文章编号：1672-3392(2024)04-0105-06

一种改进经验模态的原子钟数据去噪算法

魏文晓　马　晖　姜浩楠　肖　涵　戴幻尧

（中国人民解放军 63892 部队，河南 洛阳 471003）

摘要　原子钟受仪器内部硬件设施及外界扰动等影响，钟组频差数据会出现噪声和粗差值，严重影响原子钟信号的稳定性和准确度，因此提出了一种改进原子钟去噪算法——改进 EMD-AKF 算法。将原子钟数据依据 3σ 准则进行粗差值剔除后，结合经验模态分解和自适应卡尔曼滤波对预处理后的数据进行分析，根据皮尔逊相关系数和自相关系数确定经验模态分解后 IMF 分量中的主导成分，对噪声主导的 IMF 分量进行自适应卡尔曼滤波去噪，最终重组出新的原子钟钟差数据。通过对处理前后的钟差数据进行稳定性评估得出，改进 EMD-AKF 算法使得原子钟信号的频率稳定度提升一个量级，极大降低了计数器等仪器噪声对原子钟频差数据的影响。

关键词　经验模态分解；自适应卡尔曼滤波；原子钟钟差数据；铯原子钟；阿伦方差

中图分类号　TH714.14　　**文献标识码**　A

1　引　言

原子钟频差数据的稳定性是表征原子钟性能的重要指标之一[1]，是决定原子钟在钟组中权重的重要因素，因此研究如何提升原子钟频差数据的稳定性是非常必要的。原子钟频差数据的误差主要包含两类：一类是在运行时受外界影响导致的相位抖动、跳频等误差；另一类是原子钟自身运行时引入的内部噪声。工程实际中针对第一类的相位抖动、跳频等误差一般通过 3σ 准则判断剔除。

针对第二类原子钟自身运行引入的内部噪声，最初常采用国家计量科学研究院采用的平均算法[2-4]，但该方法在去除噪声的同时会引起频差数据自身的失真。随着专家学者的研究发现，信号滤波算法对原子钟噪声信号处理能够在更大程度上保留数据自身的信息，因此目前常采用滤波的方法对原子钟数据的噪声进行处理。参考文献[5]通过小波方法、Vondrak 方法和卡尔曼(Kalman)滤波等 7 种方法对原子钟的噪声进行了去噪处理，其中 Kalman 滤波计算过程复杂、计算量大，小波分析算法则会根据小波函数的不同而导致滤波效果不同，自适应性差。因此，为避免 Kalman 滤波和小波分析的缺点，学者提出采用经验模态分解(Empirical Mode Decomposition，EMD)的方法对钟组数据进行去噪处理，EMD 算法具有更高的时频分辨率和自适应性，能够尽可能多地提取信号本身的信息。参考文献[6]采用 EMD 的方法对 5071A 铯原子钟信号进行了去噪处理；参考文献[7]则是在传统的 EMD 方法的基础上进行了改进，对每一个 IMF 分量进行了降噪，再利用小波阈值进行二次降噪，不仅增加了计算量，而且在一定程度上损失了信号的信息。

本文主要通过结合 EMD 和自适应卡尔曼滤波算法对原子钟频差数据的内部噪声进行处理，通过对 3σ 准则剔除后的频差数据进行 EMD 分解，对噪声主导的 IMF 分量进行自适应卡尔曼滤波，将滤波后的信号与信号主导的 IMF 分

收稿日期　2023-09-26　**收修改稿日期**　2023-12-06
作者简介　魏文晓(1997—)，女，主要研究方向为时频计量。

量重组，得到新的钟差信号，不仅大幅度减少了计算量，而且尽可能地保留了信号信息的完整性；处理前后的原子钟数据通过阿伦方差进行频率稳定度评估，验证了改进 EMD-AKF 算法的效果。

2 原子钟数据预处理

2.1 原子钟数据的模型

在计算原子时间尺度时，由于相位差测量数据带有时标信息，通常以相位差测量数据为基础，但该数据不利于异常值的发现和剔除，而频差测量数据更方便异常值的判断。因此对数据异常的处理较为有效的方法是将时差数据转化为频差数据，对频率数据进行检测[9]。

一般情况下，原子钟的时间尺度由两部分组成，分别为原子钟本身初始的确定性偏差和随机噪声引起的随机性偏差。对于随机性偏差目前国内外学者主要是将随机噪声的幂率谱模型看作五种噪声分类的线性叠加，即噪声幂率谱模型[10,11]。本文主要对去除原子钟数据中包含的随机噪声进行研究，因此将原子钟原始数据$x(t)$理想化为

$$x(t)=x'(t)+\delta(t) \tag{1}$$

式中，$x'(t)$为原子钟本身信号的数据，$\delta(t)$为原子钟数据中的噪声。在实际应用场景中，不同原子钟在不同时间段内起主要作用的噪声类型是不同的，如表 1 所示。

表 1 不同原子钟下的噪声类型

Table 1 Types of noise under different atomic clocks

噪声类型	铯原子钟	主动型氢钟	被动型氢钟
调相	–	$\tau\leqslant 100$ s	–
调频	$\tau\leqslant 10$ s	$100\text{ s}\leqslant\tau\leqslant 10^4$s	$\tau\geqslant 1$ s
调频闪变	$\tau\geqslant 1$ d	$\tau\geqslant 10^4$s	$\tau\geqslant 1$ d
调频随机游走	$\tau\geqslant 1$ 周	$\tau\geqslant 1$ 周	$\tau\geqslant 1$ 周

2.2 异常值的剔除

本文中原子钟的原始数据是根据计数器测量信号获得的相位差数据，且根据时标进行了预处理，故为方便异常值的发现和剔除，选择将相位数据转换为频率数据进行原子钟数据的处理。由于频差数据量较大，拉依达准则（3σ 准则）对于样本量较大的情况判断更为简便。因此为保证原子钟频差数据中粗差值完全剔除，选用循环 3σ 准则判断，如图 1 所示。

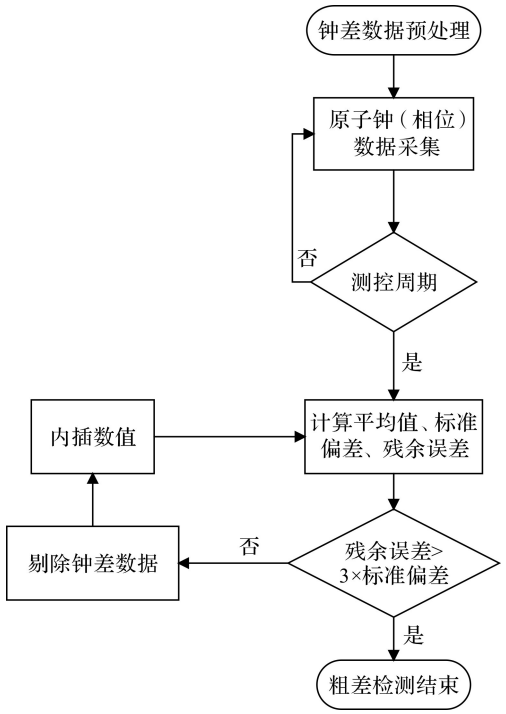

图 1 原子钟频差数据粗差值剔除流程图

Fig. 1 Flow chart of the gross error values elimination of atomic clock frequency difference data

钟差数据通过计算频差数据标准偏差确定随机误差范围，通过判断各个频差数据是否超出随机误差的范围检测数据是否为粗差值。根据 3σ 准则，数据落在 3σ 区间内的置信度为 0.99，频差数据与均值的偏差大于 3 倍的标准偏差，则判断该数据为粗差值，计算该数据前后频差值的平均值替代该数据，然后重新检测所有的频差数据是否均在置信区间内，直至频差数据中无粗差值。

图 2 所示为铯原子钟（CS-3000）2023 年 7 月 2 日（MJD60127）至 2023 年 7 年 12 日（MJD60137）共 10 天的频差数据异常值剔除前后的对比图，蓝色为原始频差，红色为剔除异常值后的频差。根据图中剔除前后对比可以看出使用 3σ 准则对频率的粗差检测是非常有效的，利用平均值替换粗差数据后没有频差数据的异常，仍然保持在之前频差数据波动的范围内。

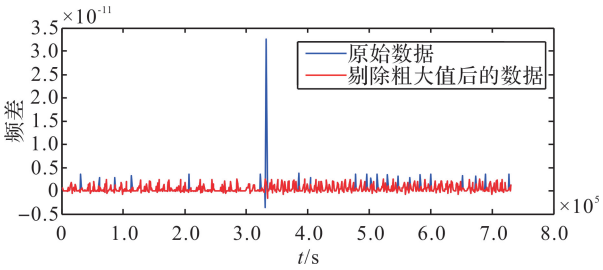

图 2　原子钟频差数据剔除粗差值前后对比图

Fig. 2　Comparison chart of atomic clock frequency difference data before and after removing the gross error value

3　降噪方法

EMD 算法[12]是一种依据数据的时间尺度特征来进行信号分解的自适应信号处理算法，适用于非线性非平稳信号的处理，采用该方法进行原子钟频差数据的处理，避免了 Kalman 滤波计算量大和小波阈值适应性差的缺点。EMD 算法通过对信号的筛选，将原始信号分解成不同频率的固有模函数（Intrinsic Mode Function，IMF）和一个余项之后，如式（2）所示：

$$x(t)=\sum_{i=1}^{N} f_{\mathrm{imf}}^{i}+r \tag{2}$$

式中，f_{imf}^{i}为第 i 个 IMF，r 为分解的余项，N 为 IMF 的总数。

3.1　模态集合的选择

EMD 分解后得到多个 IMF 分量，从高频到低频依次分布，前面部分的 IMF 分量主要为噪声主导，通常采用直接剔除的方法解决；中间部分 IMF 分量则主要为噪声和信号的混合，需要进一步地滤波处理获得更纯粹的频差信号；后面部分 IMF 分量则主要为信号分量，直接保留即可。因此 EMD 分解后重点在于如何区分前面部分 IMF 分量和中间部分 IMF 分量的个数。

1）确定前面部分 IMF 分量的个数 m

利用皮尔逊相关系数来确定 m。皮尔逊相关系数的表达式为

$$\rho_{XY_i}=\frac{\mathrm{Cov}(X,Y_i)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y_i)}} \tag{3}$$

式中，ρ_{XY_i}为 X 和 Y_i 之间的相关系数，X 为原子钟预处理后的频差数据，Y_i 为 EMD 分解后的第 i 个 IMF 分量。通过相关系数可以判断两个变量的线性相关程度，以此来决定 IMF 分量的主要表征成分。

表 2 显示了相关系数的大小和相关程度的关系。

表 2　相关程度判断标准

Table 2　Criteria for judging the degree of relevance

相关系数	相关程度
0.8~1.0	极强相关
0.6~0.8	强相关
0.4~0.6	中度相关
0.2~0.4	弱相关
0~0.2	极弱相关或无相关

IMF 分量中噪声含量越多，则与原子钟频差数据的相关性越高，相关系数越大。根据每个 IMF 分量与预处理后的频差数据的相关系数，相关系数数值大于 0.2，则认为 IMF 分量中的主导成分为噪声，从而确定出噪声主导的 IMF 分量的个数 m。

2）确定中间部分 IMF 分量的个数 n

利用自相关函数确定 n。噪声的自相关函数是一个冲激函数，IMF 分量与预处理后的频差数据相关，信号占 IMF 分量的主导成分时，自相关函数不是冲激函数，呈现出强相关性。根据自相关函数的方差，确定中间部分 IMF 分量的个数 n。

3.2　自适应卡尔曼滤波

自适应卡尔曼滤波（AKF）在估计状态的同时通过量测输出实时估计系统噪声参数，降低滤波发散的概率，提高滤波效果。量测噪声方差阵自适应算法的系统状态空间模型如下：

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\boldsymbol{W}_{k-1}\\ \boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{V}_k\end{cases} \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{X}_k$ 为系统状态矩阵；$\boldsymbol{Z}_k$ 为量测矩阵；$\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}$、$\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}$ 和 $\boldsymbol{H}_k$ 为系统已知的参数矩阵；$\boldsymbol{W}_{k-1}$ 为噪声，均值为 0，方差为 $\boldsymbol{Q}$；$\boldsymbol{V}_k$ 为量测噪声，均值为 0，方差未知，记为 $\boldsymbol{R}$。

自适应卡尔曼滤波对量测噪声处理的方程如式（5）：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}\\ \boldsymbol{P}_{k/k-1}=\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k)^{-1}\\ \boldsymbol{P}_k=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{H}_k)\boldsymbol{P}_{k/k-1}\\ \tilde{\boldsymbol{Z}}_{k/k-1}=\boldsymbol{Z}_k-\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}\\ \hat{\boldsymbol{X}}_k=\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}+\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{Z}}_{k/k-1}\\ \beta_k=\beta_{k-1}/(\beta_{k+1}+b)\\ \boldsymbol{R}_k=(1-\beta_k)\boldsymbol{R}_{k-1}+\beta_k(\tilde{\boldsymbol{Z}}_{k/k-1}\tilde{\boldsymbol{Z}}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}})\end{cases}\tag{5}$$

式中，$\hat{\boldsymbol{X}}_{k/k-1}$为状态预测；$\hat{\boldsymbol{X}}_k$为状态估计；$\boldsymbol{P}_{k/k-1}$为状态预测均方误差矩阵；$\boldsymbol{P}_k$为状态估计均方误差矩阵；$\boldsymbol{K}_k$为滤波增益；$\tilde{\boldsymbol{Z}}_{k/k-1}$为新息；$\beta_k$为动态加权系数；$b$为渐消因子。

通过自适应卡尔曼滤波后的重构混合信号的IMF分量、信号主导的IMF分量以及余项r重新组合，得到处理后的最终频差信号，表达式如公式(6)：

$$x'(t)=f'_{\mathrm{imf}}+\sum_{i=1}^{N}f_{\mathrm{imf}}^{i}+r\tag{6}$$

式中，$x'(t)$为去噪处理后得到的频差信号；f'_{imf}为滤波后重新组成的IMF分量。

4 实验及结果分析

4.1 预处理数据参数的确定

对原始钟差剔除粗差值后的数据进行EMD分解，得到8个IMF分量和一个余项信号，如图3所示。其中第一个信号为粗差值处理后的频差原始数据，最后一个为余项信号。

确定前面部分IMF分量的个数m。分别计算各阶IMF分量的相关系数值，如表3所示。从表3中可以看出，随着IMF分量阶数的增加，相关系数值越来越小，选择相关系数在[0.73, 0.2]范围内的IMF分量作为噪声主导的分量，即IMF1、IMF2和IMF3，m=3。

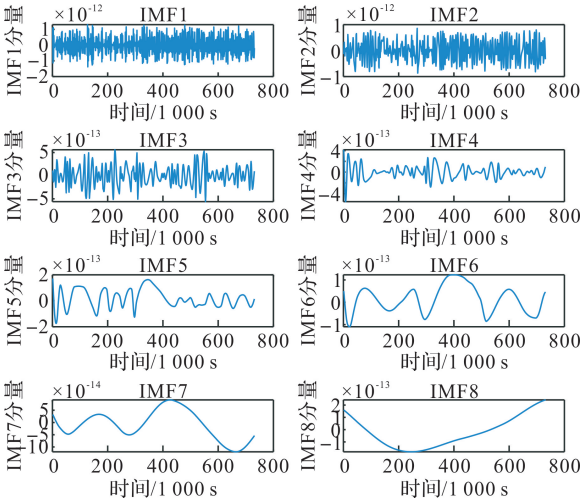

图3 EMD分解结果

Fig. 3 EMD decomposition results

表3 各阶IMF分量的相关系数值

Table 3 Correlation coefficient values for each order of IMF components

IMF	相关系数	IMF	相关系数
1	0.731 6	5	0.004 8
2	0.519 0	6	0.060 5
3	0.198 3	7	0.004 4
4	0.071 2	8	0.121 0

确定中间部分IMF分量的个数n。计算各阶IMF分量的自相关函数，如图4所示，自相关函数的方差值如表4所示。由图4可以看出，自相关函数从第5阶开始出现明显变化，前面的各阶IMF分量的自相关函数方差均小于0.01，因此将方差阈值设置为0.01，确定IMF3~IMF7分量为噪声和信号混合的中间部分IMF分量，即n=5。

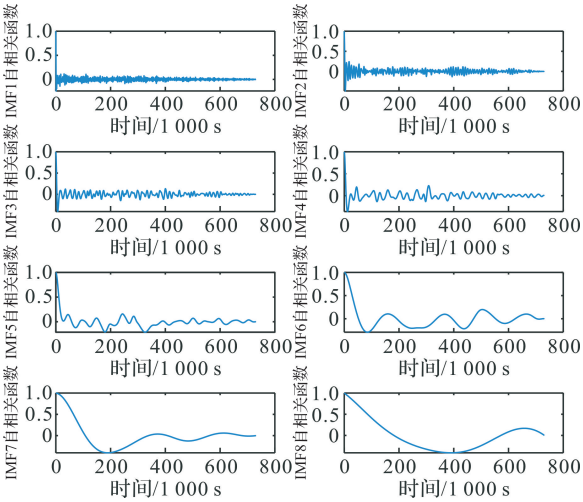

图4 各阶IMF分量的自相关函数

Fig. 4 Autocorrelation functions of IMF components of each order

表 4　各阶 IMF 分量自相关函数的方差

Table 4　Variance of the autocorrelation functions of IMF components of each order

IMF	方差	IMF	方差
1	0.002 4	5	0.016 8
2	0.005 6	6	0.045 5
3	0.006 2	7	0.091 7
4	0.009 5	8	0.129 6

4.2　实验结果的分析比较

为验证本文方法的有效性，采用 4 种不同方法对原始数据进行处理，分别为：1）预处理数据，对原始频差数据进行异常值剔除；2）卡尔曼滤波，对预处理后的频差数据进行卡尔曼滤波（KF）；3）小波去噪，对预处理后的频差数据基于启发式阈值进行小波变换去噪处理；4）改进方法（改进 EMD-AKF）。处理结果对比图如图 5 所示。

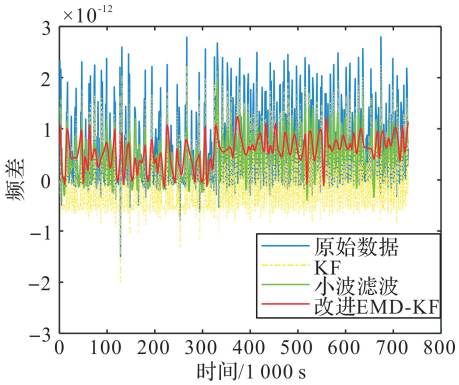

图 5　原始数据及不同滤波算法处理后的对比

Fig. 5　Comparison of raw data and processing by different filtering algorithms

将不同滤波算法之后的信号和预处理的频差信号进行阿伦方差评估稳定性，结果如表 5 所示。由表 5 可知，改进 EMD-AKF 算法能够使原子钟的频差数据稳定性基本提升一个量级，减小了计数器测量噪声等外部因素的影响。

表 5　不同去噪算法后频差数据的稳定度

Table 5　Stability of frequency difference data after different denoising algorithms

不同算法	阿伦方差（1 000 s）
预处理数据	$7.137\ 1\times10^{-13}$
卡尔曼滤波	$7.113\ 4\times10^{-13}$
小波去噪	$1.572\ 2\times10^{-13}$
改进 EMD-AKF	$7.345\ 0\times10^{-14}$

5　结　论

原子钟频差数据由于系统误差、随机误差的影响，会使频率相对于频率标称值存在误差，因此对粗差值进行判断是确保钟组数据正确性、完好性的首要条件。通过对剔除粗差值之后的频差数据进行 EMD 分解，将噪声主导的 IMF 分量进行自适应卡尔曼滤波去噪处理，之后重新与其余分量构建新的信号。结果证明，通过改进的 EMD-AKF 算法，原子钟频率数据的稳定性提升了一个量级。

参 考 文 献

[1] Levinea J. Introduction to time and frequency metrology[J]. Review of Sicentific Instruments, 1999, 70(6): 2567-2595

[2] 宋森尧, 徐建良, 李宗扬, 等. 时间频率计量[M]. 北京: 原子能出版社, 2002: 219-240.
SONG Sen-yao, XU Jian-liang, LI Zong-yang, *et al*. Time frequency[M]. Beijing: Atomic Energy Press, 2002: 219-240.

[3] Galleani L. A tutorial on the two-state model of the atomic clock noise[J]. Metrologia, 2008, 45(6): 175-182.

[4] Greenhall C A. A Kalman filter clock ensemble algorithm that admits measurement noise[J]. Metrologia, 2006, 43(43): 311-320.

[5] 李滚, 袁海波. 原子钟数据消噪方法比较研究[J]. 测试技术学报, 2006, 20(6): 512-516.
LI Gun, YUAN Hai-bo. A comparative study of noise reduction method for atomic clock data[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2006, 20(6): 512-516.

[6] QU L L, LI B. Analysis and application of atomic clock signal based on EMD[C]//2013 IEEE 11th International Conference on Electronic Measurement & Instruments, Harbin, China, 2013: 84 – 87.

[7] 惠恬, 赵高长, 苏军, 等. 原子钟数据的改进经验模态分解降噪[J]. 河南科技大学学报(自然版), 2021, 42(5): 45-50, 56.
HUI Tian, ZHAO Gao-chang, SU Jun, *et al*. Improved empirical mode decomposition for noise reduction of atomic clock data[J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science), 2021, 42(5):45-50,56.

[8] Mostafa A I, Hamza G G, Zekry A. Using EMD for smoothing atomic clock error in national time scale algorithm [C]//2019 7th International Japan-Africa Conference on Electronics, Communications, and Computations, (JAC-ECC), Alexandria, Egypt: 2019.12.15, 2019: 88-91.

[9] 董绍武, 袁海波, 屈俐俐, 等. 现代守时技术[M]. 北京: 科学出版社, 2022.
DONG Shao-wu, YUAN Hai-bo, QU Li-li, *et al*. Modern punctuality technology[M]. Beijing: Science Press, 2022.

[10] 肖胜红, 蔡志武, 王茂磊, 等. 幂律谱模型原子钟钟差仿真与噪声类型辨识[J]. 测绘科学与工程, 2014, 34(6): 67-73.
XIAO Sheng-hong, CAI Zhi-wu, WANG Mao-lei, *et al*. Power-law spectroscopy model atomic clock error simulation and noise type identification[J]. Surveying and Mapping Science and Engineering, 2014, 34(6): 67-73.

[11] Quinonez Varela G, Cruden A. Development of a small-scale generator set model for local network voltage and frequency stability analysis[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2007, 22(2): 368-375.

[12] Mostafa A I, Hamza G G, Zekry A. Enhancing the frequency stability of national time scale using EMD[J]. IEEEinstrumentation and Measurement Magazine, 2020, 23(2): 53-60.

An Improved Empirical Mode Data Denoising Algorithm for Atomic Clocks

WEI Wen-xiao MA Hui JIANG Hao-nan XIAO Han DAI Huan-yao

(Unit 63892 of the People's Liberation Army, Luoyang 471003, China)

Abstract Affected by the internal hardware facilities of the instrument and external disturbances, the clock group frequency difference data of the atomic clocks will have noise and coarse difference values, which seriously affect the stability and accuracy of the atomic clock signals. So an improved denoising algorithm for atomic clocks is proposed, that is the improved EMD-AKF algorithm. After the atomic clock data are removed from the coarse difference according to the 3σ criteria, the preprocessed data are analyzed by combining empirical mode decomposition and adaptive Kalman filtering. The dominant components in the IMF components after empirical mode decomposition are determined according to the Pearson's correlation coefficient and the autocorrelation coefficient. The noise-dominant IMF components are denoised by adaptive Kalman filtering, and the new atomic clock clock difference data are finally reconstructed. The stability assessment of the clock difference data before and after processing shows that the improved EMD-AKF algorithm improves the frequency stability of the atomic clock signal by one order of magnitude, and greatly reduces the influence of the noise of counters and other instruments on the frequency difference data of the atomic clock.

Key words empirical mode decomposition; adaptive Kalman filtering; atomic clock difference data; cesium atomic clock; Allan variance