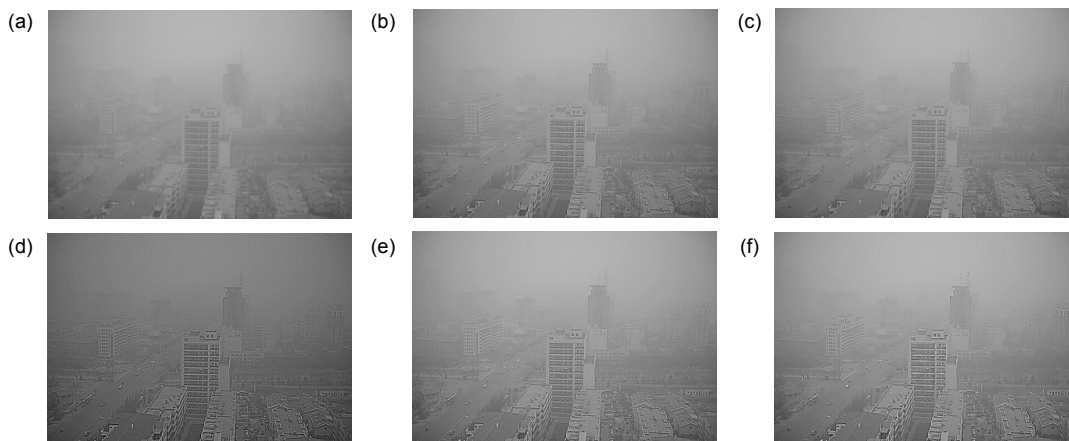


图 7 经过各种算法处理后的雾霾图像 2

Fig. 7 Haze image 2 processed by various algorithms

表 3 雾霾图像 2 的客观评价

Table 3 Objective evaluation of haze image 2

	原图像	Laplacian	Tiansi 算子	文献[7]算子	改进算子	自适应算子
信息熵	6.4407	6.5971	6.5237	6.4629	6.6755	6.6928
平均梯度	1.4535	4.7734	3.2798	6.9128	5.9013	5.4956
图像对比度	19.2248	19.5839	19.5757	16.0659	19.9807	19.4519
SSIM	\	0.8326	0.9244	0.7104	0.6749	0.8229

4.2.2 对夜间图像进行客观评价

图 8(a)为夜间图像 1, 经各种算法处理后的图像如图 8(b)~8(f)所示。

对夜间图像 1 的客观评价如表 4 所示。

图 9(a)为夜间图像 2, 经各种算法处理后的图像如图 9(b)~9(f)所示。

对夜间图像 2 的客观评价如表 5 所示。

通过对上面几组图像的客观评价, 可以看出相对于原图像以及经典的 Tiansi 算子, 本文算子在信息熵、平均梯度、图像对比度上都是最优的, 相对于文献[7]算子, 本文算子在信息熵以及图像对比度上都有很大程度的提升。尤其是在图像的对比度, 本文算子相对于原图像和其他算子有了很大的提升。图像对比度的增

加, 使得图像获得更好的视觉效果。

综合上面各种图像的主观和客观评价可以发现, 经过二阶微分算子 Laplacian 处理后的图像, 虽然边缘信息较原始图像有很大程度的提升, 但噪声也有显著的增加, 同时个别区域存在过度锐化现象; 经过 Tiansi 算子处理后的图像, 在增强图像纹理细节的同时抑制了噪声, 但处理纹理区域时有一定的局限性; 经过文献[7]算子处理后的图像在平均梯度指标上有显著的提升, 但是在信息熵以及图像对比度等指标中提升程度不是很显著; 经过改进的 Tiansi 算子克服了经典算子的缺点, 可以使纹理区域细节信息显著增强, 且图像中的噪声也不明显; 经过自适应分数阶微分算子处理后的图像, 不仅在信息熵、平均梯度以及图像对比

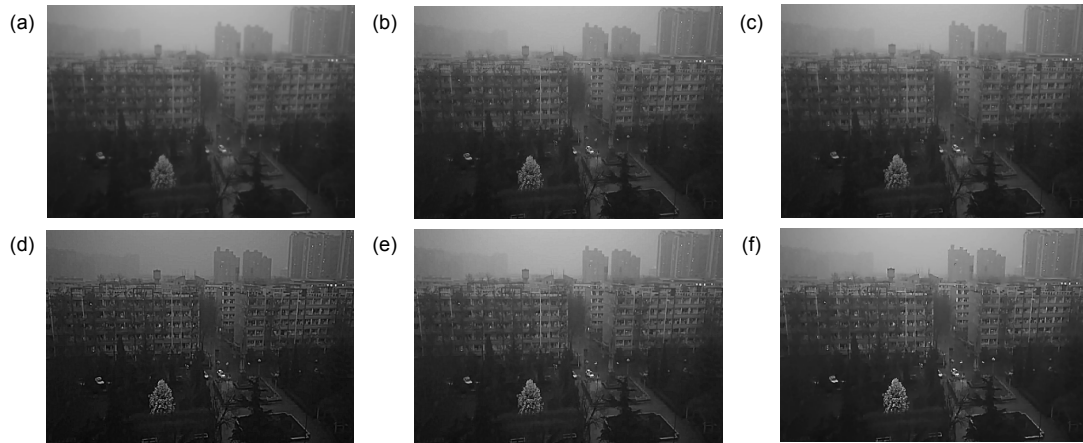


图 8 经过各种算法处理后的夜间图像 1
Fig. 8 Night image 1 processed by various algorithms

表 4 夜间图像 1 的客观评价
Table 4 Objective evaluation of night image 1

	原图像	Laplacian	Tiansi 算子	文献[7]算子	改进算子	自适应算子
信息熵	7.0607	7.1267	7.0884	6.8329	7.1588	7.1336
平均梯度	1.6423	3.8517	2.9670	5.6480	4.8916	4.7185
图像对比度	37.0751	38.0947	37.7044	29.7156	38.8709	38.8115
SSIM	\	0.8822	0.9460	0.7510	0.7256	0.8498

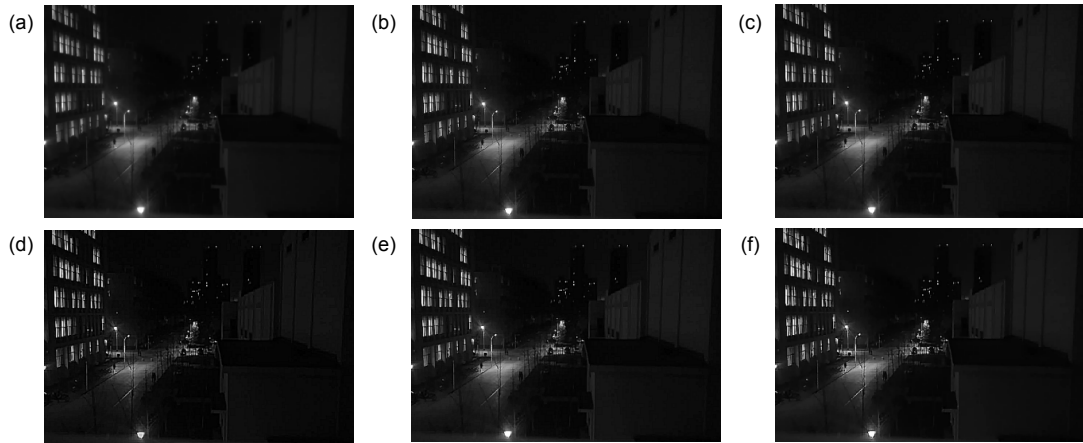


图 9 经过各种算法处理后的夜间图像 2
Fig. 9 Night image 2 processed by various algorithms

表 5 夜间图像 2 的客观评价
Table 5 Objective evaluation of night image 2

	原图像	Laplacian	Tiansi 算子	文献[7]算子	改进算子	自适应算子
信息熵	5.4228	5.5114	5.4795	5.2203	5.5392	5.4268
平均梯度	1.7520	3.5697	3.0279	4.5573	4.2556	4.1458
图像对比度	9.8958	11.4134	10.8980	11.1497	12.3368	13.2254
SSIM	\	0.9321	0.9654	0.8405	0.8282	0.9177

度等指标中有显著的提升,而且自适应模型的构建节省了人工寻求最佳阶次的时间。本文提出的算法在图像纹理细节增强方面取得了很好的效果,相对于二阶微分 Laplacian 算子、经典的 Tiansi 算子、文献[7]改进的算子也有很好的提升。同时,证明了本文方法的有效性以及适应性。

5 结 论

本文通过分析分数阶微分模板 Tiansi 的特性,首先提出了一种改进的微分模板,弥补了经典 Tiansi 算子的缺点,在平滑区域中,使处理后的像素值变化较小,在纹理区域中,使处理后的像素值得到更大变化,较好保留图像纹理细节的同时丰富了边缘信息。然后结合图像的局部特征构建了有自适应能力的分数阶微分模型,在提升图像高频分量的同时,非线性地保留图像的中低频分量,即可以在增强图像纹理细节的同时,非线性地保留图像中的平滑区域。同时,节省了人工寻求最佳分数阶阶次的时间。

实验结果表明,与传统的图像增强算法相比,构建的自适应分数阶模型在处理图像时,锐化效果更好,其客观评价指标中的平均梯度、信息熵、对比度相比原图像平均提高 190.3%、8.1%、18.3%;平均梯度、对比度相比 Tiansi 算子处理后的图像平均提高 45.0%、9.6%,信息熵平均降低了 0.3%,但自适应分数阶大大节省了确定分数阶微分阶次的时间。

下一步要研究的工作一是优化分数阶微分模板的尺寸,选取更合适的模板对图像进行处理;二是优化构建的自适应分数阶模型,缩短处理的时间,实现动态视频细节增强的实时处理。

参考文献

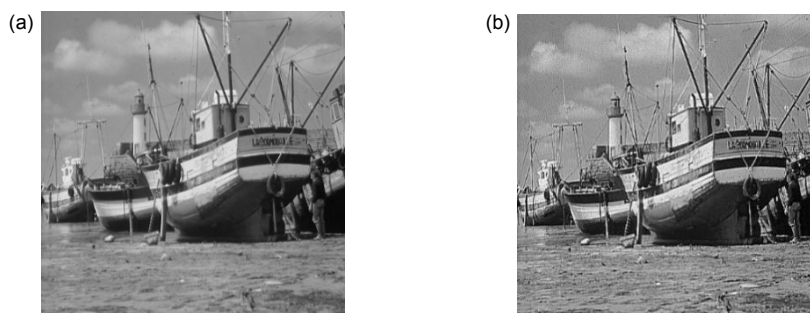
- [1] Svoboda T, Kybic J, Hlavac V. *Image Processing, Analysis & Machine Vision: A MATLAB Companion*[M]. CL-Engineering, 2007: 712–717.
- [2] Zhou S B, Wang L P, Yin X H. Applications of fractional partial differential equations in image processing[J]. *Journal of Computer Applications*, 2017, **37**(2): 546–552.
周尚波, 王李平, 尹学辉. 分数阶偏微分方程在图像处理中的应用[J]. *计算机应用*, 2017, **37**(2): 546–552.
- [3] Gao R, Gu C, Li X. Image zooming model based on fractional-order partial differential equation[J]. *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography*, 2017, **20**(1): 55–63.
- [4] Huang G, Chen Q L, Xu L, et al. Realization of adaptive image enhancement with variable fractional order differentials[J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2012, **34**(4): 446–454.
黄果, 陈庆利, 许黎, 等. 可变阶次分数阶微分实现图像自适应增强[J]. *沈阳工业大学学报*, 2012, **34**(4): 446–454.
- [5] Pu Y F. Application of fractional differential approach to digital image processing[J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2007, **39**(3): 124–132.
蒲亦非. 将分数阶微分演算引入数字图像处理[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2007, **39**(3): 124–132.
- [6] Pu Y F, Siarry P, Chatterjee A, et al. A fractional-order variational framework for retinex: fractional-order partial differential equation-based formulation for multi-scale nonlocal contrast enhancement with texture preserving[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, **27**(3): 1214–1229.
- [7] Zhang S Y, Xie Y Y, Zhang X, et al. Enhancement of fuzzy traffic video images based on fractional differential[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, **22**(3): 779–786.
张绍阳, 解源源, 张鑫, 等. 基于分数阶微分的模糊交通视频图像增强[J]. *光学精密工程*, 2014, **22**(3): 779–786.
- [8] Wang C L, Lan L B, Zhou S B. Adaptive fractional differential and its application to image texture enhancement[J]. *Journal of Chongqing University*, 2011, **34**(2): 32–37.
汪成亮, 兰利彬, 周尚波. 自适应分数阶微分在图像纹理增强中的应用[J]. *重庆大学学报*, 2011, **34**(2): 32–37.
- [9] Yang Z Z, Zhou J L, Yu X Y, et al. Image enhancement based on fractional differentials[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2008, **20**(3): 343–348.
杨柱中, 周激流, 晏祥玉, 等. 基于分数阶微分的图像增强[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2008, **20**(3): 343–348.
- [10] Huang G, Xu L, Pu Y F. Summary of research on image processing using fractional calculus[J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, **29**(2): 414–420, 426.
黄果, 许黎, 蒲亦非. 分数阶微积分在图像处理中的研究综述[J]. *计算机应用研究*, 2012, **29**(2): 414–420, 426.
- [11] Ma Q T, Dong F F, Kong D X. A fractional differential fidelity-based PDE model for image denoising[J]. *Machine Vision and Applications*, 2017, **28**(5–6): 635–647.
- [12] Pu Y F, Wang W X, Zhou J L, et al. Fractional differential approach to detecting textural features of digital image and its fractional differential filter implementation[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2008, **51**(9): 1319–1339.
- [13] Yu P, Hao C C. Foggy image enhancement by combined fractional differential and multi-scale retinex[J]. *Advances in Laser and Optoelectronics*, 2018, **55**(1): 272–277.
余萍, 郝成成. 基于分数阶微分和多尺度 Retinex 联合的雾霾图像增强算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, **55**(1): 272–277.
- [14] Pu Y F. Fractional-order euler-Lagrange equation for fractional-order variational method: A necessary condition for fractional-order fixed boundary optimization problems in signal processing and image processing[J]. *IEEE Access*, 2016, **4**: 10110–10135.
- [15] Wu R F, Xuan S B, Jing Q. Fractional differential image enhancement algorithm based on local feature[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, **50**(3): 160–164.
吴瑞芳, 宣士斌, 荆奇. 基于局部特征的分数阶微分图像增强方法[J]. *计算机工程与应用*, 2014, **50**(3): 160–164.
- [16] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, **13**(4): 600–612.

Image enhancement of adaptive fractional operator

Li Shuai¹, Wang Weiming^{1*}, Liu Xianhong², Yan Deli¹

¹School of Electrical and Electronics Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang, Hebei 050043, China;

²Unit 32142 of PLA, Shijiazhuang, Hebei 050000, China



Comparison of original image (a) and processed image (b)

Overview: Image processing technology has become increasingly prominent in the fields of intelligent transportation and video surveillance. Visibility is relatively low in foggy weather and nighttime scenes, and images collected by equipment often have severe degradation and distortion. Therefore, it is especially important to study how to improve the quality of video images in bad weather. In the image enhancement processing, in order to improve the visual effect of the image, it is desirable that the high-frequency component of the image can be enhanced to highlight the texture information of the image while further smoothing the low-frequency component of the image. The linear transformation of the image has the advantage of smoothing the low-frequency components of the image, but such a method retains too little high-frequency components to achieve the desired effect. When the image is averaged or integrated, blurring occurs. In order to make the edge contour extending in any direction in the image clearer, the image can be inversely operated, such as differential operation. The first-order differential gradient operator and the second-order differential Laplacian operator have the advantage of not only enhancing high-frequency components of the image and highlighting texture information in the image, but also increasing the image noise. The traditional image enhancement processing can not solve the contradiction of removing image noise while enhancing the texture details of the image.

In recent years, fractional calculus has made breakthroughs in many fields. It has been found that fractional differential operators have the property of weak derivatives, and more and more people apply them to the field of image processing. In order to highlight the texture details of the image while preserving the smooth region and saving the time to determine the fractional differential order, an improved adaptive fractional differential operator is proposed. Firstly, the classical Tiansi template is decomposed into four different directions, which are respectively convolved with the pixels to be processed to achieve the effect of enhancing the texture details of the image. Secondly, the current situation of the optimal differential order is determined by the experiment for the Tiansi operator. The local feature information of the image constructs a fractional order model with an adaptive ability, which can obtain more detailed information than the original image. The experimental results of multiple sets of different scene images show that the constructed adaptive fractional differential operators effectively enhance the texture details of the image. The subjective visual effects and objective evaluation indexes of the adaptive fractional differential operators are better than the original images. The average gradient, information entropy and contrast in the objective evaluation index are increased by 190.3%, 8.1%, and 18.3%, respectively. The average gradient and contrast are 45.0% and 9.6% higher than that of the Tiansi operator.

Citation: Li S, Wang W M, Liu X H, *et al.* Image enhancement of adaptive fractional operator[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(9): 180517

Supported by National Natural Science Foundation of China (11372199) and Natural Science Foundation of Hebei (E2016210104)

* E-mail: wangwm@stdu.edu.cn