

研究与试制

DOI: 10.19453/j.cnki.1005-488x.2023.04.010

一种基于径向基函数的图像预畸变算法

黄晓波¹, 严利民^{1,2}

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200444; 2. 上海大学 微电子研究与开发中心, 上海 200444)

摘要: 为了校正近眼显示中的畸变图像, 提出了一种基于非线性拟合和向前映射插值的图像预畸变算法。采用了径向基函数拟合算法, 以得到更高精度的拟合原图像和预畸变图像之间的映射关系; 采用了基于向前映射的紧支撑径向基函数插值算法进行图像灰度重建, 以得到更好的图像畸变校正效果。实验结果表明, 径向基函数拟合算法的拟合误差可以降到1像素以内, 校正精度达到亚像素级; 预畸变算法对近眼光学系统产生畸变具有良好的校正效果, 显示图像清晰完整。

关键词: 近眼显示; 图像预畸变; 径向基函数拟合算法; 插值算法

中图分类号: TN27; TP751.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-488X(2023)04-0332-05

An Image Pre-distortion Algorithm Based on the Radial Basis Function

HUANG Xiaobo, YAN Limin

(1. School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, CHN;
2. Microelectronics Research and Development Center, Shanghai University, Shanghai 200444, CHN)

Abstract: In order to correct distorted images in near-eye display, an image pre-distortion algorithm based on nonlinear fitting and forward mapping interpolation was proposed. The radial basis function fitting algorithm was used to get a more precise mapping relationship between the fitting original image and the pre-distorted image. The compactly supported radial basis function (CSRBF) interpolation algorithm based on forward mapping was used for image gray reconstruction to obtain better correction effect of image distortion. The experimental results showed that the fitting error of the radial basis function fitting algorithm could be reduced to less than 1 pixel, reaching to sub-pixel level. The pre-distortion algorithm had a good correction effect on the distortion produced by the near-eye optical system, which could make the display image clear and complete.

Key words: near-eye display; image pre-distortion; radial basis function fitting algorithm; interpolation algorithm

收稿日期: 2023-03-24

作者简介: 黄晓波(2001—), 男, 研究方向为深度学习和图像处理;

严利民(1971—), 男, 副教授, 主要从事集成电路设计与应用、数字图像处理、信息安全等方向的研究。

(E-mail: yanlm@shu.edu.cn)

引言

近眼显示也称头戴式显示,图像经过光学系统放大后投射入人眼,给人以虚拟现实或增强现实的观感体验。随着近眼显示技术的不断发展,近眼显示系统变得更小更轻,这给近眼光学系统提出了更高的要求。在如此小的尺寸之下,光学系统还需保证高清晰度和大视场,所以设计中往往会引入光学畸变。然而,视场越大,投影图像的畸变就越大,并且不同的光学系统设计导致的畸变形式也不同。图像的畸变不仅会影响观察的舒适感和沉浸感,还会造成观察者对图像信息的错误判断^[1]。因此,如何消除近眼光学系统投影图像的畸变是一个亟需解决的问题。

经过国内外研究人员的不断完善,畸变校正算法越来越成熟。20世纪末,微软研究院的张正友^[2]提出了一种单平面棋盘格的相机标定方法,操作简单,具有良好的标定精度,一直被广泛应用于计算机视觉领域。2017年,宫玄睿^[3]等人提出了一种基于棋盘格单张图片的畸变校正方法以解决折反射图像畸变严重的问题。2021年,陈一超^[4]等人提出了基于精确模型和逆投影的超大视场红外图像畸变校正。胡均平^[5]等人提出了一种基于自适应角点检测的非量测畸变校正方法来更好地解决图像畸变问题。目前,图像畸变校正方法中较为通用的是基于多项式的畸变校正方法^[6],因为多项式运算的原理比较简单,而且校正效果较好,但校正精度有一定的局限性。此外,畸变校正方法较多地应用在对各种摄像机镜头的畸变校正研究中,但这些畸变校正方法在近眼显示系统的图像畸变校正中并不适用,不能够很好地完成近眼显示系统的图像畸变校正^[7]。

针对以上问题提出了解决方案,对大视场近眼显示系统的图像畸变问题展开研究。通过对近眼显示光学系统产生畸变的原理进行分析,提出了预畸变方法来补偿光学系统产生的畸变。为了更高精度地拟合原图像和预畸变图像之间的映射关系,采用了径向基函数拟合算法。为了提高预畸变图像的显示精度,采用了基于向前映射的紧支撑径向基函数插值算法进行图像灰度重建。预畸变算法的数学模型通过仿真平台进行软件仿真,得到的实验结果表明预畸变算法对近眼光学系统产生的畸变具有良好的校正效果。

1 近眼显示器图像预畸变算法

通过分析图像预畸变的原理,得到图像预畸变的主要过程可分为两步:图像几何变换和图像灰度重建。对于图像几何变换过程,提出了一种基于非线性拟合的坐标变换算法;对于图像灰度重建过程,提出了一种基于向前映射的非网格型插值算法。

1.1 近眼显示器图像预畸变原理

图像预畸变是指在微显示器上产生相反畸变的图像来补偿光学系统产生的畸变的过程,即对原图像进行映射变换生成预畸变图像,变换后的预畸变图像可以抵消光学系统造成的畸变效果,呈现给观察者无畸变的图像^[8]。

图像预畸变原理如图1所示。假设原图像 A 可表示为 $A=A(x,y)$,畸变图像 B 表示为 $B=B(x,y)$,预畸变图像 C 表示为 $C=C(x,y)$, A 到 B 的映射关系为 F , A 到 C 的映射关系为 G 。首先, A 到 B 的映射 $B(x,y)=F[A(x,y)]$,可以通过已知的光学系统的镜头参数,借助光学软件计算得出;然后,要得出 A 到 C 的映射 $C(x,y)=G[A(x,y)]$,只需得出 A 到 B 的逆向映射关系 F^{-1} 即可,因为 $A(x,y)=F[C(x,y)]=F[G[A(x,y)]]$, $G=F^{-1}$ (不考虑光学系统的放大作用)。逆向映射关系 F^{-1} 可以通过坐标拟合算法求解,进而得到 A 到 C 的映射关系 G 。

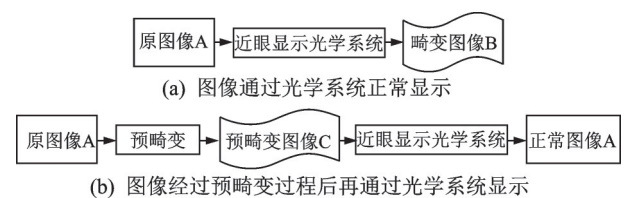


图1 图像预畸变原理示意图

Fig.1 Schematic of image pre-distortion

通常选取畸变图像和原图像之间的部分控制点数据进行坐标拟合,从而得到两者之间的预畸变映射关系,然后根据映射关系来求解预畸变图像。上述求解过程可分为两步:图像几何变换和图像灰度重建。图像几何变换是指根据原图像的像素点坐标求解出对应预畸变图像的像素点坐标的过程,其核心步骤是建立映射方程拟合两者之间的映射关系。然而,通过几何变换后得到的像素点坐标不

一定位于整数坐标处,所以需要进行图像灰度重建来建立整数坐标处的灰度值。

1.2 基于非线性拟合的坐标变换算法

二元高阶多项式拟合是一种通用的拟合方法,原理简单,但受到多项式阶数和采样点个数的共同影响,其拟合精度较低。畸变参数拟合模型作为一种特定项形式的二元多项式拟合模型,可以准确地拟合径向畸变、切向畸变和薄棱镜畸变等畸变形式,但文中需要解决的畸变形式还包括弓形畸变和梯形畸变。所以,采用了径向基函数拟合算法,可以较好地拟合上述出现的畸变形式;不同于多项式拟合方法对变换前后图像坐标直接拟合,径向基函数拟合方法是对变换前后图像坐标的差值拟合,拟合精度较高。

径向基函数网络为局部逼近网络,选取如高斯函数、反常S型函数、逆多二次函数等为径向基底,函数图像关于中心点径向对称且两边快速衰减,所以函数映射只在中心点附近区域起作用,离中心点欧式距离越远的点,输出越趋近于0。而畸变图像和理想图像的光轴中心坐标一致,畸变图像的其余坐标点相对于理想图像的对应点都有所偏移,离光轴中心坐标越远偏移程度越大。所以,选取合适的中心点,径向基函数网络可以在一维上拟合畸变图像和理想图像对应点之间的偏移程度,即径向基函数网络对变换前后图像坐标差值进行拟合。

设 $P(x, y)$ 为畸变图像像素点坐标, $Q(u, v)$ 为

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(\|P_1 - R_1\|)^2 + \sigma_1^2}} & \frac{1}{\sqrt{(\|P_1 - R_2\|)^2 + \sigma_2^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(\|P_1 - R_N\|)^2 + \sigma_N^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{(\|P_2 - R_1\|)^2 + \sigma_1^2}} & \frac{1}{\sqrt{(\|P_2 - R_2\|)^2 + \sigma_2^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(\|P_2 - R_N\|)^2 + \sigma_N^2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{(\|P_N - R_1\|)^2 + \sigma_1^2}} & \frac{1}{\sqrt{(\|P_N - R_2\|)^2 + \sigma_2^2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{(\|P_N - R_N\|)^2 + \sigma_N^2}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

对 M 矩阵求逆,得:

$$\begin{cases} \alpha_x = M^{-1}(Q_x - P_x) \\ \alpha_y = M^{-1}(Q_y - P_y) \end{cases} \quad (8)$$

则可以确定径向基函数权值系数向量 α_x 和 α_y 。

1.3 基于向前映射的非网格型插值算法

在数字图像的插值算法中,常用的最近邻插值算法、双线性插值算法和双三次插值算法都是基于向后映射的图像灰度重建方法。然而,通过径向基

理想图像像素点坐标, N 个中心点坐标为 R_N , 径向基函数为 $\varphi(\|P - R_N\|)$, 则径向基拟合函数^[9]为:

$$Q = F(P) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i(\|P - R_N\|) + O_m(P) \quad (1)$$

其中, $\|P - R_N\|$ 为输入坐标点到中心点的欧式距离, α_i 为径向基函数权值系数, $O_m(P)$ 为 P 的 m 阶多项式。

以逆多二次函数为例,则径向基函数为:

$$\varphi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{-1/2} \quad (2)$$

其中, $r = \|P - R_N\|$, σ 为偏扩展常数。偏扩展常数 σ 有两种求法,第一种是采用统一的偏扩展常数:

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2N}} \quad (3)$$

d_{\max} 是所选中心点之间的最大距离, N 是中心点的个数。第二种是由各中心点之间的距离确定偏扩展常数:

$$\sigma_j = \min_{j \neq i} \|P_j - P_i\| \quad (4)$$

一般,对于 $i = 1, 2, \dots, N$, 取中心点 $R_i = P_i$, 所以,径向基拟合公式转化为:

$$Q = F(P) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \left((\|P - R_i\|)^2 + \sigma_i^2 \right)^{-1/2} + O_m(P) \quad (5)$$

采用矩阵形式表示为:

$$\begin{cases} Q_x - P_x = M \alpha_x \\ Q_y - P_y = M \alpha_y \end{cases} \quad (6)$$

其中, Q_x, Q_y, P_x, P_y 分别为理想图像像素点横纵坐标和畸变图像像素点横纵坐标。

函数拟合算法求解出的预畸变图像坐标数据是向前映射的,即使可以根据径向基函数构建反向映射的二元非线性方程组,也无法求解出其精确解。因此,文中基于预畸变图像坐标的向前映射关系,提出非网格型的紧支撑径向基函数(CSRBF)插值算法。

紧支撑径向基函数是Wendland^[10]为了解决最少度的径向基函数的对称正定问题而提出的,定义如下:

$$\phi(r) = \begin{cases} (1-r)^\alpha p(r), & r < 1 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases} \quad (9)$$

处理的散乱数据为三维向量,即 $D=3$,设 (x_i, y_i) 为散乱数据点, f_i 为散乱数据点处的灰度值, (x_j, y_j) 为插值点, f_j 为插值点处的灰度值,采用连续性为 C^2 的紧支撑径向基函数 $\phi(r) = (1-r)_+^4(4r+1)$ 作为插值基函数,则径向基插值函数为:

$$F = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(r) \quad (10)$$

其中, $r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} / r_0$ 为散乱数据点到插值点的欧式距离, r_0 为紧支撑径向基函数的插值半径, c_i 为加权系数。

为求解加权系数 c_i ,将所有散乱数据点之间的欧式距离 r_{ij} 和散乱数据点处的灰度值 f_i 代入插值函数,构建线性方程组求解,即:

$$f_i = \sum_{j=1}^N c_j \phi_j(r_{ij}), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

构成的系数方程组为:

$$\begin{bmatrix} \phi(r_{11}) & \phi(r_{12}) & \cdots & \phi(r_{1N}) \\ \phi(r_{21}) & \phi(r_{22}) & \cdots & \phi(r_{2N}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi(r_{N1}) & \phi(r_{N2}) & \cdots & \phi(r_{NN}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

令 $A = [\phi_{ij}]$, $C = [c_i]$, $F = [f_i]$, $i, j = 1, 2, \dots, N$,则式(12)可以写为矩阵形式:

$$AC = F \quad (13)$$

系数矩阵 A 为稀疏矩阵,可以采用共轭梯度法求解,得到加权系数 C 。

最后,插值点的灰度值 f_j 可以表示为:

$$f_j = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(r_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

其中, r_{ij} 为散乱数据点到插值点的欧式距离。

2 实验结果比较与分析

为了验证预畸变算法的拟合效果,选取了几幅不同分辨率的单平面棋盘格图像,畸变后的图像借助CODE V光学软件中的畸变栅格数据选项和光学系统的镜头参数计算仿真得到。分别将畸变图像和原图像中对应的控制点坐标输入到拟合模型中进行数据拟合实验,进而求解图像控制点之间的映射关系,然后根据映射关系及原图像像素点坐标求解出预畸变图像像素点坐标,最后将校正后的实际图像像素点坐标以及灰度插值后的实际图像数

据与原图像进行对比,测试预畸变算法的校正精度及校正效果。

文中采用最大相对误差 E_{\max} 和平均相对误差 E 两个参数来衡量预畸变算法的校正精度, E_{\max} 和 E 分别定义为:

$$E_{\max} = \|r_{mi} - r_{ri}\|_{\max} \quad (15)$$

$$E = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^{m \times n} \|r_{mi} - r_{ri}\| \quad (16)$$

其中, $\|r_{mi} - r_{ri}\|$ 为原图像第 i 个坐标点到实际图像第 i 个坐标点的距离。

2.1 坐标校正精度对比

文章提出了径向基函数拟合算法来提高校正精度,其与传统多项式拟合算法的对比结果如表1所示。径向基函数拟合算法克服了传统的二元高阶多项式拟合模型在阶次过高时高阶项的系数接近于0而产生奇异矩阵的问题。在函数中心点选取为全体像素点坐标时,径向基函数拟合算法可以非常精确地拟合两组图像的坐标数据。然而,对于高分辨率图像来说,如果函数中心点选取为全体像素点坐标,计算机需要处理的数据量巨大,计算太过于复杂。因此,对于高分辨率图像,文章选取图像的部分坐标点作为函数中心点进行拟合实验,拟合结果会产生一定的误差。测试了两组不同分辨率的图像数据,图像控制点选取方式为均匀选取,实验结果取平均值。

从表1中可以看出,对于低分辨率图像,在函数中心点选取为全体像素点坐标时,径向基函数拟合

表1 传统多项式拟合算法与径向基函数拟合算法对比

Tab. 1 Comparison between traditional polynomial fitting algorithm and radial basis function fitting algorithms

拟合算法	图像分辨率	控制点数量/中心点数量(占比)	参数量	E_{\max} /像素	E /像素
二元高阶多项式	96×60	160	160×2	0.898 0	0.248 7
高斯函数	96×60	5 760(1)	5 760×2	<10 ⁻⁶	<10 ⁻⁶
反常S型函数	96×60	5 760(1)	5 760×2	<10 ⁻⁶	<10 ⁻⁶
逆多二次函数	96×60	5 760(1)	5 760×2	<10 ⁻⁶	<10 ⁻⁶
二元高阶多项式	960×600	5 760	5 760×2	4.582 9	0.329 6
高斯函数	960×600	64 000(1/9)	64 000×2	9.860 8	1.661 1
反常S型函数	960×600	64 000(1/9)	64 000×2	10.872 4	2.379 0
逆多二次函数	960×600	64 000(1/9)	64 000×2	2.402 8	0.090 6

算法可以非常精确地拟合两组图像的坐标数据,其校正精度明显优于传统的二元高阶多项式拟合算法。对于高分辨率图像,传统的二元高阶多项式拟合模型由于控制点数量与阶次的关联以及奇异矩阵的问题,算法的校正精度无法提升。而对于径向基函数拟合模型,选取图像的部分坐标点作为函数中心点进行拟合实验,拟合结果精度会受到一定影响。但逆多二次函数因为其作用域比高斯函数和反常S型函数的作用域更窄,所以在中心点减少的情况下仍然保持了较高的拟合精度,校正精度可以达到亚像素级。当中心点数量继续增加时,在计算能力允许的情况下校正精度可以进一步提升。

2.2 畸变校正效果对比

通过上述坐标拟合算法求解出预畸变图像的坐标位置后,采用CSRBF插值算法对预畸变图像进行像素点灰度重建过程,得到预畸变后的图像数据;通过二元高阶多项式拟合算法以及畸变参数模型拟合算法求解出预畸变图像的坐标位置后,采用双三次插值算法进行像素点灰度重建,得到预畸变后的图像数据。预畸变算法对近眼显示图像的校正效果如图2所示。

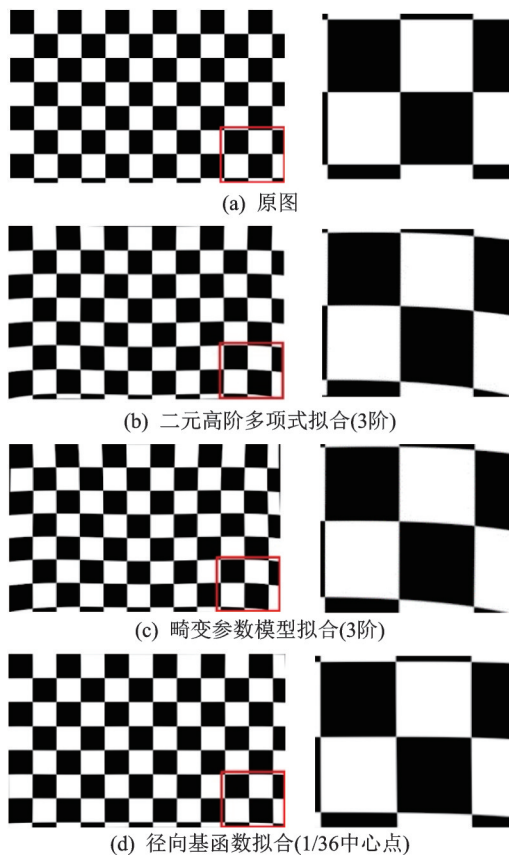


图2 预畸变算法的图像校正效果

Fig.2 Correction effect of pre-distortion algorithms

在大部分畸变程度较低的区域,径向基函数拟合算法的校正效果良好,仅通过人眼观察已无法分辨出实际图像与原图像的区别。但在畸变程度高的图像边缘部分,可以观察到小部分图像的失真,具有最大相对误差的坐标点也位于这一区域。

为了解决这一问题,一方面可以通过增加径向基函数的中心点采样数量来提高拟合精度,减小图像边缘区域失真;另一方面可以在畸变程度高的图像边缘区域选取较多的控制点或中心点,在其他区域减少控制点或中心点的数量,在计算量不变的情况下增加校正精度。

3 结 论

为了解决大视场近眼显示系统的图像畸变问题,提出了一种基于非线性拟合和向前映射插值的图像预畸变算法。在图像几何变换和图像灰度重建过程中,分别采用了径向基函数拟合算法和基于向前映射的CSRBF插值算法。实验结果表明,径向基函数拟合算法的拟合误差可以降到1像素以内,校正精度达到亚像素级。预畸变算法对近眼光学系统产生的畸变具有良好的校正效果,显示图像清晰完整,能够满足多数近眼显示应用的畸变校正要求。

参 考 文 献

- [1] 郑臻荣,李安,夏新星,等.一种测量和校正虚拟现实显示器畸变的装置和方法[P].中国,CN103792674A,2014.
- [2] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [3] 宫玄睿,吕耀文,徐熙平,等.折反射图像的畸变校正研究[J].光电子技术,2019,39(4):253-256.
- [4] 陈一超,邓超,张瑜,等.基于精确模型和逆投影的超大视场红外图像畸变校正[J].半导体光电,2021,42(4):546-550.
- [5] 胡均平,宋菲菲,罗春雷,等.一种基于自适应角点检测的非量测畸变校正方法[J].激光与光电子学进展,2021,58(12):175-181.
- [6] 王智.超广角镜头设计与畸变校正算法研究[D].杭州:浙江大学,2018.
- [7] 刘阳,刘佳,冯进良.一种近眼显示系统的图像畸变矫正方法[P].中国,CN110660036A,2020.
- [8] 郑永瑞,林秋华,王全忠,等.一种位置可调整的实时图像预畸变方法[J].电光与控制,2015,22(8):76-79.
- [9] Chen S, Cowan C F N, Grant P M. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks[J]. IEEE Transaction on Neural Networks, 1991, 2(2): 302-309.
- [10] Wendland H. Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree[J]. Advances in Computational Mathematics, 1995, 4(1): 389-396.