

黑体红外波段辐射亮度响应的通用公式

崔双龙, 孙博君, 孙晓刚*

哈尔滨工业大学仪器科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001

摘要 以红外测温技术为背景, 着重研究了 $f(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_{\lambda} L_{\text{bb}}(T) d\lambda \approx CT^n$ 模型, 即某段波长范围内, 黑体辐射在探测器上引起的响应, 称其为黑体波段辐射亮度响应。对于不同的探测器, 不同的波长区间, 不同的温度范围, 有不同的 C 及 n 。 n 值难以准确获取, 多数研究者试验时使用 Inagaki 及 Okamoto 在 1996 年提出的三个固定波段模型, 不能很好的扩展到任意波段的探测器。通过使用“维恩近似公式”代替普朗克公式, 从理论上推导出 $f(T)$ 的解析式, 得到了黑体波段辐射亮度响应的通用公式, 从而能够通过理论计算的方式, 求取任意波段内黑体波段辐射亮度响应 $f(T)$ 。使用黑体波段辐射亮度响应的通用公式进行了两项仿真工作。一是将通用公式在全波段内进行积分, 得到解析式 $M_{\text{bb}} = 5.2385 \times 10^{-8} T^4$, 并与斯蒂芬玻尔兹曼定律对比。通用公式求得的系数 $\sigma' = 5.2385 \times 10^{-8}$ 与斯蒂芬玻尔兹曼常数 $\sigma = 5.6679 \times 10^{-8}$ 差值为 0.4294×10^{-8} 。二是使用通用公式计算出 $8 \sim 13 \mu\text{m}$ 波段内黑体波段辐射亮度响应 $f(T)$, 并绘图与 Inagaki 及 Okamoto 文章中的拟合结果 $f(T) \approx 0.136\sigma T^{4.09}$ 进行对比, 结果曲线基本一致。两项仿真说明了通用公式的正确性, 在此基础上, 进一步进行实验验证。以实验室内面源辐射体为目标, 根据所提出的通用公式, 计算被测目标的发射率 ϵ , 并将之与目标发射率参考值 ϵ_0 对比。面源辐射体实验结果: $\bar{\epsilon}_0 = 0.92$ 为参考值, $\bar{\epsilon} = 0.93$ 为测量值, 发射率误差为 0.01。实验误差较小, 说明所提出的通用公式可用于红外测温的工程实践中。通用公式与原模型 $f(T) \approx CT^n$ 相比, 最大的优势在于可以在任意波段内, 不需考虑温度分区, 通过理论计算的方式, 求取黑体波段辐射亮度响应 $f(T)$, 具有通用性。黑体波段辐射亮度响应的通用公式进一步完善了红外测温技术的基础理论。

关键词 红外测温; 黑体波段辐射亮度响应; $f(T) \approx CT^n$; n 值

中图分类号: TN219 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3964/j.issn.1000-0593(2020)05-1329-05

引言

温度是一个重要的物理参数。温度测量一直是人们研究的热点。红外测温技术是一种常用的光学测温手段, 具有响应速度快、不破坏被测目标温度场等优点。如何将探测器测得的能量更准确的转化为被测目标的真实温度一直是一个重要的研究方向, 存在着许多未解的问题, 黑体辐射在某波段探测器上引起响应的理论计算也是其中之一。

红外测温中, 一直使用 $f(T) \approx CT^n$ 模型来描述黑体波段辐射亮度响应, 该模型中 n 值的准确性直接影响测温结果的准确性。对于不同的探测器, 不同的波长区间, 不同的温度范围内, 有不同的 C 及 n [1]。 n 值难以准确获取 [2], 多数研

究者都在使用 Inagaki 及 Okamoto 在 1996 年提出的三个拟合结果 [3], 还不能很好的扩展到任意波段的探测器。本文通过理论推导, 提出了一种可以替代 $f(T) \approx CT^n$ 模型的通用公式, 通用公式与原模型 $f(T) \approx CT^n$ 相比, 最大的优势在于可以在任意波段内, 不需考虑温度分区, 直接计算求取黑体波段辐射亮度响应 $f(T)$, 具有通用性。黑体波段辐射亮度响应的通用公式进一步完善了红外测温技术的基础理论。

1 红外测温原理

红外测温中, 探测器接收到的辐射能量包括三部分: 目标自身发出的辐射, 目标反射环境的辐射和大气辐射。测得的物体表面光谱辐射亮度为 [4]

收稿日期: 2019-04-08, 修订日期: 2019-08-29

基金项目: 国家自然科学基金项目(61875046)项目

作者简介: 崔双龙, 1988 年生, 哈尔滨工业大学仪器科学与工程学院博士研究生 e-mail: cui.shuanglong@qq.com

* 通讯联系人 e-mail: sxg@hit.edu.cn

$$L_\lambda = \tau_{\text{at}} \epsilon_\lambda L_\lambda(T_s) + \tau_{\text{at}} \rho_\lambda L_\lambda(T_u) + \epsilon_{\text{at}} L_\lambda(T_a) \quad (1)$$

式(1)中, L_λ 表示光谱辐射亮度, τ_{at} 为光谱大气透过率, ϵ_λ 为被测目标的光谱发射率, T_s 为被测目标表面温度, ρ_λ 为被测目标的反射率, T_u 为被测目标周围环境温度, ϵ_{at} 为大气的发射率, T_a 为大气温度。在红外测温技术使用的窄波段范围内, ϵ_λ , τ_{at} , ρ_λ , ϵ_{at} 可近似认为与 λ 无关。当被测目标为朗伯体时, 公式变化为^[4]

$$f(T_r) = \tau_a \epsilon f(T_s) + \tau_a \rho f(T_u) + \epsilon_a f(T_a) \quad (2)$$

式(2)中, T_r 为探测器测得物体的辐射温度。 $f(T)$ 为某段波长范围内, 黑体辐射亮度在探测器上引起的响应, 本文称其为黑体波段辐射亮度响应。 $f(T)$ 可近似为 $f(T) \approx CT^n$ 。

$$f(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_\lambda L_{\text{bb}}(T) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{R_\lambda M_{\text{bb}}(T)}{\pi} d\lambda \approx CT^n \quad (3)$$

式(3)中, λ_2 及 λ_1 为探测器响应波段的上下限, R_λ 为探测器的光谱响应度, $M_{\text{bb}}(T)$ 为黑体在波长 λ 处温度 T 时的辐射出射度, 由普朗克公式计算。若被测目标为灰体, 即 $\epsilon = \alpha = 1 - \rho$, 对大气可认为 $\epsilon_a = \alpha_a = 1 - \tau_a$, 通过将 $f(T) \approx CT^n$ 代入可得^[4]

$$T_s = \left\{ \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{1}{\tau_a} T_r^n - (1 - \epsilon) T_u^n - \frac{\epsilon_a}{\tau_a} T_a^n \right] \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

式(4)即为常用的红外测温公式。根据文献[3], 273~473 K 范围内, 有效波长 2~5 μm 的 InSb 探测器 $f(T) \approx 1.12 \times 10^{-13} \times \sigma T^{8.68}$, 有效波长 6~9 μm 的 HgCdTe 探测器 $f(T) \approx 5.16 \times 10^{-5} \times \sigma T^{3.53}$, 有效波长 8~13 μm 的 HgCdTe 探测器 $f(T) \approx 0.136 \times \sigma T^{1.09}$, 其中 $\sigma = 5.6679 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}]$ 为斯蒂芬玻尔兹曼常数。

文献[1-2]指出, $f(T) \approx CT^n$ 对于不同的探测器, 不同的波长区间, 不同的温度范围内, 有不同的 C 及 n 。且难以确定。针对此现象, 对 Planck 公式的近似公式“维恩近似公式”进行积分, 通过理论推导给出了一种可以替代 $f(T) \approx CT^n$ 模型的通用公式, 该通用公式可通过探测器的光谱响应范围及温度, 计算黑体波段辐射亮度响应。

2 $f(T)$ 推导

根据式(3)对 Planck 公式进行积分, 未能得到有效的解析解, 因而退一步对“维恩近似公式”进行积分。对于普朗克公式当 $e^{c_2/\lambda T} \gg 1$ 时, 可近似为式(5)^[5]

$$M_{\text{bb}}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \approx \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T} \quad (5)$$

其中 c_1 和 c_2 为普朗克辐射常数, $c_1 = 2\pi hc^3 = 3.7415 \times 10^8 (\text{W} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{m}^{-2})$, $c_2 = hc/K_B = 1.43879 \times 10^4 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$ 。式(5)即为维恩近似公式。实际应用中, 在误差可接受的情况下, 维恩近似公式可以替代普朗克公式使用。 R_λ 一般可拟合为 λ 的二次多项式, 即 $R_\lambda = a\lambda^2 + b\lambda + c$, 则黑体波段辐射亮度响应为

$$f(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1}{\pi} \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T} (a\lambda^2 + b\lambda + c) d\lambda \quad (6)$$

设 $x = c_2/\lambda T$ 则

$$f(T) = \frac{c_1}{c_2^4 \pi} T^4 \left\{ \left[\frac{-c(x^3 + 3x^2 + 6x + 6)}{e^x} - \frac{ac_2^2(1+x) + bc_2 T(x^2 + 2x + 2)}{T^2 e^x} \right] \Big|_{x_1}^{x_2} \right\} \quad (7)$$

特别的, 当 $R_\lambda = c$ 为常数, 即式(7)中 $a = b = 0$ 时

$$f(T) = \frac{c_1}{c_2^2 \pi} T^4 R_\lambda \{ [-e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6)] \Big|_{x_1}^{x_2} \} \quad (8)$$

式(7)即为本工作提出的计算黑体波段辐射亮度响应的通用公式, 可计算任意波段内的 $f(T)$, 将 $f(T)$ 带入式(2)后可通过二分法或迭代法计算被测目标温度 T_s 。

3 通用公式仿真

3.1 R_λ 为常数时全波段仿真

斯蒂芬玻尔兹曼定律是将普朗克公式在全波段积分所得, 表达式为 $M_{\text{bb}} = \sigma T^4$, 其中 σ 为斯蒂芬玻尔兹曼常数, $\sigma = 5.6679 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}]$ 。黑体波段辐射亮度响应公式按全波段计算, 即 $x_1 = 0$, $x_2 = \infty$ 得到的结果理论上是与斯蒂芬玻尔兹曼定律近似的, 可用于仿真验证。全波段积分得

$$M_{\text{bb}} = 5.2385 \times 10^{-8} T^4 \quad (9)$$

$\sigma' = 5.2385 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}]$ 与 $\sigma = 5.6679 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}]$ 接近, 差值为 $0.4294 \times 10^{-8} [\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}]$, 其偏差来自于维恩公式对普朗克公式的近似。将斯蒂芬玻尔兹曼定律与式(9)绘图对比如图 1。

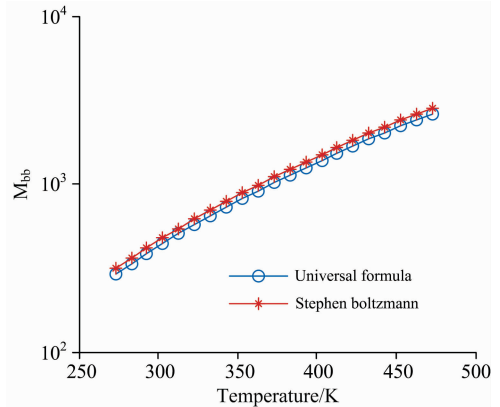


图 1 通用公式与斯蒂芬玻尔兹曼公式对比
Fig. 1 Comparison between the universal formula and the Stephen Boltzmann formula

3.2 R_λ 为二次多项式时波段辐射仿真

文献[3]给出了三种探测器在 273~473 K 内 $f(T) \approx CT^n$ 的拟合结果, 取其中有效波长 8~13 μm 的 HgCdTe 探测器进行仿真对比。文献中探测器响应曲线及拟合结果如图 2。

根据式(7)进行求解并将之与文中给出的 $f(T) \approx 0.136 \times \sigma T^{1.09}$ 进行对比, 如图 3。从图中可以看出通用公式计算结果与参考文献拟合结果基本一致。

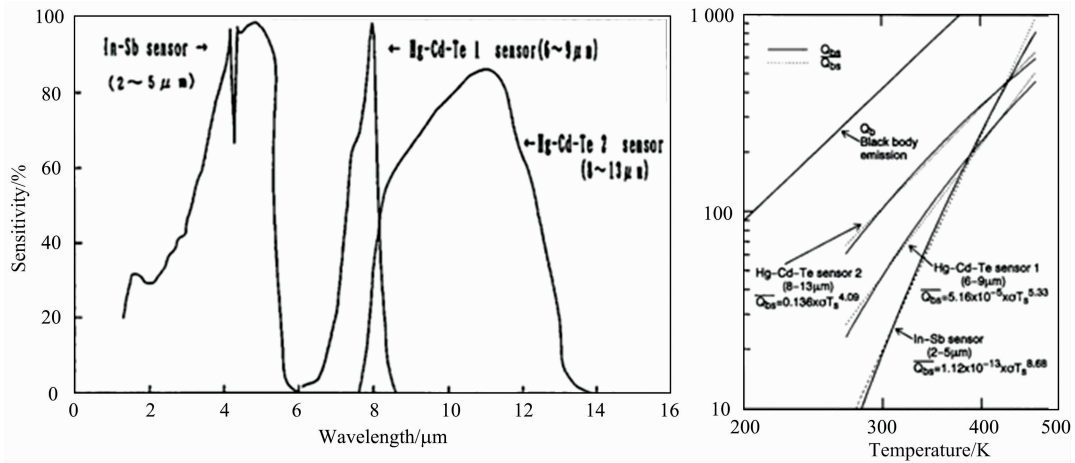


图 2 文献[3]中探测器响应曲线及拟合结果
Fig. 2 Detector response curves and fitting results in [3]

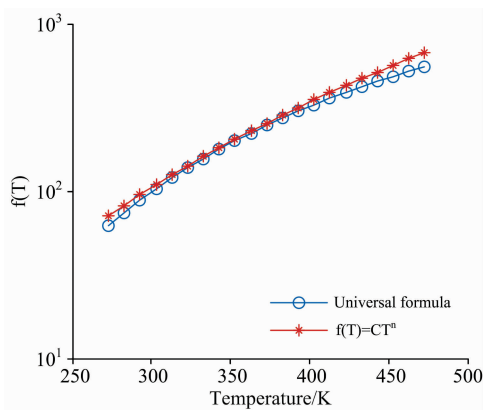


图 3 通用公式与 $f(T) = CT^n$ 对比
Fig. 3 Comparison between the universal formula and $f(T) = CT^n$

3.3 仿真小结

通过将通用公式与斯蒂芬玻尔兹曼定律及文献[3]中拟合结果的对比,说明了通用公式的正确性。通用公式源于维恩近似公式,适用于 $e^{c_2/\lambda T} \gg 1$ 的情况。在误差允许的情况下,通过式(7)可计算任意波段内黑体波段辐射亮度响应,简单易行更具通用性。

4 通用公式实验验证

4.1 实验方法

为进一步验证通用公式的有效性,设计实验进行验证。实验方法为:选取测量目标,调节其表面温度至某一定值且稳定,通过铂电阻测定其表面温度 T_s 及环境温度 T_u ,分别记录。使用热像仪对其进行测量,将热像仪发射率设置为 1,测量目标温度,记录示值为 T_r 。根据 T_s , T_u 及 T_r 可计算目标发射率 ϵ (近距离测量,大气透过率 τ 近似为 1;被测目标近似为灰体,即 $\rho = 1 - \epsilon$)^[1]

$$\epsilon = \frac{f(T_r) - f(T_u)}{f(T_s) - f(T_u)} \quad (10)$$

调节热像仪的发射率,使其示值温度 $T = T_s$,记此时发射率 ϵ_0 为目标发射率参考值^[6-7]。若 $\epsilon \approx \epsilon_0$,则通用公式可以用于红外测温技术的工程实践之中。

4.2 面源辐射体实验数据

以实验室内面源辐射体为目标进行实验,已知该辐射体发射率高于 0.9,按 4.1 所述实验方法进行实验,连续测量 22 组数据,列于表 1。

表 1 面源辐射体实验数据
Table 1 Surface source radiator experimental data

序号	$T_s/^\circ\text{C}$	$T_r/^\circ\text{C}$	$T_u/^\circ\text{C}$	ϵ_0	ϵ	$\Delta\epsilon$
1	52	49.8	25.3	0.93	0.909 6	0.020 4
2	52	50.6	25.3	0.95	0.942 3	0.007 7
3	52	50.1	25.7	0.91	0.920 8	0.010 8
4	52	50.1	25.7	0.91	0.920 8	0.010 8
5	52	49.9	25.7	0.92	0.912 5	0.007 5
6	52	50.1	25.7	0.92	0.920 8	0.000 8
7	52	49.6	25.7	0.90	0.900 1	0.000 1
8	52	50.1	25.7	0.92	0.920 8	0.000 8
9	52	50.1	25.7	0.92	0.920 8	0.000 8
10	52	50.0	25.7	0.91	0.916 6	0.006 6
11	52	50.0	25.7	0.92	0.916 6	0.003 4
12	52	50.1	25.7	0.92	0.920 8	0.000 8
13	52	50.2	25.7	0.92	0.924 9	0.004 9
14	52	50.2	25.3	0.93	0.925 9	0.004 1
15	52	50.9	25.3	0.95	0.954 6	0.004 6
16	52	50.3	25.1	0.92	0.930 5	0.010 5
17	52	50.3	25.1	0.92	0.930 5	0.010 5
18	52	50.4	25.1	0.92	0.934 5	0.014 5
19	52	50.7	25.1	0.94	0.946 8	0.006 8
20	52	50.1	25.3	0.92	0.921 8	0.001 8
21	52	50.3	25.3	0.92	0.930 0	0.010 0
22	52	50.3	25.3	0.92	0.930 0	0.010 0

根据参考值 ϵ_0 的测量数据,有效数字取小数点后 2 位。通过拉伊达准则进行粗大误差判别,最后将有效数据求取均

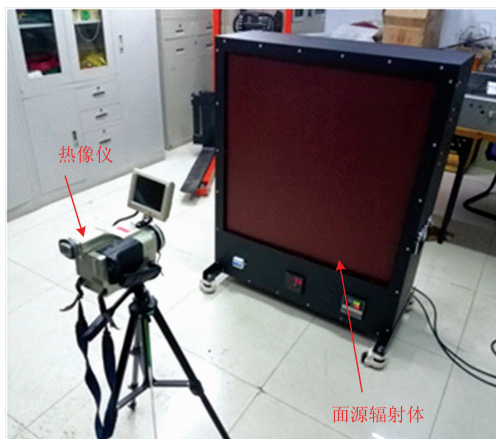


图 4 实验装置

Fig. 4 Experimental device

值, $\bar{\epsilon}_0 = 0.92$ 作为参考值, $\bar{\epsilon} = 0.93$ 作为测量值, 发射率误差为 0.01。面源辐射体实验装置如图 4。

通过实验, 验证了通用公式的正确性。实验结果 $\bar{\epsilon} \approx \bar{\epsilon}_0$, 说明黑体波段辐射亮度响应的通用公式可以用于工程实践。

5 结 论

红外测温技术中, 多数研究者通过模型 $f(T) \approx CT^n$ 来描述黑体波段辐射亮度响应, 式中 n 值准确性直接影响测温结果的准确性, 且难以准确获取。提出了一种黑体波段辐射亮度响应的通用公式。并通过仿真说明了通用公式的正确性。进一步通过实验证明了, 通用公式可以替代 $f(T) \approx CT^n$ 模型, 应用于工程实践。通用公式与原模型相比, 最大的优势是在任意波段内, 不需考虑温度分区, 通过理论计算的方式求取 $f(T)$, 具有通用性。黑体波段辐射亮度响应的通用公式进一步完善了红外测温技术的基础理论。

References

- [1] LI Yan-feng, ZHANG Zhi-jie, ZHAO Chen-yang, et al(李岩峰, 张志杰, 赵晨阳, 等). Chinese Journal of Sensors and Actuators(传感技术学报), 2017, 30(9): 1348.
- [2] BAI Jing-chen, YU Qing-bo, HU Xian-zhong, et al(白敬晨, 于庆波, 胡贤忠, 等). Journal of Northeastern University • Natural Science(东北大学学报 • 自然科学版), 2013, 34(12): 1747.
- [3] Inagaki T, Okamoto Y. NDT & E International, 1996, 29(6): 363.
- [4] LI Huan, LI Yun-hong, HUI Shi-ke, et al(李欢, 李云红, 惠史科, 等). Computer and Digital Engineering(计算机与数字工程), 2017, (11): 223.
- [5] SHI Xiao-guang, HUAN Ke-wei, GAO Lan-lan(石晓光, 宦克为, 高兰兰). Infrared Physics(红外物理). Hangzhou: Zhejiang University Press(杭州: 浙江大学出版社), 2013.
- [6] LI Wen-jun, XU Yong-da, ZHENG Yong-jun(李文军, 徐永达, 郑永军). China Measurement & Test(中国测试), 2017, 43(6): 12.
- [7] WANG Zhong-ren, LI Dong-yang, RUAN Ban-chao, et al(王中任, 黎冬阳, 阮班超, 等). Machinery Design & Manufacture(机械设计与制造), 2016, 6: 226.

Universal Formula of Blackbody Waveband Radiation Brightness Response in the Infrared Temperature Measurement Technology

CUI Shuang-long, SUN Bo-jun, SUN Xiao-gang*

School of Instrumental Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Abstract Based on the infrared temperature measurement technology, this paper focuses on the model $f(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_{\lambda} L_{\text{bb}}(T) d\lambda \approx CT^n$. This model represents the response of blackbody radiation brightness on the detector in a certain wavelength range, which is called the blackbody waveband radiation brightness response in this paper. For different detectors, different wavelength ranges, different temperature ranges, there are different C and n . The value of n is difficult to obtain accurately. Most researchers used the three fitting results of C and n proposed by Inagaki T and Okamoto Y in 1996, and the results could not be well extended to any waveband detectors. In this paper, by using the Wien Approximation Formula to replace Planck's formula, the analytical formula of $f(T)$ is theoretically derived which is a universal formula of $f(T)$, so that we can obtain the blackbody waveband radiation brightness response $f(T)$ in any waveband through theoretical calculations. The universal formula is applied in simulations. Simulation 1: Integrate the universal formula in the whole waveband to obtain an analytical formula $M_{\text{bb}} = 5.2385 \times 10^{-8} T^4$, and compare it with Stephen Boltzmann's law. The difference between the coefficient $\sigma' = 5.2385 \times 10^{-8}$ obtained by the universal formula and the Stefan Boltzmann constant $\sigma = 5.6679 \times 10^{-8}$ is 0.4294×10^{-8} . Simulation 2: Acquire the spectral re-

sponsivity of the HgCdTe detector with an effective wavelength of $8\sim 13\ \mu\text{m}$ from reference [2], calculate the blackbody waveband radiation brightness response $f(T)$ of the detector in the $8\sim 13\ \mu\text{m}$ band, plot the result to compared with $f(T)\approx 0.136\times\sigma T^{1.09}$ shown in reference [2], and the results are basically the same. Two simulations illustrate the correctness of the analytical formula. On this basis, further experimental verification is performed. A surface source radiator in the laboratory was applied as the target. Through the universal formula, the emissivity of target ϵ can be calculated and compared with the reference value of true emissivity of target ϵ_0 . Experimental results of the surface source radiator: $\bar{\epsilon}_0=0.92$ is the reference value of true target emissivity, $\bar{\epsilon}_0=0.93$ is measured value, the error of emissivity is 0.01. The small error indicates that the model proposed in this paper can be used in the engineering practice of infrared temperature measurement technology. In this paper, a universal formula that can replace the model $f(T)\approx CT^n$ is proposed. Compared with the original model, the greatest advantage of the universal formula is that it can be applied in any waveband without considering the temperature partition and it is a universality to calculate the blackbody waveband radiation brightness response by theoretical calculation. The universal formula further perfects the basic theory of infrared temperature measurement technology.

Keywords Infrared temperature measurement; Blackbody waveband radiation brightness response; $f(T)\approx CT^n$; Value of n

(Received Apr. 8, 2019; accepted Aug. 29, 2019)

* Corresponding author

敬告读者——《光谱学与光谱分析》已全文上网

从 2008 年第 7 期开始在《光谱学与光谱分析》网站(www.gpxygpx.com)“在线期刊”栏内发布《光谱学与光谱分析》期刊全文,读者可方便地免费下载摘要和 PDF 全文,欢迎浏览、检索本刊当期的全部内容;并陆续刊出自 2004 年以后出版的各期摘要和 PDF 全文内容。2009 年起《光谱学与光谱分析》每期出版日期改为每月 1 日。

《光谱学与光谱分析》期刊社