

微弱光信号的量子增强接收优化方法 (特邀)

东 晨, 郭 畅, 吴田宜, 冉 阳, 党可征, 李福全, 周子超

(国防科技大学 信息通信学院, 湖北 武汉 430033)

摘 要: 在经典理论框架下, 相干探测性能受限于散粒噪声对应的标准量子极限, 而量子增强接收技术通过引入位移算子, 采用关联的方式将经典的平衡零拍/零差探测转化为光子数态的测量, 理论上可以突破标准量子极限并不断逼近 Helstrom 极限。无歧义量子态识别 (Unambiguous State Discrimination, USD) 是量子增强接收常用的识别判决策略之一。然而, 由于微弱光信号的能量有限, 传统的 USD 量子增强接收方法的适用微弱信号范围较小, 微弱信号识别的错误率较高。提出了一种 QPSK 调制量子增强接收的混合测量优化方案, 该方案首先通过二态零差测量将 QPSK 相干态的区分转化为 BPSK 相干态的区分, 然后通过 BPSK 量子增强接收测量实现相干态的无歧义识别。仿真表明, 混合测量方案在平均光子数在 3.2~11.3 之间优于经典的外差测量方案, 而且比传统 QPSK 量子增强接收方案具有更大的适用信号范围。

关键词: 量子增强接收; 混合测量方案; 无歧义量子态识别; 自适应反馈

中图分类号: TN929.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20230189

0 引 言

量子增强接收技术以量子力学为基础, 通过位移操作将相干态的区分问题转化为了光子数态的区分问题, 而采用超导单光子探测器等进行光子数态测量的性能远远优于传统的相干探测, 可以提升相干光通信系统性能, 成为了相干光通信领域和量子信息领域的研究热点。量子增强接收技术完成相干态的接收和测量后, 需要依据测量结果对相干态进行判决, 常用的判决策略有两种: 最小错误概率识别 (Minimum Error State Discrimination, MED) 和无歧义量子态识别 (Unambiguous State Discrimination, USD)。USD 以实现绝对正确的判决为目标允许存在无法识别的现象, 通常采用轮询淘汰的方法来进行判决, 广泛应用于量子密钥分发^[1-2]、量子数字签名^[3-4]等量子信息处理场景^[5]。

针对多个非正交相干态设计可行的 USD 方案, 提高在实际条件下的无歧义结论率、突破标准量子极限 (Standard Quantum Limit, SQL)^[6], 一直是量子增强接收领域的重点研究问题。Ivanovic 等验证了实现两个线性无关相干态 USD 的可行性^[7]。Bartuskova 等证明了两个相干态 USD 实验的可行性^[8]。Enk 等提出了

一种 N 元对称相干态的 USD 方案^[9]。Touzel 等证明了 USD 对于多量子比特进行识别的优越性^[10]。Waldherr 等提出了区分两个相干态的广义 USD 测量策略, 其性能优于理想的投影测量^[11]。Becerra 等基于位移操作和单光子探测提出了四个非正交相干态的 USD 方案^[12]。在此基础上, Izumi 等引入了自适应反馈策略, 提出了一种自适应的正交相移键控 (Quadrature Phase-Shift-Keying, QPSK) 相干态 USD 方案, 提高了 USD 的无歧义结论率, 但是其超过 SQL 的微弱信号适用范围仍有待提高^[13]。因此, 需要开展微弱信号量子增强接收 USD 的优化方法研究。

文中针对 QPSK 相干态 USD 提出了由零差测量 (Homodyne Detector, HD) 和自适应量子测量构成的混合测量方案。首先由 HD 将 QPSK 区分转化为二进制相移键控 (Binary Phase-Shift-Keying, BPSK) 相干态的区分, 然后通过 BPSK 量子增强接收完成测量并判决。分析了在实际条件下两个测量阶段的最优分区比例, 计算了采用最优分区比例下混合测量方案的性能。在仿真过程中考虑了探测器的探测效率和暗计数、位移操作的干涉度和透射率等实际因素的影响。

收稿日期: 2023-03-31; 修订日期: 2023-04-02

基金项目: 国防科技大学自主创新科学基金项目 (22-ZZCX-036)

作者简介: 东晨, 男, 副教授, 博士, 主要从事量子信息处理方面的研究。

1 QPSK 信号无歧义量子态识别混合测量优化方法

1.1 QPSK 信号 USD 经典测量方法

经典测量方法一般采用外差测量法来进行 USD, 通常会通过设置一个后选择阈值 k 以在相空间中 对每一个相干态设置对应的后选择区域, 并在相空间中的淘汰区域 (图中灰色区域) 形成歧义结论, 如图 1 所示。若测量结果在任一相干态 $|\alpha_m\rangle$ (其中 $m = 1, 2, 3, 4$) 的后选择区域 S_m 中, 则判决区域 S_m 所对应的相干态 $|\alpha_m\rangle$ 为此次测量的无歧义结论; 若测量结果在灰色的歧义区域 S_i 中, 则将此次测量结果淘汰并做出判决 “无结论”。

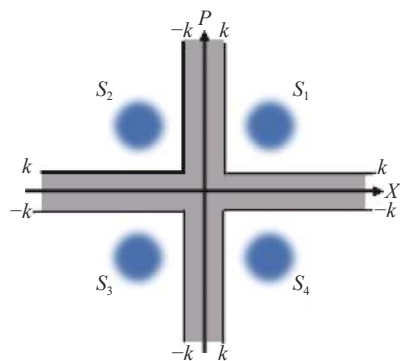


图 1 外差测量 USD 相空间后选择区示意图

Fig.1 Illustration of heterodyne measurement USD strategy in a post-selection region of phase space

在实际条件下, 该方案的正确率和错误比例可以表示为^[12]:

$$P_C^{Het} = \frac{1}{4} \left[\operatorname{erfc} \left(k - \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) + \operatorname{erfc} \left(k + \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \right]^2 \quad (1)$$

$$P_e^{Het} = \frac{\operatorname{erfc} \left(k + \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \left[\operatorname{erfc} \left(k + \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) + 2 \operatorname{erfc} \left(k - \frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \right]}{4 P_C^{Het}} \quad (2)$$

式中: $|\alpha|$ 为输入相干态的幅度。在将经典测量方法外差测量方案与文中提出的混合测量方案对比时, 可以先通过公式 (1) 求出达到相同无歧义结论概率的阈值 k , 然后基于公式 (2) 求出理想外差方案的错误比例。

1.2 QPSK 信号 USD 量子增强接收方法

该节分析由位移算子和单光子探测器组成的 QPSK 调制的 USD 量子增强接收方法, 如图 2 所示。

QPSK 信号 USD 量子增强接收方法首先将接收到的符号周期为 T 的相干态 $|\alpha_m\rangle$, $m = 1, 2, 3, 4$ 等分为 $M = 4$ 个符号周期为 T/M 的分区, 分区后的信号表示为 $|\gamma_m\rangle$ 。 $M = 4$ 个分区中的相干态依次输入位移操作单元进行位移操作, 4 个分区的位移算子分别选择 $\hat{D}|\beta_n\rangle$, $n = 1, 2, 3, 4$ 中的一个。位移后的信号依次输入单光子探测器进行光子探测, 若响应, 则说明当前分区中相干态未被位移到真空态, 即所使用的位移算子所对应的相干态不是接收到的相干态。在完成所有分区的测量后, 若有 3 个位移算子对应的测量结果为响应, 则将接收到的相干态判决为唯一未响应的位移算子所对应的相干态。

QPSK 信号 USD 量子增强接收方法的正确概率和错误概率可表示为:

$$P_C^Q = P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, On} P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{3\pi}{2}, On} P_{n \Delta\theta = \pi, On} P_{n \Delta\theta = 0, Off} \quad (3)$$

$$P_E^Q = P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, Off} P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{3\pi}{2}, On} P_{n \Delta\theta = \pi, On} P_{n \Delta\theta = 0, On} + P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, On} P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{3\pi}{2}, Off} P_{n \Delta\theta = \pi, On} P_{n \Delta\theta = 0, On} + P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, On} P_{n \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{3\pi}{2}, On} P_{n \Delta\theta = \pi, Off} P_{n \Delta\theta = 0, On} \quad (4)$$

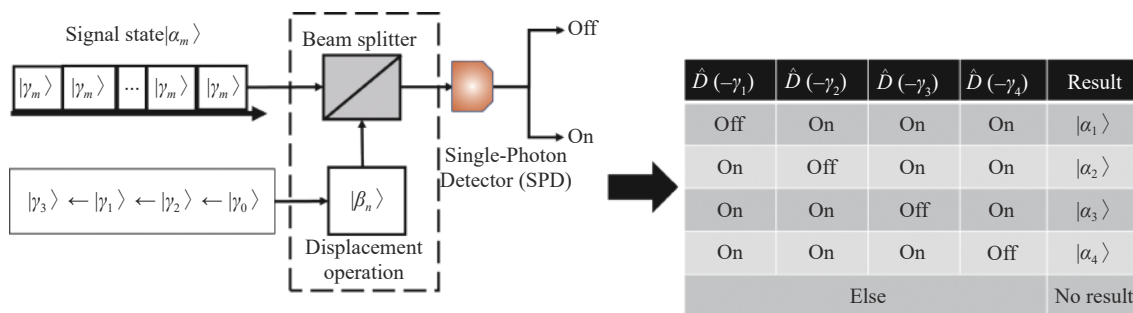


图 2 量子测量方案原理图

Fig.2 Schematic of quantum measurement scheme

式中: $P_{n_{\Delta\theta, On}}, P_{n_{\Delta\theta, Off}}$ 分别表示位移算子和相干态之间相位差为 $\Delta\theta$ 时, 单光子探测器响应和不响应的概率。

1.3 QPSK 信号 USD 混合测量优化方法

文中基于 Müller 等人的方案^[14-15] 提出一种由经典测量阶段和量子测量阶段组成的 USD 量子增强接收优化方案, 如图 3 所示。其核心思路是以较小的代价将 QPSK 相干态的四态量子增强接收识别问题转化为 BPSK 相干态的量子增强接收识别问题。其测

量过程可以分为两个阶段, 零差测量阶段和量子测量阶段, 具体测量过程如下: 首先将接收到的相干态分为两路信号, 其中一部分信号输入经典测量阶段采用 HD 进行初步测量, 判断其在复平面的位置、淘汰一半可能的相干态, 给出接收信号是 $|\alpha_1\rangle$ 或 $|\alpha_2\rangle$ 和 $|\alpha_3\rangle$ 或 $|\alpha_4\rangle$ 两种初步判决。经典测量阶段的测量完成后将结果前馈到量子测量阶段, 在量子测量阶段从 $|\alpha_1\rangle$ 和 $|\alpha_2\rangle$ 或 $|\alpha_3\rangle$ 和 $|\alpha_4\rangle$ 中识别出最终结果。

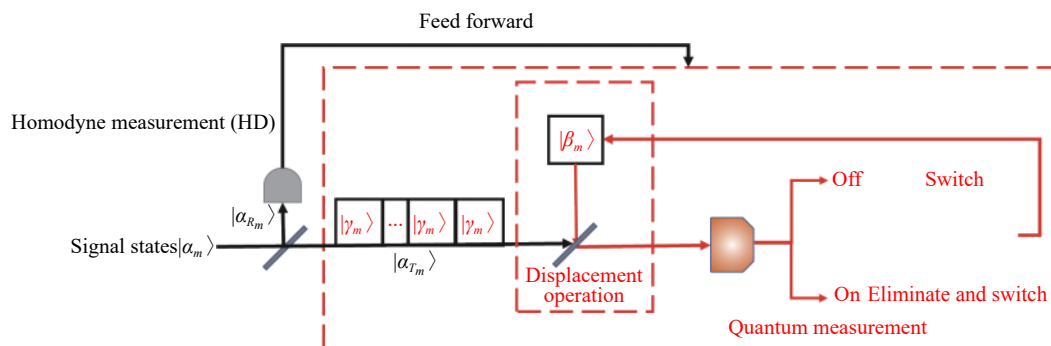


图 3 QPSK 相干态 USD 混合测量方案结构图

Fig.3 Schematic of the hybrid measurement scheme for USD of QPSK coherent states

接收到的相干态 $|\alpha_m\rangle = |\alpha|e^{i(m-\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}}, m = 1, 2, 3, 4$ 首先通过一个透射率和反射率分别为 $T = t^2$ 和 $R = r^2$ 的分束器分为两部分。反射部分 $|\alpha_{Rm}\rangle = |r\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2}$ 和透射部分 $|\alpha_{Tm}\rangle = |t\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2}$ 分别输入经典 HD 阶段和量子测量阶段。可以通过选择不同的分束器来控制分区比例 $Ratio_{T/(T+R)} = t^2 / (r^2 + t^2) \approx t^2$ 。

在经典阶段采用 HD 来执行初步测量, 经典测量阶段不需要精确地测量出具体的结果, 只需要判断输入的相干态在相空间上位于 X 轴的上半部还是下半部, 实现将 QPSK 的四态识别问题转化为 BPSK 的二态识别问题的目标。通过将相干态投影到 P 轴上判断投影结果 p 的正负, 若 $p > 0$ 则说明相干态是 $|\alpha_1\rangle$ 或 $|\alpha_2\rangle$, 反之若 $p < 0$ 则说明相干态是 $|\alpha_3\rangle$ 或 $|\alpha_4\rangle$, 如图 4 所示。经典测量阶段给出错误结论的概率可表示为^[14]:

$$P_{HD} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(1 - \int_0^\infty | \langle p | r\alpha_i \rangle |^2 dp \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left[\sqrt{2} \left(\frac{|r\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \right] \right) \quad (5)$$

考虑到实际 HD 过程会受到现实因素的干扰, 笔者参考文献 [13] 引入了 HD 在实验中测量的等效损

耗 η_{HD} , 此时 HD 的错误率可以表示为:

$$P_{err}^{HD} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\eta_{HD}} |r\alpha|^2 \right) \right) \quad (6)$$

在通过经典测量阶段完成将四态识别问题到二态识别问题的转换后, 需要设计能够对微弱二元相干态进行识别的量子测量方案, 以完成最终的识别。将输入的信号态 $|\alpha_{Tm}\rangle$ 分为 M_Q 个分区, 在这些分区中的相干态可以表示为 $|\gamma_m\rangle = |t\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2} / \sqrt{M_Q}$ 。每一个

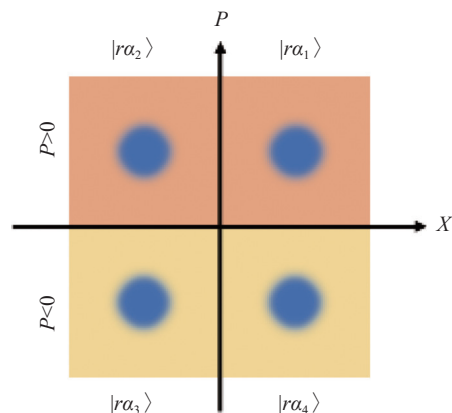


图 4 经典测量阶段 HD 相空间示意图

Fig.4 Illustration of the HD in classic measurement stage of phase space

分区中的信号都将依次经过位移操作单元进行位移并最终输入单光子探测器进行测量。为了避免测量的偶然性,提升混合量子测量阶段的性能,文中还引入了自适应反馈策略^[13]。

假设接收到的相干态是 $|\alpha_1\rangle$ 或者 $|\alpha_2\rangle$,并且经典测量阶段给出了正确的前馈。在此条件下,量子测量阶段只需要区分相干态 $|\alpha_{T1}\rangle$ 和 $|\alpha_{T2}\rangle$ 。此时,位移算子可以表示为 $\widehat{D}|\gamma_1\rangle, \widehat{D}|\gamma_2\rangle$ 。在 M_Q 个量子测量分区中,采用轮询序列“ $\widehat{D}|\gamma_1\rangle \rightarrow \widehat{D}|\gamma_2\rangle \rightarrow \dots$ ”进行测量,如果在某个分区的测量过程中检测到了光子,则将相应的位移算子从轮询序列中剔除。完成全部分区的测量后,若仅剩一个位移算子未被淘汰,则输出相应的判决结果,否则给出无法判决的结论。以上两种位移操作在相空间中的示意图如图 5 所示。

相干态 $|\gamma_m\rangle$ 在采用位移算子 $\widehat{D}(-\gamma_n)$ 进行位移后的平均光子数可以表示为^[16-17]:

$$n_{m,n} = (1 - \xi)(\tau|\gamma_n|^2 + |\gamma_m|^2) + \xi|\sqrt{\tau}\gamma_n - \gamma_m|^2 \quad (7)$$

式中: ξ, τ 分别代表位移操作的干涉度和透射率。用 $\Delta\theta = \pi/2(n - m)$ 表示位移算子与相干态之间的相位差,可以得到:

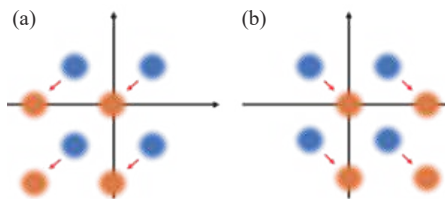


图 5 位移操作相空间示意图。(a) 位移算子 $\widehat{D}(-\gamma_1)$; (b) 位移算子 $\widehat{D}(-\gamma_2)$

Fig.5 Illustration of displacement operation in phase space. (a) Displacement operations with $\widehat{D}(-\gamma_1)$; (b) Displacement operations with $\widehat{D}(-\gamma_2)$

$$n_{\Delta\theta} = \tau|\gamma_n|^2 + |\gamma_m|^2 - 2\xi\sqrt{\tau}|\gamma_n||\gamma_m|\cos\Delta\theta = \frac{|t\alpha|^2}{M}(\tau + 1 - 2\xi\sqrt{\tau}\cos\Delta\theta) \quad (8)$$

考虑到相干态中的光子数的统计分布是泊松分布^[18],并且单光子探测过程中会受到暗计数的干扰,可以将探测到光子以及探测不到光子的概率分别表示为:

$$P_{n_{\Delta\theta}, On} = e^{-(m_{\Delta\theta} + \nu)} \quad (9)$$

$$P_{n_{\Delta\theta}, Off} = 1 - e^{-(m_{\Delta\theta} + \nu)} \quad (10)$$

式中: ν_{dark}, η 分别表示暗计数和探测效率。整体测量流程和相应的判决策略可以总结为图 6 和表 1。

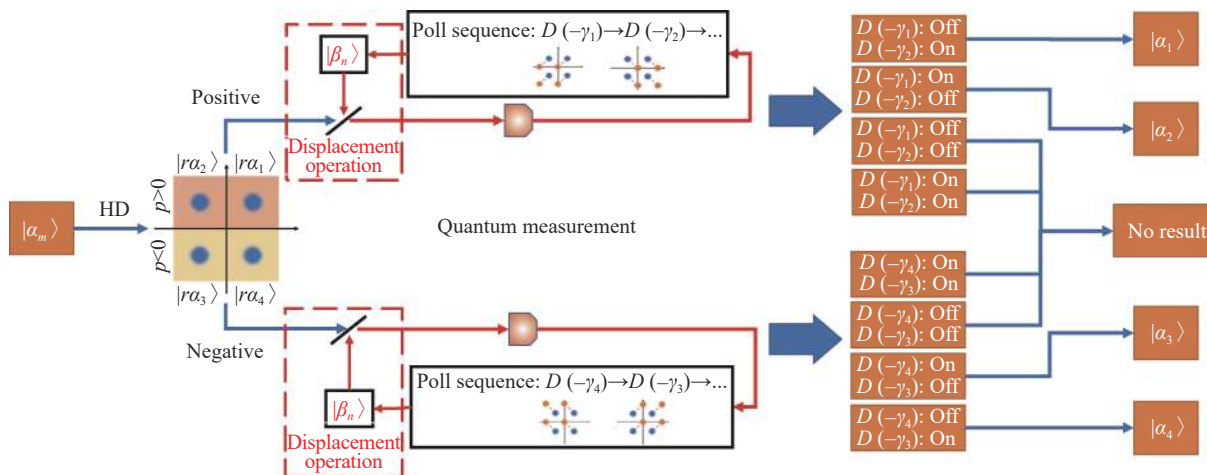


图 6 USD 混合测量过程示意图

Fig.6 Total process of the hybrid measurement scheme

如图 6 所示,收到信号后首先通过特定透射率和反射率的分束器将信号分为两部分。一部分输入零差测量阶段,判断接收到的相干态在复平面上位于 X 轴的上半部还是下半部,实现将 QPSK 的四态识别

问题转化为 BPSK 的二态识别问题的目标,并将判决结果前馈到量子测量阶段。量子测量阶段则基于前馈信息,选择一套位移算子进行下一步的测量。假设接收到的相干态是 $|\alpha_1\rangle$ 或者 $|\alpha_2\rangle$,并且经典测量阶段给

表 1 USD 混合测量方案判决策略

Tab.1 Decision strategy of the USD hybrid measurement scheme

HD	Quantum measurement		Result
	$\widehat{D}(-\gamma_1)$ $\widehat{D}(-\gamma_4)$	$\widehat{D}(-\gamma_2)$ $\widehat{D}(-\gamma_3)$	
Positive	Off	On	$ \alpha_1\rangle$
	On	Off	$ \alpha_2\rangle$
	Off	Off	No result
	On	On	No result
Negative	Off	Off	No result
	On	On	No result
	On	Off	$ \alpha_3\rangle$
	Off	On	$ \alpha_4\rangle$

出了正确的前馈。在此条件下,量子测量阶段只需要区分相干态 $|\alpha_{T1}\rangle$ 和 $|\alpha_{T2}\rangle$ 。此时,位移算子可以表示为 $\widehat{D}(-\gamma_1), \widehat{D}(-\gamma_2)$ 。量子测量阶段将信号 $|\alpha_{Tm}\rangle$ 分为 M_Q 个量子测量分区,并采用轮询序列“ $\widehat{D}(-\gamma_1) \rightarrow \widehat{D}(-\gamma_2) \rightarrow \dots$ ”进行测量,如果在某个分区的测量过程中检测到了光子,则将相应的位移算子从轮询序列中剔除。在完成全部分区的测量后,若仅剩一个位移算子未被淘汰,则输出相应判决结果,否则给出无法判决的结论。

为了获得无歧义结论,量子测量阶段的分区数目至少需要为 $M_Q = 2$,以保证对每一个位移算子进行了至少一次测量。基于表 1 可以将混合测量方案获得正确无歧义结论和错误无歧义结论的概率分别表示为:

$$P_{correct} = (1 - P_{err}^{HD}) P_{n_{\Delta\theta=0}, Off} P_{n_{\Delta\theta=\pi/2}, On} \quad (11)$$

$$P_E^Q = P_{n_{\Delta\theta=\frac{\pi}{2}}, Off} P_{n_{\Delta\theta=\frac{3\pi}{2}}, On} P_{n_{\Delta\theta=\pi}, On} P_{n_{\Delta\theta=0}, On} + P_{n_{\Delta\theta=\frac{\pi}{2}}, On} P_{n_{\Delta\theta=\frac{3\pi}{2}}, Off} P_{n_{\Delta\theta=\pi}, On} P_{n_{\Delta\theta=0}, On} + P_{n_{\Delta\theta=\frac{\pi}{2}}, On} P_{n_{\Delta\theta=\frac{3\pi}{2}}, On} P_{n_{\Delta\theta=\pi}, Off} P_{n_{\Delta\theta=0}, On} \quad (12)$$

为了实现最优的混合测量方案,可以通过解决下列优化问题来求解出实现最高无歧义结论率的最优的分区比例 $Ratio_{T/(T+R)}$ 。这一优化问题可以表示为:

$$R_{opt} = \operatorname{argmax}_{Ratio_{T/(T+R)}} P_{correct} \quad (13)$$

在实际条件下,实际因素会导致无法实现无歧义识别。因此,生成的无歧义结论的错误比例是分析方案性能一个重要参数。错误比例可以表示为:

$$Ratio = \frac{P_E^Q}{P_{correct} + P_E^Q} \quad (14)$$

2 仿真实验

下面通过仿真对混合测量方案的性能进行分析,仿真的参数采用文献的实验参数^[14,19-20],如表 2 所示。为了验证混合测量方案的优势,文中计算了 QPSK 量子增强接收方案的性能以及对应的 SQL 极限。

表 2 仿真实验参数

Tab.2 Lists of simulation parameters

Parameter name	Symbol	Value
detection efficiency	η	66%
Visibility	ξ	99.6%
Transmittance	τ	99%
Dark count	ν	1.5×10^{-3}
Efficiency of HD	η_{HD}	86%

首先,文中分析了 $M = 1 + M_Q = 1 + 2$ 分区(表示由一个经典测量阶段以及 $M_Q = 2$ 分区的量子测量阶段构成的混合测量方案)混合方案的性能。

将表 2 中的参数代入公式 (6),可以计算出经典测量阶段的误符号率 P_{err}^{HD} 。将表 2 中参数代入公式 (8)~(12)可以计算出混合测量方案获得正确无歧义结论和错误无歧义结论的概率 $P_{correct}, P_E^Q$ 。最后采用梯度下降法解决公式 (13) 所示的优化问题,即可求解出最优的分区比例,结果如图 7 所示。

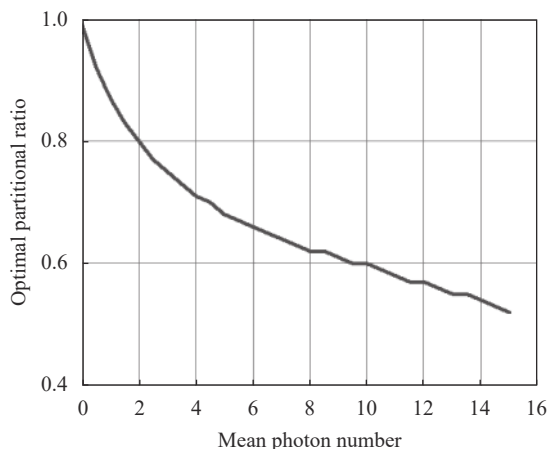


图 7 $M = 1 + 2$ 分区 USD 混合测量方案最优分区比例示意图
Fig.7 Schematic of the optimal partition ratio for $M = 1 + 2$ partitioned USD hybrid measurement scheme

从图 7 可以看出,随着信号平均光子数的增长,量子测量阶段所占的比例逐渐减小。对于平均光子数较小的信号,混合方案几乎将全部信号分配给了量子测量阶段。这一现象的出现是因为信号太弱时单光子探测器难以探测到光子,无法生成无歧义结论,所以混合测量方案优先保证量子测量阶段所需的能量。随着平均光子数的升高,更多的能量被分配给经

典测量阶段,提高经典测量阶段给出正确前馈的概率,以保障量子测量阶段所获得的无歧义结论的正确率。

在图 7 所示的分区比例下,结合公式 (1)~(2) 和公式 (11)~(12) 可以进一步计算混合测量方案无歧义结论率、错误比例以及相应的 SQL。计算结果如图 8 所示。

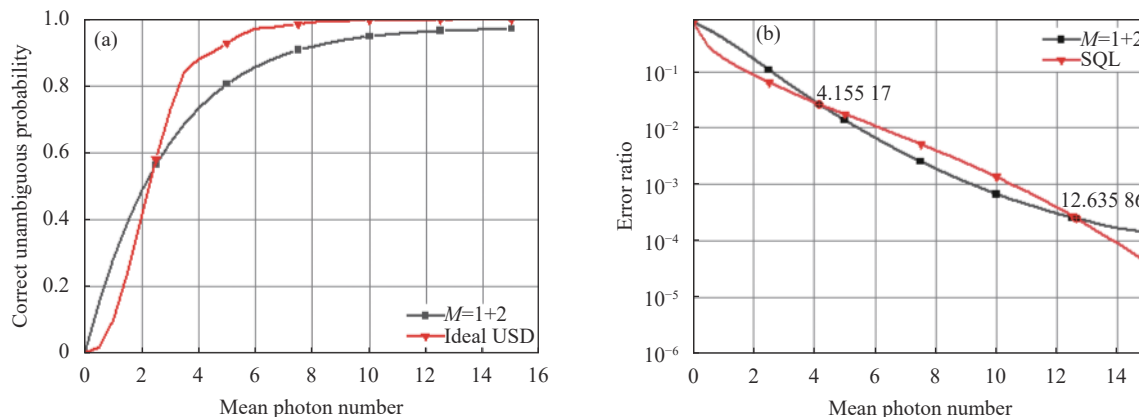


图 8 $M = 1 + 2$ 分区 USD 混合测量方案仿真结果图。(a) 正确率; (b) 错误比例

Fig.8 Simulation results diagram of $M = 1 + 2$ partitioned USD hybrid measurement scheme. (a) Correct rate; (b) Error ratio

从图 8(a) 可以看出,混合测量方案无歧义结论率已经逼近于最大无歧义结论率,这得益于混合测量方案的结构优势充分利用了每一阶段所获取的信息。此外,在平均光子数小于 3 时,混合测量方案的性能要高于最大无歧义结论率。出现这一异常现象的原因是因为理论的最大无歧义结论率是在理想条件下实现绝对无误判决时无歧义结论率,而混合方案在平均光子数较小时具有较高的错误比例。因此,混合方案虽然在弱相干态实现了高于最大无歧义结论率的性能,但这是以较高的错误比例为代价实现的。从图 8(b) 可看出,相比于 SQL 混合测量方案在平均光子数处于 4.15~12.64 之间时具有更低的错误比例。

仿真结果说明了混合方案的优越性,在较大范围内实现了 SQL 的突破。结合图 7 可以看出:对于平均光子数较小的信号,混合测量方案将较多的能量分配给了量子测量阶段以保证其能获取无歧义结论,这也导致了经典测量阶段较高的误差率。因此,对于平均光子数较小于 4.15 的信号,混合测量方案不具备突破 SQL 的能力。对于平均光子数较大的信号,量子测量阶段对性能的制约逐渐减小,此时经典测量阶段

的平均光子数的选择比例成为了制约混合测量方案性能的主要因素。较多的能量被分配给经典测量阶段以尽可能地提高无歧义结论概率的上限,这也导致了量子测量阶段没有足够的能量来实现尽可能低的错误比例。因此,对于平均光子数较大大于 12.6 的信号,混合测量方案不具备突破 SQL 的能力。

下面将混合测量方案的性能和传统 QPSK 量子增强接收方案的性能进行对比,典型的分区量子测量方案的分区数目 $M = 4$ 。为了保证对比的公平性,混合测量方案的分区数目选择 $M = 1 + 3$ (由一个经典测量阶段和 $M_Q = 3$ 分区的量子测量阶段组成)。

类似的,文中计算了 $M = 1 + 3$ 混合测量方案的最优分区比例,如图 9 所示。从图 9 可以看出,最优的量子-经典分区比例仍然是随着信号的平均光子数的增长而逐渐下降的,与 $M=1+2$ 分区的混合测量方案趋势相同。但是,由于量子阶段分区数目的增多,导致量子测量阶段对能量的需求升高,因此,整体占比高于 $M = 1 + 2$ 混合测量方案的最优分区比例。文中进一步计算了传统 QPSK 量子增强接收方案在实际条件下的无歧义结论率以及其正确率所对应的 SQL, 和

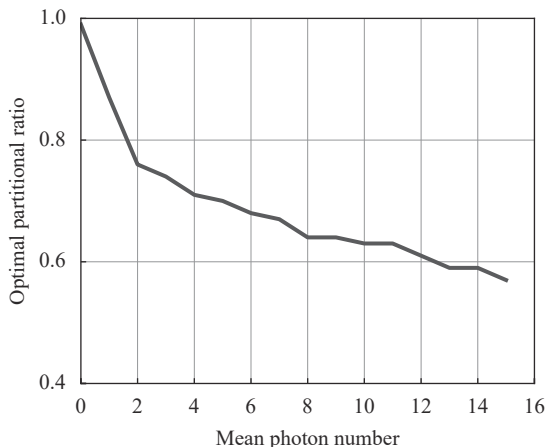


图 9 $M = 1 + 3$ 分区 USD 混合测量方案最优分区比例示意图
Fig.9 Schematic of the optimal partition ratio for $M = 1 + 3$ partitioned USD hybrid measurement scheme

$M = 1 + 3$ 混合测量方案在实际条件下的无歧义结论率以及其无歧义结论率所对应的 SQL, 计算结果如

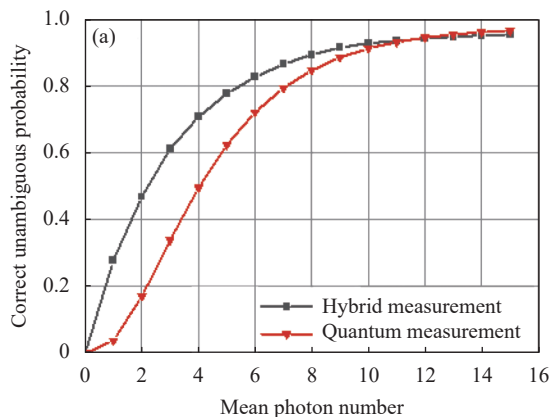


图 10 所示。

从图 10(a)可以看出,混合测量方案的结构优势带来了显著的无歧义结论率的增长,相比于传统 QPSK 量子增强接收方案,混合测量方案具有更高的无歧义结论率。从图 10(b)可以看出,传统 QPSK 量子增强接收方案对平均光子数小于 7.41 的信号实现 SQL 的突破,而混合测量方案可以在平均光子数处于 3.19~11.34 的范围内实现 SQL 的突破,这一结果说明混合测量方案具有更大的应用范围。此外,对比混合测量方案和传统量子测量方案的错误比例,可以看出:对于平均光子数大于 6.7 的相干态,混合测量方案不仅具有更高的无歧义结论率,同时错误比例也显著低于传统 QPSK 量子增强接收方案。仿真结果充分说明了该测量方案在特定范围内相对于经典方案和传统 QPSK 量子增强接收方案的优势。

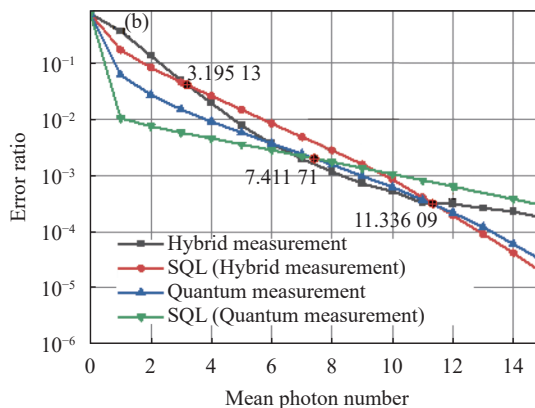


图 10 $M = 1 + 3$ 分区 USD 混合测量方案仿真结果图。(a) 正确率;(b) 错误比例

Fig.10 Simulation results diagram of $M = 1 + 3$ partitioned USD hybrid measurement scheme. (a) Correct rate; (b) Error ratio

3 结 论

文中提出了一种结合自适应反馈策略的混合测量方案,通过 HD 将四相干态的识别转换为二相干态识别,并由量子测量方案进行最终识别。文中充分考虑探测器的探测效率和暗计数、位移操作的干涉度和透射率等非理想因素,建立了混合测量方案的模型。仿真结果表明,对于 $4.2 \leq |\alpha|^2 \leq 12.6$ 的相干态, $M = 1 + 2$ 的混合方案优于外差测量。对于 $6.7 \leq |\alpha|^2$ 的相干态, $M = 1 + 3$ 的混合方案比量子测量方案具有更高的正确无歧义结论率和更低的错误比例。该混合方案通

过 HD 利用较少的能量将复杂的四态识别问题转化为简单的二态识别问题,提高了得到无歧义结论的概率。然而,该方案也受到 HD 和量子测量的限制,只能在特定范围内取得更好的性能。

文中的工作为提高 QPSK 相干态的 USD 性能和增强其在相干光通信中的实际应用能力提供了参考,后续会进一步开展实验研究。近期,研究者引入了光子数分辨探测器来提高性能^[21],未来可以采用光子数分辨探测器来代替单光子探测器,并引入最优的位移操作来进一步提升量子增强接收的性能。

参考文献:

- [1] Dušek M, Jahma M, Lütkenhaus N. Unambiguous state discrimination in quantum cryptography with weak coherent states [J]. *Physical Review A*, 2000, 62(2): 022306.
- [2] Zhao M, Yuan R, Cheng J, et al. Security of binary modulated continuous variable quantum key distribution using optimally displaced threshold detection [J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(4): 1089-1093.
- [3] Collins R J, Donaldson R J, Dunjko V, et al. Realization of quantum digital signatures without the requirement of quantum memory [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(4): 040502.
- [4] Gottesman D, Chuang I. Quantum digital signatures[EB/OL]. (2001-05-05)[2023-01-04]. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0105032>.
- [5] Wang Qiang, Hao Lili, Tang Hongxia, et al. Effects of real environments on the performance of quantum Lidar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(S1): S106006. (in Chinese)
- [6] Lin Xuling, Wu Zhiqiang, Yang Song, et al. A weak signal detection technique applied in deep space exploration [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(9): 0913002. (in Chinese)
- [7] Ivanovic I D. How to differentiate between non-orthogonal states [J]. *Physics Letters A*, 1987, 123(6): 257-259.
- [8] Bartuskova L, Cernoch A, Soubusta J, et al. Programmable discriminator of coherent states: Experimental realization [J]. *Physical Review A*, 2008, 77(3): 034306.
- [9] Van Enk S J. Unambiguous state discrimination of coherent states with linear optics: Application to quantum cryptography [J]. *Physical Review A*, 2002, 66(4): 042313.
- [10] Touzel M A P, Adamson R B A, Steinberg A M. Optimal bounded-error strategies for projective measurements in nonorthogonal-state discrimination [J]. *Physical Review A*, 2007, 76(6): 062314.
- [11] Waldherr G. Distinguishing between nonorthogonal quantum states of a single nuclear spin [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(18): 180501.
- [12] Becerra F E, Fan J, Migdall A. Implementation of generalized quantum measurements for unambiguous discrimination of multiple non-orthogonal coherent states [J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 2028.
- [13] Izumi S, Neergaard-nielsen J S, Andersen U L. Adaptive generalized measurement for unambiguous state discrimination of quaternary phase-shift-keying coherent states [J]. *PRX Quantum*, 2021, 2(2): 020305.
- [14] Müller C R, Usuga M A, Wittmann C, et al. QPSK coherent state discrimination via a hybrid receiver [J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(8): 083009.
- [15] Wei C, Zhou X, Wang L, et al. Soft iterative quantum receivers approaching the helstrom limit using realistic quantum devices [J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 10197-10207.
- [16] Bhadani R, Djordjevic I B. Constellation optimization for phase-shift keying coherent states with displacement receiver to maximize mutual information [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 224409-224419.
- [17] Izumi S, Neergaard-nielsen J S, Miki S, et al. Experimental demonstration of a quantum receiver beating the standard quantum limit at telecom wavelength [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 13(5): 054015.
- [18] Shcherbatenko M L, Elezov M S, Goltsman G N, et al. Sub-shot-noise-limited fiber-optic quantum receiver [J]. *Physical Review A*, 2020, 101(3): 032306.
- [19] Jabir M V, Burenkov I A, Annafianto N F R, et al. Experimental demonstration of the near-quantum optimal receiver [J]. *OSA Continuum*, 2020, 3(12): 3324.
- [20] Dimario M T, Carrasco E, Jackson R A, et al. Implementation of a single-shot receiver for quaternary phase-shift keyed coherent states [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2018, 35(3): 568.
- [21] Yuan R, Zhao M, Han S, et al. Kennedy receiver using threshold detection and optimized displacement under thermal noise [J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(6): 1313-1317.

Optimization of quantum-enhanced receiving method for weak optical signal (*invited*)

Dong Chen, Guo Chang, Wu Tianyi, Ran Yang, Dang Kezheng, Li Fuquan, Zhou Zichao

(Institute of Information and Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430033, China)

Abstract:

Under the framework of classical theory, the performance of coherence detection is limited by the standard quantum limit (SQL) corresponding to the shot noise. However, the quantum-enhanced receiving technology can break the SQL and approach the Helstrom limit by introducing the displacement operation and converting the classical measurement into the measurement of photon number states. Unambiguous state discrimination (USD) is one of the commonly used discrimination strategies for quantum-enhanced reception. However, due to the limited energy of weak signals, the traditional USD quantum-enhanced receiving method has a high error rate of weak signal recognition. A hybrid measurement scheme for quadrature phase-shift-keying (QPSK) coherent states is developed. The scheme firstly converts the discrimination of QPSK coherent states into the distinction of BPSK coherent states by homodyne detector (HD), and then realizes the unambiguous discrimination of coherent states by BPSK quantum-enhanced receiving measurement. The simulation results show that the hybrid scheme is superior to the classical measurement scheme in the average photon number between 3.2 and 11.3, and has a larger signal range than the traditional QPSK quantum-enhanced receiving scheme.

Objective Coherent states are a critical carrier in optic communication and quantum information processing due to their intrinsic resilience to the loss of coherence. Unambiguous state discrimination (USD), which aims to realize the error-free discrimination of coherent states by outputting "no result" for the finite ambiguous results, is especially essential in quantum key distribution and quantum digital signatures. Recently, Becerra first experimentally demonstrated a generalized quantum measurement for USD of four non-orthogonal coherent states with a displacement operator and single-photon detector (SPD). As the unambiguously correct probability is still significantly low, Ref. introduces an adaptive feedback strategy and presents an adaptive generalized measurement scheme for USD of QPSK coherent states. However, the adaptive measurement scheme still needs to be improved to realize better performance. Thus, it is crucial to develop new schemes that can unambiguously discriminate coherent states with performance surpassing the ideal heterodyne strategy. This paper presents a new hybrid scheme that unites a homodyne detector (HD) and a quantum measurement scheme for USD of QPSK coherent states.

Methods To realize the unambiguous state discrimination, this paper presents a new hybrid measurement scheme based on these (Fig.1). The scheme consists of two successive measurements toward the coherent states. The first measurement is conducted by a homodyne detector, which can exclude half of the four possible states of the QPSK coherent states. The result of the first measurement gives a feed-forward to the second measurement. And the second measurement is conducted by a quantum measurement scheme and finally discriminates the signal states. The received QPSK coherent state $|\alpha_m\rangle = |\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2}$, $m = 1, 2, 3, 4$ is first divided by a beam splitter (BS) with transmittance T and reflectivity R . To simplify the calculation, we use $t^2 = T$ and $r^2 = R$ to denote the transmittance and reflectivity, respectively. The transmitted part $|\alpha_{Tm}\rangle = |t\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2}$ and reflected part $|\alpha_{Rm}\rangle = |r\alpha|e^{i(m-1/2)\pi/2}$ of the received signal state are respectively output to the quantum measurement stage and

HD stage. We can change the partitional ratio $R_{Q,H} = t^2 / (r^2 + t^2) \approx t^2$ by selecting the appropriate beam splitter.

Results and Discussions The $M = 1 + 2$ hybrid scheme can realize a lower error ratio than the heterodyne strategy when achieving the same correct unambiguous results probability for coherent states with mean photon number $4.2 \leq |\alpha|^2 \leq 12.6$ (Fig.8). And $M = 4$ quantum measurement scheme can only beat the heterodyne strategy for coherent state with mean photon number $|\alpha|^2 \leq 7.41$ while the $M = 1 + 3$ hybrid scheme can realize it with mean photon number $3.2 \leq |\alpha|^2 \leq 11.3$ (Fig.10). Furthermore, the hybrid scheme has a lower error ratio for coherent state with a mean photon number more than 6.7 compared with the quantum measurement scheme. This phenomenon notes that the hybrid scheme has a more excellent application range than the quantum scheme.

Conclusions A hybrid measurement scheme with an adaptive feedback strategy is proposed to unambiguously discriminate the QPSK coherent states, which converts the discrimination of four coherent states to two coherent states by HD and conducts the final discrimination by quantum measurement scheme. Here, we fully consider the non-ideal factors in the practical implementations, such as detection efficiency and dark count rate of detectors, visibility and transmittance of displacements, and develop the model of the hybrid measurement scheme. The simulation results clearly show that the hybrid scheme with $M = 1 + 2$ can beat the heterodyne strategy for coherent states with $4.2 \leq |\alpha|^2 \leq 12.6$. Furthermore, compared with the quantum measurement scheme, the hybrid scheme with $M = 1 + 3$ has a higher probability of correct unambiguous results and a lower error ratio for coherent states with $6.7 \leq |\alpha|^2$. The hybrid scheme uses HD with less energy to convert a complex four-state discrimination problem to a simple two-state discrimination problem, which improves the probability of obtaining an unambiguous conclusion. However, this scheme is also limited by the HD and quantum measurements and can only achieve better performance within a specific range.

Key words: quantum-enhanced receiving; hybrid measurement scheme; unambiguous state discrimination; adaptive feedback

Funding projects: Independent Innovation Science Foundation of National University of Defense Technology (22-ZZCX-036)