# 激光跟踪干涉系统基点的直线约束标定方法

晁祥璋1, 刁晓飞1\*, 康岩辉1, 范芯蕊2, 雷李华3, 刘丽琴3

(1. 中国计量科学研究院几何量计量科学研究所,北京100029;

2. 哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所,黑龙江哈尔滨150080;

3. 上海市在线检测与控制技术重点实验室,上海 201203)

摘 要:激光跟踪干涉系统的测量精度是工业机器人标定精度的主要影响因素,其基点标定精度决定 了激光跟踪干涉系统的测量精度。为了确定基点与激光跟踪干涉系统的准确距离,提出了一种激光跟 踪干涉系统基点的直线约束标定方法。建立了基于直线约束的数学标定模型,使各标定约束点分布在 同一直线上,可直接应用干涉测量方法获取约束点的精确坐标,使用最小二乘法进行数值解析确定基 点距离,该方法具有原理简单、误差源少、测量精度高的特性。针对影响标定精度的各项参数进行了数 值仿真分析,优化标定参数,减小标定误差;最终搭建了实验装置评估该标定方法的性能,实验结果表 明,激光跟踪干涉系统的基点距离平均值为 290.0764 mm,标准差为 4.4 μm,满足对工业机器人标定的 精度需求;为验证该方法的准确性,对 API radian 激光跟踪仪的基点距离进行比对测试,与其标称值相 差 3 μm。

关键词:激光跟踪干涉系统;基点距离标定;直线约束;最小二乘法 中图分类号:TH741 文献标志码:A DOI: 10.3788/IRLA20230288

#### 0 引 言

工业机器人在现代社会中的应用越来越广泛,在 汽车制造、航空航天、医疗卫生等领域都有着举足轻 重的地位<sup>[1-4]</sup>; 医用机器人的绝对定位精度在亚毫米 级别,某些场合中装配机器人的绝对定位精度要达到 0.01 mm 以下,然而由于工业机器人在生产制造过程 中存在加工误差及装配误差,在未经标定的情况下其 绝对定位精度一般在 0.5~10 mm。因此需要对机器人 的 DH 参数进行标定,使其能够达到与其任务相匹配 的精度水平。

在基于距离误差模型的工业机器人 DH 参数标 定工作中,需要获取机器人末端到测量设备的绝对距 离。现阶段,往往使用激光跟踪仪进行测量工作<sup>[5-7]</sup>, 然而激光跟踪仪作为通用测量设备,其功能齐全、操 作复杂、价格昂贵,因此亟需一种低成本、操作简单 的高精度机器人标定专用设备。目前,国内外学者主 要使用激光干涉跟踪测量技术<sup>[8-10]</sup>进行高精度测量, 采用干涉测量技术对机器人的 DH 参数误差进行标 定。在测量过程中需要一个基点来实现绝对距离测 量,基点与干涉测量设备的距离称为基点距离。

为了准确地测量出基点距离,美国佛罗里达大西 洋大学的 Motaghedi S H 设计了约束平面法来求解基 点坐标<sup>[11-12]</sup>,但是难以获得高精度的约束平面制约了 平面约束方法的标定精度;天津大学的张亚娟提出了 基于球面约束的基点标定方法<sup>[13-14]</sup>,球面约束利用三 坐标机和球杆仪作为测量工具,系统复杂不具有灵活 性;天津大学的李杏华<sup>[15]</sup>提出了基于直线约束的标定 方法,该方法利用余弦定理构建约束关系对基点距离 进行标定,约束直线需要过基点,受到基点的制约;北 方民族大学的周春燕<sup>[16]</sup>提出了基于双线法的基点标

#### 收稿日期:2023-05-07; 修订日期:2023-06-20

基金项目:中国计量科学研究院基本科研业务费重点领域项目 (AKYZD2109); 上海市自然科学基金项目 (21ZR1483100); 上海市优秀学术/ 技术带头人计划项目 (21XD1425000)

作者简介:晁祥璋,男,硕士生,主要从事精密测量技术方面的研究。

导师(通讯作者)简介:刁晓飞,男,副研究员,博士,主要从事几何量精密测量、激光干涉测量方面的研究。

定方法,这种方法需要安装两条严格正交的导轨,这 在操作上有一定的难度。

为了实现对激光跟踪干涉系统 (LTIS) 基点距离 的准确标定, 解决现有基点标定约束关系复杂、对约 束要求精度高、引入误差源多等问题, 文中提出了一 种激光跟踪干涉系统基点的直线约束标定方法, 约束 直线无需过基点, 利用点与点之间的距离关系构建约 束方程, 可以直接解算激光跟踪干涉系统的基点距 离; 经分析发现, 该方法的参数设置会影响标定精度, 文中对各项参数进行了数值仿真分析, 以减小标定误 差。该方法在标定过程中只使用了激光干涉测量的 位移信息, 具有标定方法简单、引入误源差少、测量 精度高的特点。对基点距离进行标定后的激光跟踪 干涉系统可以进行机器人 DH 参数误差的标定工作。

# 激光跟踪干涉系统基点的直线约束标定 方法

在基于距离误差模型的工业机器人 DH 参数标 定工作中,工业机器人末端测量方案如图 1 所示, A 为激光跟踪干涉系统的位置,B 为工业机器人末端 执行器的位置,C 为基点靶座, $l_0$  为基点距离 (Distance of base point, DBP)。激光跟踪干涉系统只有干涉测量 模块和跟踪模块,仅能测量出机器人末端 B 相对于基 点 C 的距离变化量  $\Delta l$ 。若已知基点距离  $l_0$ ,就可以确 定机器人末端 B 与激光跟踪干涉系统位置 A 的绝对 距离。在该系统中,基点距离  $l_0$  是影响绝对测距精度 的主要因素之一,并且不需要求解激光跟踪干涉系统 位置 A 的坐标,只需计算  $l_0$  的长度。

与文献 [15] 相比, 文中方法主要有以下两点不同:1) 约束关系的构建方式方面, 该方法通过三角形 利用余弦定理构建约束方程, 文中利用两点之间的距 离关系构建约束方程; 2) 约束直线方面, 该方法选取 的约束直线需要通过测量初始点, 即文中的基点, 对 约束直线形成制约, 文中提出的方法约束直线不需要 通过基点, 对约束直线选取没有限制。

激光跟踪干涉系统基点的直线约束标定方法原 理如图 2 所示,约束直线长度为L,激光跟踪干涉系统 与约束直线的距离为 d, P<sub>0</sub>为激光跟踪干涉系统的位 置, B 为基点, P<sub>i</sub>为第 i 个约束点, l<sub>i</sub>第 i 个约束点 P<sub>i</sub>相对于基点的距离变化, l<sub>0</sub>为基点距离。以约束直



图 1 机器人标定的测量方案 Fig.1 Measurement scheme of robot calibration

线作为 x 轴, 激光干涉仪的测量初始点 P<sub>1</sub> 为原点建 立坐标系。约束点 P<sub>i</sub>(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub>) 均匀分布在 x 轴上。根 据几何关系可得约束方程:

$$|\boldsymbol{P}_t - \boldsymbol{P}_0| = l_0 + l_t \tag{1}$$

第 i 个点和第 i+1 个点的约束方程为:

$$\begin{cases} x_i^2 - 2x_i x_0 + x_0^2 + \\ y_i^2 - 2y_i y_0 + y_0^2 + \\ z_i^2 - 2z_i z_0 + z_0^2 = (l_0 + l_i)^2 \\ x_{i+1}^2 - 2x_{i+1} x_0 + x_0^2 + \\ y_{i+1}^2 - 2y_{i+1} y_0 + y_0^2 + \\ z_{i+1}^2 - 2z_{l+1} z_0 + z_0^2 = (l_0 + I_{i+l})^2 \end{cases}$$
(2)

式中: *x<sub>i</sub>* 为第 *i* 个约束点的 *x* 坐标; *y<sub>i</sub>* 为第 *i* 个约束点的 *y* 坐标; *z<sub>i</sub>* 为第 *i* 个约束点的 *z* 坐标; *l*<sub>0</sub> 为基点距离; *l<sub>i</sub>* 为第 *i* 个约束点与基点的距离变化。

将公式(2)中的两式相减,可得:





第 52 卷

(9)

$$2(x_{i+1} - x_i)x_0 + 2(y_{i+1} - y_i)y_0 + 2(z_{l+1} - z_i)z_0 + 2(l_{i+1} - l_i)l_0 = (x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 + z_{i+1}^2) - (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) + (l_i^2 - l_{i+1}^2)$$
(3)

非线性约束方程 (1)转化为线性约束方程 (3)。 约束点都在 x 轴上,所以方程 (3) 可以简化为:

$$2(x_{i+1} - x_i) x_0 + 2(l_{i+1} - l_i) I_0 =$$
  
$$x_{i+1}^2 - x_i^2 + (l_{i+1}^2 - l_i^2)$$
(4)

根据最小二乘法的基本原理<sup>[17]</sup>解出基点距离 *l*<sub>0</sub>和激光跟踪干涉系统的横坐标*x*<sub>0</sub>。

设约束点数量为 N, 公式 (4) 可以写成矩阵形式:

$$AX = B \tag{5}$$

其中,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X} &= \begin{pmatrix} x_0 \\ l_0 \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{A} &= 2 \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & l_2 - l_1 \\ x_3 - x_2 & l_3 - l_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_N - x_{N-1} & l_N - l_{N-1} \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{B} &= \begin{pmatrix} x_2^2 - x_1^2 + l_2^2 - l_1^2 \\ x_3^2 - x_2^2 + l_3^2 - l_2^2 \\ \vdots \\ x_{N+1}^2 - x_N^2 + l_{N+1}^2 - l_N^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

# 2 标定方法优化及仿真

根据公式(5)可知相邻约束点之间的间距过小或 者当激光干涉仪测得相邻两约束点的*l<sub>i</sub>*差别不大时, 系数矩阵 *A* 的第二列是一个微小变化量,使得最小二 乘法的系数矩阵变为如下形式:

$$A = 2 \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & \sigma_{12} \\ x_3 - x_2 & \delta_{22} \\ \vdots & \vdots \\ x_n - x_{n-1} & \delta_{m2} \end{pmatrix}$$
(6)

式中: *δ<sub>ij</sub>* 是一个微小量。公式 (5) 可写为:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B} \tag{7}$$

所以,

$$\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\right)^{-1} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$$
(8)

其中, A<sup>T</sup>A 的表达式为:

$$a = (x_{i+1} - x_i)^2$$
  

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \sum (x_{i+1} - x_i) \delta_{i2}$$
  

$$\Delta_{22} = \sum \delta_{i2}^2$$

 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} = 4 \begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{pmatrix}$ 

相邻两约束点之间距离越近,相邻两约束点之间 的 l<sub>i</sub> 与 l<sub>i+1</sub> 差别越小,公式 (9) 表明 A<sup>T</sup>A 矩阵条件数 就越大,使得基点距离的标定误差变大。因此在使用 基点的直线约束标定模型时,约束点需要在约束直线 上分散开,使相邻约束点之间的 l<sub>i</sub> 有显著的变化。

在对基点的标定过程中,约束直线长度为L、激 光跟踪干涉系统与约束直线的距离为d、L与d的比 值、约束点个数N、激光跟踪干涉系统位置P<sub>0</sub>均会影 响标定精度,因此需要分别研究这些参数对标定结果 的影响,使用计算机仿真软件对各影响参数进行仿真 实验,根据仿真结果选择合适的参数,仿真环境与参 数如表1所示。

#### 表1 仿真环境与参数设置

#### Tab.1 Simulation environment and parameters set

Items	Parameter
Environment	Intel i5 7 <sup>th</sup> Gen
Distance of base point (DBP)	350 mm
Error of interferometer	X-N (0, 0.5 μm)
Error of LTIS	X-N (0, 0.5 μm)

## 1) L/d 对标定精度的影响

为了探究 L 与 d 之间的比值对标定精度的影响, 仿真参数按照表 1 设置,选取约束点数量 N=20,令 L/d 的值从 0.5~4 之间变化,计算标定误差。标定误差 的计算方法如公式 (10) 所示:

$$e = |D_{\text{cali}} - D_{\text{real}}| \tag{10}$$

式中:e为标定误差;D<sub>cali</sub>为标定后的基点距离; D<sub>real</sub>为仿真中基点距离的真值。

标定误差与 L/d 的关系如图 3 所示,当  $0.5 \leq L/d \leq$  2 时,标定误差随着比值的增大从 0.035 mm 降至 0.0025 mm,当 L/d > 2 时标定误差减小缓慢,继续增大 L/d 对减小标定误差的意义不大。所以结 L 与 d 的比值应控制在 1.5~2 之间,这里选择 L/d = 2。



Fig.3 Calibration error in different values of L/d

2) 约束点数量 N 对标定精度的影响

为了分析约束点数量 N 对基点标定精度的影响, 根据 1) 中的仿真结果,确定约束直线长度 L=3400 mm, 激光跟踪干涉系统与约束直线的距离 d=1700 mm,且 位于约束直线的垂直平分线上。其余参数同表 1,在 约束直线上均匀等间选取约束点,约束点的数量 N从 10~80 个点变化,分别计算标定误差与约束点个 数的皮尔逊相关系数 r,以此衡量约束点个数与标定 误差的相关性。一般情况下,皮尔逊系数|r| < 0.3 则 认为他们没有相关性,仿真得到的皮尔逊相关系数 r=0.045,所以当约束点大于 10 个之后,理论上约束点 个数并不影响标定结果。为了保证结果的准确性与 稳定性,采用了 20 个约束点进行实验和仿真。

3) 激光跟踪干涉系统的位置 **P**<sub>0</sub> 对标定精度的 影响

为了研究激光跟踪干涉系统在 x 轴方向上的位 置对标定精度的影响,选取约束点数量 N=20 个,约束 直线长度 L = 3400 mm,激光跟踪干涉系统与约束直 线的距离 d=1700 mm,激光跟踪干涉系统的 x 坐标沿 约束直线方向变化,仿真结果如图 4 所示,当激光跟 踪干涉系统位置的 x 坐标在 1700 mm 附近时,标定误 差有最小值,即约束点要相对于激光跟踪干涉系统对 称分布。

根据优化分析结果,结合实际实验条件,文中使 用如下参数进行基点标定:约束直线长度为3400 mm, 激光跟踪干涉系统与约束直线的垂直距离为1700 mm; 约束点数量为20个,激光跟踪干涉系统放置在约束 直线的垂直平分线附近,使约束点关于激光跟踪干涉



系统大致对称分布。

#### 2.1 激光跟踪干涉系统基点标定实验

搭建实验系统对激光跟踪干涉系统的基点距离 进行标定,如图 5 所示。雷尼绍 XL80 干涉仪 7 固定 在气浮导轨 4 一端,调节角锥棱镜 6 与雷尼绍 XL80 干涉仪下的 4 维平台使 XL80 干涉仪准直。激光跟踪 干涉系统 2 放置在气度导轨的垂直平分线附近,激光 跟踪干涉系统与气浮导轨的距离为 1700 mm。控制 气浮导轨、激光跟踪干涉系统和雷尼绍 XL80 干涉仪 示数归零。然后将目标靶镜 5 利用磁吸底座固定在 基点靶座 3 上,使能激光跟踪干涉系统跟踪目标靶 镜,将靶镜移动到气浮导轨上开始测量。

约束直线长度 L=3400 mm,约束点个数 N=20,激 光跟踪干涉系统与约束直线的垂直距离 d=1700 mm, 激光跟踪干涉系统的位置在约束直线的垂直平分线 附近,重复测量 5 次。实验结果如表 2 所示,激光跟 踪干涉系统的基点距离平均值为 290.0764 mm。

由于测量误差传播,最小二乘估计量的标准差取 决于测量数据的标准差,由于每次测量的误差不同, 这 5 次测量得到的最小二乘估计量的标准差也不 同。根据最小二乘法的精度估计理论,可以求出每次 测量中最小二乘估计量 *l*<sub>0</sub>的标准差σ<sub>b0</sub>。5 次测量为 不等精度测量,根据算数平均值原理,可以确定每组 数据的权重*pi*,求出加权平均值*l*<sub>0</sub>和加权平均值的标 准差σ<sub>l0</sub>,经过计算,每次测量的标准差、权重、加权平 均值和加权平均值的标准差如表 3 所示,激光跟踪干 涉系统基点距离的平均值为 29.0764 mm,算数平均 值的标准差为 4.4 μm。



1-Signal process system; 2-LITS; 3-Target base; 4-Air guide; 5-Target mirror; 6-Corner cube prism; 7-Renishaw XL80

图 5 基点距离标定实验系统

Fig.5 Experimental system of DBP calibration

## 表 2 对激光跟踪干涉系统的基点距离标定结果

#### Tab.2 DBP calibration result for LTIS

No.	DBP/mm	Average $x_0/mm$	Average $l_0$ /mm
1	290.0688		
2	290.0857		
3	290.0748	1 492.021 3	290.0764
4	290.0652		
5	290.0877		

#### 表 3 基点距离的加权平均值与平均值的标准差

# Tab.3 Weight average and its standard deviation of

DBP

	1	2	3	4	5
$\sigma_{\parallel}$	0.0502	0.1128	0.0511	0.0559	0.0473
$p_i$	397.5	78.666	382.44	319.62	446.27
$\bar{l}_0$	29.0764 mm				
$\sigma_{T_1}$	4.4 μm				

# 2.2 标定方法比对实验

为了验证激光跟踪干涉系统基点距离标定 结果的准确性,使用文中标定方法对API radian 跟踪仪的基点距离进行标定,并与其标称值进 行比较。约束直线长度 *L*=3400 mm 约束点数量 *N*=20, API radian 跟踪仪放置在约束直线的垂直 平分线附近, API radian 跟踪仪与约束直线的垂 直距离*d*=1700 mm。实验系统如图6所示。对基 点距离进行5次标定,取其加权平均值并计算加 权平均值的标准差。API基点距离的标称值为 154.1910 mm,标定结果如表4所示。对API 跟踪 仪的基点距离标定的结果为154.1940 mm,与其 标称值相差3 μm。API 的全程3D 空间精度为10 μm+ 5 μm/m,实验结果表明,激光跟踪干涉系统基点 的直线约束标定方法可以准确地对基点距离进 行标定。



图 6 (a) 空气折射率补偿装置; (b) 标定验证实验系统; (c) API 跟踪仪 Fig.6 (a) Air refractive index compensation; (b) The verification experimental system of calibration; (c) API tracker

#### 表 4 API radian 跟踪仪基点距离标定结果

#### Tab.4 DBP calibration results for API radian

No.	DBP/mm	Weighted average/mm	API value/mm	Error/mm
1	154.2002			
2	154.1892			
3	154.1993	154.1940	154.1910	0.003
4	154.1868			
5	154.1968			

## 3 结 论

文中提出了一种激光跟踪干涉系统基点的直线 约束标定方法,该方法在标定中仅使用了激光干涉仪 与导轨,具有原理简单、精度高、误差源少的特点;分 析了标定方法中各参数对基点距离标定精度的影响, 确定了合适的约束直线长度 L、激光跟踪干涉系统与 约束直线的距离 d、约束点个数 N、激光跟踪干涉系 统的位置 P<sub>0</sub>,减小标定误差。

利用激光跟踪干涉系统基点的直线约束标定方 法对激光跟踪干涉系统的基点进行标定,该方法标定 的激光跟踪干涉系统的基点距离的平均值为 *l*<sub>0</sub>= 290.0764 mm,标准差为 4.4 μm,对 API radian 跟踪仪 的基点距离进行标定来验证标定结果的准确性,与标 称值相比误差为 3 μm。因此,文中激光跟踪干涉系统 基点的直线约束标定方法标定出的基点距离精度满 足工业机器人的标定需求,对工业机器人发展具有重 要的意义。

#### 参考文献:

- Zhao Haipeng, Du Yuhong, Ding Juan, et al. LiDAR ranging angle measurement calibration method in mobile robot [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0630002. (in Chinese)
- [2] Qiao Guifang, Sun Dalin, Wen Xiulan, et al. Modeling and analysis of sequential multi-lateration measurement system based on single laser tracker for robot calibration [J]. Acta Metrologica Sinica, 2020, 41(11): 1313-1320. (in Chinese)
- [3] Li X, Zhang E, Fang X, et al. Calibration method for industrial robots based on the principle of perigon error close [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 48569-48576.
- [4] Miao L, Zhang Y, Song Z, et al. A two-step method for kinematic parameters calibration based on complete pose

measurement-verification on a heavy-duty robot [J]. *Robotics* and *Computer-Integrated Manufacturing*, 2023, 83: 102550.

- [5] Du Liang, Zhang Tie, Dai Xiaoliang, et al. Robot kinematic parameters compensation by measuring distance error using laser tracker system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(8): 2352-2357. (in Chinese)
- [6] Chen Xiangjun, Gulinaer Zunong, Xue Zi, et al. Calibration algorithm and experimental research of cooperative robot based on laser tracker [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2021, 42(5): 552-557. (in Chinese)
- [7] Xing Yunlong, Li Lun. A calibration method of mechanical arm structure parameters based on exponential product [J]. *Manufacturing Automation*, 2023, 45(2): 12-16, 29. (in Chinese)
- [8] He Jun, Zhang Fumin, Zhang Huadi, et al. Multilateral laser tracking system self-calibration method based on spherical center fitting [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(8): 201904381. (in Chinese)
- [9] Liu Jian, Liu Weiwei, Zang Yanxu. High precision tracking of long-distance target based laser measurement technology [J]. *Laser Journal*, 2021, 42(11): 60-64. (in Chinese)
- [10] Ping Shaodong, Fu Yunxia, Zhang Feng, et al. Study on measurement method of mirror reflection laser tracking interferometric length measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(12): 20210624. (in Chinese)
- [11] Zhuang H, Motaghedi S H, Roth Z, et al. Calibration of multibeam laser tracking systems [J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2003, 19(4): 301-314.
- [12] Motaghedi S H. Self-calibration of laser tracking measurement system with planar constraints[D] Florida: College of Engineering, Florida Atlantic University, 1999.
- [13] Zhang Yajuan. Stand alone laser tracking system[D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- [14] Zhang Yajuan, Qiu Zurong, Li Xinghua, et al. Calibration of laser tracking system with spherical constraint [J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2014, 47(3): 255-261. (in Chinese)
- [15] Li Xinghua. Design of a laser tracking system[D]. Tianjin: Tianjin University, 2003. (in Chinese)
- [16] Zhou Chunyan. Double line of base point self calibration in laser tracking coordinate measuring system [J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(12): 3429-3431. (in Chinese)
- [17] Xu Hang, Xiong Zhi, Zhang Liugang, et al. Laser tracking attitude angle measurement method based on weighted least squares [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(6): 20210675. (in Chinese)

# Linear constraint approach for calibrating distance of base point in laser tracking interferometer system

Chao Xiangzhang<sup>1</sup>, Diao Xiaofei<sup>1\*</sup>, Kang Yanhui<sup>1</sup>, Fan Xinrui<sup>2</sup>, Lei Lihua<sup>3</sup>, Liu Liqin<sup>3</sup>

(1. Division of Dimensional Metrology, National Institute of Metrology, Beijing 100029, China;

2. Institute of Ultra-precision Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China;

3. Shanghai Key Laboratory of Online Test and Control Technology, Shanghai 201203, China)

#### Abstract:

**Objective** To ensure the high precision of robot operations, it is imperative to calibrate the robot, enhancing its absolute positional accuracy. The most commonly employed method is the distance error model, which requires obtaining distance information between the robot's end-effector and the measurement device. While laser trackers are widely used due to their high accuracy in directly measuring the position information of the end-effector, they are general-purpose and often expensive devices with many features that go unused in the context of robot calibration. To address these concerns, a custom-designed Laser Tracking Interferometer System (LTIS) has been developed for scenarios requiring high accuracy at a lower cost. The LTIS comprises a tracker module and an interferometer module. In this system, a reference point, termed the base point, is essential for measuring absolute distance from the LTIS to the base point, known as the Distance of Base Point (DBP), is crucial as it directly influences the overall accuracy of the LTIS. Designing a high-accuracy calibration method for the DBP is essential for achieving precise and cost-effective robot calibration in various applications.

**Methods** The present study introduces a novel method for calibrating the Distance of Base Point (DBP) in a LTIS using a linear constraint approach. As only the DBP is needed in robot calibration, the outgoing light of the laser interferometer is employed as the x-axis to establish the coordinate system (Fig.2). The constraint points utilized for DBP calibration are situated on the line defined by the x-axis. The least square method is then applied to calculate the DBP. The optimal parameters for this calibration method are determined through a combination of theoretical analyses and simulations (Fig.3 and Fig.4). Finally, the proposed method is applied to calibrate the LTIS and obtain its DBP (Fig.5). To validate the calibration result, the DBP of the API radian tracker is calibrated and compared with the normal value (Fig.6).

**Results and Discussions** The number and distribution of constraint points, as well as the layout of the calibration system, can significantly influence the calibration results, as indicated by theoretical analyses and simulations. The analysis results suggest that the constraint points used for calibration should be evenly and equidistantly distributed on the constrained line around the laser tracking system. Furthermore, the constraint points should be dispersed as widely as possible along the constrained line to ensure that the distances  $l_i$  measured by the LTIS exhibit noticeable differences, thereby reducing calibration errors. Optimal calibration parameters were determined through simulation experiments and actual experimental conditions. The constraint line was set to 3 400 mm, with 20 constraint points evenly and equidistantly placed on the *x*-axis, symmetrically positioned around the LTIS.

**Conclusions** In the DBP calibration method for laser tracking interferometry based on the linear constraint approach, all constraint points used for calibration are distributed along a line. The interferometer measures the displacement of the target mirror along the linear direction to obtain the coordinate of the constraint point. Simultaneously, the LTIS measures the change in distance between the target mirror and the base point. The least squares principle is then employed to calculate the DBP. The weighted average DBP in the LTIS is found to be 290.076 4 mm, with a standard deviation of 4.4  $\mu$ m. To validate this result, the DBP of an API radian laser tracker was calibrated using this method. The measured DBP of the API radian is 154.194 0 mm, with an error of 3  $\mu$ m compared to the normal value. The API radian, which has an accuracy of 10  $\mu$ m+5  $\mu$ m/m in space, demonstrates that the linear constraint approach for calibrating the DBP in the Laser Tracking Interferometer System meets the requirements of robot calibration. This method holds significant importance for the industrial robot industry.

- Key words: laser tracking interferometer system; nase point calibration; linear constraint; least square method
- **Funding projects:** Basic Research Foundation of National Institute of Metrology (AKYZD2109); Natural Science Foundation of Shanghai (21ZR1483100); Program of Shanghai Academic/Technology Research Leader (21XD1425000)