

TDLAS 波长调制法中调制深度与高次谐波中心幅值关系的研究

陈昊^{1,2}, 鞠昱³, 韩立¹

1. 中国科学院电工研究所, 北京 100190

2. 中国科学院大学, 北京 100049

3. 北京航天易联科技发展有限公司, 北京 100176

摘要 可调谐半导体激光光谱技术(TDLAS)是近年来发展十分迅速的光谱检测技术,相较于其他光谱检测技术,它具有高灵敏度、高分辨率、实时监测、便携性好、小型化等优点,在工业环保、医疗检测、气象监测等领域得到了广泛的应用。TDLAS 波长调制法中谐波信号易受气压影响,经研究发现气压的影响是调制深度对谐波信号的影响,基于 TDLAS 技术谐波法的原理,研究了各次谐波与调制深度的关系,通过计算四次谐波与二次谐波中心幅值比,利用调制深度函数推算当前气压环境的调制深度,调整调制频率幅度,使得调制深度接近各次谐波最佳调制深度值,使谐波信号信噪比最佳,提高检测精度。实验通过国瑞智 GRZ5031 湿度发生器产生固定为 1 000 ppm 的水汽,调节气阀控制密封箱内不同的气压环境,采用 TDLAS 水汽检测系统获得了 10.2~177.9 kPa 气压条件下的二次谐波和四次谐波信号,并进行了仿真与实验分析。仿真结果显示:四次谐波与二次谐波中心幅值比的理论值和仿真值最大相对误差为-1.44%,调制深度的理论值与仿真值最大相对误差为 1.78%,说明了仿真下的调制深度函数曲线与理论一致。实验结果显示:根据调制深度函数推算调制深度值,当 $m=2.2267$ 时,实测的二次谐波中心频率幅值达到最大值,当 $m=4.0610$ 时,实测的四次谐波中心频率幅值达到最大值,与理论结果一致;在 $30.2\text{ kPa} < p < 177.9\text{ kPa}$ 时,调制深度与气压乘积 mp 值相对误差较小,最大相对误差不超过 $\pm 3.2\%$,说明了此气压条件下的 mp 值波动不大,通过调制深度函数推算的调制深度值与实际值近似,验证了调制深度函数理论的准确性。

关键词 TDLAS; 气压; 调制深度; 高次谐波

中图分类号: O433.41 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3964/j.issn.1000-0593(2021)12-3676-06

引言

可调谐半导体激光光谱技术(tunable diode laser absorption spectroscopy, TDLAS)是利用气体分子对激光选频吸收,计算入射光与出射光的光功率变化,实现对待测气体浓度的定量检测。近年来大量学者对 TDLAS 技术进行了研究,相较于其他光谱检测技术,它具有高灵敏度、高分辨率、实时监测、便携性好、小型化等优点,在工业环保、医疗检测、气象监测等领域得到了广泛的应用^[1-3]。

当气体浓度较低或气体吸收峰较弱的情况下,吸收产生的光强变化微弱,直接法(direct absorption spectroscopy, DAS)测量无法获得理想的信噪比,需要采用谐波法(wavelength modulation spectroscopy, WMS)进行检测,它是利用锁相放大器解调特定频率的谐波进行检测,计算各次谐波峰

值或者峰值比表征气体浓度,具有更低的检测下限和灵敏度^[4-5]。各次谐波信号与调制深度 m 相关,当 $m \approx 2.2$ 时,二次谐波的峰值达到最大;当 $m \approx 4.1$ 时,四次谐波的峰值达到最大^[6]。当气压发生剧烈变化时,气体半高宽随气压变化^[7],而调制深度为调制频率幅度与气体半高宽的比值,因此调制深度也受气压影响,导致各次谐波的幅值和信噪比都受到影响,测量结果容易产生误差。

如何确定当前气压环境下的调制深度值就显得至关重要,基于此本文研究了 TDLAS 技术中谐波法的原理,推导了在中心频率位置下的一次谐波、二次谐波、三次谐波以及四次谐波幅值强度表达式,四次谐波与二次谐波中心幅值强度比只与调制深度值相关,建立了调制深度函数,通过调制深度函数来推算当前环境下的调制深度值,再调整调制频率幅度,使调制深度 m 尽可能接近 2.2,来保证二次谐波信号的幅值保持在最大值,提高信噪比和测量精度。

收稿日期: 2020-11-27, 修订日期: 2021-02-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(41705141)资助

作者简介: 陈昊, 1990年生, 中国科学院电工研究所博士研究生

e-mail: chen hao9@mail. iee. ac. cn

1 TDLAS 调制深度函数

TDLAS 技术理论基础是 Beer-Lambert 定律, 它描述了一束特定频率的激光进入气体样品前后的光强变化, 如式(1)所示。

$$I_t = I_0 \exp[-\alpha(\nu)cL] \quad (1)$$

式(1)中, I_t 为穿过待测气体后的透射光光强, I_0 为入射光光强, $\alpha(\nu)$ 为吸收系数, c 为待测气体的浓度, L 为光吸收路径长度。

对于谐波法, 光源的驱动电流叠加了一个低频的小信号, 激光器的出光频率和光强都会产生调制。

$$\nu = \bar{\nu} + a \sin \omega t \quad (2)$$

$$I_0 = \bar{I}_0 + \Delta i \sin \omega t \quad (3)$$

式(2)和式(3)中, ν 为扫描频率, $\bar{\nu}$ 为中心扫描频率, a 为调制频率幅度, \bar{I}_0 为中心扫描频率下的光强, Δi 为光强调制放大系数, ω 为调制频率。采用谐波法对弱信号进行检测, 则 $\alpha(\nu)cL \ll 1$, 因此式(1)可以近似如式(4)

$$I_t = (\bar{I}_0 + \Delta i \sin \omega t)(1 - \alpha(\nu)cL) \quad (4)$$

当采用洛伦兹线型表示吸收系数 $\alpha(\nu)$ 时

$$\begin{aligned} \alpha(\nu) &= SNf(\nu) = SN \frac{\gamma}{\pi((\nu + a \sin \omega t - \nu_0)^2 + \gamma^2)} \\ &= \frac{SN}{\pi\gamma} \frac{1}{\left(\frac{\nu + a \sin \omega t - \nu_0}{\gamma}\right)^2 + 1} \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中, ν_0 为气体吸收峰中心频率, S 为气体吸收线强, N 为标准状况下(STP)的气体摩尔分子数, γ 为待测气体吸收谱半高宽, $f(\nu)$ 为洛伦兹线型函数, 调制深度 $m = a/\gamma$, 令 $a_0 = SN/\pi\gamma$, 即气体吸收峰中心位置($\nu = \nu_0$)的吸收系数, 则式(5)简化为

$$\alpha(\nu) = a_0 \frac{1}{\left(\left(\frac{\nu - \nu_0}{\gamma} + m \sin \omega t\right)^2 + 1\right)} \quad (6)$$

对于气体吸收峰中心位置, 即 $\nu = \nu_0$, 式(6)代入式(4)得

$$\begin{aligned} I_t &= (\bar{I}_0 + \Delta i \sin \omega t) \left(1 - a_0 \frac{1}{((m \sin \omega t)^2 + 1)} cL\right) \\ &= \bar{I}_0 + \Delta i \sin \omega t - \frac{\bar{I}_0}{((m \sin \omega t)^2 + 1)} a_0 cL - \\ &\quad \frac{\Delta i \sin \omega t}{((m \sin \omega t)^2 + 1)} a_0 cL \end{aligned} \quad (7)$$

对式(7)按照 ω 进行傅里叶级数展开, 得到气体吸收峰中心位置的各次谐波强度, 其中一次谐波到四次谐波幅值强度表达式如式(8)~式(11)

$$I_{1f} = \Delta i - \frac{2\sqrt{1+m^2}-2}{m^2\sqrt{1+m^2}} \Delta i a_0 cL \quad (8)$$

$$I_{2f} = -\frac{2(2+m^2+2\sqrt{1+m^2})}{m^2\sqrt{1+m^2}} \bar{I}_0 a_0 cL \quad (9)$$

$$I_{3f} = \frac{2\left(4+m^2-\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}-3\sqrt{1+m^2}\right)}{m^4} \Delta i a_0 cL \quad (10)$$

$$I_{4f} = -\frac{2(8+m^4-8\sqrt{1+m^2}-4m^2(-2+\sqrt{1+m^2}))}{m^4\sqrt{1+m^2}} \Delta i a_0 cL \quad (11)$$

利用四次谐波式(11)与二次谐波式(9)幅值强度进行比值计算, 得到一个关于调制深度 m 的表达式。

$$\frac{I_{4f}}{I_{2f}} = f(m) = \frac{8+m^4-8\sqrt{1+m^2}-4m^2(-2+\sqrt{1+m^2})}{m^2(2+m^2-2\sqrt{1+m^2})} \quad (12)$$

中心频率位置下的四次谐波与二次谐波比值仅与调制深度 m 相关, 与浓度、温度、入射光强都不相关, 根据式(12)可以得到当前气压环境下的调制深度值 m 。待测气体浓度的表征方式是以二次谐波峰值(即吸收峰中心位置, $\nu = \nu_0$)与标准浓度值进行拟合表示, 根据式(9)可知, 当 $m \approx 2.2$ 时, 二次谐波幅值强度达到最大, 信噪比最好, 通过计算四次谐波与二次谐波的比值得到当前气压环境下的调制深度 m , 调整调制频率幅度 a , 让调制深度 m 尽可能接近 2.2, 以此获得幅值最强、信噪比最好的二次谐波信号, 提高测量准确度。

2 仿真分析

2.1 调制深度函数曲线

根据式(9)、式(11)以及式(12)可以得到在中心频率处的, 二次谐波中心幅值 $I_{2f}(m)$ 、四次谐波中心幅值 $I_{4f}(m)$ 以及两者幅值强度比值 I_{4f}/I_{2f} (调制深度函数 $f(m)$) 关于调制深度 m 的函数曲线, 如图 1 所示。

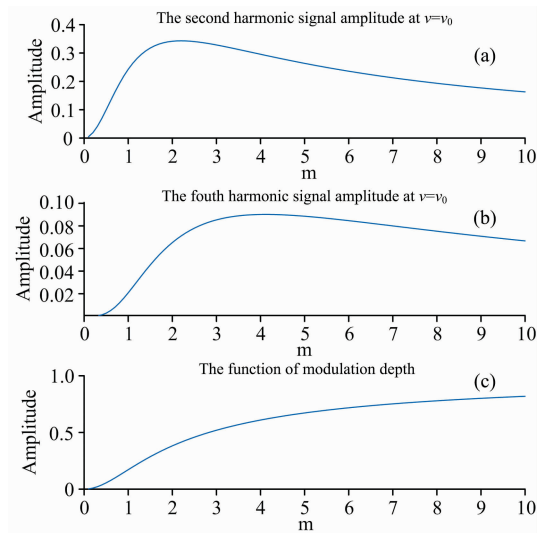


图 1 二次谐波中心幅值、四次谐波中心幅值以及调制深度函数曲线

Fig. 1 Second harmonic center amplitude, fourth harmonic center amplitude and modulation depth function curve

图 1(a) 是二次谐波幅值 I_{2f} 随调制深度 m 变化的曲线, $I_{2f}(m)$ 不是单调的, 当 $m \approx 2.2$ 时, 二次谐波幅值达到最大值; 图 1(b) 是四次谐波幅值 I_{4f} 随调制深度 m 变化的曲线, $I_{4f}(m)$ 也不是单调的, 当 $m \approx 4.1$ 时, 四次谐波幅值达到最大值; 图 1(c) 是调制深度函数曲线 $f(m)$, 它是单调递增的函数。实测中为了获得更好的二次谐波信噪比, 应该尽可能

将调制深度控制在 2.2 附近, 而 $I_{2f}(m)$ 与 $I_{4f}(m)$ 都是非单调的, 存在一个最大值, 通过 $I_{2f}(m)$ 与 $I_{4f}(m)$ 的曲线变化来判断当前调制深度就显得尤为困难, 但是调制深度函数 $f(m)$ 是单调递增, 并且只与调制深度 m 相关, 因此根据调制深度函数 $f(m)$, 计算四次谐波与二次谐波幅值强度比值来反推当前环境下的调制深度是可行的, 并具有唯一性。

表 1 不同气压下调制深度和四次谐波二次谐波中心幅值比的理论值和实际值

Table 1 Theoretical and practical values of modulation depth m and harmonic center amplitude ratio under different air pressure

Pressure/atm	Theoretical/ m	Measured/ m	Relative Error/%	Theoretical/ I_{4f}/I_{2f}	Measured/ I_{4f}/I_{2f}	Relative Error/%
0.3	7.136 5	7.009 3	1.78	0.756 3	0.752 5	-0.50
0.5	4.281 9	4.218 0	1.49	0.629 4	0.625 1	-0.68
0.7	3.058 5	3.016 2	1.38	0.525 8	0.521 3	-0.86
0.9	2.378 8	2.347 0	1.34	0.441 4	0.436 8	-1.04
1.1	1.946 3	1.921 0	1.30	0.372 7	0.368 2	-1.21
1.3	1.646 9	1.625 8	1.28	0.316 6	0.312 4	-1.33
1.5	1.427 3	1.409 2	1.27	0.270 8	0.266 9	-1.44

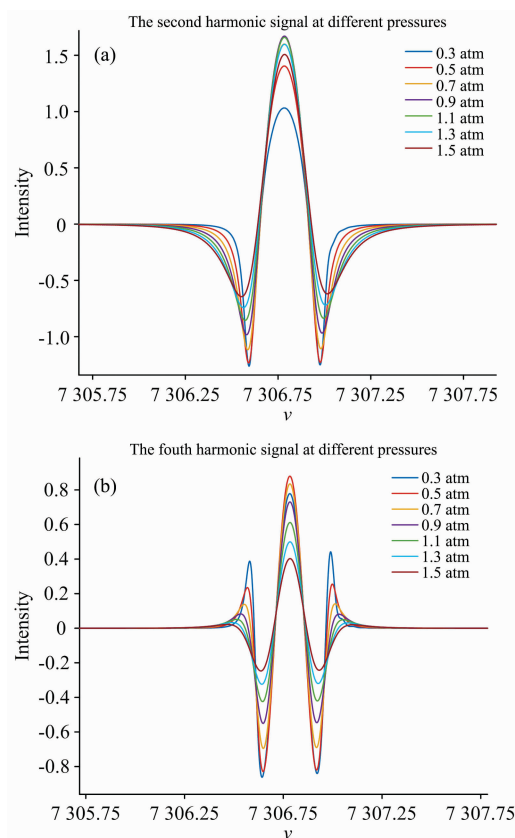


图 2 不同气压下二次谐波与四次谐波的仿真信号

Fig. 2 Simulation signals of the second and fourth harmonics under different air pressures

图 2(a) 是气压 0.3~1.5 atm 时的二次谐波模拟信号, 二次谐波中心幅值在 $p=0.9$ atm 时达到最大, 此时调制深度理论值为 2.378 8, 二次谐波中心幅值最大值位置与图 1 中 $I_{2f}(m)$ 曲线结果相吻合; 图 2(b) 是气压 0.3~1.5 atm 时的

2.2 仿真验证

为了验证调制深度函数 $f(m)$ 反推调制深度的可行性, 选择水汽中心频率为 $7\,306.752\,1\text{ cm}^{-1}$ 作为吸收峰, 吸收强度为 $1.8 \times 10^{-20}\text{ cm}^{-1} \cdot (\text{molec} \cdot \text{cm}^{-2})^{-1}$, 气体浓度设定为 1 000 ppm, 吸收光程为 30 cm, 模拟了气压从 0.3~1.5 atm 时二次谐波以及四次谐波信号, 并对其进行了分析。

四次谐波模拟信号, 四次谐波中心幅值在 $p=0.5$ atm 时达到最大, 此时调制深度理论值为 4.281 9, 四次谐波中心幅值最大值位置与图 1 中 $I_{4f}(m)$ 曲线结果相吻合。表 1 计算了各个气压下的调制深度 m 和四次谐波与二次谐波中心幅值比 I_{4f}/I_{2f} 的理论值和仿真值, 随着气压的升高, 调制深度理论值逐渐减小, 四次谐波与二次谐波中心幅值比的理论值和仿真值逐渐减小, 四次谐波与二次谐波中心幅值比的理论值和仿真值最大相对误差为 -1.44%, 反推的调制深度的理论值与仿真值最大相对误差为 1.78%, 说明了仿真下的实际调制深度函数 $f(m)$ 与理论函数式(12)接近, 符合理论推导。

3 实验部分

仿真结果验证了调制深度函数 $f(m)$ 的仿真结果与理论值一致, 下面进一步用实验进行论证。实验装置示意图如图 3 所示, TDLAS 水汽测试系统选用中心频率为 $7\,306.79\text{ cm}^{-1}$ 的 DFB 半导体激光器作为光源, 气室探头的吸收光程为 30 cm, 采用锁相放大的方式对二次谐波和四次谐波信号进行提取。国瑞智 GRZ5013 湿度发生器产生低浓度水汽气体, 浓度设定为 1 000 ppm, 自制密封箱内放入气室探头并接入压力传感器, 做好密封处理, 实验前将密封箱内气体抽空, 随后将 1 000 ppm 的水汽气体通过气体阀门缓慢通入密封箱内, 通过控制阀门来调节密封箱内的气压, 记录不同气压条件下的二次谐波与四次谐波信号。

4 结果与讨论

根据所搭建的实验装置, 通过国瑞智 GRZ5031 湿度发生器浓度产生 1 000 ppm 的水汽, 调节减压阀门控制密封箱的气压范围在 10.4~177.9 kPa, 灵敏检波器输入二倍频和四倍频的参考信号, 调整滤波器和放大器参数, 得到了不同气压下的二次谐波和四次谐波信号, 如图 4 所示。

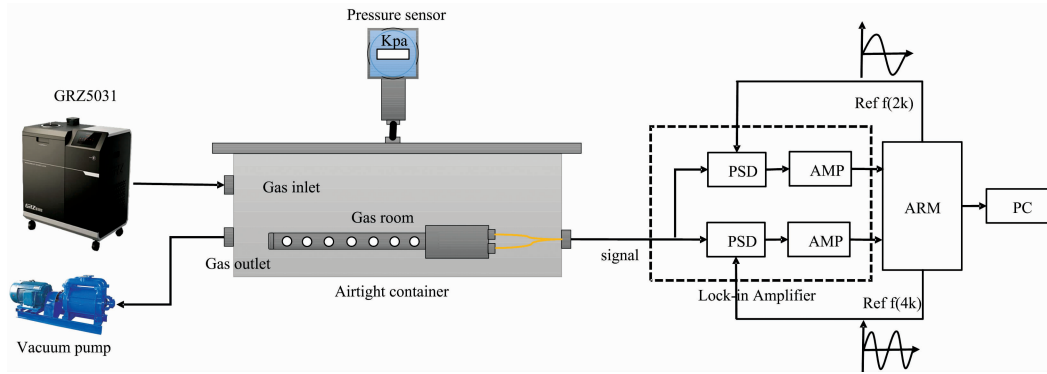


图 3 实验装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of experimental device

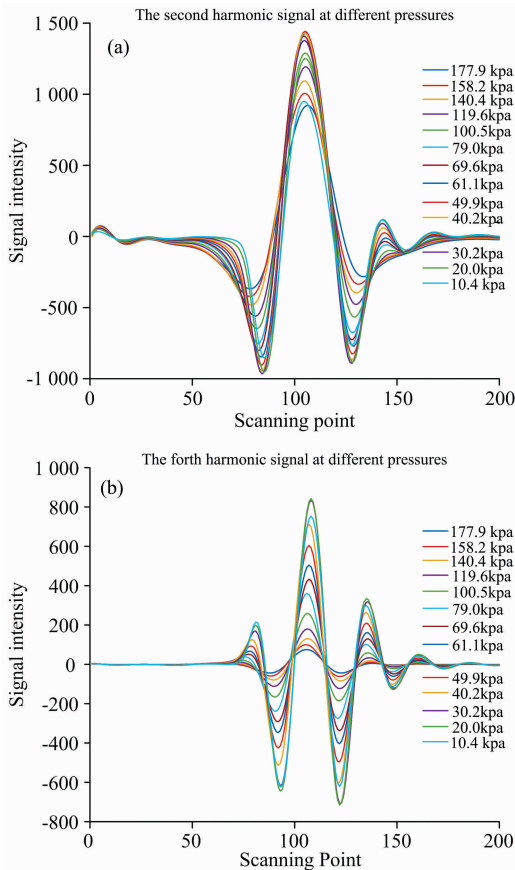


图 4 不同气压下的二次谐波和四次谐波实测信号

Fig. 4 Measured second and fourth harmonic signals at different air pressures

图 4(a) 是不同气压下的二次谐波信号，图 4(b) 是不同气压下的四次谐波信号，计算了中心频率下的二次谐波和四次谐波信号的幅值以及幅值比 I_{4f}/I_{2f} ，利用式(12)调制深度函数 $f(m)$ 推算了各个气压下的调制深度值，如表 2 所示。

根据表 2 中的中心频率下的幅值比以及对应的调制深度 m 值，可以得到二次谐波 $I_{2f}(m)$ 和四次谐波 $I_{4f}(m)$ 曲线，如图 5 所示。当 $m=2.2267$ 时，实测的二次谐波中心频率幅值达到最大值，而 $m=4.0610$ 时，实测的四次谐波中心频率幅

表 2 不同气压下的二次谐波与四次谐波的中心幅值、幅值比以及调制深度

Table 2 Central amplitude, amplitude ratio and modulation depth m of the second and fourth harmonics under different air pressures

Pressure /kPa	I_{4f} ($\nu=\nu_0$)	I_{2f} ($\nu=\nu_0$)	I_{4f}/I_{2f}	m
177.9	75.29	921.37	0.0817	0.6226
158.2	99.54	1006.53	0.0989	0.6980
140.4	130.54	1093.99	0.1193	0.7845
119.6	179.84	1192.87	0.1508	0.9144
100.5	258.53	1289.45	0.2005	1.1201
79.0	360.36	1378.46	0.2614	1.3845
69.6	432.30	1408.64	0.3069	1.5985
61.1	504.63	1430.33	0.3528	1.8355
49.9	604.06	1442.50	0.4188	2.2267
40.2	712.33	1430.80	0.4979	2.8103
30.2	846.30	1378.53	0.6140	4.0610
20.0	842.88	1251.39	0.6736	5.0281
10.4	752.85	948.68	0.7936	8.6310

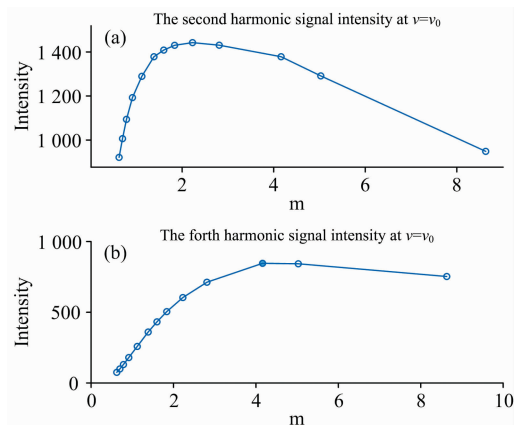


图 5 实测的二次谐波和四次谐波中心幅值曲线
Fig. 5 Curves of measured second harmonic and fourth harmonic center amplitude

值达到最大值,这与图 1 理论结果的 $m \approx 2.2$ 时二次谐波幅值达到最大值以及 $m \approx 4.1$ 时四次谐波幅值达到最大值有很好的吻合。图 5 中实测的二次谐波 $I_{2f}(m)$ 和四次谐波 $I_{4f}(m)$ 的函数曲线与图 1 的理论曲线变化趋势相同,说明了通过调制深度函数 $f(m)$ 推算的调制深度值 m 接近实际环境下的调制深度值,并未存在较大误差,论证了理论的准确性。

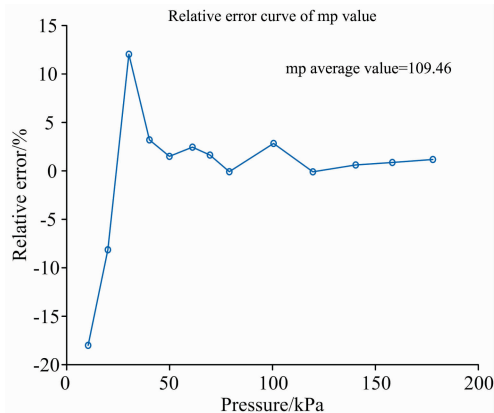


图 6 不同气压条件下关于 mp 平均值的相对误差曲线

Fig. 6 Relative error curve of mean value of mp under different pressure conditions

为了进一步验证理论的准确性,计算调制深度 m 与气压 p 的乘积值可以来判断结果的准确性,气体半高宽 γ 表达式如式(13)所示

$$\gamma(p, T) = \frac{p}{p_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^n [(1-c)\gamma_{\text{air}}(p_0, T_0) + c\gamma_{\text{self}}(p_0, T_0)] \quad (13)$$

式(13)中, n 为温度系数, p_0 和 T_0 分别为标准气压和标准温度, γ_{air} 是空气吸收谱线半高宽, γ_{self} 是待测气体吸收谱线半高宽。根据式(13)可知气体半高宽 γ 在温度和气体浓度不变的情况下与气压 p 是正相关的,即 $\gamma = \varepsilon p$, ε 为正相关系数,而调制深度 $m = a/\gamma$, 调制频率幅度 $a = m\gamma = \varepsilon mp$ 。实验中湿度发生器产生固定浓度为 1 000 ppm 的水汽并且保持密封箱内温度恒定,因此实测的调制深度 m 与气压 p 的乘积应

该为定值,即 $mp = a/\varepsilon$, 因此计算不同气压下 mp 值可以验证推算的调制深度是否准确。图 6 为不同气压条件下关于 mp 平均值的相对误差曲线。

根据图 6 所示, mp 的平均值为 109.46, 各个气压条件下的 mp 值的相对误差显示,在 $10.4 \text{ kPa} < p < 30.2 \text{ kPa}$ 时,相对误差较大,最大相对误差为 -18% , 低压下相对误差较大的原因可能是真空抽气时并不能完全将密封箱内的气体抽完,开始通气时通入的气体有一部分是残留在气管内的气体,造成了一定的干扰;在 $30.2 \text{ kPa} < p < 177.9 \text{ kPa}$ 时,相对误差较小,最大相对误差不超过 $\pm 3.2\%$, 说明了各个气压条件下的 mp 值变化不大,通过调制深度函数 $f(m)$ 推算的调制深度值 m 与实际环境下的值接近,验证了深度函数 $f(m)$ 理论的准确性。

5 结 论

TDLAS 波长调制法中谐波信号受气压影响较大,经研究发现气压的影响是调制深度对谐波信号的影响,本文研究了各次谐波与调制深度的关系,通过计算四次谐波与二次谐波中心幅值比,利用调制深度函数推算当前气压环境的调制深度,调整调制频率幅度,使得调制深度接近各次谐波最佳调制深度值,谐波信号信噪比最佳,为验证结论进行了仿真与实验。仿真结果显示:四次谐波与二次谐波中心幅值比的理论值和仿真值的最大相对误差为 -1.44% , 调制深度理论值与仿真值的最大相对误差为 1.78% , 说明了仿真下的调制深度函数曲线与理论函数式(12)接近,符合理论推导。实验结果显示:根据调制深度函数推算的调制深度值,当 $m = 2.2267$ 时,实测的二次谐波中心频率幅值达到最大值,而 $m = 4.0610$ 时,实测的四次谐波中心频率幅值达到最大值,与仿真结果一致;在 $30.2 \text{ kPa} < p < 177.9 \text{ kPa}$ 时,调制深度与气压乘积 mp 值相对误差较小,最大相对误差不超过 $\pm 3.2\%$, 说明了此气压条件下的 mp 值波动不大,通过调制深度函数 $f(m)$ 推算的调制深度值 m 与实际值接近,验证了调制深度函数 $f(m)$ 理论的准确性。

References

- [1] CHEN Hao, JU Yu, HAN Li, et al(陈昊,鞠昱,韩立,等). Spectroscopy and Spectral Analysis(光谱学与光谱分析), 2020, 40(10): 3015.
- [2] LI Ming-xing, CHEN Bing, RUAN Jun, et al(李明星,陈兵,阮俊,等). Optics and Precision Engineering(光学精密工程), 2020, 28(7): 1424.
- [3] Lee Jungwun, Bong Cheolwoo, Yoo Jihyung, et al. Optic Express, 2020, 28(14): 21121.
- [4] YAO Lu, LIU Wen-qing, LIU Jian-guo, et al(姚路,刘文清,刘建国,等). Chinese Journal of Lasers(中国激光), 2015, 42(2): 0215003.
- [5] LI Min, BO Feng-ming(李珉,柏逢明). Laser Journal(激光杂志), 2015, 36(10): 75.
- [6] QU Dong-sheng, HONG Yan-ji, WANG Guang-yu, et al(屈东胜,洪延姬,王广宇,等). Journal of Infrared and Millimeter Waves(红外与毫米波学报), 2016, 35(4): 470.
- [7] ZHANG Ke-ke, LIU Shi-xuan, CHEN Shi-zhe, et al(张可可,刘世萱,陈世哲,等). Instrument Technique and Sensor(仪表技术与传感器), 2016, (1): 53.

Research on the Relationship Between Modulation Depth and Center of High Order Harmonic in TDLAS Wavelength Modulation Method

CHEN Hao^{1,2}, JU Yu³, HAN Li¹

1. Institute of Electrical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3. Beijing Aerospace Yilian Science and Technology Development Company, Beijing 100176, China

Abstract Tunable Semiconductor Laser Spectroscopy (TDLAS) has been a rapidly developing spectral detection technology in recent years. Compared with other spectral detection technologies, TDLAS has the advantages of high sensitivity, high resolution, real-time monitoring, good portability and miniaturization, and has been widely used in the fields of industrial environmental protection, medical detection, meteorological monitoring and so on. The harmonic signal in the TDLAS wavelength modulation method is susceptible to air pressure. It is found that the influence of air pressure is the influence of modulation depth on the harmonic signal. Based on the principle of the harmonic method in TDLAS technology, the relationship between each harmonic and modulation depth is studied. The modulation depth of the current air pressure environment is calculated by calculating the center amplitude ratio of the fourth harmonic to the second harmonic. To adjust the amplitude of the modulation frequency so that the modulation depth is close to the optimal modulation depth value of each subharmonic, and the signal-to-noise ratio of the harmonic signal is optimal to improve the detection accuracy. The second and fourth harmonic signals under 10.2~177.9 kPa pressure were extracted by the TDLAS water vapor detection system. The simulation and experimental analysis were carried out. The simulation results show that the maximum relative error of the center amplitude ratio of the fourth harmonic to the second harmonic is -1.44% , and the maximum relative error of the modulation depth simulation to the theoretical value is 1.78% . The experimental results show that the modulation depth value is calculated based on the modulation depth function. When $m=2.2267$, the measured central frequency amplitude of the second harmonic reaches the maximum value. When $m=4.0610$, the measured central frequency amplitude of the fourth harmonic reaches the maximum value, which is consistent with the theoretical results. When $30.2\text{ kPa} < p < 177.9\text{ kPa}$, the relative error between the modulation depth and the pressure product MP value is small. The maximum relative error is not more than $\pm 3.2\%$. It shows that the MP value under this pressure does not fluctuate much. The modulation depth value calculated by the modulation depth function approximates the actual value, which verifies the accuracy of the modulation depth function theory.

Keywords TDLAS; Pressure; Modulation depth; High harmonic

(Received Nov. 27, 2020; accepted Feb. 19, 2021)