



DOI: 10.12086/oe.2019.180507

## 光谱椭偏系统光源和光谱仪 偏振相关系数测量

范真涛<sup>1,2,3</sup>, 汤媛媛<sup>1,2\*</sup>, 魏凯<sup>1,2</sup>,  
陈颖<sup>4</sup>, 张雨东<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

<sup>2</sup>中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

<sup>3</sup>中国科学院大学, 北京 100049;

<sup>4</sup>中国人民解放军 61046 部队, 北京 100000

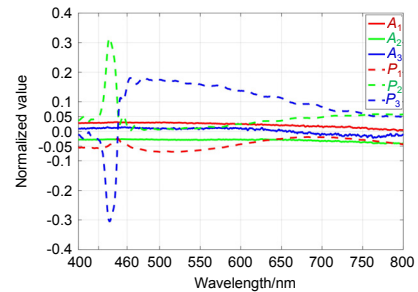
**摘要:** 光谱椭偏测量技术已广泛应用于材料科学、微电子、物理化学和生物医学等领域。在光谱椭偏测量系统中, 由于起偏器和检偏器存在漏光等瑕疵, 光源子系统的偏振度和光谱仪子系统的偏振敏感度会影响光谱椭偏系统的测量精度。针对这一问题, 本文建立了光谱椭偏测量系统的偏振相关系数的修正模型; 并提出了一种同时测量光源子系统和光谱仪子系统偏振相关系数的方法。利用现有实验室内的宽带光源系统和宽带光谱仪验证了这种测量方法的可行性。

**关键词:** 测量; 光源; 光谱仪; 光谱椭偏仪; 偏振相关系数

中图分类号: O436.3

文献标志码: A

引用格式: 范真涛, 汤媛媛, 魏凯, 等. 光谱椭偏系统光源和光谱仪偏振相关系数测量[J]. 光电工程, 2019, 46(12): 180507



## Measurement of polarization correlation coefficients of light source and spectrometer in spectroscopic ellipsometry

Fan Zhentao<sup>1,2,3</sup>, Tang Yuanyuan<sup>1,2\*</sup>, Wei Kai<sup>1,2</sup>, Chen Ying<sup>4</sup>, Zhang Yudong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>2</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>4</sup>61046 Army of the Chinese People's Liberation Army, Beijing 100000, China

**Abstract:** Spectroscopic ellipsometry has been widely used in materials science, microelectronics, physical chemistry and biomedicine. In the spectroscopic ellipsometry system, the degree of polarization of the light source subsystem and the polarization sensitivity of the spectrometer subsystem will affect the measurement accuracy of the spectroscopic ellipsometry considering the leakage of polarizer and analyzer. To remove this systematic error, we included the degree of polarization of light from source and the polarization sensitivity of the spectroscopic ellipsometry in our calibration model; a method for measuring the polarization state of light source subsystem and polari-

收稿日期: 2018-09-28; 收到修改稿日期: 2019-01-16

作者简介: 范真涛(1991-), 男, 博士研究生, 主要从事偏振测量的研究。E-mail: 18394092730@163.com

通信作者: 汤媛媛(1985-), 女, 博士, 副研究员, 主要从事偏振测量的研究。E-mail: yytang001@126.com

zation sensitivity of a spectrometer subsystem is proposed. To verify the method, we present the measurement setup and results for a commercial broadband light source and broadband spectrometer.

**Keywords:** measurement; light source; spectrometer; spectroscopic ellipsometry; polarization correlation coefficients

**Citation:** Fan Z T, Tang Y Y, Wei K, *et al.* Measurement of polarization correlation coefficients of light source and spectrometer in spectroscopic ellipsometry[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, **46**(12): 180507

## 1 引言

光谱椭圆偏测量技术具有非损伤、无干扰、速度快和精准度高等优点,已广泛应用于薄膜参数检测<sup>[1]</sup>、集成电路(IC)制造<sup>[2]</sup>、各向异性材料检测<sup>[3-4]</sup>和生物材料特性研究<sup>[5]</sup>等领域。随着光谱椭圆偏测量技术应用需求的扩大和应用领域的拓展,光谱椭圆偏测量技术的精度要求也越来越高。光谱椭圆偏测量是一种间接测量技术,它是基于测量系统模型来分析探测信号的计量技术,因此对于特定的光谱椭圆偏测量系统,提高测量精度的关键在于建立精确的系统模型及精确的系统参数标定方法。目前,众多研究者在理想的光谱椭圆偏测量系统模型<sup>[6]</sup>上做了一定的误差修正,很大程度上提高了系统模型的精准性,包括考虑偏振器的旋光性、漏光和应力双折射因素后的修正模型<sup>[7]</sup>,波片补偿器的修正模型<sup>[8]</sup>,系统有限数值孔径和光谱仪有限带宽引起的退偏修正模型<sup>[9]</sup>,聚焦透镜旋光性和应力双折射因素后的修正模型<sup>[10]</sup>等。而这些修正模型都未考虑光源的偏振度和光谱仪的偏振敏感度的影响,即光源和光谱仪偏振特性对测量精度的影响。虽然光源的偏振

度和光谱仪的偏振敏感度在系统设计时已经给予了相当的考虑,但是为进一步提高系统的精准性,我们在系统模型中考虑了光源和光谱仪偏振相关性对测量精度的影响,并测定光源和光谱仪的偏振相关系数。

光源的偏振状态可借助于已知偏振敏感性的偏振光谱仪测量得到<sup>[11]</sup>,光谱仪的偏振敏感性可借助于已知偏振状态的光源测量得到<sup>[12]</sup>。然而这些测量方法都须借助于额外的已知偏振相关系数的光源或偏振光谱仪,为此本文设计了一种互测方案,即同时测定光源和光谱仪的偏振相关系数而无须借助于额外的已知偏振相关系数的光源或偏振光谱仪的方法,并搭建了测量系统对现有实验室内双旋转补偿器光谱椭圆偏测量系统中的光源子系统和光谱仪子系统的偏振相关系数进行了测定。

## 2 理论推导

### 2.1 光源子系统和光谱仪子系统偏振相关系数

光谱椭圆偏测量系统结构原理如图 1 所示。

光谱椭圆偏测量系统由光源子系统(包括宽光谱光

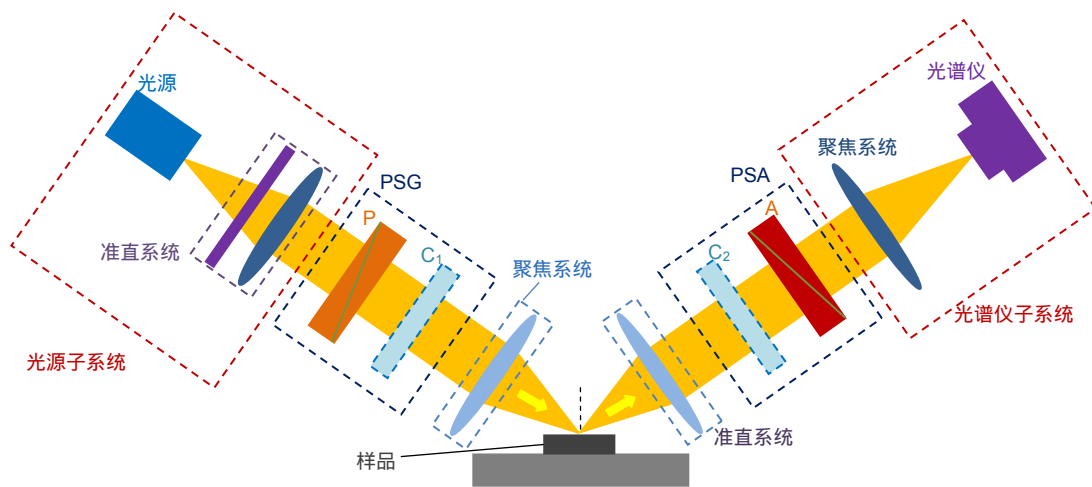


图 1 光谱椭圆偏测量系统结构原理图

Fig. 1 Structural schematic diagram of spectroscopic ellipsometry measurement system

源和准直系统)、偏振态发生子系统(polarization state generator, PSG)、聚焦系统、样品、准直系统、偏振态分析子系统(polarization state analyzer, PSA)以及光谱仪子系统(包括聚焦系统、光谱仪和探测器)组成。根据 PSG 和 PSA 的组成元件和旋转元件的不同,光谱椭偏测量系统可分为相位调制型和机械旋转型,而机械旋转型光谱椭偏测量系统可大致分为旋转起偏器光谱椭偏仪(rotating polarizer ellipsometry, RPE)、旋转检偏器光谱椭偏仪(rotating analyzer ellipsometry, RAE)、单旋转补偿器光谱椭偏仪(rotating compensator ellipsometry, RCE)和双旋转补偿器光谱椭偏仪(dual rotating compensators ellipsometry, RC2)四类。下面以结构最为复杂的 RC2 为例介绍光谱椭偏测量系统的测量原理。其中光源系统中的准直系统将宽光谱光源变成平行光后垂直入射到 PSG;RC2 的 PSG 由一个起偏器 P 和一个旋转补偿器 C<sub>1</sub> 依次组成,将准直后的平行光调制成随时间变化的特殊偏振状态;再由聚焦系统聚焦到样品,经样品反射后通过 PSA 侧的准直系统形成携带样品信息的平行光,并垂直入射到 PSA 中;RC2 的 PSA 由一个旋转补偿器 C<sub>2</sub> 和一个检偏器 A 依次组成,用于检测准直后的平行光的偏振态,从而得到样品的反射特性;PSA 出射的平行光再经聚焦系统聚焦进入光谱仪分光,最后由探测器测得光强。在不考虑退偏因素<sup>[6]</sup>的情况下,用斯托克斯矢量描述偏振光束,用穆勒矩阵描述系统光学元件和样品对偏振状态的改变,那么探测器测得的光强可表示为<sup>[13]</sup>

$$I=I_0(1,A_1,A_2,A_3)\mathbf{R}(-\beta)\mathbf{M}_A\mathbf{R}(\beta)\cdot\mathbf{R}(-\omega_2t-C_2)\mathbf{M}_{C_2}(\delta_2)\mathbf{R}(\omega_2t+C_2)\cdot\mathbf{M}_S\mathbf{R}(-\omega_1t-C_1)\mathbf{M}_{C_1}(\delta_1)\cdot\mathbf{R}(\omega_1t+C_1)\mathbf{R}(-\theta)\mathbf{M}_P\mathbf{R}(\theta)\mathbf{S}_{in}, \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{S}_{in}$  为入射到 PSG 的光的斯托克斯矢量,可以表示为  $\mathbf{S}_{in} = P_0(1, P_1, P_2, P_3)'$ ,  $P_0$  为斯托克斯矢量的第一个分量,  $P_1, P_2, P_3$  为光源子系统的偏振相关系数,表征入射到 PSG 的光的偏振态;  $\mathbf{R}(\alpha)$  为旋转矩阵,  $\alpha$  为旋转角;  $\theta, \beta, C_1, C_2$  分别为起偏器、检偏器、旋转补偿器 C<sub>1</sub> 和旋转补偿器 C<sub>2</sub> 的初始方位角;  $\omega_1, \omega_2$  分别为旋转补偿器 C<sub>1</sub> 和旋转补偿器 C<sub>2</sub> 的旋转速度;  $\delta_1, \delta_2$  分别为旋转补偿器 C<sub>1</sub> 和旋转补偿器 C<sub>2</sub> 的位相延迟函数;  $\mathbf{M}_P, \mathbf{M}_A, \mathbf{M}_{C_1}, \mathbf{M}_{C_2}, \mathbf{M}_S$  分别为起偏器、检偏器、旋转补偿器 C<sub>1</sub>、旋转补偿器 C<sub>2</sub> 和样品的穆勒矩阵;  $A_1, A_2, A_3$  为光谱仪子系统的偏振相关系数,表征光谱仪子系统的偏振灵敏度;  $I_0$  为光强修正系数。  $\mathbf{R}(\alpha)$  和理想情况下的  $\mathbf{M}_P, \mathbf{M}_A$  的表达式分别为<sup>[6,16]</sup>,

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_P = \mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

那么有:

$$\begin{aligned} & [1, A_1, A_2, A_3]\mathbf{R}(-\beta)\mathbf{M}_A \\ & = \frac{1}{2}(1 + A_1 \cos 2\beta + A_2 \sin 2\beta)[1, 1, 0, 0] \\ & = A_S[1, 1, 0, 0], \\ & \mathbf{M}_P\mathbf{R}(\theta)\mathbf{S}_{in} \\ & = \frac{1}{2}P_0(1 + P_1 \cos 2\theta + P_2 \sin 2\theta)[1, 1, 0, 0]' \\ & = P_S[1, 1, 0, 0]'. \end{aligned} \quad (3)$$

将方程(3)代入方程(1)可得:

$$\begin{aligned} I &= I_0 A_S P_S [1, 1, 0, 0] \mathbf{R}(\beta) \mathbf{R}(-\omega_2 t - C_2) \\ & \cdot \mathbf{M}_{C_2}(\delta_2) \mathbf{R}(\omega_2 t + C_2) \mathbf{M}_S \mathbf{R}(-\omega_1 t - C_1) \\ & \cdot \mathbf{M}_{C_1}(\delta_1) \mathbf{R}(\omega_1 t + C_1) \mathbf{R}(-\theta) [1, 1, 0, 0]'. \end{aligned} \quad (4)$$

可将  $I_0 A_S P_S$  作为整体的光强修正系数,因此( $P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3$ )不对样品信息  $\mathbf{M}_S$  进行调制,  $\mathbf{M}_S$  的求解<sup>[14]</sup>与( $P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3$ )的值无关。所以在偏振片为理想的情况下,光源子系统和光谱仪子系统的偏振相关系数与样品  $\mathbf{M}_S$  的求解无关,无须进行偏振相关系数的测量修正。这从物理上容易理解,理想的偏振片作为偏振态的投影器件,将光源和光谱仪的偏振特性与样品的偏振特性完全分离。在椭偏仪的设计和制造中利用这一特性,尽量使用高性能的偏振片以保证仪器的精确度。然而,实际情况中,由于偏振片在一定程度上难免存在漏光、旋光和应力双折射等瑕疵,从而  $\mathbf{M}_P, \mathbf{M}_A$  的表达式变为<sup>[7,15]</sup>,

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_i) & \text{Re}(\chi_i) - \alpha_i \\ 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_i) & \text{Re}(\chi_i) - \alpha_i \\ \text{Im}(\chi_i) & \text{Im}(\chi_i) & \text{Re}(\gamma_i) & -\text{Im}(\gamma_i) \\ -\text{Re}(\chi_i) - \alpha_i & -\text{Re}(\chi_i) - \alpha_i & \text{Im}(\gamma_i) & \text{Re}(\gamma_i) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中:  $i=A, P; \alpha_i, \chi_i, \gamma_i$  分别表示为偏振片的旋光度,应力双折射和漏光参数。为了书写方便,特设以下变量:

$$\begin{aligned} \eta_{A1} &= \text{Re}(\chi_A) - \alpha_A, \\ \eta_{A2} &= \text{Re}(\chi_A) + \alpha_A, \\ k_1 &= 1 + A_1 \cos 2\beta + A_2 \sin 2\beta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_2 &= -A_1 \sin 2\beta + A_2 \cos 2\beta, \\
 \eta_{p1} &= \text{Re}(\chi_p) - \alpha_p, \\
 \eta_{p2} &= \text{Re}(\chi_p) + \alpha_p, \\
 k_{p1} &= 1 + P_1 \cos 2\theta + P_2 \sin 2\theta, \\
 k_{p2} &= -P_1 \sin 2\theta + P_2 \cos 2\theta.
 \end{aligned}$$

那么方程(3)可以重写为

$$\begin{aligned}
 & [1, A_1, A_2, A_3] \mathbf{R}(-\beta) \mathbf{M}_A \\
 &= [1, A_1, A_2, A_3] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\beta & -\sin 2\beta & 0 \\ 0 & \sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & \cdot \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_A) & \eta_{A1} \\ 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_A) & \eta_{A1} \\ \text{Im}(\chi_A) & \text{Im}(\chi_A) & \text{Re}(\gamma_A) & -\text{Im}(\gamma_A) \\ -\eta_{A2} & -\eta_{A2} & \text{Im}(\gamma_A) & \text{Re}(\gamma_A) \end{bmatrix} \\
 &= I_A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{-2\text{Im}(\chi_A)k_1 + 2\text{Re}(\gamma_A)k_2 + 2\text{Im}(\gamma_A)A_3}{k_1 + 2\text{Im}(\chi_A)k_2 - 2\eta_{A2}A_3} \\ \frac{2\eta_{A1}k_1 - 2\text{Im}(\gamma_A)k_2 + 2\text{Re}(\gamma_A)A_3}{k_1 + 2\text{Im}(\chi_A)k_2 - 2\eta_{A2}A_3} \end{bmatrix} \\
 &= I_A [1, 1, Y_2, Y_3], \tag{6a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_p \mathbf{R}(\theta) \mathbf{S}_{in} &= P_0 \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_p) & \eta_{p1} \\ 1/2 & 1/2 & -\text{Im}(\chi_p) & \eta_{p1} \\ \text{Im}(\chi_p) & \text{Im}(\chi_p) & \text{Re}(\gamma_p) & -\text{Im}(\gamma_p) \\ -\eta_{p2} & -\eta_{p2} & \text{Im}(\gamma_p) & \text{Re}(\gamma_p) \end{bmatrix} \\
 & \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \\
 &= I_p \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{2\text{Im}(\chi_p)k_{p1} + 2\text{Re}(\gamma_p)k_{p2} - 2\text{Im}(\gamma_p)P_3}{k_{p1} - 2\text{Im}(\chi_p)k_{p2} + 2\eta_{p1}P_3} \\ \frac{-2\eta_{p2}k_{p1} + 2\text{Im}(\gamma_p)k_{p2} + 2\text{Re}(\gamma_p)P_3}{k_{p1} - 2\text{Im}(\chi_p)k_{p2} + 2\eta_{p1}P_3} \end{bmatrix} \\
 &= I_p \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}. \tag{6b}
 \end{aligned}$$

将方程(6a)和(6b)代入方程(1)可得：

$$\begin{aligned}
 I &= I_0 I_p I_A \cdot [1, 1, Y_2, Y_3] \cdot \mathbf{R}(\beta) \\
 & \cdot \mathbf{R}(-\omega_2 t - C_2) \cdot \mathbf{M}_{C_2}(\delta_2) \cdot \mathbf{R}(\omega_2 t + C_2) \\
 & \cdot \mathbf{M}_S \cdot \mathbf{R}(-\omega_1 t - C_1) \cdot \mathbf{M}_{C_1}(\delta_1) \\
 & \cdot \mathbf{R}(\omega_1 t + C_1) \cdot \mathbf{R}(-\theta) \cdot [1, 1, X_2, X_3]'. \tag{7}
 \end{aligned}$$

其中：可以将  $I_0 I_p I_A$  作为整体的光强修正系数； $(Y_2, Y_3)$ 和 $(X_2, X_3)$ 为偏振相关系数修正项，分别与 $(A_1, A_2, A_3)$ 和 $(P_1, P_2, P_3)$ 相关，并对样品信息  $M_S$  进行调制，因此， $M_S$  的求解与 $(P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3)$ 的值相关。虽然  $\alpha_i, \chi_i, \gamma_i$  都是在 0.001 的小量级，对应的偏振相关系数修正项 $(Y_2, Y_3)$ 和 $(X_2, X_3)$ 也同样是 0.001 量级，但是目前光谱椭偏仪的测量精度非常高，比如商用 RC2 椭偏仪测量空气样品穆勒矩阵元素的绝对精度可达 0.002，与偏振相关系数修正项 $(Y_2, Y_3)$ 和 $(X_2, X_3)$ 处于同一量级，因此不能忽视偏振相关系数 $(P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3)$ 对测量结果的影响，为此须设计一种测量方法来测定这些偏振相关系数。

### 2.2 测量方法

光谱椭圆偏振测量系统中采用的光源为宽光谱光源，那么光源子系统的偏振相关系数测量须借助于光谱仪子系统。而光谱仪子系统具有一定的偏振灵敏度，也是偏振相关的，为此须设计一个能对光源子系统偏振相关系数和光谱仪子系统偏振相关系数同时进行互测的方案。

测量方案设计思路是在光源子系统和光谱仪子系统之间加入偏振片或偏振片与波片的组合。首先讨论加入偏振片的情况，光源子系统后方加入方位角为  $\theta$  的偏振片 P 后，根据方程(1)，从偏振片 P 出射的光的斯托克斯矢量可表示为

$$\mathbf{S}(\theta) = P_0 \mathbf{R}(-\theta) \cdot \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{R}(\theta) \cdot [1, P_1, P_2, P_3]', \tag{8}$$

其中  $P_0$  为光源强度相关的常数修正系数。由于偏振相关系数的测量精度要求远比光谱椭偏仪的测量精度要求低，因此可以忽略 0.001 量级的偏振片瑕疵参数的影响，可当作理想偏振片处理。那么，将方程(2)中的  $M_p$  代入方程(8)可得：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}(\theta) &= \frac{1}{2} P_0 (1 + P_1 \cos 2\theta + P_2 \sin 2\theta) \\
 & [1, \cos 2\theta, \sin 2\theta, 0]'. \tag{9}
 \end{aligned}$$

考虑特殊角度  $\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  的情况：

$$\mathbf{S}(0^\circ) = \frac{1}{2} P_0 (1 + P_1) \cdot [1, 1, 0, 0]', \tag{10a}$$

$$\mathbf{S}(45^\circ) = \frac{1}{2} P_0 (1 + P_2) \cdot [1, 0, 1, 0]', \tag{10b}$$



$$S(90^\circ) = \frac{1}{2} P_0(1 - P_1) \cdot [1, -1, 0, 0]' \quad (10c)$$

$$S(135^\circ) = \frac{1}{2} P_0(1 - P_2) \cdot [1, 0, -1, 0]' \quad (10d)$$

同理，在光谱仪子系统前方加入方位角为  $\beta$  的偏振片 A 后，根据方程(1)和(2)，整体的偏振相关可以表示为

$$\begin{aligned} A(\beta) &= A_0 \cdot [1, A_1, A_2, A_3] \cdot R(-\beta) \cdot M_A R(\beta) \\ &= \frac{1}{2} A_0(1 + A_1 \cos 2\beta + A_2 \sin 2\beta) \\ &\quad [1, \cos 2\beta, \sin 2\beta, 0] \quad (11) \end{aligned}$$

其中： $A_0$  为修正系数。考虑特殊角度  $\beta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  的情况：

$$A(0^\circ) = \frac{1}{2} A_0(1 + A_1) \cdot [1, 1, 0, 0] \quad (12a)$$

$$A(45^\circ) = \frac{1}{2} A_0(1 + A_2) \cdot [1, 0, 1, 0] \quad (12b)$$

$$A(90^\circ) = \frac{1}{2} A_0(1 - A_1) \cdot [1, -1, 0, 0] \quad (12c)$$

$$A(135^\circ) = \frac{1}{2} A_0(1 - A_2) \cdot [1, 0, -1, 0] \quad (12d)$$

分析方程组(10)和(12)可知，在光源子系统后方加入方位角为  $\theta$  的偏振片 P，同时光谱仪子系统前方加入方位角为  $\beta$  的偏振片 A 后，通过调控  $\theta$  和  $\beta$  为特殊角度的组合可求解出  $(A_1, A_2, P_1, P_2)$  的值。下面具体分析  $\theta$  和  $\beta$  的角度组合。两个偏振片的装置组合如图 2(a)所示，探测器探测所得光强可表示为

$$I(\beta, \theta) = A(\beta)S(\theta) \quad (13)$$

联合方程组(10)，(12)和方程(13)，可得出：

$$\begin{aligned} I(0^\circ, 45^\circ) &= A(0^\circ)S(45^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 + P_2)(1 + A_1) \quad (14a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(90^\circ, 45^\circ) &= A(90^\circ)S(45^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 + P_2)(1 - A_1) \quad (14b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(45^\circ, 0^\circ) &= A(45^\circ)S(0^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 + P_1)(1 + A_2) \quad (14c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(135^\circ, 0^\circ) &= A(135^\circ)S(0^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 + P_1)(1 - A_2) \quad (14d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(45^\circ, 90^\circ) &= A(45^\circ)S(90^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 - P_1)(1 + A_2) \quad (14e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(0^\circ, 135^\circ) &= A(0^\circ)S(135^\circ) \\ &= \frac{1}{4} P_0 A_0(1 - P_2)(1 + A_1) \quad (14f) \end{aligned}$$

由方程(14a)和(14b)，(14c)和(14d)，(14c)和(14e)，(14a)和(14f)分别可得：

$$A_1 = \frac{I(0^\circ, 45^\circ) - I(90^\circ, 45^\circ)}{I(0^\circ, 45^\circ) + I(90^\circ, 45^\circ)} \quad (15a)$$

$$A_2 = \frac{I(45^\circ, 0^\circ) - I(135^\circ, 0^\circ)}{I(45^\circ, 0^\circ) + I(135^\circ, 0^\circ)} \quad (15b)$$

$$P_1 = \frac{I(45^\circ, 0^\circ) - I(45^\circ, 90^\circ)}{I(45^\circ, 0^\circ) + I(45^\circ, 90^\circ)} \quad (15c)$$

$$P_2 = \frac{I(0^\circ, 45^\circ) - I(0^\circ, 135^\circ)}{I(0^\circ, 45^\circ) + I(0^\circ, 135^\circ)} \quad (15d)$$

因此测量方程组(14)中的 6 组光谱数据并代入方程组(15)即可求解出  $(A_1, A_2, P_1, P_2)$  的值。

分析方程(13)可知，无论怎么调节  $\theta$  和  $\beta$  的角度， $I(\beta, \theta)$  都与  $A_3, P_3$  无关。因此，单纯的偏振片组合无法测量  $A_3, P_3$  的值，须考虑波片与偏振片的组合。那么在光源子系统后方加入方位角为  $0$  的波片后，出射光斯托克斯矢量可表示为

$$S_C = C_0 R(0) \cdot M_C(\delta) \cdot R(0) \cdot [1, P_1, P_2, P_3]' \quad (16)$$

其中： $C_0$  为修正系数， $\delta$  为波片的位相延迟函数与波长相关， $M_C(\delta)$  为波片 C 的穆勒矩阵表达式为

$$M_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (17)$$

将方程(17)代入方程(16)可得：

$$\begin{aligned} S_C(\delta) &= C_0 [1, P_1, P_2 \cos \delta + P_3 \sin \delta, \\ &\quad -P_2 \sin \delta + P_3 \cos \delta]' \quad (18) \end{aligned}$$

同理，在光谱仪子系统前方加入方位角为  $0$  的波片后，整体的偏振相关可以表示为

$$\begin{aligned} A_C(\delta) &= C_1 [1, A_1, A_2, A_3] \cdot R(0) \cdot M_C(\delta) \cdot R(0) \\ &= C_1 [1, A_1, A_2 \cos \delta - A_3 \sin \delta, \\ &\quad A_2 \sin \delta + A_3 \cos \delta] \quad (19) \end{aligned}$$

其中： $C_1$  为修正系数。分析方程(18)和(19)可知， $S_C$  矢量的第三和第四个元素与  $P_3$  相关，结合方程(12b)和(12d)可求解出  $P_3$ ； $A_C$  矢量的第三和第四个元素与  $A_3$  相关，结合方程(10b)和(10d)可求解出  $A_3$ 。因此，光源子系统后方加入方位角为  $0$  的波片，结合光谱仪子系统前方加入方位角为  $\beta$  的偏振片 A 的装置组合可测量  $P_3$ ；光谱仪子系统前方加入方位角为  $0$  的波片，结合光源子系统后方加入方位角为  $\theta$  的偏振片 P 的装置组合可测量  $A_3$ 。下面给出了具体的求解方法。

测量  $P_3$  的装置组合如图 2(b)所示，光谱仪探测所得光强可表示为

$$I(\beta, \delta) = A(\beta) \cdot S_C(\delta) \quad (20a)$$

$$\begin{aligned}
 I(45^\circ, \delta) &= A(45^\circ) \cdot S_C(\delta) \\
 &= \frac{1}{2} A_0 C_0 (1 + A_2) \\
 &\quad \cdot (1 + P_2 \cos \delta + P_3 \sin \delta) , \quad (20b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I(135^\circ, \delta) &= A(135^\circ) S_C(\delta) \\
 &= \frac{1}{2} A_0 C_0 (1 - A_2) \\
 &\quad \cdot (1 - P_2 \cos \delta - P_3 \sin \delta) , \quad (20c)
 \end{aligned}$$

结合方程(20b)和(20c)可得：

$$P_3 = \frac{I(45^\circ, \delta)(1 - A_2)(1 - P_2 \cos \delta)}{I(45^\circ, \delta)(1 - A_2) \sin \delta + I(135^\circ, \delta)(1 + A_2) \sin \delta} - \frac{I(135^\circ, \delta)(1 + A_2)(1 + P_2 \cos \delta)}{I(45^\circ, \delta)(1 - A_2) \sin \delta + I(135^\circ, \delta)(1 + A_2) \sin \delta} . \quad (21)$$

调节偏振片 A 的角度为  $45^\circ, 135^\circ$ ，测量两组光谱数据  $I(45^\circ, \delta), I(135^\circ, \delta)$ ，并将已测得的  $A_2, P_2$  及已知的波片的位相延迟函数  $\delta$  代入方程(21)即可求得  $P_3$ 。

测量  $A_3$  的装置组合如图 2(c)所示，光谱仪探测所得光强可表示为

$$I(\delta, \theta) = A_C(\delta) \cdot S(\theta) , \quad (22a)$$

$$\begin{aligned}
 I(\delta, 45^\circ) &= A_C(\delta) \cdot S(45^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} P_0 C_1 (1 + P_2) \\
 &\quad \cdot (1 + A_2 \cos \delta - A_3 \sin \delta) , \quad (22b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I(\delta, 135^\circ) &= A_C(\delta) \cdot S(135^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} P_0 C_1 (1 - P_2) \\
 &\quad \cdot (1 - A_2 \cos \delta + A_3 \sin \delta) , \quad (22c)
 \end{aligned}$$

结合方程(22b)和(22c)可得，

$$\begin{aligned}
 A_3 = &\frac{-I(\delta, 45^\circ)(1 - P_2)(1 - A_2 \cos \delta)}{I(\delta, 45^\circ)(1 - P_2) \sin \delta + I(\delta, 135^\circ)(1 + P_2) \sin \delta} \\
 &+ \frac{I(\delta, 135^\circ)(1 + P_2)(1 + A_2 \cos \delta)}{I(\delta, 45^\circ)(1 - P_2) \sin \delta + I(\delta, 135^\circ)(1 + P_2) \sin \delta} . \quad (23)
 \end{aligned}$$

调节偏振片 P 的角度为  $45^\circ, 135^\circ$ ，测量两组光谱数据  $I(\delta, 45^\circ), I(\delta, 135^\circ)$ ，并将已测得的  $A_2, P_2$  及已知的波片的位相延迟函数  $\delta$  代入式(23)，即可求得  $A_3$ 。

### 3 实验结果

根据偏振相关系数的测量方案搭建了对应的测量平台，系统如图 3 所示。

光源型号为海洋光学 DH-2000-BAL，为氙灯和卤素灯的混合光源，经光纤耦合出光，并用光纤夹持器固定光纤头，可近似作为点光源输出；再经  $90^\circ$  离轴抛物面镜准直，并通过光阑限光以及滤光片 (400 nm~800 nm) 滤光，形成合适孔径大小且波段范围为 400 nm~800 nm 的平行光；这一部分作为光源子系统。光源子系统出射的平行光通过特定方位角的两个偏振器，再经耦合透镜聚焦进入光纤至光谱仪分光检测。耦合透镜和光谱仪的组合为光谱仪子系统。旋转偏振器 P 和偏振器 A 的方位角组合分别为  $(0, 45^\circ), (0, 135^\circ), (45^\circ, 0^\circ), (45^\circ, 90^\circ), (90^\circ, 45^\circ), (135^\circ, 0^\circ)$ ，分别测量对应的光谱数据。每个角度组合采集 50 帧光谱数据以减小随机噪声的影响，每个角度组合重复测

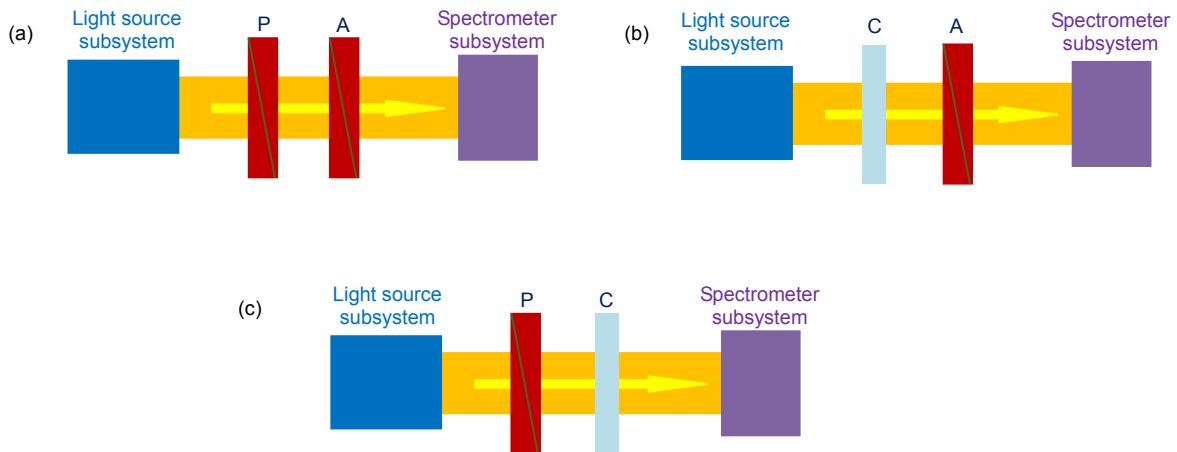


图 2 光源子系统和光谱仪子系统偏振相关系数测量装置示意图。其中 P, A 为偏振器，C 为波片。(a)  $(A_1, A_2, P_1, P_2)$  测量装置图；(b)  $P_3$  测量装置图；(c)  $A_3$  测量装置图

Fig. 2 Schematic diagram of polarization correlation coefficients measurement setup for light source subsystem and spectrometer subsystem, where P, A are polarizers and C is a wave plate. (a) Schematic diagram of  $(A_1, A_2, P_1, P_2)$  measurement setup; (b) Schematic diagram of  $P_3$  measurement setup; (c) Schematic diagram of  $A_3$  measurement setup

量多次取平均以减小码盘的机械旋转误差。将测量得到的 6 组光谱数据代入方程组(15)即可求解出( $A_1, A_2, P_1, P_2$ )的值。

将图 3 中偏振器 P 用 400 nm~800 nm 的消色差波片替换并调至 0 度方位角,同时将偏振器 A 的方位角分别调至 45°和 135°,测量得到对应的光谱数据,将此光谱数据和已知的波片位相延迟数据代入方程(23)可求解出  $A_3$ 。将图 3 中偏振器 A 用 400 nm~800 nm 的消色差波片替换并调至 0 度方位角,同时将偏振器 P 的方位角分别调至 45°和 135°,测量得到对应的光谱数据,将此光谱数据和已知的波片位相延迟数据代入方程(21)可求解出  $P_3$ 。最终的偏振相关系数测量结果如图 4 所示。

结果表明,光源拥有相对较大的偏振度,425 nm~460 nm 波段偏振度相关系数变化剧烈,注意到此波段为光源氙灯和卤素灯的合光波段,偏振度在这个

波段的剧烈变化可能与合光分束片有关;而光谱仪的偏振相关系数在 0.05 以下,说明该光谱仪可能引入了消偏设计以降低对偏振的敏感度。

在测试得到偏振相关系数后,代入方程(6a)和(6b)即可得到对应的偏振相关系数修正模型表达式  $I_A(1, 1, Y_2, Y_3)$ 和  $I_P(1, 1, X_2, X_3)'$ ,其中偏振相关系数修正项( $X_2, X_3$ )和( $Y_2, Y_3$ )分别与起偏器和检偏器的方位角、旋光度、应力双折射和漏光参数相关。进而将得到的偏振相关修正模型代入方程(1)得到光谱椭圆测量系统的系统模型;基于该系统模型,并通过光谱椭圆测量系统测量已知光学参数或者穆勒矩阵的样品,从而可实现起偏器和检偏器的参数以及系统中其它偏振元件参数的标定,即标准样品标定法<sup>[17]</sup>标定系统偏振元件参数。因此,光源与光谱仪的偏振相关系数的测量为利用标准样品法对光谱椭圆系统中偏振元件的参数标定做了准备工作。

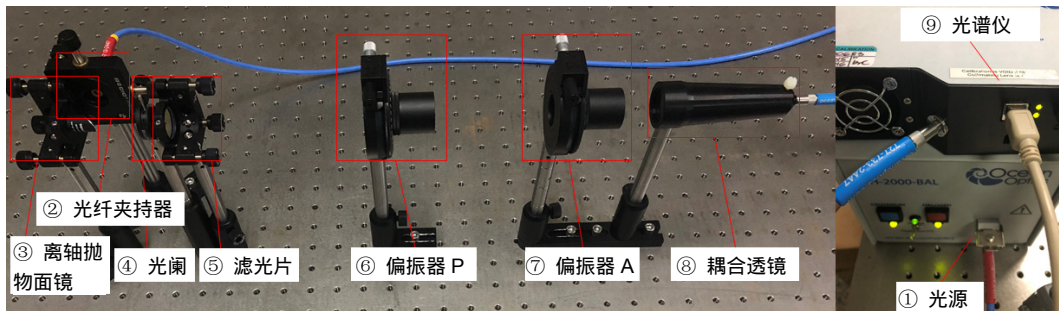


图 3 光源和光谱仪偏振相关系数测定实验装置

Fig. 3 Experimental device for measuring polarization correlation coefficient of light source and spectrometer

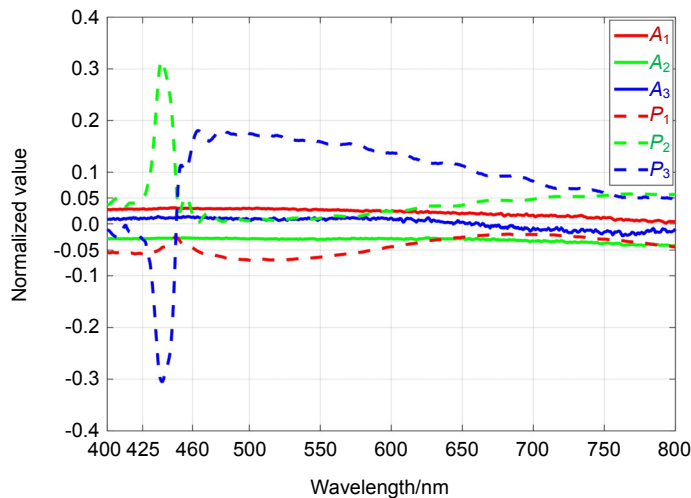


图 4 光源子系统和光谱仪子系统偏振相关系数测量结果图

Fig. 4 Measurement results of polarization correlation coefficients of light source subsystem and spectrometer subsystem

## 4 结 论

光谱椭圆测量系统中,光源子系统的偏振度和光谱仪子系统的偏振敏感度会影响光谱椭圆系统的测量精度,因此在光谱仪椭圆测量系统建模时必须考虑光源子系统和光谱仪子系统的偏振相关性,并用系统模型对样品椭圆测量值进行修正。针对这一问题,本文建立了光谱椭圆测量系统的偏振相关系数的修正模型,并分析说明了该修正模型在高精度的光谱椭圆测量系统中是不可忽视的;提出了一种同时测量光源子系统和光谱仪子系统偏振相关系数的方法,利用现有实验室内的宽带光源系统和宽带光谱仪验证了这种测量方法的可行性。实验测量结果表明,光源子系统的偏振相关性系数较大,特别在 425 nm~500 nm 波段;而光谱仪子系统的偏振相关系数在整个研究波段范围内都在 0.05 以下。光源与光谱仪的偏振相关系数的测量为利用标准样品法对光谱椭圆系统中偏振元件的参数标定做了准备工作。

## 参考文献

- [1] Zhou Y, Wu G S, Dai W, et al. Accurate determination of optical constants and thickness of absorbing thin films by a combined ellipsometry and spectrophotometry approach[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(4): 2356–2363.  
周毅, 吴国松, 代伟, 等. 椭圆偏振与光度法联用精确测定吸收薄膜的光学常数与厚度[J]. *物理学报*, 2010, **59**(4): 2356–2363.
- [2] Song G Z. Broadband Spectroscopy Ellipsometry and its application & research in Integrated Circuits[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2014.  
宋国志. 宽光谱椭圆偏振在集成电路中的研究与应用[D]. 成都: 电子科技大学, 2014.
- [3] Chen C, An I, Collins R W. Multichannel Mueller matrix ellipsometry for simultaneous real-time measurement of bulk isotropic and surface anisotropic complex dielectric functions of semiconductors[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **90**(21): 217402.
- [4] Berrier A, Gompf B, Fu L W, et al. Optical anisotropies of single-meander plasmonic metasurfaces analyzed by Mueller matrix spectroscopy[J]. *Physical Review B*, 2014, **89**(19): 195434.
- [5] Arwin H. Application of ellipsometry techniques to biological materials[J]. *Thin Solid Films*, 2011, **519**(9): 2589–2592.
- [6] Fujiwara H. *Spectroscopic Ellipsometry: Principles and Applications*[M]. Hoboken: Wiley, 2007.
- [7] Li S F. Jones-matrix analysis with Pauli matrices: application to ellipsometry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2000, **17**(5): 920–926.
- [8] Gu H G, Liu S Y, Chen X G, et al. Calibration of misalignment errors in composite waveplates using Mueller matrix ellipsometry[J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(4): 684–693.
- [9] Li W Q, Zhang C W, Jiang H, et al. Depolarization artifacts in dual rotating-compensator Mueller matrix ellipsometry[J]. *Journal of Optics*, 2016, **18**(5): 055701.
- [10] Fan Z T, Tang Y Y, Wei K, et al. Calibration of focusing lens artifacts in a dual rotating-compensator Mueller matrix ellipsometer[J]. *Applied Optics*, 2018, **57**(15): 4145–4152.
- [11] Li J J, Sun X B, Kang Q, et al. Polarization detection accuracy analysis of spectropolarimeter[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, **47**(1): 0123002.  
李金金, 孙晓兵, 康晴, 等. 偏振光谱仪偏振探测精度分析[J]. *红外与激光工程*, 2018, **47**(1): 0123002.
- [12] Wang H B, Hu X Q, Zhang L, et al. Polarization correction for grating dispersive imaging spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, **36**(8): 0812004.  
王宏博, 胡秀清, 张璐, 等. 光栅色散型成像光谱仪的偏振校正方法研究[J]. *光学学报*, 2016, **36**(8): 0812004.
- [13] Collins R W, Koh J. Dual rotating-compensator multichannel ellipsometer: instrument design for real-time Mueller matrix spectroscopy of surfaces and films[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1999, **16**(8): 1997–2006.
- [14] Lee J, Koh J, Collins R W. Dual rotating-compensator multichannel ellipsometer: Instrument development for high-speed Mueller matrix spectroscopy of surfaces and thin films[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2001, **72**(3): 1742–1754.
- [15] Hauge P S, Muller R H, Smith C G. Conventions and formulas for using the Mueller-Stokes calculus in ellipsometry[J]. *Surface Science*, 1980, **96**(1–3): 81–107.
- [16] Yao B X, Rao C H, Gu N T. Polarization calibration unit design of 1.8 m Chinese large solar telescope[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, **45**(11): 180058.  
姚本溪, 饶长辉, 顾乃庭. 1.8 m 太阳望远镜偏振标定单元设计[J]. *光电工程*, 2018, **45**(11): 180058.
- [17] Song G Z, Liu T, Chen Y Q, et al. Calibration of spectroscopic ellipsometer using multiple standard samples[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(3): 0312003.  
宋国志, 刘涛, 谌雅琴, 等. 利用多个标准样品校准光谱椭圆偏振仪[J]. *光学学报*, 2014, **34**(3): 0312003.



# Measurement of polarization correlation coefficients of light source and spectrometer in spectroscopic ellipsometry

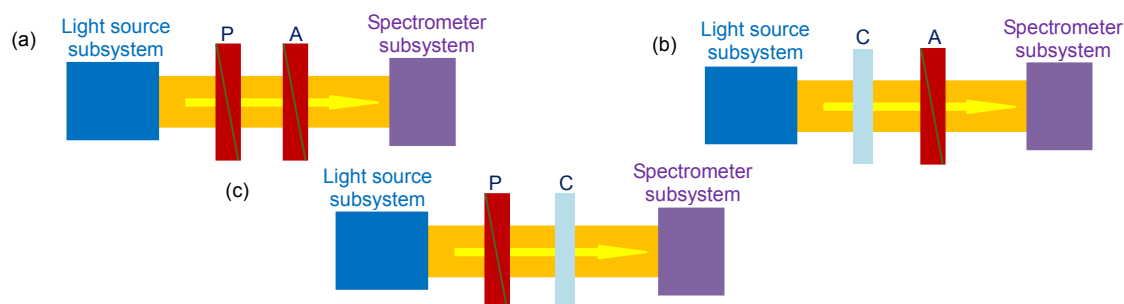
Fan Zhentao<sup>1,2,3</sup>, Tang Yuanyuan<sup>1,2\*</sup>, Wei Kai<sup>1,2</sup>, Chen Ying<sup>4</sup>, Zhang Yudong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>2</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>4</sup>61046 Army of the Chinese People's Liberation Army, Beijing 100000, China



Schematic diagram of polarization correlation coefficients measurement setup for light source subsystem and spectrometer subsystem,

where P, A are polarizers and C is a wave plate. (a) Schematic diagram of  $A_1, A_2, P_1, P_2$  measurement device;

(b) Schematic diagram of  $P_3$  measurement setup; (c) Schematic diagram of  $A_3$  measurement device

**Overview:** Spectroscopic ellipsometry has been widely used in materials science, microelectronics, physical chemistry and biomedicine due to the advantages of non-destructive, non-interference, fast speed and high accuracy. Many researchers have improved system models to correct the effect by artifacts of spectroscopic ellipsometry system, including those artifacts of polarizer due to its optical activity, leakage and stress birefringence, artifact of wave plate compensator, the correction to finite numerical aperture and the finite spectral bandwidth, as well as those artifacts by focusing lens due to the optical activity and stress birefringence. Additionally, we considered in this paper the influence of polarization degree of the light source and polarization sensitivity of spectrometer, and find that these artifacts need to be corrected for ultra-high accuracy measurement. Furthermore, we presented here a method to measure the polarization correlation coefficients simultaneously for light source and spectrometer. Theoretically, the polarization correlation coefficients of the light source can be measured by a spectrometer with known polarization characteristics, and the polarization correlation coefficients of the spectrometer can be measured by a light source with known polarization state. However, these measurement methods rely on additional characterized light sources and spectrometers, which can be troublesome often.

In this article, we analyzed the effect of polarization parameters of light source and spectrometer on spectroscopic ellipsometry via a correction model; and proposed a method for measuring the polarization correlation coefficients of light source subsystem and spectrometer subsystem simultaneously and mutually. This is done by adding polarizers or combination of polarizers and wave plates between light source and spectrometer subsystem. For illustration of the measurement method, we demonstrated the feasibility by measuring the polarization correlation coefficients of the light source and spectrometer in our laboratory. The measurement results show that the degree of polarization of our light source has a relatively large variation over 400 nm~800 nm range, and a sharp spike in 425 nm~460 nm is found. Since this band coincident with the combination band of a deuterium lamp and a halogen lamp, this may indicate a large polarization dependent reflectivity of the beam combiner. The polarization correlation coefficient of the spectrometer is below 0.05, which shows that the spectrometer may take polarization insensitive design to reduce the polarization dependence of reflective gratings.

**Citation:** Fan Z T, Tang Y Y, Wei K, *et al.* Measurement of polarization correlation coefficients of light source and spectrometer in spectroscopic ellipsometry[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(12): 180507

\* E-mail: yytang001@126.com