

基于扩展标量衍射理论的衍射光学元件设计*

杨亮亮**, 沈法华, 赵 琪, 刘建利, 赵勇兵

(盐城师范学院 物理与电子工程学院, 江苏省智能光电器件与测控工程研究中心, 盐城 江苏 224007)

摘要: 基于扩展标量衍射理论, 建立了衍射光学元件的微结构高度与周期宽度和入射角度的理论关系模型, 提出了不同入射角度时, 利用带宽积分平均衍射效率最大化实现设计波长和微结构高度等结构参数的优化设计方法。以工作在近红外波段的衍射光学元件为例进行分析。结果表明: 周期宽度一定时, 入射角度的改变会引起基于带宽积分平均衍射效率最大化所确定的结构参数发生变化。该设计方法和结论可以用于指导衍射光学元件的设计。

关键词: 衍射光学; 入射角度; 衍射效率; 微结构高度

中图分类号: TN29; O436 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-488X(2023)01-0062-05

Design of Diffractive Optical Element Based on Extended Scalar Diffraction Theory

YANG Liangliang, SHEN Fahua, ZHAO Qi, LIU Jianli, ZHAO Yongbing

(Jiangsu Province Intelligent Optoelectronic Devices and Measurement Control Engineering Research Center, School of Physics and Electronics Engineering, Yancheng Teachers University, Yancheng Jiangsu 224007, CHN)

Abstract: Based on the extended scalar diffraction theory (ESDT), the theoretical model of the relationship between the microstructure height, the period width and the incidence angle of diffractive optical element (DOE) was established. The optimal design method of the structure parameters, such as design wavelength and microstructure height, was proposed based on the maximization of the bandwidth integral average diffraction efficiency (BIADE) at different incident angles. A DOE working within the near infrared waveband was taken as an example. Results indicated that when the period width was determined, the change of incident angle could cause the change of structure parameters obtained based on the maximization of BIADE. The designed method and conclusions could be used to guide the design of DOE.

Key words: diffractive optics; incident angle; diffraction efficiency; microstructure height

收稿日期: 2022-09-16

* **基金项目:** 国家自然科学基金(61904158); 江苏省智能光电器件与测控工程研究中心开放基金(306054014); 江苏省重点研发计划—社会发展项目(BE2021685); 江苏省高校自然科学研究项目(19KJD140005)

作者简介: 杨亮亮(1986—), 女, 博士, 副教授, 主要从事光学设计、聚光光伏系统设计的研究; (E-mail: yang_liangliang@163.com)

沈法华(1981—), 男, 博士, 教授, 主要从事激光雷达方面的研究;

赵 琪(1991—), 女, 博士, 讲师, 主要从事凝聚态物理、第一性原理计算等方面的研究。

** 通讯作者

引言

衍射光学元件(diffractive optical element, DOE)具有不同于传统折射透镜的负色散和消热差等特性,被广泛地应用于如成像、光束整形及3D显示等系统中^[1-6]。无论是单层 DOE、谐 DOE 还是多层 DOE,带宽积分平均衍射效率(bandwidth integral average diffraction efficiency, BIADe)是决定 DOE 工作波段的重要参数;微结构高度是加工制造 DOE 的重要参数之一。

DOE 的设计通常是基于标量衍射理论(scalar diffraction theory, SDT)的 BIADe 最大化方法实现设计波长和微结构高度的优化设计,但是该方法没有考虑入射角度的影响^[7]。微结构表面入射角度的增大会引起衍射效率下降;对比多层 DOE,单层 DOE 的衍射效率下降的要慢一些^[8-9]。由于微结构高度和波长处于同一数量级时,采用 SDT 计算衍射效率的准确度会大幅度下降,基于求解麦克斯韦方程组得到的矢量衍射理论(vector diffraction theory, VDT)受到了一定的关注^[10-13]。VDT 存在两个局限性,一是计算时间随着周期波长之比的增大而大幅度增加,二是很难利用优化微结构高度等参数实现衍射效率的最大化设计。扩展标量衍射理论(extended scalar diffraction theory, ESDT)是建立在 SDT 和 VDT 之间的中间理论。它能够简化 VDT 的计算时间,并且其计算结果要比 SDT 更加精确^[14]。文献[15]针对工作在可见光波段的双层 DOE,分析了基于 SDT 和 VDT 计算得到的入射角度对衍射效率的影响。文献[16]基于 ESDT 讨论了周期宽度对微结构高度和 BIADe 的影响,但是并没有给出 DOE 结构参数的优化设计。对于工作在不同入射角度的 DOE,基于 ESDT 对衍射效率的优化设计未见报道。

文章基于 ESDT,提出了工作在不同入射角度时,基于 BIADe 最大化实现 DOE 设计波长、微结构高度等结构参数优化设计的方法。通过对工作在近红外波段的 DOE 进行分析,该方法可以实现斜入射时 DOE 结构参数的优化设计,特别是在相对周期宽度不是很大的情况下。该方法对 DOE 的优化设计具有一定的工程指导意义。

1 理论模型

如图 1 所示,当光线以入射角度 θ_1 从入射介质

传播到 DOE 的微结构上时,根据衍射光栅公式,得到光束斜入射时 DOE 的衍射光栅方程为:

$$T(n_1 \sin \theta_d - n_1 \sin \theta_1) = m\lambda \quad (1)$$

式中, T 为光栅周期宽度, n_1 与 n_r 分别表示相应介质材料在波长为 λ 的折射率, θ_d 为光线通过衍射光栅后的衍射角, m 为波长 λ 的衍射级次。

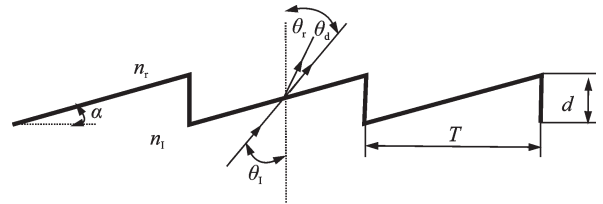


图1 衍射光学元件的分析模型

Fig.1 Analysis model of DOE

依据 Snell 折射定律,当光线斜入射到 DOE 表面时,考虑衍射微结构对光线传播的影响,有:

$$n_1 \sin(\theta_1 + \alpha) = n_r \sin(\theta_r + \alpha) \quad (2)$$

式中 α 为表面微结构倾角, $\tan \alpha = d/T$, 把表面微结构高度 d 和环带周期 T 关联起来。为了实现第 m 衍射级次衍射效率的最大化设计,应使光线的衍射角和折射角相等,即 $\theta_r = \theta_1 = \theta_0$, θ_0 表示光线的出射角。联立式(1)和(2),得到含有环带周期的 DOE 的表面微结构高度为:

$$d(\lambda, \theta_1, T) = \frac{m\lambda}{n_1(\lambda) \cos \theta_1 - \sqrt{n_r^2(\lambda) - \left(\frac{m\lambda}{T} + n_1(\lambda) \sin \theta_1\right)^2}} \quad (3)$$

可见,当入射介质和出射介质材料确定后, DOE 的微结构高度与波长、入射角度和周期宽度有关。当 DOE 工作在正入射的状态下, d 可以简化为:

$$d(\lambda, T) = \frac{m\lambda}{n_1(\lambda) - n_r(\lambda) \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{n_r(\lambda)T}\right)^2}} \quad (4)$$

当周期宽度远大于波长时,得到基于 SDT 的 DOE 微结构高度为:

$$d_s(\lambda, \theta_1) = \frac{m\lambda}{n_1(\lambda) \cos \theta_1 - \sqrt{n_r^2(\lambda) - (n_1(\lambda) \sin \theta_1)^2}} \quad (5)$$

光线正入射时,微结构高度为:

$$d_{s0} = \frac{m\lambda_0}{n_0(\lambda_0) - n_r(\lambda_0)} \quad (6)$$

式中 λ_0 为设计波长。基于 SDT,当出入射介质与衍

射级次确定后,微结构高度由设计波长决定。

斜入射时 DOE 的衍射效率为:

$$\eta_m(\lambda, \theta_1, T) = \sin^2 c^2 \left\{ m - \frac{d}{\lambda} \left[\sqrt{n_r^2(\lambda) - n_i^2(\lambda) \sin^2 \theta_1} - n_i(\lambda) \cos \theta_1 \right] \right\} \quad (7)$$

利用公式(3)和(7)可计算周期宽度和入射角度对 DOE 衍射效率的影响。若把公式(7)中的 d 换成 d_0 即得到 SDT 的计算结果。工作在一定波段范围内的 DOE 的 BIADE 为:

$$\bar{\eta}_m(\lambda) = \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \eta_m d\lambda \quad (8)$$

式中 λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别表示元件工作波段范围内的最小和最大波长值。要实现基于 BIADE 最大化方法确定微结构高度,需要利用公式(8),在周期宽度已知的前提下,确定公式(3)中的设计波长 λ_0 和设计入射角度 θ_{10} ,即可计算得到微结构高度 d_0 为:

$$d_0 = \frac{m\lambda_0}{n_i(\lambda_0) \cos \theta_{10} - \sqrt{n_r^2(\lambda_0) - \left(\frac{m\lambda_0}{T} + n_i(\lambda_0) \sin \theta_{10}\right)^2}} \quad (9)$$

2 分析与讨论

以工作在近红外波段 1.6~2.4 μm 的 DOE 为例,基底材料采用 ZnS,衍射级次为 1 级。分别基于 SDT 和 ESDT 分析研究入射角度和周期宽度对 DOE 的 BIADE 的影响,并根据 BIADE 的最大化确定设计波长和微结构高度等结构参数。

2.1 基于标量衍射理论的分析

基于 SDT,计算得到正入射时 DOE 的 BIADE 与波长的关系如图 2 所示。在整个波段范围内的 BIADE 最高为 95.529%,对应的设计波长为 1.946 μm ,利用公式(6)计算得到微结构高度 d_{s0} 为 1.537 μm 。当入射角度分别增大到 15°、30°和 45°时,利用 d_{s0} 计算得到 DOE 的 BIADE 分别为 95.466%、94.458%和 90.001%,如图 3 所示。可见,基于正入射计算得到的微结构高度,随着入射角度的增大,对应的 BIADE 逐渐减小。

利用公式(5),基于 BIADE 最大值计算得到几个不同入射角度时,DOE 的设计波长和微结构高度如表 1 所示。可见,基于 SDT,根据 BIADE 最大化确定的设计波长改变很小,但微结构高度随入射角

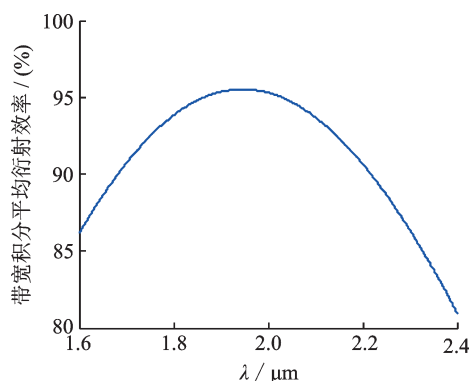


图 2 正入射时的带宽积分平均衍射效率与波长的关系

Fig.2 Relationship between BIADE and wavelength at normal incidence

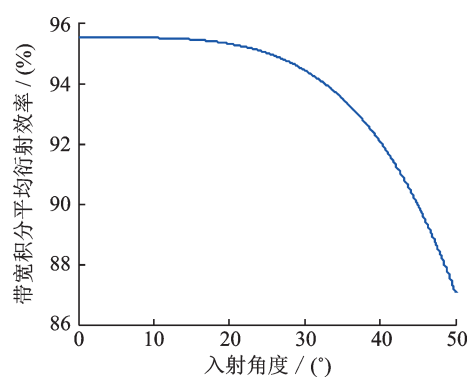


图 3 带宽积分平均衍射效率与入射角度的关系

Fig.3 Relationship between BIADE and incident angle

度的增大下降较快。对比正入射时的 d_{s0} , 30°和 45°时的 d_s 分别减小了 5.791%和 12.427%。对比利用 d_{s0} 计算得到的 BIADE,考虑入射角度的 BIADE 分别提高了 1.076%和 5.539%。所以,要获得较高的 BIADE,需考虑入射角度对微结构高度的影响。

表 1 基于标量衍射理论得到的相关参数

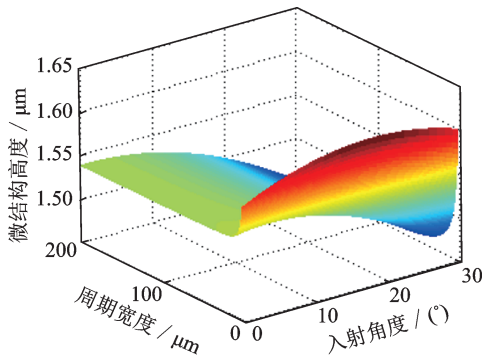
Tab.1 Related parameters obtained based on SDT

入射角度/(°)	0	15	30	45
BIADE 最大值/(%)	95.529	95.530	95.534	95.540
设计波长/ μm	1.946	1.945	1.946	1.949
微结构高度/ μm	1.537	1.514	1.448	1.346

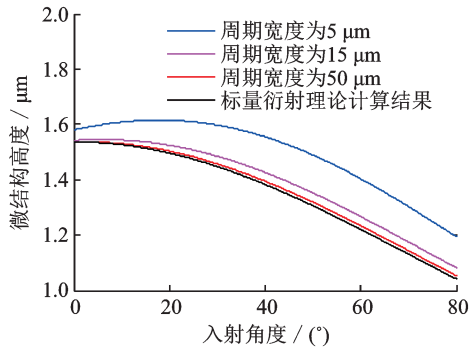
2.2 基于扩展标量衍射理论的分析

2.2.1 微结构高度的分析

对比 SDT,ESDT 不仅考虑了入射角度这一参数,也包含了周期宽度 T 。利用公式(3)计算得到 DOE 的微结构高度与周期宽度和入射角度的关系如图 4(a)所示。图 4(b)给出了 T 分别为 5 μm 、15 μm 和 50 μm 时,微结构高度与入射角度的关系。当 $T=5 \mu\text{m}$ 时,微结构高度随入射角度的增大先增大而后逐渐下降;当 T 较大时,如 50 μm ,微结构高度随入射角度的增大逐渐下降。



(a) 微结构高度与入射角度和周期宽度的关系



(b) 微结构高度与入射角度的关系

图4 微结构高度示意图

Fig.4 Diagrams of microstructure height

表2中给出了在上述三个周期宽度处,入射角度分别为 0° 、 15° 、 30° 和 45° 时的微结构高度。可以看到,当周期宽度趋于无穷大时,得到的微结构高度和基于SDT的高度一致。入射角度不同时,基于ESDT计算得到的微结构高度在不同的周期宽度处与SDT的偏差不同;随着周期宽度的增大,微结构高度增大得越来越缓慢,逐渐趋于SDT的计算结果。当 $T=15\ \mu\text{m}$ 时,与SDT的微结构高度相比,基于ESDT计算得到的微结构高度在上述四个入射角度情况下的偏差分别为 0.325% 、 1.519% 、 2.555% 和 3.264% ,即偏差随入射角度的增大逐渐增大。若入射角度较大,需考虑入射角度和周期宽度对微结构高度的影响,否则会影响DOE的衍射效率。

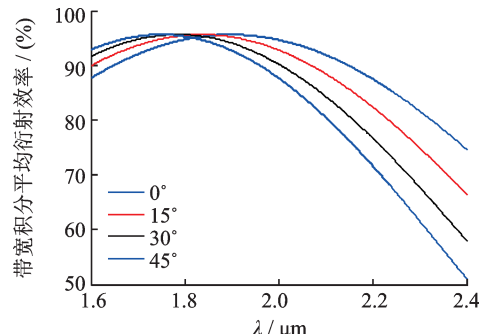
表2 几个不同入射角度时的微结构高度与周期宽度的关系

Tab.2 Relationship between microstructure height and period width at several different incident angles

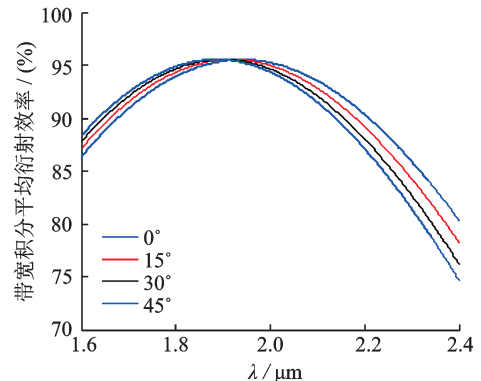
入射角度/ $^\circ$	$P/\mu\text{m}$			
	5	15	50	∞
0	1.579	1.542	1.538	1.537
15	1.615	1.537	1.520	1.514
30	1.595	1.485	1.458	1.448
45	1.525	1.392	1.359	1.346

2.2.2 斜入射时的参数计算与分析

当周期宽度 T 分别确定为 $5\ \mu\text{m}$ 和 $15\ \mu\text{m}$ 时,在上述四个入射角度状态下,DOE的BIADE与波长的关系如图5所示。根据BIADE的最大值确定设计波长,进一步计算得到微结构高度如表3和4所示。可见,随着入射角度的增大,BIADE最大值对应的设计波长(即峰值波长)向短波方向移动,微结构高度也逐渐减小。当DOE的周期宽度改变时,对应的BIADE最大值基本不变,而设计波长随 T 的增大而增大,不同入射角度时的微结构高度改变很小。例如,当入射角度为 30° 时, T 分别为 $5\ \mu\text{m}$ 和 $15\ \mu\text{m}$ 时计算得到的BIADE最大值均为 95.534% ,而设计波长分别为 $1.787\ \mu\text{m}$ 和 $1.900\ \mu\text{m}$,微结构高度分别为 $1.449\ \mu\text{m}$ 和 $1.448\ \mu\text{m}$ 。可见,入射角度一定时,周期宽度的改变对设计波长的影响较大,基于ESDT的设计方法能够在实现衍射效率最大化的同时,减小标量衍射理论的计算偏差。



(a) $T=5\ \mu\text{m}$



(b) $T=15\ \mu\text{m}$

图5 带宽积分平均衍射效率与波长的关系

Fig.5 BIADE versus wavelength

表3 $T=5\ \mu\text{m}$ 时的结构参数

Tab.3 Structural parameters at $5\ \mu\text{m}$ period width

参数	入射角度/ $^\circ$			
	0	15	30	45
BIADE最大值/ $\%$	95.529	95.530	95.534	95.540
设计波长/ μm	1.899	1.838	1.787	1.752
微结构高度/ μm	1.539	1.515	1.449	1.348

表 4 $T=15\ \mu\text{m}$ 时的结构参数Tab.4 Structural parameters at $15\ \mu\text{m}$ period width

参数	入射角度/(°)			
	0	15	30	45
BIADE 最大值/(%)	95.529	95.530	95.534	95.540
设计波长/ μm	1.941	1.919	1.900	1.888
微结构高度/ μm	1.538	1.515	1.448	1.348

综上,基于ESDT设计DOE时,需要针对不同周期宽度和不同入射角度的情况,基于BIADE最大值确定设计波长后,进一步计算出微结构高度,指导衍射光学元件的加工制造。

3 结 论

基于SDT进行DOE衍射效率的计算时,设计波长和微结构高度通常是基于正入射时BIADE的最大化得到的。而实际上,入射角度的改变会影响DOE的微结构高度,周期宽度较小时也会影响微结构高度。文中基于ESDT,建立了DOE的微结构高度与周期宽度和入射角度的理论关系模型,提出了斜入射时,基于BIADE最大化实现设计波长和微结构高度等结构参数的优化设计方法。对于工作在近红外波段的DOE进行仿真分析。结果表明当周期宽度确定后,随入射角度范围的增大,对应最高BIADE的微结构高度越小。当入射角度确定后,周期宽度越小对BIADE的影响越严重。该分析方法和结论为不同入射角度工作的DOE的优化设计提供了理论指导。

参 考 文 献

- [1] Greisukh G I, Ezhov E G, Zakharov O A. Diffractive microstructures of zoom lenses for visible and near-infrared ranges based on novel optical plastics[J]. Journal of Optical Technology, 2022, 89(3): 127-131.
- [2] 田晓航,薛常喜.小F数红外双波段无热化折衍摄远物镜设计[J].光学学报,2022,42(14):181-187.
- [3] 张 博,崔庆丰,朴明旭,等.双波段多层衍射光学元件的基底材料选择方法研究及其在变焦系统中的应用[J].光学学报,2020,40(6):0605001.
- [4] Zhang S Q, Zhou L Y, Xue C X, et al. Design and simulation of a superposition compound eye system based on hybrid diffractive-refractive lenses[J]. Applied Optics, 2017, 56(26): 7442-7449.
- [5] Shima G G, Fischer David, Sinzinger Stefan. Multifocal multi-value phase zone plate for 3D focusing [J]. Applied Optics, 2019, 58(32): 8943-8949.
- [6] 段慧慧,杨艳芳,何 英,等. 4π 聚焦系统中衍射光学元件对聚焦场多光球结构的影响[J].光学学报,2021,41(20):174-179.
- [7] Xue C X, Cui Q F. Design of multilayer diffractive optical elements with polychromatic integral diffraction efficiency[J]. Optics Letters, 2010, 35(7): 986-988.
- [8] Yang L L, Liu C L, Li S Q. Optimal design of depth-scaling error for multilayer diffractive optical elements with oblique incidence[J]. Applied Optics, 2017, 56(15): 4532-4536.
- [9] Gao L, To S, Yang H F, et al. Effect of assembling errors on the diffraction efficiency for multilayer diffractive optical elements[J]. Applied Optics, 2014, 53: 7341-7347.
- [10] Noponen E, Turunen J. Binary high-frequency-carrier diffractive optical elements: Electromagnetic theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(3): 1097-1109.
- [11] Laborde V, Loicq J, Habraken S. Modeling infrared behavior of multilayer diffractive optical elements using Fourier optics [J]. Applied Optics, 2021, 60(7): 2037-2045.
- [12] Pang H, Yin S Y, Deng Q L, et al. A novel method for the design of diffractive optical elements based on the Rayleigh - Sommerfeld integral[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 70: 38-44.
- [13] Yang H F, Xue C X. Sensitivity of diffraction efficiency to period width errors for multilayer diffractive optical elements [J]. Applied Optics, 2018, 57(14): 855-860.
- [14] Swanson G J. Binary optics technology: Theoretical limits on the diffraction efficiency of multilevel diffractive optical elements [R].Lexington: M.I.T. Lincoln Laboratory Technical Report, 1991:914.
- [15] Greisukh G I, Danilov V A , Ezhov E G, et al. Comparison of electromagnetic and scalar methods for evaluation of efficiency of diffractive lenses for wide spectral bandwidth [J]. Optics Communications, 2015, 338: 54-57.
- [16] Huo F R, Wang W S, Xue C X. Limits of scalar diffraction theory for multilayer diffractive optical elements[J]. Optik, 2016, 127: 5688-5694.