# 非球形气溶胶粒子散射相函数经验公式

程 晨1,徐青山1\*,朱 琳1,2

中国科学院安徽光学精密机械研究所基础科学中心光电探测室,安徽 合肥 230031
 中国科学技术大学研究生院科学岛分院,安徽 合肥 230031

**摘 要** 散射相函数是研究电磁波传输特性的重要参数,直接影响电磁波传输方程的简化程度和解的精度。 基于电磁散射与辐射传输中的基本理论,对非球形粒子散射相函数的经验公式进行了研究。为了很好的模 拟非球形粒子的后向散射峰值,提高辐射传输方程的简化程度和解的精度,提出了一种新的相函数经验公 式。分析新的相函数对非球形粒子的适用性,以单个沙尘性气溶胶为例,计算了不同形状粒子的 Henyey-Greenstein\*相函数和新的相函数随角度的变化,并与T矩阵法的计算结果进行了对比,发现椭球形粒子的 长短轴比和有限长圆柱形粒子的径长比大于 0.5 时,新的相函数在大角度后向散射部分与T矩阵法的吻合 程度较高。考虑波长变化,对比了尺寸谱满足对数正态分布的四种气溶胶粒子的 Henyey-Greenstein\* 相函数 和新的相函数与T矩阵法的计算结果。研究表明,对于椭球形粒子和有限长圆柱形粒子,在大角度(大于 90°)后向散射部分,除了 0.694 时的椭球形海洋性气溶胶,新的相函数均方根差较小的占 100%,证明了新 的相函数可以较好的模拟非球形粒子的后向散射特征。新的相函数对准确模拟辐射传输过程具有重要意义。

关键词 非球形粒子;相函数;经验公式;后向散射 中图分类号:O431.1 文献标识码:A DOI: 10.3964/j.issn.1000-0593(2019)01-0001-07

## 引 言

大气气溶胶是指悬浮在大气中的直径为 10<sup>-3</sup>~10<sup>1</sup> μm 的 固体或液体颗粒组成的体系。由于它是由不同相态物体组成 的,虽然含量很少,但对大气中发生的许多物理化学过程都有 重要的影响。为了加强对大气气溶胶的研究,国际上已经实施 了几个较大的气溶胶研究项目<sup>[1]</sup>,目前我国有关大气溶胶的 研究主要集中在非球形气溶胶粒子散射和吸收特性以及环境 因素对粒子辐射特性的影响<sup>[1]</sup>。其中非球形粒子的散射相函 数是非球形粒子散射特性研究的主要工作之一。散射相函数 的计算模型主要有散射理论模型和简化的经验模型两类。

利用散射理论计算气溶胶粒子的散射过程中,为了计算 方便,常把气溶胶粒子假设为球形,可以由 Mie 理论计算得 出<sup>[2]</sup>,然而实际情况下的大气气溶胶粒子是各种各样的非球 形,其散射特性的计算方法有:时域有限差分方法 (FDTD)<sup>[3]</sup>、T矩阵方法<sup>[4]</sup>、分离变量方法<sup>[5]</sup>。

为了辐射传输理论计算的方便,常用简化的经验模型来 近似描述球形粒子的散射特性,其中 Henyey-Greenstein(H- G)相函数以及 Henyey-Greenstein\*(H-G\*)相函数是最常见 的简化经验模型。然而 H-G 相函数以及 H-G\*相函数不能 很好的拟合非球形粒子散射相函数的后向散射特性<sup>[6]</sup>,为了 能够很好的模拟非球形粒子的后向散射特性,结合 Rayleigh 相函数和 H-G 相函数,提出了一种新的简化的经验模型 (RH-G 相函数)。以椭球形粒子和有限长圆柱形粒子为例, 验证新的散射相函数的计算精度,将新的散射相函数的计算 结果与 T 矩阵法的计算结果进行对比,并对计算结果的误差 进行了分析。为更准确、简便的计算非球形粒子的散射特性 提供理论支持。

### 1 散射相函数

散射相函数是研究粒子与入射波相互作用的重要途径之一<sup>[7]</sup>,是将某个方向的入射能量散射到其他方向的概率,为 准确地描述散射相函数,定义相函数为角方向上的散射辐射 能量与各向同性散射时该方向散射辐射能量之比<sup>[8]</sup>。

#### 1.1 T矩阵与散射相函数

按照定义来计算非球形粒子的散相函数时常采用T矩

收稿日期: 2017-06-04,修订日期: 2017-10-25

基金项目:国家自然科学基金项目(41576185)和气象专项课题(GYHY201106002-03)资助

作者简介:程 晨,1989年生,中国科学院安徽光学精密机械研究所博士后 e-mail: cheng006@163.com

阵法。T矩阵法是基于麦克斯韦方程得到的计算非球形粒子 散射特性的重要方法,目前主要用于计算椭球型、有限长圆 柱形等旋转对称粒子的散射特征<sup>[9]</sup>。T矩阵实质上是电磁波 入射场与散射场之间的一个传输矩阵,它与粒子的复折射 率、尺寸等固有特性有关,而与电磁波的入射场和散射场无 关。旋转对称粒子的散射特性可以通过无量纲斯托克斯散射 矩阵表示<sup>[9]</sup>

$$F(\theta) = \begin{bmatrix} a_1(\theta) & b_1(\theta) & 0 & 0\\ b_1(\theta) & a_2(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_3(\theta) & b_2(\theta)\\ 0 & 0 & -b_2(\theta) & a_4(\theta) \end{bmatrix}$$
(1)

其中 θ 是入射光线与散射光线之间的夹角,即散射角。散射 矩阵的八个矩阵元中,有六个是相互独立的,其中矩阵元 a<sub>1</sub> (θ)是散射相函数,它满足归一化条件<sup>[10]</sup>

$$\frac{1}{2} \int_{0}^{\pi} \mathrm{d}\theta a_{1}(\theta) \sin\theta = 1 \tag{2}$$

### 1.2 简化的经验模型

按照散射相函数的定义模拟粒子的散射特性,可保证计 算精度,但缺点是计算时间长、效率低;为了减小计算时间、 提高效率,常使用简化的经验模型<sup>[6]</sup>。

1.2.1 H-G 相函数

使用理论方法计算散射相函数的过程比较复杂,为了计算方便,常用表达形式简单、数值计算方便的 H-G 相函数来 替代<sup>[2]</sup>

$$p_{\rm HG}(\theta,g) = \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos\theta)^{3/2}}$$
(3)

其中 θ 是散射角, g 是不对称因子。H-G 相函数可以较好模 拟球形粒子前向散射峰, 但是不能正确模拟后向散射, 且当 g→0 时, 该相函数不能还原成瑞利散射相函数

$$p_{\rm R}(\theta) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \theta) \tag{4}$$

1.2.2 双 H-G 相函数

为了克服 H-G 相函数不能正确模拟后向散射这个缺陷, Cornette 和 Kattawer<sup>[2]</sup>提出使用双 H-G 相函数(DH-G 相函数)来近似

$$p_{\text{DHG}}(\theta, f, g_1, g_2) = (1 - f) p_{\text{HG}}(\theta, g_1) + f p_{\text{HG}}(\theta, g_2)$$
$$g_1 > 0, g_2 < 0 \tag{5}$$

DHG 相函数虽然可以较好地体现球形粒子的散射特征,但 是解析式是由三个参数确定的:f是一个正的参数; $g_1$ 是正 值,表示前向散射部分; $g_2$ 是负值,表示后向散射部分,使 用起来比较复杂,不适合实际应用。当 $g \rightarrow 0$ 时,为了将双 H-G 相函数还原成瑞利散射相函数,前向散射峰和后向散射 峰需要相等,即 $g_1 = -g_2$ ,且 $f = \frac{1}{2}$ ,但此时两者之间仍不 能很好的吻合,最小均方根误差为 0.15<sup>[2]</sup>。且 H-G 相函数、 DH-G 相函数只适用于粒子的尺寸参数不是太小的情况。 1.2.3 H-G\* 相函数

为了能很好的模拟后向散射问题,Cornette 和 Shanks 利用 Rayleigh 相函数与 H-G 相函数推导出了改进的 H-G 相函数,即 H-G\*相函数<sup>[2]</sup>

$$p(\theta,g) = \frac{3}{2} \frac{1-g^2}{2+g^2} \frac{1+\cos^2\theta}{(1+g^2-2g\cos\theta)^{3/2}}$$
(6)

对于球形粒子来说,该相函数在一定程度上弥补了 H-G 相 函数和 DH-G 相函数的不足,且只有一个自由参数 g,在 $g \rightarrow$ 0 时,与瑞利散射相函数吻合;当  $g \rightarrow$ 1 时,近似于 H-G 相函 数。

1.2.4 新提出的相函数经验公式

H-G<sup>\*</sup>相函数和 H-G 相函数既不能很好的拟合非球形粒 子散射的后向散射特征,也不能拟合相函数的振荡<sup>[9]</sup>。为了 能够很好的模拟非球形粒子的后向散射特征,对 H-G 相函 数解析式与瑞利散射相函数解析式按照不对称因子进行修 正。将新的相函数数表示成 H-G 相函数和瑞利相函数以及 不对称因子的多项式的和,其中 H-G 相函数和瑞利相函数 的系数是不对称因子 g 的多项式。要求在角度大于 90°时, 增大后向散射峰值,且在 g→0 时,新的相函数与瑞利散射 相函数吻合;当 g→1 时,新的相函数近似于 H-G 相函数。 基于这些考虑,改进散射相函数为(RH-G)

$$p_{\rm RHG}(\theta,g) = \frac{(1-g^2)}{(1+g^2-2g\cos\theta)^{3/2}} + \frac{3(1-g)}{4}(1+\cos^2\theta) + (g-1)$$
(7)

该相函数在一定程度上增大了后向散射峰,解析式形式简 单,只有一个自由参数。

## 2 单个非球形粒子散射特性

为了验证新的相函数经验公式在计算非球形粒子上的适 用性,利用 H-G\*,RH-G 相函数计算了单个椭球形气溶胶 粒子和有限长圆柱形粒子的相函数随角度的变化关系,并以 T 矩阵法的计算结果作为标准<sup>[11]</sup>来分析简化的经验模型的 计算精度。

#### 2.1 数值结果

大气中气溶胶和云的强散射主要发生在短波波段,且由 于我国西北沙尘的传输与粉尘的飘移,导致我国绝大部分地 区的气溶胶类型以沙尘为主<sup>[12]</sup>,因此以沙尘性粒子为例,取 波长为 0.633  $\mu$ m,气溶胶粒子等效体积半径为  $r_v = 1 \mu$ m,复 折射率为  $m = 1.52 - 0.08i^{[12]}$ 。非球形粒子以椭球形粒子和 有限长圆柱形粒子为例,图 1 中给出了椭球形粒子的长短轴 比(a/b)和有限长圆柱形粒子的径长比(D/L)为 0.6,0.8, 1.5 和 2.0 时,H-G\*相函数、RH-G 相函数和 T 矩阵法计算 的相函数随角度的变化。

由图 1 可知,(1)H-G\*相函数、RH-G相函数和 T 矩阵 方法一样,都可以描述非球形粒子散射相函数随角度的变化 趋势:前向散射主瓣区集中了大部分散射能量,后向散射次 之,侧向散射最弱;随着 a/b 和 D/L 的变化,粒子的散射能 量随角度的变化在前向散射部分比较接近,而在大角度后向 散射部分差异比较明显;(2)a/b 和 D/L 从 0.6 变化到 2.0 的过程中,RH-G 相函数与 T 矩阵法计算的相函数的吻合程 度高于 H-G\*相函数。说明 RH-G 相函数增大后向散射峰值 是合理的,且相对于 H-G\*相函数来说,RH-G 相函数在描述 椭球形粒子和有限长圆柱形粒子散射特性上具有一定的优势。

### 2.2 误差分析

为了进一步说明 RH-G 相函数提高大角度后向散射的 合理性,及在描述非球形粒子后向散射上的优势,比较了 H-G\*相函数、RH-G 相函数与 T 矩阵法在角度大于 90°时的均 方根差值。对比时,角度间隔为 5°,均方根差值表示为

$$\sqrt{\sum_{\theta=90,180} [p_x(\theta) - p_i(\theta)]/19}$$
(8)

式中, $p_x(\theta)$ 是散射角 $\theta$ 处不同相函数经验公式的计算值, $p_i$ ( $\theta$ )是相同角下 T 矩阵法的计算值。H-G<sup>\*</sup> 相函数、RH-G 相 函数与 T 矩阵法得到的相函数的均方根误差如图 2 所示,其 中椭球形粒子的长短轴比(*a/b*)和有限长圆柱形粒子的径长 比(*D/L*)为 0.3~3.0,间隔为 0.1。

由图 2 可知,在 a/b 和 D/L 小于 0.5 时,RH-G 相函数 的均方根差大于 H-G\*相函数,说明此时 H-G\*相函数与 T 矩阵法的吻合程度较高,这是由于在小于 0.5 时,粒子的后 向散射不明显,而 RH-G 相函数提高了后向散射部分,所 RH-G 相函数会出现较大的均方根差。



图 1 沙尘性气溶胶粒子散射相函数(a)椭球形(b)有限长圆柱体







在 a/b 和 D/L 大于 0.5 时,随着 a/b 和 D/L 的增大,均 方根差有先增大后减小的趋势,当 a/b=1.5 和 D/L=1.5 时,均方根误差最大。之所以出现这样的变化是因为:在 a/b 和 D/L 小于 1.0 时,随着 a/b 和 D/L 的增大,非球形粒子 逐渐接近于球形,真实相函数的振荡会进一步加剧,振荡峰 的数目增多,振荡幅度明显增大,RH-G 相函数和 H-G\*相 函数比较平滑,所以 RH-G 和 H-G\*相函数与 T 矩阵法之间 的均方根差也逐渐增大;当 a/b=1.5 和 D/L=1.5 时,真实 相函数的振荡最厉害,与相函数解析式的误差最大,所以出 现误差峰值,波峰两侧呈现小幅度的波动。而且此时 RH-G 相函数的均方根误差小于 H-G\*相函数,说明此时非球形粒 子的后向散射比较明显, RH-G 相函数提高了后向散射能力, 与 T 矩阵法计算结果的吻合程度较高。

3 气溶胶粒子体散射特性

为了进一步分析新的相函数在描述后向散射上的适用 性,比较了新的相函数与T矩阵法计算的多分散系气溶胶散 射的结果。

### 3.1 数值结果

LAMAP 在标准辐射大气模式中将平流层气溶胶粒子按 照成分分成的4类气溶胶粒子(可溶性、沙尘性、海洋性和煤 烟粒子),对这四类气溶胶粒子进行计算,气溶胶粒子尺寸 谱分布符合对数正态分布,其典型数据如表 1<sup>[7]</sup>所示;波长、 等效体积半径和复折射率如表 2<sup>[10]</sup>所示,其中椭球形粒子的 长短轴比 a/b=2,有限长圆柱形粒子的径长比 D/L=2,选 择霾粒子的典型尺寸  $r_{\min}=0.01 \ \mu m$ , $r_{\max}=1 \ \mu m$ 。图 3 是不 同波长下四种椭球形粒子的散射相函数随角度的变化;图 4 是不同波长下四种有限长圆柱形粒子的散射相函数随角度的 变化。

4

表 1 气溶胶粒子尺度分布 Table 1 Particle-size distributions

气溶胶类型	尺寸分布
可溶性气溶胶	对数正态(σ=1.095 27, r <sub>m</sub> =0.05 μm)
沙尘性气溶胶	对数正态(σ=1.095 27, r <sub>m</sub> =0.05 μm)
煤烟粒子	对数正态(σ=0.693 17, r <sub>m</sub> =0.011 8 μm)
海洋性气溶胶	对数正态(σ=0.920 28, r <sub>m</sub> =0.3 μm)

表 2 气溶胶粒子的光学参数 Table 2 Particle optical properties

	折射率								
波长	波长 可溶性气溶胶		沙尘性气溶胶		煤烟粒子		海洋性气溶胶		
	实部	虚部	实部	虚部	实部	虚部	实部	虚部	
300.0	1.530	$-8.00 \times 10^{-3}$	1.530	$-8.00 \times 10^{-3}$	1.740	$-4.70 \times 10^{-1}$	1.395	$-5.83 \times 10^{-7}$	
400.0	1.530	$-5.00 \times 10^{-3}$	1.530	$-8.00 \times 10^{-3}$	1.750	$-4.60 \times 10^{-1}$	1.385	$-9.90 \times 10^{-9}$	
550.0	1.530	$-6.00 \times 10^{-3}$	1.530	$-8.00 \times 10^{-3}$	1.750	$-4.40 \times 10^{-1}$	1.381	$-4.26 \times 10^{-9}$	
694.0	1.530	$-7.00 \times 10^{-3}$	1.530	$-8.00 \times 10^{-3}$	1.750	$-4.30 \times 10^{-1}$	1.376	$-5.04 \times 10^{-8}$	

由图 3 和图 4 可知,(1) 在波长较小时,对于体积相同的 不同形状的气溶胶粒子,散射相函数的差别特别明显,主要 原因是不同形状的气溶胶粒子,其与电磁波相互作用的结果 不同,不同形状气溶胶粒子的散射效率因子和不对称因子都 不同,且波长较小时,粒子的散射光强度分布曲线呈现显著 振荡,这说明散射光强度并非是各向同性,粒子形状将对散 射产生明显影响。而随着波长的逐渐增大,前后向散射由振 荡而趋于平滑,且有趋于前后向对称分布的趋势。这说明入 射波长的增大,由于粒子几何尺寸所带来的散射影响逐渐减 小,此时散射特征更多受粒子复折射率的影响。(2)RH-G相 函数、H-G\*相函数与T矩阵法都可以正确描述非球形 粒子散射相函数随角度的变化趋势:随着折射率实部的增





加,前向散射峰值逐渐增大;随着折射率虚部的增加,后向 散射有减小的趋势。这是由于粒子的前向散射以衍射为主, 主要受折射率实部影响, 随着折射率实部的增加, 前向散射 逐渐增强;随着折射率虚部的增加,相同 a/b 和 D/L 下,椭 球形粒子和有限长圆柱形粒子的侧向和后向散射对应的振荡 逐渐弱化并最终消失, 所以 RH-G 相函数与 T 矩阵法计算的 相函数的大角度后向散射部分的吻合程度也越来越高。(3) 沙尘性气溶胶粒子和海洋性气溶胶粒子的侧向和后向散射比 较明显,这是由于沙尘性气溶胶粒子和海洋性气溶胶粒子的 侧向和后向散射对形状畸变比较敏感,而前向散射的敏感性 较弱,所以沙尘性气溶胶和海洋性气溶胶的侧向和后向散射 比较明显:可溶性气溶胶粒子和煤烟粒子的散射相函数变化 比较平滑,前后向散射较强,侧向散射角弱,散射能量分布 近对称,各向的散射强度均在一个量级上,这与两种粒子的 尺寸有关。RH-G相函数和T矩阵法都可以很好的反映这种 情况。

#### 3.2 误差分析

误差的计算方法和计算公式如 3.2 节所示。表 3 是四种 多分散系椭球形气溶胶粒子的不同相函数的均方根差,表 4 是多分散系有限长圆柱形气溶胶粒子的不同相函数的均方根 差。

随着波长的增大, RH-G 相函数和 H-G\* 相函数的均方 根误总体来说有减小的趋势。随着折射率虚部的增加, RH-G 相函数与 T 矩阵法在大角度后向散射部分的均方根越来 越小,几种气溶胶粒子中,煤烟粒子后向散射相函数的均方 根误差最小。这是由于随着折射率的增加,光线越来越多的 被吸收,导致粒子的透射光含量越来越少,椭球形粒子的侧 向和后向散射相函数的差别逐渐变大,但整体上趋于平滑, 此时 RH-G 相函数描述的大角度后向散射与 T 矩阵法的吻 合程度也越来越高,说明了 RH-G 相函数提高后向散射的必 要性和合理性。

椭球形气溶胶粒子中 RH-G 相函数与 T 矩阵法的均方 根差较小的占总数 95%,说明椭球形粒子中大部分情况下, RH-G 相函数在大角度后向散射上与 T 矩阵法的吻合程度较 好;有限长圆柱形气溶胶粒子中,RH-G 相函数与 T 矩阵法 的均方根差值均小于 H-G\*相函数与 T 矩阵法的均方根差 值,即有限长圆柱形气溶胶粒子中,RH-G 相函数在大角度 后向散射上与 T 矩阵法的吻合程度较好。以上结果说明,用 RH-G 相函数来近似计算非球形粒子的散射相函数,与实际 情况的相函数差距较小。

0.649 μm 的海洋性气溶胶粒子中出现 RH-G 相函数后 向散射的拟合效果比 H-G\*相函数差的原因是此时海洋性气 溶胶粒子的尺度参数最接近 1,真实相函数的振荡最厉害, 而相函数解析式描述的相函数随角度的变化曲线比较平滑, 所以此时均方根最大。随着波长的增大,H-G\*相函数与 RH-G 相函数的相函数误差在减小,原因是随着波长的增 大,粒子尺度对散射的影响逐渐减小。 表 3 多分散系椭球形气溶胶粒子不同相函数的均方根比较

Table 3 Comparisons of the RMSE between the RH-G phase function, the H-G\*

phase function and the T-matrix method of ellipsoidal aerosol particle

	RMSE							
波长/nm	海洋性气溶胶		沙尘性气溶胶		煤烟气溶胶		可溶性气溶胶	
	H-G *	RH-G	H-G *	RH-G	H-G*	RH-G	H-G *	RH-G
300	0.735 4	0.323 0	0.790 4	0.313 2	0.317 7	0.140 0	0.790 4	0.313 2
400	0.445 3	0.104 9	0.953 0	0.494 0	0.303 4	0.110 9	1.021 3	0.544 2
550	0.194 8	0.075 0	0.660 5	0.252 2	0.262 1	0.046 4	0.684 1	0.268 8
694	0.085 4	0.176 4	0.374 5	0.008 7	0.225 2	0.014 0	0.380 4	0.012 5

### 表 4 多分散系有限长圆柱形气溶胶粒子不同相函数的均方根比较

## Table 4 Comparisons of the RMSE between the RH-G phase function, the H-G\* phase

nd the T-matrix method of finite length cylinder aerosol particle
nd the T-matrix method of finite length cylinder aerosol particle

	RMSE							
波长/nm	海洋性气溶胶		沙尘性气溶胶		煤烟气溶胶		可溶性气溶胶	
	H-G *	RH-G	H-G*	RH-G	H-G*	RH-G	H-G*	RH-G
300	0.656 8	0.251 8	0.921 8	0.490 0	0.340 8	0.161 4	0.921 8	0.490 0
400	0.403 3	0.055 7	0.906 0	0.473 8	0.329 8	0.136 7	0.962 7	0.516 0
550	0.210 1	0.058 6	0.738 6	0.308 1	0.295 3	0.079 8	0.768 3	0.330 8
694	0.708 8	0.183 7	0.422 2	0.055 3	0.253 4	0.015 0	0.428 9	0.060 0

## 4 结 论

提出了一种用于计算非球形粒子散射特性相函数的经验 公式(RH-G相函数),合理提高了后向散射峰值,公式简单, 计算方便。RH-G相函数可以很好的描述椭球形气溶胶粒子 和有限长圆柱形粒子的后向散射特性,计算结果与T矩阵法 存在较小的误差。RH-G相函数作为一个简化的模型来处理 非球形粒子的散射特性是恰当的,可以简化辐射传输方程的 求解过程。

**致谢:** 感谢 NASA 的 Michael Mishchenko 教授提供的 T 矩阵程序。

#### References

- [1] XU Li-sheng, CHEN Hong-bin, DING Ji-lie(许丽生,陈洪滨,丁继烈). Advanses in Earth Science(地球科学进展), 2014, 29(18): 903.
- [2] HUANG Chao-jun, WU Zhen-sen, LIU Ya-feng(黄朝军, 吴振森, 刘亚峰). Infrared and Laser Engineering(红外与激光工程), 2012, 41(3): 580.
- [3] Taflove A, Hagness S C. Computational Electrodynamics. Boston: Artech House, 2000. 2.
- [4] Mishchenko M I. Optics and Image Science, 1991, 8: 871.
- [5] SUN Xian-ming, WANG Hai-hua, LIU Wan-qiang(孙贤明, 王海华, 刘万强). Acta Optica Sinica(光学学报), 2010, 30(5): 1505.
- [6] BAI Lu, TANG Shuang-qing, WU Zhen-sen(白 璐, 汤双庆, 吴振森). Acta Phys. Sin. (物理学报), 2010, 59(3): 1749.
- [7] LUO Shuang, YIN Qiu(罗 双, 尹 球). Acta Optica Sinica(光学学报), 2017, 37(2): 0229002-1.
- [8] Wang Z, Cui S C, Yang J, et al. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 2017, 189: 283.
- [9] Van de Hulst H C. Light Scattering by Small Particles. New York: Wiley, 1957. 8.
- [10] Liou K N. An Introduction to Atmospheric Radiation. 2rd ed. Beijing: China Meteorological Press, 2004. 181.
- [11] Mishchenko M I, Travis L D. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 1998, 60(3): 309.
- [12] HU Shuai, GAO Tai-chang, LIU Lei(胡 帅,高太长,刘 磊). Journal of the Meteorological Sciences(气象学报), 2014, 34(6): 612.

# **Empirical Expression of Phase Function for Non-Spherical Particles**

CHENG Chen<sup>1</sup>, XU Qing-shan<sup>1 \*</sup>, ZHU Lin<sup>1,2</sup>

2. Science Island Branch of Graduate School, University of Science and Technology of China, Hefei 230031, China

Abstract In electromagnetic radiative transfer calculations, the accuracy and the computation timeare usually determined by the representation of scattering phase function. Accurate calculations are time consuming even for non-spherical particles. In order to get a better fit to exact calculations and simulate the backward-scattering peak of non-spherical particles, we developed a new empirical expression of non-spherical based on the fundamental theory of electromagnetic scattering and radiation transmission. This empirical expression of phase function is an algebraic expression with one single free parameter(asymmetry factor), and can be expanded into Legendre polynomials. We compared the Henyey-Greenstein\* phase function and the new empirical expression with the T-matrix method for dustlike aerosol with different geometric shape, and found the new empirical expression provided a more realistic description for the scattering of non-spherical particles. Furthermore, the calculated value for ratio of scattering intensity at 90 degree to the scattered intensity in the backward direction is more reasonable when the ratio of the horizontal to rotational axes and the diameter-to-length ratio is larger than 0.5. We also investigated the effectiveness in approximating scattering from polydispersed particles by comparison between the new empirical expression, the Henvey-Greenstein\* phase function and the T-matrix method for four of the log normal distribution polydispersions. The results show that the new empirical expression fits the T-matrix method much better than the Henyey-Greenstein\* phase function. For the new empirical expression, the RMSE is small for 100% data except for the ellipsoidal oceanic aerosol at the wavelength of 633 nm. Similarly, the effectiveness of the new empirical expression is significant when we calculate the ratio of scattered intensity at 90 degree to the scattered intensity in the backward direction of non-spherical aerosol. In summary, the new empirical expression provides more accurate calculation for scattered intensity of non-spherical particles in the backward direction, and is helpful in electromagnetic radiative transfer calculations, and the reformatting radiative transfer models in terms of the new empirical expression should require relatively less effort.

Keywords Non-spherical particle; Phase function; Empirical expression; Backward scattering

(Received Jun. 4, 2017; accepted Oct. 25, 2017)

\* Corresponding author

<sup>1.</sup> Laboratory of Photoelectic Detection, Center of Fundamental Science, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China