

拍星残差数据相关性分析的大气折光差修正

王伟超^{1,2}, 甘世奇², 刘爽¹, 张浩元², 武佩剑²

(1. 电子科技大学 光电科学与工程学院, 四川 成都 610000;
2. 中国人民解放军 95859 部队, 甘肃 酒泉 735018)

摘要: 靶场通常采用夜间静态拍星的方式检测光电经纬仪的静态测角总误差。受大气折射率变化的影响, 俯仰方向测角数据通常采用大气折光差经验公式进行修正。不同地区和时间的大气环境差异使得该经验公式存在较大误差, 导致拍星解算得到的俯仰方向测角误差偏大, 且影响俯仰方向测角误差因素的进一步分离。为此, 提出了一种基于多台光电经纬仪同步拍星数据相关性分析的大气折光差修正方法。基于经纬仪拍星方位角和俯仰角测量残差模型推导得到了大气折光差修正误差模型。根据该误差模型, 利用分布在同一区域不同点位的多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据, 采用最小二乘法拟合得到大气折光差的修正系数并修正俯仰角测量残差数据。实测数据表明: 采用该方法对俯仰角测量残差进行大气折光差修正后, 光电经纬仪俯仰角测角总误差显著降低, 且由垂直轴倾斜误差修正错误引起的方位角和俯仰角残差特性得以显现。文中提出的方法无需使用探空气球等获取大气参数, 即可对同一地域分布的多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据进行修正, 修正后的数据可用于进一步分离其他误差因素, 具有较强的工程应用价值。

关键词: 光电经纬仪; 静态拍星; 测量残差; 大气折光差; 相关分析

中图分类号: TH761.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20220732

0 引言

靶场采用光电经纬仪测角数据交汇测量的方法得到空中飞行目标的外弹道参数^[1-4]。因此, 光电经纬仪的测角精度^[5-7]是其非常重要的指标。通常采用夜间拍星^[8-11]的方式计算光电经纬仪的静态测角误差。拍星前, 需要对光电经纬仪进行调平, 并测量垂直轴倾斜角、照准差、零位差等参数, 用于修正光电经纬仪对星体的测角数据。根据星体相对于光电经纬仪的理论方位、俯仰角和经纬仪测量值计算得到测量残差, 光电经纬仪的静态测角总误差、系统误差和随机误差都是基于测量残差的统计量^[8]。

目前, 对拍星流程、星体理论值计算、经纬仪测角精度计算的研究较多, 相关的理论也比较成熟。但是, 对俯仰角的大气折光差^[12]修正均采用经验公式^[6,8], 由于经验公式中的参数统计区域与实际拍星地

域和大气状态的不一致, 导致实际拍星解算得到的俯仰角测角总误差超差。且由于大气折光差修正误差较大, 影响了测量残差中其他误差因素的表征, 不利于外场通过拍星方法分析导致设备测角精度超差的误差因素。

为了进行准确的大气折光差修正, 通常需要使用探空气球、气象飞机采集不同高度层大气参数^[13-14]。这种方法组织复杂, 难以在靶场外场条件下常态化开展。为此, 文中提出了一种基于多台光电经纬仪同步拍星数据相关性^[15]分析的大气折光差修正方法。根据经纬仪拍星方位角和俯仰角测量残差模型推导得到了大气折光差修正误差模型。根据该误差模型, 利用分布在同一区域不同点位的多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据, 采用最小二乘法拟合^[16]得到大气折光差的修正系数并修正俯仰角测量残差数据。实测数据表明, 采用该方法对俯仰角测量残差进行大气折

收稿日期: 2022-10-17; 修订日期: 2022-12-10

基金项目: 国家自然科学基金 (51675506)

作者简介: 王伟超, 男, 工程师, 博士, 主要从事靶场光学测量方面的研究。

导师简介: 刘爽, 女, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光波长调控、光电探测与传感方面的研究。

光差修正后,光电经纬仪俯仰角测角总误差显著降低,且由垂直轴倾斜误差修正错误引起的方位角和俯仰角残差特性得以显现。文中提出的方法无需使用探空气球等获取大气参数,即可对同一地域分布的多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据进行修正,修正后计算得到的设备俯仰角测角总误差更为合理可靠,且修正后的数据可用于进一步分离其它误差因素,具有较强的工程应用价值。

1 测量残差模型

1.1 方位角和俯仰角拍星测量残差模型

光电经纬仪拍摄的第 i 颗星第 j 画幅的方位角 A_{ij} 和俯仰角 E_{ij} 的测量值为^[8]:

$$\begin{cases} A_{ij} = A''_{ij} + \Delta a_{ij} - g - c \sec E''_{ij} - b \tan E''_{ij} + \\ \quad I \sin(a_H - A''_{ij}) \tan E''_{ij} \\ E_{ij} = E''_{ij} + \Delta e_{ij} - h - \Delta P_{ij} - I \cos(a_H - A''_{ij}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: A''_{ij} 为第 i 颗星第 j 画幅的编码器方位角; E''_{ij} 为第 i 颗星第 j 画幅的编码器俯仰角; Δa_{ij} 为第 i 颗星第 j 画幅的方位角脱靶量; Δe_{ij} 为第 i 颗星第 j 画幅的俯仰角脱靶量; c 为照准差; b 为水平轴倾斜角; I 为垂直轴倾斜角; g 为方位角定向差; h 为零位差; a_H 为垂直轴倾斜方位角; ΔP_{ij} 为大气折光差修正值。

第 i 颗星第 j 画幅的方位角 A_{ij} 和俯仰角 E_{ij} 的测量残差为:

$$\begin{cases} \Delta A_{ij} = A_{ij} - A''_{ij} \\ \Delta E_{ij} = E_{ij} - E''_{ij} \end{cases} \quad (2)$$

式中: A''_{ij} 和 E''_{ij} 分别为星体方位、俯仰角理论值^[8]。综合公式 (1) 和公式 (2) 即为方位角和俯仰角拍星测量残差模型。

光电经纬仪方位测角总误差 σ_A 、俯仰测角总误差 σ_E 以及系统误差和随机误差都是基于测量残差 ΔA_{ij} 和 ΔE_{ij} 的统计量。理想情况下,测量残差应该是均值为 0 的随机序列。但是,从公式 (1) 可以看出,轴系误差计算错误、编码器误差计算错误、大气折光差修正错误等都可能导导致星体角度测量值出现误差,从而给测量残差序列带来非随机性。

1.2 垂直轴倾斜角修正误差模型

假设垂直轴倾斜角真值为 I_0 , 然而实际代入公式 (1) 用于误差修正的垂直轴倾斜角测量值为 I , 则垂直

轴倾斜角修正错误给方位角测量残差带来的修正误差为:

$$\Delta I \sin(a_H - A''_{ij}) \tan E''_{ij} \quad (3)$$

式中: $\Delta I = I - I_0$ 。

垂直轴倾斜角修正错误给俯仰角测量残差带来的修正误差为:

$$-\Delta I \cos(a_H - A''_{ij}) \quad (4)$$

公式 (3) 和公式 (4) 即为垂直轴倾斜角修正误差模型。

根据垂直轴倾斜角修正误差模型,垂直轴倾斜角修正错误引起的方位与俯仰角残差是成对出现的,且随星体方位角的变化分别呈现正弦和余弦变化规律。因此,当测量残差的主要误差因素是垂直轴倾斜角修正误差时,方位与俯仰方向测量残差的互相关曲线应符合 \sin 函数与 $-\cos$ 函数的互相关曲线特征。该特征为在 0 处相关性为 0, 在相位 $\pm 90^\circ$ 处相关性为正极大值,且互相关曲线关于零点旋转对称。

根据上述特征,定义方位和俯仰角测量残差归一化互相关曲线 M_{corr} , 该曲线的峰值为 M_{max} , 该值越大,说明方位和俯仰角测量残差相关性越强。

1.3 大气折光差修正误差模型

大气折光差修正值通常采用经验公式计算,该公式为^[1]:

$$\Delta P_{ij} = 60.2 \frac{2.73}{T_0} \frac{P_0}{1013} \cot E''_{ij} \quad (5)$$

式中: P_0 为光电经纬仪处大气压强; T_0 为大气温度。

公式 (5) 表明,大气折光差修正值是一个与星体俯仰角余切成正比关系的数。但是该公式中的比例系数是经验值,当光电经纬仪所处地域大气环境特征与该经验值统计区域存在较大差异时,该公式给出的俯仰角修正值误差较大。

假设大气折光差修正值与星体俯仰角余切的比例系数存在误差量 Δk , 则该误差引起的大气折光差修正误差为:

$$\Delta k \cot(E''_{ij}) \quad (6)$$

式中: Δk 为大气折光差修正系数。上式表明大气折光差修正误差与星体俯仰角余切线性相关。

上述大气折光差修正误差模型是基于公式 (1) 推导得到的。但是,公式 (1) 描述的光电经纬仪测角误

差修正模型只考虑了经纬仪自身轴系误差、编码器误差和大气折射率的影响。在靶场实际工程应用中,往往容易出现经纬仪基座晃动、机械结构松动、变形、光机结构调整不到位等误差因素。因此,如果只有 1 台光电经纬仪拍星的俯仰角残差数据与俯仰角余切呈现正相关性,很难判断这是由大气折光差修正错误引起的还是由其他尚未发现的,在公式 (1) 中没有考虑到的误差因素引起的。

如果同一区域同一时段有多台光电经纬仪拍星,且该区域内大气环境较为稳定、一致,那么大气折光差修正错误对各台设备的影响规律是一致的,各设备的俯仰角测量残差均会表现出与星体俯仰角余切的相关性,且各设备的大气折光差修正系数 Δk 应较为一致。因此,对每台设备的俯仰测角残差数据,将 $\cot(E''_{ij})$ 作为自变量, ΔE_{ij} 作为因变量,采用最小二乘法进行线性拟合,得到每台设备的大气折光差修正系数 Δk 。取其平均值 $\bar{\Delta k}$ 作为综合修正系数,按照下式对每台设备俯仰角测量残差进行修正:

$$\Delta E'_{ij} = \Delta E_{ij} - \bar{\Delta k} \cot(E''_{ij}) \quad (7)$$

式中: $\Delta E'_{ij}$ 为修正后的俯仰角测量残差。此处即为大气折光差修正误差模型。

2 实测数据分析

2.1 数据获取

2022 年 6 月,在西北荒漠戈壁地区组织 6 台光电经纬仪拍星。上述设备分布在半径 10 km 的圆域内。

拍星前,所有设备拍摄方位标,调整大盘水平并记录调整数据。拍星时间为 21~23 时。这段时间内拍星区域无云。首先采用正镜、倒镜分别拍摄北极星,然后根据事前编制的拍星表,统一调度所有设备按四个象限依次摄、记录同一星体图像数据。拍星结束后判读拍星图像,并根据方位标判读结果、大盘水平调整结果、北极星判读结果计算三差、垂直轴倾斜角以及水平轴倾斜误差等参数。最后根据公式 (1) 和公式 (2) 计算测量残差并统计得到测角总误差等参数。

2.2 大气折光差修正

理想情况下,如果光电经纬仪的各项系统误差和大气折光差修正正确,那么方位和俯仰角测量残差应

该是均值为 0 的随机序列。但是,从公式 (6) 可以看出,如果大气折光差修正错误,俯仰角测量残差将同星体俯仰角余切值线性相关。

以 2 号光电经纬仪的残差数据为例,其俯仰角测角总误差为 $\sigma_{Em=2} = 17.0''$ (m 为设备编号),该值相较于设备设计指标明显超差。以 $\cot(E''_{ij})$ 为横轴,以俯仰角残差 ΔE_{ij} 为纵轴作图,如图 1 所示。

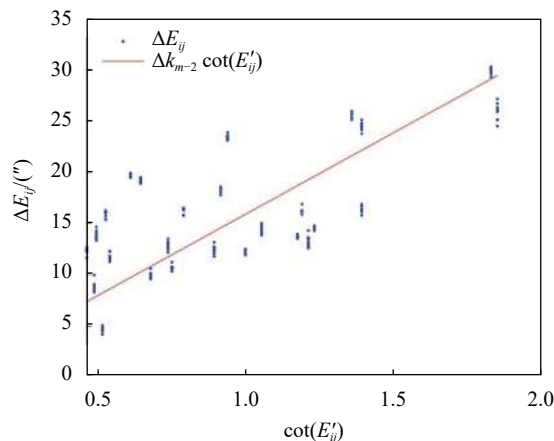


图 1 俯仰角残差及大气折光差拟合曲线

Fig.1 Pitch angle residual and atmospheric refraction error fitting curve

由此可以看出,俯仰角测量残差中存在明显的随 $\cot(E''_{ij})$ 线性变化的分量。采用最小二乘法进行直线拟合,得到拟合直线如图 1 红色直线所示,拟合得到的直线斜率 $\Delta k_{m=2} = 15.9$ 即为大气折光差修正系数。该组数据拟合残差的均方根误差 (Root mean squared error, RMSE) 为 4.8。RMSE 越小,说明仰角测量残差与星体俯仰角余切值相关性越强,拟合效果越好。

因为在西北荒漠地区夜间拍星,拍星期间各个测量点位测得的环境温度、气压等参数较为接近,且拍星期间整片区域无云静风,大气环境较为稳定,因此该区域大气环境一致性较好。对 6 台设备俯仰角测量残差按照上述步骤进行线性拟合得到 6 个大气折光差修正系数,取其平均值 $\bar{\Delta k}$ 作为综合修正系数,按照公式 (7) 对每台设备俯仰角测量残差进行修正。2 号光电经纬仪修正后的俯仰角测量残差 $\Delta E'_{ij}$ 随 $\cot(E''_{ij})$ 的变化关系见图 2。从图 2 可以看出,采用综合修正系数修正大气折光差后,设备 2 的俯仰角拍星残差 $\Delta E'_{ij}$ 与 $\cot(E''_{ij})$ 的相关性显著降低,俯仰角测角总误差从 17.0''降低到 6.1'',符合设备指标要求。

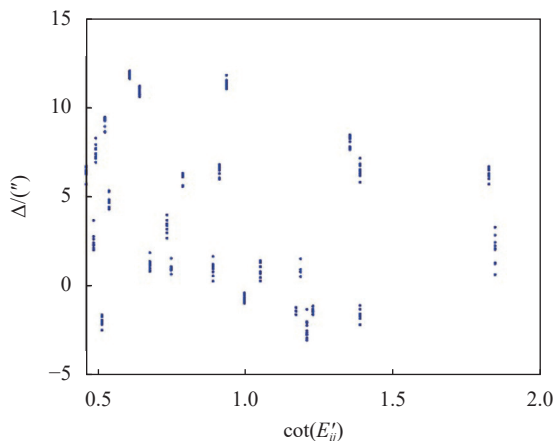


图 2 大气折光差修正后的俯仰角残差

Fig.2 Pitch angle residual after atmospheric refraction error correction

每台设备的大气折光差修正系数 Δk_m , 拟合残差的 RMSE, 综合修正系数 $\Delta \bar{k}$ 以及使用 $\Delta \bar{k}$ 修正前后的俯仰测角总误差 σ_{Em} 和 σ'_{Em} 如表 1 所示。

表 1 $\Delta k_m, RMSE, \Delta \bar{k}, \sigma_{Em}$ 和 σ'_{Em}

Tab.1 $\Delta k_m, RMSE, \Delta \bar{k}, \sigma_{Em}$ and σ'_{Em}

m	Δk_m	RMSE	$\Delta \bar{k}$	$\sigma_{Em}(/")$	$\sigma'_{Em}(/")$
1	10.5	2.7		9.6	3.1
2	15.9	4.8		17.0	6.1
3	15.0	3.2	12.9	18.3	8.8
4	9.4	2.2		8.6	3.3
5	14.1	2.4		14.6	3.1
6	13	3.4		12.4	3.5

综合图 2 和表 1 可以看出, 6 台设备俯仰角残差均与 $\cot(E'_{ij})$ 呈现较强的线性相关性, 且拍星计算得到的 6 台设备俯仰角静态测角总误差相较于设备设计指标均严重超差, 这显然是不合理的。从图 2 可以看出, 按照大气折光差修正误差模型修正后的俯仰角残差与 $\cot(E'_{ij})$ 的相关性消失。表 1 数据表明, 经过修正后, 6 台设备俯仰角静态测角总误差显著降低, 满足设备指标要求。

2.3 方位和俯仰角测量残差相关性分析

根据垂直轴倾斜角修正误差模型, 垂直轴倾斜角修正错误引起的方位与俯仰角残差是成对出现的, 且随星体方位角的变化分别呈现正弦和余弦变化规律。

图 3 中, 蓝色点为 2 号光电经纬仪方位角测量残差 ΔA_{ij} 随星体方位角 A_{ij} 的变化数据点, 红色实线为数

据点的正弦拟合曲线。图 4 中, 蓝色点和红色实线分别为 2 号光电经纬仪俯仰角测量残差 ΔE_{ij} 随星体方位角 A_{ij} 的变化数据点及其余弦拟合曲线。由此可以看出, ΔA_{ij} 随 A_{ij} 呈现正弦变化规律, 然而 ΔE_{ij} 随 A_{ij} 的余弦变化规律不明显。这与垂直轴倾斜角修正误差模型的结论不相符。

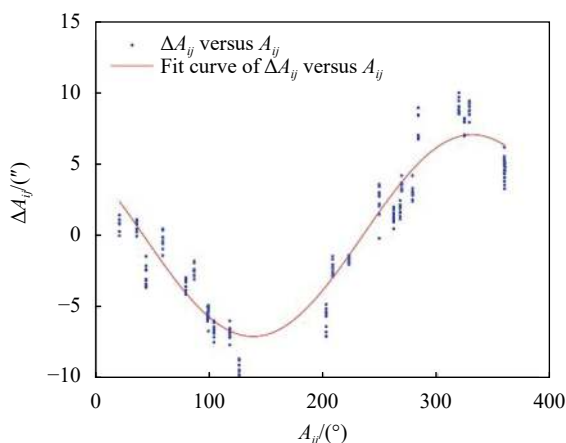


图 3 ΔA_{ij} 随 A_{ij} 的变化曲线

Fig.3 ΔA_{ij} versus A_{ij}

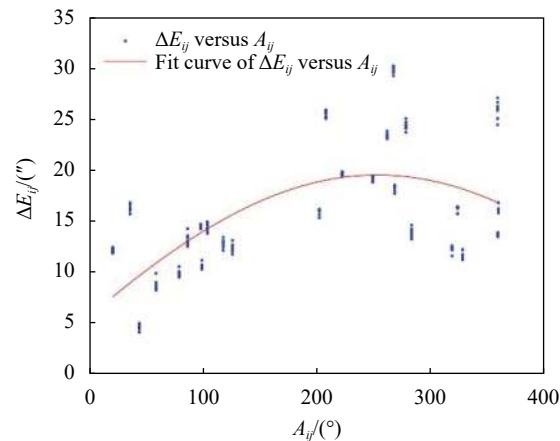


图 4 ΔE_{ij} 随 A_{ij} 的变化曲线

Fig.4 ΔE_{ij} versus A_{ij}

结合大气折光差修正误差模型及综合修正系数 $\Delta \bar{k}$ 不难看出, 由大气折光差修正错误引起的俯仰角残差变化幅度达到 $\pm 12.9"$, 与该设备的俯仰角残差 ΔE_{ij} 变化幅度相当。该误差的存在导致垂直轴倾斜角修正错误引起的俯仰角残差随方位角呈余弦变化的规律被淹没。

按照 2.2 节方法, 经过大气折光差修正后的 2 号

光电经纬仪俯仰角测量残差 $\Delta E'_{ij}$ 及其余弦拟合曲线见图 5。对比图 4 和图 5 可以看出,经过大气折光差修正后, $\Delta E'_{ij}$ 随方位角呈现明显的余弦变化规律。

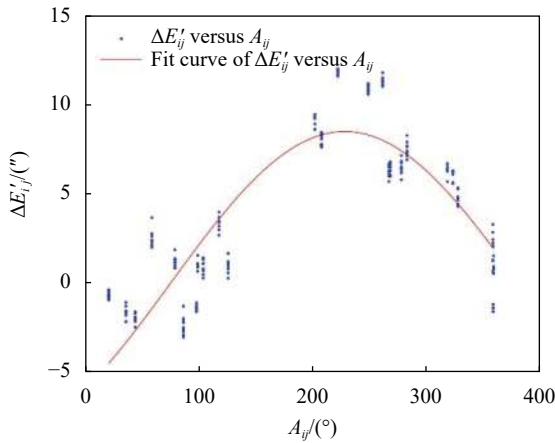


图 5 $\Delta E'_{ij}$ 随 A_{ij} 的变化曲线

Fig.5 $\Delta E'_{ij}$ versus A_{ij}

图 6 为 ΔA_{ij} 与 ΔE_{ij} 的归一化互相关曲线 $M_{corr}(\Delta A_{ij}, \Delta E_{ij})$ 和 ΔA_{ij} 与 $\Delta E'_{ij}$ 的归一化互相关曲线 $M_{corr}(\Delta A_{ij}, \Delta E'_{ij})$ 。从图 6 可以看出,大气折光差修正前, ΔA_{ij} 与 ΔE_{ij} 的归一化互相关曲线峰值为 0.66。而进行大气折光差修正后, ΔA_{ij} 与 $\Delta E'_{ij}$ 的归一化互相关曲线峰值相关系数提升至 0.77,即大气折光差修正后, ΔA_{ij} 与 $\Delta E'_{ij}$ 的相关性增强,垂直轴倾斜角修正误差特性凸显。

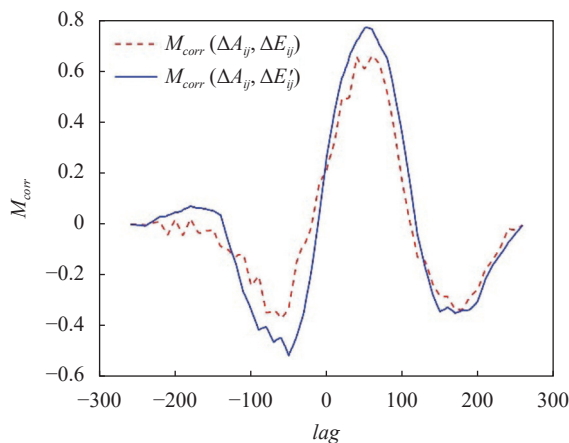


图 6 $\Delta A_{ij}, \Delta E_{ij}$ 和 $\Delta A_{ij}, \Delta E'_{ij}$ 的归一化互相关曲线

Fig.6 Normalized cross-correlation curves of $\Delta A_{ij}, \Delta E_{ij}$ and $\Delta A_{ij}, \Delta E'_{ij}$

6 台光电经纬仪大气折光差修正前的方位角残差与俯仰角残差的归一化互相关曲线峰值 M_{\max} 以及修

正后的归一化互相关曲线峰值 M'_{\max} 如表 2 所示。

从表 2 可以看出,大气折光差修正前,各设备的方位角测量残差和俯仰角测量残差的归一化互相关曲线峰值普遍低于 0.7。即受大气折光差修正误差的影响,方位角测量残差和俯仰角测量残差的相关性降低,垂直轴倾斜角修正误差特征不显著,不利于发现该误差因素对测角总误差的影响。大气折光差修正后,各设备的方位角测量残差和俯仰角测量残差的归一化互相关曲线峰值均大于 0.7,表明方位和俯仰角残差的相关性增强,该相关性主要是由垂直轴倾斜角修正误差引起的。通过对 ΔA_{ij} 与 $\Delta E'_{ij}$ 的进一步拟合、分析,可以得到垂直轴倾斜角修正误差幅度和相位等信息,可用于指导设备进行误差分离,调整大盘水平,并再次组织拍星检测系统测角精度。

表 2 归一化互相关曲线峰值 M_{\max} 和 M'_{\max}

Tab.2 Normalized cross-correlation curves of M_{\max} and M'_{\max}

m	M_{\max}	M'_{\max}
1	0.39	0.76
2	0.66	0.77
3	0.69	0.75
4	0.63	0.76
5	0.56	0.73
6	0.66	0.78

3 结论

文中提出了一种基于多台光电经纬仪同步拍星数据相关性分析的大气折光差修正方法。针对靶场条件下分布在一定区域内不同点位的多台光电经纬仪同步开展拍星的情况,若各设备点测得的地面大气参数一致性较好,则可利用该区域内多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据,根据文中提出的大气折光差修正模型,采用最小二乘法拟合得到大气折光差的修正系数并修正俯仰角测量残差数据。

实测数据和分析结果表明,设备俯仰角残差与 $\cot(E'_{ij})$ 呈现较强的线性相关性,由大气折光差修正错误引起的俯仰角残差变化幅度达到 $\pm 12.9''$,与光电经纬仪的拍星俯仰角残差幅度相当。该误差的存在导致计算得到的俯仰角静态测角总误差严重超差,且垂

直轴倾斜角修正错误引起的俯仰角残差随方位角呈余弦变化的规律被淹没,方位角和俯仰角残差归一化互相关曲线峰值均小于 0.7。采用文中方法对俯仰角测量残差进行大气折光差修正后,光电经纬仪俯仰角静态测角总误差显著降低,且由垂直轴倾斜误差修正错误引起的方位角和俯仰角残差的相关性得以显现,修正后方位角和俯仰角残差归一化互相关曲线峰值大于 0.7。

文中提出的方法无需使用探空气球、气象飞机等获取大气参数,即可对同一地域分布的多台光电经纬仪拍星俯仰角残差数据进行修正,剔除俯仰角测量残差中大气折光差修正错误的影响。基于修正后的残差数据计算得到的俯仰方向静态测角总误差更为合理,且修正后的数据可用于进一步分离测量残差中的垂直轴倾斜角修正误差等误差因素,具有较强的工程应用价值。后续的研究重点是根据残差数据特性,进一步分离轴系误差等误差因素,为靶场外场开展光电经纬仪静态精度鉴定与设备状态调整提供理论指导。

参考文献:

- [1] Yefimev M V. Ballistic missile aiming systems [J]. *Missile and Rockets*, 1970, 123(4): 17-32.
- [2] Li Xiangyu, Peng Bo, Jiang Bo, et al. Tilt error correction of minitype theodolite's vertical shaft based on angular contact ball bearings [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(12): 20210172. (in Chinese)
- [3] Liang Jiahui, Li Jian, Hu Shaolin. Joint multiple optical theodolite tracking based outlier-tolerant least distance sum localization [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(12): 2596-2604. (in Chinese)
- [4] Jia Wenbin, Liu Peizheng, Tang Zili, et al. Detection method for optical-axis parallelism of photoelectric theodolite in range [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(8): 1670-1677. (in Chinese)
- [5] Tang Haoyue. Research on measurement error analysis and correction method of flying target based on optical equipment[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021. (in Chinese)
- [6] Li Kun, Ding Hongchang, Cao Guohua, et al. Error detection system of photoelectric encoder based on optical continuous closed-loop [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(7): 20210715. (in Chinese)
- [7] Jia Wenwu, Zhang Sanxi, Lei Tao. The consistent of laser pointing and theodolite tracking [J]. *Opto-Electron Eng*, 2020, 47(9): 190438. (in Chinese)
- [8] Zhang Wei, Liu Yuhua, Li Shicheng. Research of the method of optical-electronic theodolite calibration with star in range [J]. *OME Information*, 2011, 28(7): 54-58. (in Chinese)
- [9] Ma Qingkun, Qiao Yanfeng. Offshore star calibration of electro-optical shipborne theodolite [J]. *Chinese Optics*, 2010, 3(6): 653-658. (in Chinese)
- [10] Li Yanping, Li Yan, Guo Lihong. Error analysis of star calibration technique in theodolite static precision detection [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, 12(4): 79-83. (in Chinese)
- [11] Xu Honggang, Han Bing, Li Manli, et al. Design and verification of high-precision multi-star simulator with a wide field of view [J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(6): 1343-1351. (in Chinese)
- [12] Si Wentao, Wang Weichao, Yuan Guangfu, et al. Atmospheric refraction correction method based on angular intersection [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(13): 130102. (in Chinese)
- [13] Chen Xiangming. Study on atmospheric refractivity profile model and radio wave refractive error correction method[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2008. (in Chinese)
- [14] Nauenberg M. Atmospheric refraction predictions based on actual atmospheric pressure and temperature data [J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2017, 129(974): 044503.
- [15] Gogtay N J, Thatte U M. Principles of correlation analysis [J]. *Journal of the Association of Physicians of India*, 2017, 65(3): 78-81.
- [16] Duncan D B, Horn S D. Linear dynamic recursive estimation from the viewpoint of regression analysis [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1972, 67(340): 815-821.

Correction of atmospheric refraction error based on correlation analysis of star measurement residual data

Wang Weichao^{1,2}, Gan Shiqi², Liu Shuang¹, Zhang Haoyuan², Wu Peijian²

(1. School of Opto Electronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 610000, China;

2. 95859 of the PLA Army, Jiuquan 735018, China)

Abstract:

Objective The static angle measurement error for an optical electronic theodolite is generally measured by the star calibration method in the shooting range. Affected by the change of atmospheric refractive index, the empirical formula of atmospheric refraction error is usually used to correct the angle measurement data in the pitching direction of stars. However, the difference between the atmospheric composition in various areas and over time leads to a significant error in the empirical formula. This error results in a significant error in the pitch angle measurement results obtained by the star calibration procedure and affects the separation of other error factors. Therefore, the correction of atmospheric refraction error, which is obtained by the empirical formula, is very important to calculate the total error in measuring the pitch angle of an optical electronic theodolite. To precisely correct atmospheric refraction error, it is usually necessary to use sounding balloons or meteorological aircraft to collect atmospheric parameters at different altitudes. But this traditional method is complicated to organize and difficult to implement. For this purpose, a new method for correcting the empirical formula of atmospheric refraction error is proposed in this paper.

Methods A method for correcting the empirical formula of atmospheric refraction error is built in this paper. The method is based on the correlation analysis of star measuring data from multiple theodolites. According to the residual error model for measuring the azimuth and pitch angle of the theodolite, the atmospheric refraction error correction model is derived. Based on this error model, using the residual data of the pitch angle from multiple photoelectric theodolites distributed at different points in the same area, the coefficient for correcting atmospheric refraction error is obtained by fitting the pitch angle measurement residuals and the tangent of the pitch angle with the least square method, and the residual pitch angle data are corrected with the atmospheric refraction error correction model.

Results and Discussions Analysis results based on the data of six phototheodolites distributed in the same area show that there were obvious components of the pitch angle measurement residuals that varied linearly with the tangent of the pitch angle (Fig.1). According to the atmospheric refraction error correction model, the pitch angle measurement residuals of the six phototheodolites were linearly fitted to obtain six correction coefficients (Tab.1), and the average value was taken as the comprehensive correction coefficient. After using the comprehensive correction coefficient to correct the atmospheric refraction error, the correlation between the pitch angle residuals and the tangent of pitch angle was significantly decreased (Fig.2), and the total static angle measurement error of the pitch angle of the six devices was significantly reduced (Tab.1). Moreover, before the atmospheric refraction error correction, the peak values of the normalized correlation curves (Fig.6) of the azimuth and pitch angle measurement residuals of each phototheodolites were generally under 0.7 (Tab.2). After the correction of atmospheric refraction error, the peak values of the normalized correlation curves of the azimuth and pitch angle

measurement residuals were greater than 0.7, indicating that the correlation of azimuth and pitch angle measurement residuals is enhanced, and this correlation is mainly caused by the correction error of vertical axis tilt angle.

Conclusions A method for the correction of atmospheric refraction error based on the correlation analysis of star measurement residual data is proposed. The atmospheric refraction error correction model is derived based on the residual error model for measuring the azimuth and pitch angle of the theodolite. With the residual data of the pitch angle obtained from multiple photoelectric theodolites distributed at different points in the same area, the coefficient for correcting atmospheric refraction error is obtained by the least square method and the residual pitch angle data are corrected. As a result, the total error in measuring the pitch angle of an optical electronic theodolite is significantly reduced after correction of the atmospheric refraction error, and the features of the azimuth and pitch angle residuals caused by the error in correcting the vertical axis tilt error are revealed. The proposed method makes it possible to correct residual pitch angle data of multiple optical electronic theodolites distributed in the same area without using sounding balloons to obtain atmospheric parameters, and the corrected data can be used to separate other error factors, which is of high engineering application value.

Key words: optical electronic theodolite; static calibration with stars; measured residual; atmospheric refraction error; correlation analysis

Funding projects: National Natural Science Foundation of China (51675506)