# 微束等离子弧焊电弧三维光谱及其抗干扰解耦

张 虎,何建萍\*,林杨胜蓝

上海工程技术大学材料工程学院,上海 201620

摘 要 针对焊接电弧二维光谱检测温度场研究的局限性,在以共聚焦光路为关键的三维光谱检测系统基础上,检测到了三维电弧内部任意一点的光辐射强度。以电弧内部垂直于光谱检测方向且过电弧轴中心的各点的光辐射强度,通过借鉴Abel逆变换进行抗干扰解耦,恢复了电弧内部任意一点光辐射强度的相对发射系数,以解决所提出的三维光谱检测系统对电弧内部任意一点进行聚焦光谱检测的干扰问题。根据恢复得到的焊炬高度为2mm的2A微束等离子弧焊电弧Ar II特征谱线(波长为771.308与856.221nm)的相对发射系数,通过相对谱线强度法,得到电弧的三维温度分布。进一步讨论了由此得到的电弧温度场分布和电弧形态特征,并与数值模拟计算得到的相同条件下电弧温度场进行了比较。研究表明:该研究提出的三维电弧光谱检测系统能够采集到电弧内部三维空间点的光辐射强度,虽然受到共聚焦光路的限制,采集到的电弧径向端面光谱为拖长的非轴对称圆形,但经过抗干扰解耦后的电弧径向光谱图为轴对称;虽然抗干扰解耦后得到的电弧光辐射相对发射系数分布出现一定的离轴最大化现象,但电弧光辐射强度在离轴了的电弧中心处达到了最大值,该最大光辐射强度从喷嘴至工件呈现先减后增现象,与电弧轴中心光辐射强度分布呈"双峰"态一致;并且电弧径向半径从喷嘴至工件是先减小、再保持、然后增大,其形貌为底部呈蘑菇状的准柱形,也符合相对于2A焊接电流的短电弧(焊炬高度2mm)的电弧形态;同时,通过电弧三维光谱检测并经过抗干扰解耦间接得到的2A电弧的最大温度在微束等离子弧焊电弧的温度范围内,且在归一化后与数值模拟的电弧径向温度场分布较为吻合,误差较小。

关键词 微束等离子弧焊电弧;光谱检测;抗干扰解耦;阿贝尔逆变换;电弧温度场 中图分类号:TG439.5 文献标识码:A DOI: 10.3964/j.issn.1000-0593(2020)01-0048-06

#### 引 言

焊接电弧由于自身温度较高,通常在3000~30000 K 之间<sup>[1]</sup>,很难对焊接电弧的温度进行直接测量。随着对电弧 物理过程的深入研究,众多学者认识到,焊接电弧光谱可以 反映出焊接过程中电弧温度、电子密度等物理过程变化,因 此,利用电弧光谱是对焊接电弧这一复杂的物理现象进行检 测的关键手段<sup>[2-4]</sup>。

虽然现有的电弧光谱检测可以研究电弧的温度场,但是 目前大多数有关研究通过光谱仪对电弧的光谱采集,只能采 集到结构电弧的二维光谱<sup>[5]</sup>,这种基于电弧的二维积分光谱 的单纯光谱仪的光谱采集,所得数据研究的电弧温度场有一 定的局限性。

本文研究基于自主研发的三维光谱检测系统,可以采集

到电弧三维空间内任一点的光谱信息,由此得到的电弧温度 场,相对于现有技术通过二维光谱检测所得到的电弧温度 场,更能细致全面地反映三维结构的电弧温度场。因此基于 电弧三维光谱检测的电弧温度场研究,对于更准确地理解微 束等离子弧焊电弧三维温度分布具有重大意义。

# 微束等离子弧焊电弧三维光谱检测干扰问题

现有的焊接电弧的光谱检测系统是将电弧看作二维平面 来进行的二维光谱检测,其原理如图1(a),电弧的光通过狭 缝、再经凸透镜后,通过光纤传导,到达光谱仪<sup>[6]</sup>。由此二 维光谱检测系统检测电弧表面的光谱,由其光路传播路径可 以看出,所检测到的光谱是对电弧表面以平行光的方式进行 采集,检测到的是沿平行光方向的电弧内部各点汇总到电弧

收稿日期: 2018-11-29,修订日期: 2019-03-08

基金项目:国家自然科学基金项目(51775327),上海市科委基础研究重点项目(14JC1402700)资助

作者简介:张 虎,1994年生,上海工程技术大学材料工程学院硕士研究生 e-mail: 18301952638@163.com

表面的总的光辐射信号,无法对电弧内部点的光辐射信号进 行识别和采集。

本研究采用自主研发的三维光谱检测系统,如图 1(b)所示,主要由光路系统、光纤、光谱仪、三维精密微动平台组成,其关键在于共聚焦的光路系统。该光路系统的前端是两个透镜,前一透镜使检测位置聚焦到电弧空间的某一点进行检测,并转变为平行光;后一透镜把平行光重新聚焦到光路系统后端石英片的针孔位置,然后通过光纤进入光谱仪。结合三维精密微动平台,研究采用的三维光谱检测系统可对微 束等离子弧焊三维电弧的电弧内部中的任意一点光谱进行检测。



理论上,通过图 1(b)所示的三维光谱检测系统所检测得 到的电弧任意径向端面的光谱图应该是轴对称的圆形谱图, 但实际采集得到的电弧径向端面光谱图被拖长,如图 2(a)所 示,电弧的光谱图在 y 轴方向上被拉长,而并不是理想的圆 形,这表明采集的数据具有一定误差。其原因如图 2(b),聚

(b): Three-dimensional spectral detection





(a): 光辐射能量径向分布; (b): 光路示意图

Fig. 2 Light radiation distribution of arc cross section in MPAW as well as the schematic diagram of optical path for spectral detection

(a): Radial distribution of light radiation energy;

焦于电弧中的 O 点的光辐射强度检测,受到了来自于沿光路 深度方向前后范围 AOB 和 COD 内、并在 O 点附近各点的光 辐射的干扰,造成由本研究自主研发的三维光谱检测系统的 电弧中任意三维空间点的光谱检测具有一定的误差,并使得 电弧径向端面光谱图被拖长。

## 2 微束等离子弧焊电弧三维光谱的抗干扰解 耦算法

Abel 变换在工程中经常被用来将积分值转化为点位值, 如利用 Abel 变换求解固体火箭尾喷焰内任意一点红外辐射 强度<sup>[7]</sup>、用 Abel 逆变换获得轴对称氢扩散焰的某些元素的 化学发光强度<sup>[8]</sup>等。Abel 逆变换因其在轴对称平面内重建点 位值的便捷性得到了广泛的应用。基于电弧二维光谱检测系 统所采集到的电弧光辐射强度,与电弧径向端面上沿检测方 向轴线上各个点的光辐射强度有关,现有的研究技术通常是 采用 Abel 逆变换法来重构该轴线上各个点的电弧发射系数  $\epsilon$ (r),如图 3(a)所示。其原理是从观察的角度将电弧看作二 维平面,所采集到的是该二维电弧某一点[图 3(a)中实圆点] 的光辐射强度 I(y),并认为其为 A'A 线上各点发射系数  $\epsilon$ (r)的积分量,见关系式(1)。将  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 代入式(1),可 得到式(2),通过 Abel 逆变换,可得式(3)。其中, R 为电弧 某一径向端面的半径。

$$I(y)) = 2 \int_{0}^{x} \varepsilon(r) dx$$
 (1)

$$I(y) = 2 \int_{y}^{R} \frac{\varepsilon(r) r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}$$
(2)

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_{r}^{R} \frac{\frac{\mathrm{d}I(y)}{\mathrm{d}y}}{\sqrt{y^{2} - r^{2}}} \mathrm{d}y \tag{3}$$

如图 3(a) 所示,这种基于电弧观察的二维光谱检测的 Abel 逆变换得到电弧径向光谱强度分布,虽然通过检测二维 平面(从观察的角度所看到的电弧的二维平面)上A'点的光 辐射强度I(y),计算电弧相应径向端面在A'A线上各个点 的光辐射信息,以得到电弧的轴对称的三维光辐射强度分 布,但这种基于从观察角度的二维平面的电弧的二维光谱检 测的 Abel 逆变换所得到的电弧轴对称的三维光谱辐射强度 分布,在理论上具有一定的局限性:将电弧看作为基于观察 角度的二维平面的 A'点检测的光辐射强度 I(y),并不能被 简单地理解为电弧中A'A线上各点发射系数 $\varepsilon(r)$ 的积分值, 因为沿 A'A 线的电弧内部某一点的光辐射在到达 A'的传播 行程中,将遇到电弧等离子体的各微观粒子,这些微观粒子 会影响到该点光辐射沿 A'A 方向的传播; 更进一步地, 以 Y 轴对称的点B'和B点的光辐射强度在检测A'处的叠加效果 是不同的, 而式(1)中积分符号前的系数 2 的含义是 B'点和 B点的光辐射强度在检测A'处的叠加效果是相同的。因此, 对基于从观察角度的二维平面的电弧的二维光谱检测的 Abel 逆变换来计算电弧轴对称的三维光谱辐射强度分布,在 采用式(1)时误差较大。





(a): Inverse Abel transform for 2D detection;(b): Inverse Abel transform for 3D detection

如果将检测点移到图 3(a)中的 Y 轴上,如图 3(b)中的 实圆点,那么以 Y 轴对称的空心圆点 B'点和 B 点的光辐射 强度在某个检测点 A"处的叠加效果是相同的,只有三维光 谱检测系统才能将检测点置于如图 3(b)的 Y 轴上。

由于受光路的干扰,通过自主研发的三维光谱检测系统 所获得的电弧任意径向端面的光谱图有一定的误差,研究将 借鉴 Abel 逆变换,恢复所采集到的电弧径向端面各点的光 辐射发射系数,以此来进行微束等离子弧焊电弧三维光谱的 抗干扰解耦。此时,式(3)中的积分量 *I*(*y*)指的是电弧径向 截面上通过电弧轴中心、且沿 Y 轴方向直径上各点[如图 3 (b)中的实圆点]的光辐射强度。

这种基于三维微束等离子弧焊电弧的三维光谱检测、通 过借鉴 Abel 逆变换思路、来进行抗干扰解耦恢复发射系数 的方法,其精确性在于:(1)采用电弧三维光谱检测系统采 集到的电弧空间各点的光辐射强度 *I*(*y*)受到其他点的干扰 较小,因此通过 Abel 逆变换恢复发射系数相对来说误差较 小;(2)聚焦到电弧空间中任意空间点的三维检测,虽然由 于光路干扰具有一定的误差,但在一定程度上真实反映了电 弧光辐射强度的分布规律;(3)基于与检测方向垂直的径向 端面中心线[在图 3(b)的 Y 轴]上某一点[如图 3(b)中的某个 实圆点 *A*"]的光谱检测 *I*(*y*),所需恢复的该径向端面上沿 *X* 方向的 *A*'A 线上各点的光辐射强度,是以 Y 轴成镜像对称, 该 *I*(*y*)更符合式(1)积分计算的 2 倍关系。事实上,在该中 心线上某一点检测得到的 *I*(*y*),其叠加的沿 X 方向前后的 光辐射强度也是以 Y 轴成镜像对称的。

### 3 微束等离子弧焊电弧三维光谱的抗干扰解 耦

对采集到的微束等离子弧焊电弧(等离子气流量为 0.5 L•min<sup>-1</sup>、保护气流量为 3.5 L•min<sup>-1</sup>、焊炬的高度为 2 mm、焊接电流为 2 A)的径向端面上各点的 Ar II 特征谱线 (波长为 771.308 与 856.221 nm)的光辐射强度进行了抗干 扰解耦。为了得到电弧的各径向端面的相对发射系数分布, 将由式(3)计算结果除以最大发射系数进行归一化处理。

本文抗干扰解耦了电弧 5 个径向端面的光辐射强度分

布: 靠近喷嘴位置的电弧径向端面 Z01, 距喷嘴 0.5, 1 和 1.5 mm 处的电弧径向端面 Z02, Z03 和 Z04, 以及靠近工件 位置的径向端面 Z05。

研究中发现,微束等离子弧焊电弧中的波长为 771.308 和 856.221 nm 的 Ar Ⅱ 特征谱线最为明显,图 4 为基于三维 光谱检测的电弧 5 个径向端面的这两个波长特征谱线的光辐 射强度沿 *x* 方向分布的拟合曲线[图 4(a)]及其最大值分布, 如图 4(c)所示;进一步抗干扰解耦的归一化的相对发射系数 如图 4(b)所示。

从图 4(a)中可以看出,从 Z01 到 Z05 的径向端面,每一 个径向端面对应于波长 856.221 和 771.308 nm 的光辐射强 度分布趋势一致,即光辐射强度在电弧轴中心处达到最大 值,随着离电弧轴中心距离的增加,强度逐渐降低。进一步 比较各径向端面的最大光辐射强度发现,对应于特征波长 771.308 nm 的最大光辐射强度从 Z01 到 Z04 端面依次降低, Z05 端面的光辐射强度又增高; 对特征波长为 856.221 nm 的最大光辐射强度从 Z01 到 Z03 端面依次降低, 而 Z03 到 Z05 端面最大光辐射强度又增高,如图 4(c)所示。该结果与 王昂洋等[9]的微束等离子弧焊电弧的光辐射强度的轴向分布 呈"双峰"形特征的研究结果一致:即靠近焊枪喷嘴的位置其 光辐射强度最大,形成第一个"峰",随着中心轴上点的位置 逐渐接近工件,光辐射强度逐渐降低,之后在靠近工件附近 光辐射强度又逐渐上升到另一个最大值,形成第二个"峰", 呈现"双峰状"分布。其原因是:(1)微束等离子弧是一种转 移弧和非转移弧混合的电弧,在靠近喷嘴口的地方,非转移 弧会被热的等离子气流带出喷嘴,加强了喷嘴口处的转移弧 强度,造成喷嘴口的光辐射强度增强;(2)喷嘴由于冷却水 的强烈冷却拘束,使得喷嘴口的电弧因拘束的加强而使光辐 射强度得到了增强;(3)在靠近工件的地方,阳极斑点的存 在以及大量电子碰撞工件产生的金属蒸气电离,都增强了阳 极区附近的光辐射强度。

进一步观察图 4(a)可知,电弧的 5 个径向端面的半径从 喷嘴向工件呈现出先减小后增大的变化规律,即从 Z01 到 Z02 端面电弧的半径明显减小,而 Z02 与 Z03 端面的电弧半 径基本相等,Z04 和 Z05 端面半径发生明显的增大,并且明 显大于 Z01 端面,这表明,当 2 A 的微束等离子弧焊电弧在 焊炬高度为 2 mm 时,其形貌为底部呈蘑菇状的准柱形,这 种形貌主要出现在相对于焊接电流来讲比较短的电弧。

由图 4(b)可知,从喷嘴到工件的电弧半径变化规律与图 4(a)的变化规律一致。与特征 谱线(波长为 771.308 与 856.221 nm)光辐射强度的变化趋势[图 4(a)]不同的是:相 对发射系数[图 4(b)]的最大值不在电弧轴中心,而是出现在 偏离电弧轴中心的位置,即出现离轴最大化现象,这种现象 在 TIG 中的光谱检测中也存在;并且随着电弧位置越靠近工 件,偏离的程度越大。其原因在于:过电弧轴中心处的检测 具有最大的干扰,这可由采集原理解释。将电弧径向端面近 似为圆形,对电弧轴中心进行光辐射强度采集时,采集的数 据为通过该点垂直于镜头的方向上每一个点的叠加,离中心 越远,叠加数据越少。因此,经过 Abel 逆变换后,电弧轴中 心点发射系数降低,而边缘升高,因此造成恢复后的发射系



图 4 771.308 和 856.221 nm 特征波长光辐射强度分布及抗 干扰解耦的归一化的相对发射系数

> (a):光辐射强度分布;(b):归一化的相对发射系数; (c):光辐射强度最大值分布

- Fig. 4 Light radiation distribution of arc on characteristic wavelength 771. 308 and 856. 221 nm as well as normalized value with interference résistance de-coupling inrelative emission coefficient
  - (a): Distribution of light radiation intensity;
  - (b): Normalized value in relative emission coefficient;
  - (c): Distribution of maximum light radiation intensity

# 4 基于电弧三维光谱抗干扰解耦的电弧径向 温度分布及其验证

在借鉴 Abel 逆变换进行抗干扰解耦恢复相对发射系数 的基础上,通过计算电弧的电子密度可知,2 A 微束等离子 弧焊电弧被诊断为局部热力学平衡状态,可运用相对谱线强 度法<sup>[11-12]</sup>[如式(4)所示],得到其温度分布。

$$\frac{\varepsilon_{\nu 1}}{\varepsilon_{\nu 2}} = \frac{\nu_1 A_1 g_1}{\nu_2 A_2 g_2} \exp\left(-\frac{E_{n1} - E_{n2}}{kT}\right) \tag{4}$$

在式(4)中,  $\epsilon_{11}$ 和  $\epsilon_{22}$ 为任意两条谱线的发射系数,  $\nu_{1}$ 和  $\nu_{2}$ 为任意两条谱线的辐射频率,  $A_{1}$ 和  $A_{2}$ 为任意两条谱线的 跃迁几率,  $g_{1}$ 和  $g_{2}$ 为两条谱线的权重,  $(E_{n1} - E_{n2})$ 为任意两条谱线的能级差, T为等离子体温度, k表示波尔兹曼常数。

图 5 所示为得到的 2 A 微束等离子弧焊电弧基于三维光 谱检测抗干扰解耦光辐射强度系数恢复的 5 个径向端面温度 分布云图。由图 5 看到各径向端面的温度具有轴对称分布。 从温度云图可以看出,电弧 5 个径向端面轴中心处的电弧温 度以及径向端面半径沿喷嘴到工件的变化趋势也与图 4 得到 的从 Z01 到 Z05 的径向端面光辐射强度分布和径向端面半径 的变化规律相一致。由图 5 进一步看到最高温度达到 6 000 K 左右,这与微束等离子弧焊电弧的温度在 4 000~20 000 K 之间一致。

上述电弧径向温度场是通过电弧光谱检测得到的两条特 征谱线(波长为 771.308 和 856.211 nm)的光谱图进行抗干 扰解耦后由相对谱线强度法得到的,是对电弧温度场的间接 检测。本研究进一步将该检测结果和混合型微束等离子弧焊 电弧在相同条件下的温度场数值模拟结果进行了比较。如图 6 所示为由本文研究间接测量得到的距喷嘴 0.5 mm 处电弧 径向端面温度分布和同一端面温度分布的数值模拟结果。通 过归一化温度处理可以发现,数值模拟的电弧径向温度场与 光谱检测的电弧径向温度分布规律较吻合,如图 6(c)所示, 最大误差为 0.03。

#### 5 结 论

(1)三维电弧光谱采集系统能够采集到电弧三维空间内 各点的电弧光辐射强度,但是由于光路系统的局限性,导致 电弧径向端面光谱图被拖长,并非理想的圆形。

(2)借鉴 Abel 逆变换进行抗干扰解耦得到了微束等离 子弧焊电弧径向端面上的各点发射系数,且归一化处理的相 对发射系数出现了一定的离轴最大化现象。



Fig. 5 Temperature cloud map of five radial cross sections



(c): 归一化温度分布; (d): 光谱检测与数值模拟的误差

#### Fig. 6 Radial temperature distribution at the arc transverse 0.5 mm away from the end of nozzle at 2 A average current

(a): Temperature cloud map indirectly measured in this paper; (b): Temperature cloud map calculated by numerical simulation;(c): Normalized value in distribution of temperature; (d): The error between spectral detection and numerical simulation

(3)电弧径向端面上在2个特征谱线(波长为856.221 和771.308 nm)光辐射强度有在电弧轴中心处达到最大值的 特征,该最大光辐射强度从喷嘴至工件呈现先减后增现象, 电弧径向半径从喷嘴至工件则是先减小、再保持、然后增 大,其形貌为底部呈蘑菇状的准柱形。

(4)研究通过光谱间接检测得到的2A电弧的最高温度 在微束等离子弧焊电弧的温度范围内,且在归一化后与数值 模拟的电弧径向温度场分布较吻合。

#### References

- [1] Alan M, Viktor S, Milan H. Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy, 2017, 133: 14.
- [2] Fatemeh S M, Khosro M, Babak S. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51: 382.
- [3] XU Chen, HUA Xue-ming, YE Ding-jian, et al(徐 琛,华学明,叶定剑,等). Spectroscopy and Spectral Analysis(光谱学与光谱分析), 2018, 38(7): 1993.
- [4] Chen Minghua, Xin Lijun, Zhou Qi, et al. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 100: 208.
- [5] HU Rui, WANG Wei, ZHANG Xiong-xing, et al(胡 锐, 王 伟, 张雄星, 等). Measurement & Control Technology(测控技术), 2018, 37(4): 97.
- [6] DU Jian-peng, LIANG Hai-xia, WEI Su-hua(杜健鹏, 梁海霞, 魏素花). CT Theory and Applications(CT 理论与应用研究), 2017, 26 (4): 435.
- [7] NIU Chun-yang, QI Hong, WANG Da-lin, et al(牛春洋,齐 宏,王大林,等). Journal of Engineering Thermo-Physics(工程热物理学报), 2013, 34(11): 2147.
- [8] Zhang Mengmeng, David Buttsworth, Rishabh Choudhury. Combustion and Flame, 2018, 197: 369.
- [9] WANG Ang-yang, HE Jian-ping, YUE Yao-tao, et al(王昂洋,何建萍, 負垚韬, 等). Transactions of the China Welding Institution(焊接学报), 2016, 36(7): 70.
- [10] SUN Cheng-qi, AN Lian-tong, YANG De-ming, et al(孙成琪, 安连彤, 杨德明, 等). Transactions of the China Welding Institution(焊接学报), 2016, 37(6); 31.
- [11] Cheng Yuanyong, Jin Xiangzhong, Li Shichun, et al. Optics & Laser Technology, 2012, 44: 1426.
- [12] Gao Yiqing, Yu Qiuxiang, Jiang Wenbo, et al. Optics & Laser Technology, 2010, 42: 61.

# Three-Dimensional Arc Spectrum and Anti-Interference Decoupling in Micro Plasma Arc Welding

#### ZHANG Hu, HE Jian-ping\*, LINYANG Sheng-lan

College of Materials, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China

Abstract In view of the limitation in temperature field measurement of welding arc by two-dimensional arc spectral method, the detection of light radiation intensity at arbitrary points within arc based on three-dimensionally spectral acquisition system with confocal optic path as the key is studied. With arc light radiation intensity at each point on the central line (this line was on an arc transverse) perpendicular to detecting direction, Abel Inverse Transform is used for a reference for anti-interference de-coupling, in order relative emission coefficients of light radiation intensity at arbitrary points within arc to be rebuilt. Interference problems resulted from focally spectral measurement at an arbitrary point within arc using the studied three-dimensionally spectral acquisition systemwere solved. According to rebuilt relative emission coefficient about Ar II characteristic spectrum (wave length arc 771. 308 and 856. 221 nm) of arc in micro-plasma arc welding with 2 mm torch height and 2 A welding current, threedimensional temperature distribution of arc was obtained by relatively spectral intensity. Furthermore, Arc temperature distribution and arc geometry achieved in this way were discussed, and temperature field was compared with the numerical calculation results under same welding conditions. It is shown in the study that the studied three-dimensionally spectral acquisition system can be effectively used to acquire light radiation at a point in arc three-dimensional space. Radially spectral maps were non-axisymmetric with elongation due to a limitation of confocal optic path. However, the radially spectral maps with anti-interference decoupling were axisymmetric. Although the distribution of arc light relative emission coefficients with interference resistance decoupling appears off-axis phenomenon, light radiation at the off-axis arc center reached maximum. The maximum light radiation at the location from nozzle to workpiece reduced firstly and then increased. This distribution is in agreement with "two-peak" distribution of arc light radiation. Moreover, when the location of arc was from nozzle to workpiece, arc radius decreased firstly, then kept certain value followed by increasing, leading to a quasi-column profile. This arc profile agreed with short arc geometry (height of arc torch was 2 mm) relative to welding current 2 A. In addition, the maximum value indirectly detected for welding current 2 A using three-dimensionally spectral acquisition and anti-interference de-coupling is in the temperature range of arc in micro-plasma arc welding. Furthermore, radial temperature distribution detected in this study is in agreement with the results by numerical simulation for temperature field. The maximum error was only about 0.03.

Keywords Arc in micro plasma arc welding; Spectrum detection; Anti-interference decoupling; Abel Inverse Transform; Arc temperature field

(Received Nov. 29, 2018; accepted Mar. 8, 2019)

\* Corresponding author