收发共轴 LIF 系统海面乳化溢油探测与仿真研究

李 军^{1,4},孔德明^{2*},张晓丹¹,马勤勇¹,孔德瀚³,孔令富¹

1. 燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004

2. 燕山大学电气工程学院,河北秦皇岛 066004

3. 河北环境工程学院信息工程系,河北秦皇岛 066000

4. 大庆油田测试技术服务分公司监测技术研发制造中心, 黑龙江 大庆 163000

摘 要 海面溢油污染是常见的海洋污染之一,通常以未乳化、乳化等风化状态存在,其中乳化阶段对海洋 危害更加显著。因此,快速监测海面溢油信息,准确识别并评估乳化溢油污染对溢油应急处理和生态环境保 护具有重要意义。激光诱导荧光(LIF)是目前有效的海面溢油探测技术之一。LIF 探测系统可分为收发共轴 和非共轴形式。有关收发共轴 LIF系统对海面乳化溢油探测的研究较少,利用 Mie 散射理论计算得到溢油 乳化液的吸收系数、散射系数等光学参数,建立蒙特卡罗光子传输模型对乳化溢油进行双向反射再辐射分 布函数(bidirectional reflectance and reradiation distribution function, BRRDF)的仿真研究。分析浓度、厚度、 油种多参数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ与发射接收角度的关系,进而得到基于收发共轴 LIF系统海面乳化溢 油探测的适宜条件。结果表明,f_{BRRDF} cos²θ与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参 数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参 数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参 数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ 与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参 数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ 与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参 数下乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ 与发射接收方位角无关,但受发射接收天顶角的影响较大,各参

关键词 激光诱导荧光;乳化溢油;收发共轴;双向反射再辐射分布函数 中图分类号:O433.2 文献标识码:A DOI:10.3964/j.issn.1000-0593(2022)02-0592-06

引 言

近年来,海面溢油污染日益严重,给海洋环境和海洋生态平衡带来严重威胁^[1]。治理海面溢油污染对改善和恢复生态海洋环境具有重要意义。快速准确的监测海面溢油信息、识别溢油种类、评估溢油量及污染程度是溢油污染治理的基础和前提^[2]。

在众多海面溢油遥感监测技术中^[3-6],激光诱导荧光(laser induced fluorescence, LIF)具有识别溢油油种,对溢油范围、油膜厚度、污染程度等进行定性和定量检测的能力,已被公认是目前海面溢油遥感中最先进的一种探测技术。LIF 探测系统一般分为收发共轴和非共轴两种结构形式,因工作方式不同两者的探测条件具有差异。收发共轴系统具有易调

节,高精度,小型化等优势,更适用于搭载无人机、飞机、卫 星等进行遥感探测^[7]。LIF 探测是依靠激光源发射激光到海 面,同时由荧光接收器接收海面溢油成分受激辐射的荧光信 号^[8]。因此,激光发射和荧光接收是 LIF 系统工作中的关键 问题,适宜的发射接收条件对系统探测效能及评估水平等尤 其重要。

海面溢油以不同的风化状态存在,通常被区分为未乳 化、乳化等阶段,其中乳化阶段根据油水乳化程度和分布状 态等特点又可分为油包水和水包油乳化液^[9]。乳化液一旦形 成,致使溢油灾害应急处理的成本增大、效率降低,给海洋 环境带来更大威胁^[10],且乳化阶段海面溢油在开展 LIF 探 测时表现出与其他阶段不同的荧光分布特性。而迄今还未见 关于收发共轴 LIF 系统对海面乳化溢油探测相关问题的研 究^[11-12]。本文基于收发共轴 LIF 系统,应用蒙特卡罗模拟海

收稿日期: 2021-01-03,修订日期: 2021-02-01

基金项目:国家自然科学基金项目(62173289),河北省自然科学基金青年科学基金项目(F2019203526)资助

作者简介:李 军,1967年生,燕山大学信息科学与工程学院博士研究生 e-mail: dils_lijun@petrochina.com.cn

面乳化溢油受激辐射的荧光光子在介质中传输的全过程,得 到乳化溢油在不同发射接收条件下的 *f*_{BRRDF} cos²θ,探讨该方 式下特有的探测规律,为收发共轴 LIF 系统设计和对海面乳 化溢油探测应用提供有用的技术和理论参考。

1 基本原理

1.1 激光诱导荧光系统

LIF 探测系统主要由激光发射模块、荧光接收模块和荧 光探测处理模块构成。而收发共轴式 LIF 探测系统的激光发 射与荧光接收共轴,即激光发射角度与荧光接收角度相同, 如图 1 所示。与收发非共轴式系统相比^[13],共轴式系统的光 路容易调节,且接收回波信号多,从而提高了系统的灵敏 度。这种易调节、高精度、小型化特点是 LIF 探测系统的发 展方向,在遥感监测中具有更好的应用前景。



图 1 收发共轴的 LIF 系统



1.2 BRRDF 仿真描述

 f_{BRRDF} 表示目标表面出射微分辐亮度 dL_r 与人射微分辐 照度 dE_i 比值关系的函数^[14],如图 2 所示。



Fig. 2 Geometric diagram of f_{BRRDF}

根据水体表面的光学性质算法和收发共轴激光荧光雷达 方程可推导出^[15],在发射接收条件一定情况下,收发共轴 LIF系统接收到某一特定波长下的荧光功率 P_r满足

$$P_{\rm r} \propto f_{\rm BRRDF} \cos^2 \theta$$
 (1)

式(1)中: $\theta = \theta_i = \theta_r$ 。

由式(1)知 P_r 与 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta (f_{BRRDF} 与天顶角余弦平方的 乘积)成正比。故 <math>f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 可作为通过系统接收的光功率 研究分析探测海面乳化溢油时发射接收相关问题的依据。

为获取不同乳化溢油类型的 f_{BRDF} cos²θ,采用蒙特卡罗 方法建立光子传输模型。模型建立的条件是:气水界面水 平、介质内无其他光源。在一定角度下发射1亿光子到介质 层,模拟光子在介质层传输的整个过程,通过统计相同角度 处所有逸出介质的荧光光子权重进而计算得到 f_{BRRDF} cos²θ。 蒙特卡罗光子传输模型如图 3 所示。



Fig. 3 Monte carlo photon transmission model

光子在介质中传输发生的反射、散射、辐射荧光等事件 由介质的吸收系数、散射系数、荧光量子产率等光学参数确 定。介质层由空气层、溢油乳化层及海水层构成,溢油乳化 层表示油包水或水包油乳化液。油包水、水包油乳化液的显 微结构图如图4所示,两者分别是水滴分散到连续相油中和 油滴分散到连续相水中。



图 + 油包水和水包油乳化液的亚阀结构图 (a):油包水;(b):水包油

Fig. 4 Microstructure diagrams of water-in-oil and oil-in-water emulsions

(a): Water-in-oil: (b): Oil-in-water

乳化液液滴粒径集中分布在 0.01~10 μm 范围,属 Mie 散射理论范畴。故由 Mie 散射理论计算乳化液的光学参数。 以水包油乳化液为例,吸收系数、散射系数表达式分别为^[16]

$$a(\lambda) = \rho \cdot a_{o}(\lambda) + a_{w}(\lambda) \tag{2}$$

$$b(\lambda) = \rho \cdot b_{o}(\lambda) + b_{w}(\lambda) \tag{3}$$

式(2)和式(3)中: λ 为波长, ρ 为含油率, $a_w(\lambda)$ 和 $b_w(\lambda)$ 分别 为海水的吸收系数、散射系数。 $a_o(\lambda)$ 和 $b_o(\lambda)$ 分别为单位油 滴粒子系中的吸收系数和散射系数,表达式分别为^[17]

$$a_{o}(\lambda) = \pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^{2} f(r) Q_{abs} dr$$
(4)

$$b_{o}(\lambda) = \pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^{2} f(r) Q_{sca} dr$$
(5)

式(4)和式(5)中: r 为油滴粒子半径, f(r)为油滴粒径分布 函数(油包水粒子分布满足 Rosin-Rammler 模型)。Qabs和 Qsca 分别为吸收和散射系数效率因子。

以上为水包油乳化液光学参数公式,油包水乳化液相应 参数则通过改变分散相和连续相介质参数代入相关公式即可 得到^[18]。

2 仿真研究

2.1 仿真参数处理

计算 Romashkino 和 Petrobaltic 两种典型油品溢油乳化 液的光学参数,其中 Romashkino 乳化溢油在激光 405 nm 荧 光 500 nm 处的荧光量子产率如图 5 所示,吸收系数、散射系 数如表 1、表 2 和表 3 所示。由图 5 可知,含油率极低(<80 ×10⁻⁶)时,荧光量子产率为 0.243 1,当含油率高于 80× 10⁻⁶时,荧光量子产率随含油率的升高呈下降趋势。由表可 发现,油包水的吸收系数随含油率的升高而增大,散射系数 随含油率的升高而减小,这是因为油品主要表现为吸收作 用,且远大于海水的吸收作用。水包油的吸收系数、散射系 数随含油率的升高而增大。



图 5 激光 405 nm 荧光 500 nm 时荧光量子产率与 含油率的关系曲线

Fig. 5 The relationship between fluorescence quantum yield and oil content for 405 nm laser and 500 nm fluorescence

表 1 油包水乳化液的吸收系数和散射系数 Table 1 Absorption and scattering coefficients of water-in-oil emulsions

	405 nm		500 nm	
含油率 /%	吸收系数 $/m^{-1}$	散射系数 $/m^{-1}$	吸收系数 /m ⁻¹	散射系数 $/m^{-1}$
60	236 376.545	337 631.104	89 724.238	335 757.930
70	275 772.351	191 394.775	104 678.153	190 647.719
80	315 168.166	90 143.098	119 632.072	89 756.905

表 2 高浓度水包油乳化液的吸收系数和散射系数 Table 2 Absorption and scattering coefficients of high concentration oil-in-water emulsions

含油率 /%	405 nm		500 nm	
	吸收系数 /m ⁻¹	散射系数 $/m^{-1}$	吸收系数 $/m^{-1}$	散射系数 $/m^{-1}$
1	20 485.94	67 312.57	10 679.16	74 339.44
10	204 850.63	673 120.63	106 790.27	743 390.45
40	819 400.42	2 692 480.42	427 160.18	2 973 560.3

表 3 低浓度水包油乳化液的吸收系数和散射系数

 Table 3
 Absorption and scattering coefficients of

low concentration oil-in-water emulsions

含油率 /10 ⁻⁶	405 nm		500 nm	
	吸收系数 $/m^{-1}$	散射系数 $/m^{-1}$	吸收系数 $/m^{-1}$	散射系数 $/m^{-1}$
1	2.748 52	7.431 19	1.367 89	7.933 89
10	21.184 99	68.011 993	10.979 00	74.838 99
60	123.6114	405.571 2	64.373 2	446.533 6

2.2 仿真结果与分析

LIF 系统的发射接收方向由发射接收天顶角和方位角表示,又溢油乳化层涉及其厚度、浓度和油种等参数。因此海面乳化溢油探测问题的模拟,不仅涉及探测时发射接收的天顶角方位角,同时还需考虑溢油乳化层的各个参数。在整个仿真过程中始终保持 θ_r = θ_i = θ。

2.2.1 油包水探测方向的仿真与分析

在激光 405 nm、荧光 500 nm, 天顶角 45°时仿真获得了 不同方位角处油包水的 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 如图 6 所示。可看出各方 位角处 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 值基本相等,这说明 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 值与发 射接收的方位角无关。



spill at different azimuths

在方位角为 0°条件下,对两种典型油品的油包水进行天顶角的仿真与分析如图 7 所示。图 7(a)和(c)分别表示乳化 液在厚度 30 μ m,含油率为 60%,70%和 80% 处的 f_{BRRDF} cos² θ ,图 7(b)和(d)分别表示含油率 60%,厚度为 2,8 和 30 μ m 处的 f_{BRRDF} cos² θ 。

由图 7(a)和(c)看出,Romashkino 和 Petrobaltic 型油包 水乳化液的 $f_{BRRDF}\cos^2\theta$ 随含油率的升高分别表现为整体下 降和上升趋势,这是因为后者属轻质原油,其油包水的吸收 系数小于 Romashkino。由图 7(b)和(d)看出, $f_{BRRDF}\cos^2\theta$ 随 乳化液厚度的增加呈上升趋势。两种原油油包水的 f_{BRRDF} $\cos^2\theta$ 随天顶角的增大整体呈下降趋势,在小角度范围内取 得较大值。Romashkino 型油包水的 $f_{BRRDF}\cos^2\theta$ 对天顶角的 变化更敏感,尤其当乳化液含油率较低或厚度较厚时, $f_{BRRDF}\cos^2\theta$ 随天顶角的增大其下降速度更快。而 Petrobaltic 型油包水的 f_{BRRDF} cos² θ 在 0°~45°天顶角范围内变化不大, 之后随天顶角的增大迅速减小,尤其体现在乳化液含油率较 高和厚度较薄时。由此,利用收发共轴 LIF 系统进行海面油 包水乳化液探测时,发射接收天顶角应接近 0°处,且最大不 宜超过 45°。

2.2.2 水包油探测方向的仿真与分析 研究发现,水包油乳化液的 f_{BRRDF} cos²θ同样与发射接收 的方位角无关。因此在方位角为 0°条件下,对高、低浓度水 包油乳化液进行天顶角的仿真与分析如图 8 所示。图 8(a)和 (b)分别表示高浓度水包油在厚度 30 μ m 含油率为 1%,10% 和 40%和含油率 1%厚度为 10,30 和 90 μ m 的 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 。 图 8(c)和(d)分别表示低浓度水包油在厚度 5 cm 含油率为 1×10^{-6} ,10×10⁻⁶,60×10⁻⁶厚度为 5,30 和 180 cm 含油 率为 1×10⁻⁶ 的 $f_{BRRDF} \cos^2 \theta$ 。



(a), (b): Water-in-oil of Romashkino; (c), (d): Water-in-oil of Petrobaltic





(a), (b): High-concentration oil-in-water; (c), (d): Low-concentration oil-in-water

由图 8(a)看出, $f_{BRDF}\cos^2\theta$ 随含油率的升高呈先上升后 下降趋势。这是高浓度乳化液的消光系数和荧光量子产率共 同作用的结果。图 8(c)中 $f_{BRDF}\cos^2\theta$ 值随含油率的升高呈 上升趋势,符合低浓度乳化液荧光强度与浓度的变化规律。 图 8(b)和(d)中 $f_{BRDF}\cos^2\theta$ 随乳化液厚度的增加呈上升趋 势。 $f_{BRDF}\cos^2\theta$ 随天顶角的增大整体呈下降趋势,在 0°处获 得最大值。其中高浓度水包油的 $f_{BRDF}\cos^2\theta$ 对天顶角小范围 (0°~45°)变化不敏感,尤其含油率低或厚度较小时, f_{BRDF} $\cos^2\theta$ 对天顶角的变化较敏感,随天顶角的增大而下降。由此 可见,基于收发共轴的 LIF 系统对海面水包油进行探测时, 天顶角在 0°~45°范围内为适宜角度,其中在 0°处可接收到 最大光功率。这与前面所述油包水探测时表现出相同的角度 规律。

以上乳化阶段海面溢油收发共轴 LIF 探测的角度规律 与孙兰君^[15]所研究的未乳化阶段油膜的探测角度不宜高于 50°的结论有一定差别。这也是本文单独开展基于收发共轴 LIF 系统海面乳化溢油探测研究的意义所在。 2.2.3 实验与仿真的对比分析 为验证仿真正确性,选择原油的高浓度水包油乳化液利 用实验室便捷式 LIF 系统进行收发共轴式的荧光光谱测量, 并与仿真结果进行趋势对比与验证。

便捷式 LIF 系统由 NDV4542 激光二极管、AvaSpec-ULS2048 光纤光谱仪、电源和手柄支架组成。按5:1 比例 取 Span80 和 Tween80 两种乳化剂分别与一定量的原油和水 混合溶解,再将两者混合倒入烧杯,经高速搅拌机先快速搅 拌 25 min 再慢速搅拌 5 分钟以制备出含油率为 10%的水包 油乳化液。

在烧杯中倒入 500 mL 乳化液采集其在不同天顶角处的 荧光光谱。激光器发射波长为 405 nm,在保持激光二极管、 光纤探头与样本间距离不变的情况下,改变探测角度。利用 Avasoft8 软件进行多点多次采集发射接收角度为 0°,10°, 20°,40°,60°,80°时乳化液的荧光光谱,光谱波段范围为 420~750 nm,积分时间为 400 ms,将采集到的每组光谱数 据扣除背景光后求取平均值作为最终结果。荧光光谱如图 9 (a)所示,实验与仿真的趋势对比如图 9(b)所示。可看出,荧 光光谱强度随发射接收天顶角的增大逐渐减小,这与仿真趋 势基本一致。说明基于蒙特卡罗光子传输模型对乳化溢油的









BRRDF 仿真是正确的,可利用此仿真研究更多其他相关问题。

3 结 论

利用 Mie 散射理论计算了不同乳化溢油的吸收系数、散 射系数等光学参数,然后基于蒙特卡罗光子传输模型应用双 向反射再辐射分布函数对乳化溢油进行不同发射接收条件的 仿真研究,分析乳化溢油的 f_{BRRDF} cos²θ 与收发共轴 LIF 系统 发射接收相关问题的关系。分析结果表明,收发共轴 LIF 系 统接收海面乳化溢油的荧光信号与发射接收方位角无关,而 受发射接收天顶角的影响较大,其中接收的重质油包水和低浓度水包油的荧光信号对发射接收天顶角的变化更敏感,即随天顶角的增大其下降速度较快,而轻质油包水和高浓度水包油的荧光信号在天顶角0°~45°内变化不大,之后迅速下降。为验证仿真正确性,通过LIF系统对乳化溢油进行荧光光谱测量,结果表明实验与仿真具有一致性趋势。因此在遥感探测海面乳化溢油中,收发共轴LIF系统的发射接收天顶角应尽量减小,宜控制在45°以内,而垂直海面探测最有利于荧光信号接收。该研究能很好得指导收发共轴LIF系统对海面乳化溢油的实际探测,为激光诱导荧光雷达系统的设计和性能评价提供了更准确的依据。

References

- [1] Pashna M, Yusof R, Ismail Z H, et al. Ocean Engineering, 2020, 207(6): 107238.
- [2] LI Yi-xuan, LI Bo, LIN Guan-yu, et al(李羿轩, 李 博, 林冠宇, 等). Acta Optica Sinica(光学学报), 2020, 40(8): 0801001.
- [3] CHEN Yu-nan, YANG Rui-fang, ZHAO Nan-jing, et al. Spectroscopy and Spectral Analysis(光谱学与光谱分析), 2019, 39(11): 3646.
- [4] Wang X S, Wang C X, Zhao Y N, et al. Aerospace China, 2018, 19(3): 13.
- [5] Chen X, Liu L, Huang W. Infrared Physics & Technology, 2016, 77: 391.
- [6] Alaruri S D. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2019, 181: 239.
- [7] Kameyama S, Ando T, Asaka K, et al. Applied Optics, 2010, 49(27): 5169.
- [8] Bukin O, Proschenko D, Alexey C, et al. Photonics, 2020, 7(36): 1.
- [9] LU Ying-cheng, LIU Jian-qiang, DING Jing, et al(陆应诚,刘建强,丁 静,等). Chinese Science Bullatin(科学通报), 2019, 64(31): 3219.
- [10] Garcia-Pineda O, Staples G, Jones C E, et al. Remote Sensing of Environment, 2020, 236: 111421.
- [11] Lu Y C, Shi J, Wen Y S, et al. Remote Sensing of Environment, 2019, 230. 111183.
- [12] Kelesoglu S, Pettersen B H, Sjöblom J, et al. Journal of Dispersion Science and Technology, 2012, 33(1): 15.
- [13] Sdvizhenskii P A, Lednev V N, Asyutin R D, et al. Moscow University Chemistry Bulletin, 2020, 75(2): 77.
- [14] Hullin M B, Hanika J, Ajdin B, et al. ACM Transactions on Graphics, 2010, 29(4): 97.
- [15] JING Min, HUA Deng-xin, LE Jing(景 敏, 华灯鑫, 乐 静). Acta Physica Sinica, 2016, 65(7): 070704.
- [16] Ettaleb A, Abbassi M A, Farhat H, et al. Energies, 2019, 12(20): 3986.
- [17] Baszanowska E, Otremba Z, Piskozub J. Sensors, 2020, 20: 5352.
- [18] MA Lan-xin, WANG Fu-qiang, WANG Cheng-an, et al(马兰新,王富强,王成安,等). Journal of Engineering Thermophysics(工程热物理学报), 2015, 36(8): 1794.

Simulation Research on Detection of Emulsified Oil Spill on Sea Surface Based on LIF System With Coaxial Transceiver

LI Jun^{1, 4}, KONG De-ming²*, ZHANG Xiao-dan¹, MA Qin-yong¹, KONG De-han³, KONG Ling-fu¹

1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

- 2. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China
- 3. Department of Information Engineering, Hebei University of Environmental Engineering, Qinhuangdao 066000, China
- 4. Monitoring Technology R&D and Manufacturing Center of Daqing Oilfield Testing Technology Service Branch, Daqing 163000, China

Abstract Oil spill pollution on the sea surface is one of the most common marine pollutions, which usually exists in the state of non-emulsification, emulsification and other weathering, and the emulsification stage is more harmful to the ocean. Therefore, it is of great significance to quickly monitor the oil spill information and accurately identify and evaluate the emulsified oil spills pollution for the emergency treatment of oil spill and the restoration of the ecological environment. Laser-induced fluorescence (LIF) is recognized as one of the most effective detecting oil spills. LIF detection systems can be divided into the forms of coaxial transceiver and non-coaxial transceiver. Since there is no research on transmitting and receiving related problems in the detection of the emulsified oil spill by LIF system with coaxial transceiver, the optical parameters such as absorption coefficient and scattering coefficient of the emulsified oil spill are calculated by MIE scattering theory, and the Monte Carlo, photon transport model, is established to simulate the bidirectional reflectance and reradiation distribution functions (BRRDF) of the emulsified oil spill. The relationship between $f_{BRDF}\cos^2\theta$ and the transmitting and receiving angle of the emulsified oil spill is analyzed under multi parameters of concentration, thickness and oil type. Then the suitable conditions for detecting oil spill on the sea surface based on an LIF system with coaxial transceiver are obtained. The results show that the $f_{\text{BRRDF}} \cos^2 \theta$ is independent of the azimuth angle of transmitting and receiving. However, it is greatly affected by the zenith angle of transmitting and receiving, the variation law of $f_{\text{BRRDF}} \cos^2 \theta$ of the emulsified oil spill under various parameters has certain differences. The $f_{\text{BRRDF}} \cos^2 \theta$ of waterin-oil of heavy oil and oil-in-water of low concentration are more sensitive to the change of zenith angle, and the $f_{\text{ERRDF}}\cos^2\theta$ of water-in-oil of light oil and oil-in-water of high concentration are insensitive to smaller angle $(0^{\circ} \sim 45^{\circ})$, and then decrease rapidly. Therefore, when detecting the emulsified oil spill on the sea surface based on the LIF system with a coaxial transceiver, it is advisable to transmit and receive the zenith angle within the range of $0^{\circ} \sim 45^{\circ}$, and the maximum optical power can be received at 0°. In addition, to verify the correctness of the simulation, the fluorescence spectra of the emulsified oil spill were measured by the laboratory LIF system. The results show that this is consistent with the simulation results.

Keywords Laser induced fluorescence; Emulsified oil spill; Coaxial transceiver; Bidirectional reflectance and reradiation distribution function

(Received Jan. 3, 2021; accepted Feb. 1, 2021)

* Corresponding author