# 混合-拟蒙特卡洛法在地球辐射外热流计算中的效率评估

付小懿,华运韬\*,马文来,崔祜涛,赵 阳

(哈尔滨工业大学航天学院,黑龙江哈尔滨150001)

摘 要:空间外热流仿真计算是航天器热控设计以及地面试验验证的关键技术之一。传统蒙特卡洛法 (MC) 抽样的随机性问题导致其计算地球红外和反照辐射外热流的收敛速度慢。为解决这一问题, 文中首先分析比较外热流积分各个随机变量维度对积分的贡献程度,发现前四维随机变量对积分贡献 程度最高。之后在外热流积分的前四维度中,将拟蒙特卡洛法 (QMC) 代替传统 MC,对所求目标面元 光线发射点和方向进行采样,其他积分维度仍采用 MC,该方法将 MC 和 QMC 混合到一起计算外热 流。最后以某航天器为算例,通过大数据光线追踪实验得出外热流准确度和收敛速度。研究结果表 明,混合-QMC 计算地球红外和反照辐射外热流的准确度始终优于传统方法。进一步的分析表明,该 方法在地球辐射外热流准确度上的收敛速率,优于传统方法所呈现的收敛速度值 (即-0.5)。此外,在面 元地球辐射外热流求解的光线追踪过程中,若面元所发光线不存在反射的情况,混合-QMC 方法能够 更准确快速地求解其外热流。将混合-QMC 应用到地球辐射外热流计算中,可以在一定程度上提高计 算效率。

关键词:地球红外和反照辐射; 大数据光线追踪; 混合-拟蒙特卡洛; 积分维度 中图分类号: V423.4<sup>+</sup>1; TK124 文献标志码: A **DOI**: 10.3788/IRLA20230133

# 0 引 言

在航天器的整个轨道运行期间,需要确保所有仪 器设备和结构件的温度都处于规定范围之内。星敏 感器为航天器姿态控制系统的重要组成部分,其在轨 运行中,由于系统表面不断变化的空间外热流,导致 其光学系统发生热-结构变形,影响光学系统测量精 度,最终影响航天器姿态控制系统的性能<sup>[1]</sup>。阿尔法 磁谱仪是安装在国际空间站上,用于探寻宇宙中的暗 物质、反物质,探索宇宙射线起源的大型高能粒子探 测设备。其上各探测器测量精度均与温度相关,为保 证探测器精度,所有电子元件都需要在相对恒定的温 度范围内工作,稳定、高效的热控制系统成为保障其 安全稳定运行的基础<sup>[2–3]</sup>。实时、快速、全面的热分析 是保证航天器稳定运行的必要条件<sup>[4]</sup>。在航天器热分 析计算中,精确快速的外热流计算结果是获得准确可 靠实时温度场的前提保证。

自 20 世纪 60 年代起, 国外学者陆续开展对航天

器外热流的计算研究<sup>[5-7]</sup>,我国于 20 世纪 80 年代末开 始重视这方面研究。当前外热流计算主要采用直接 积分法<sup>[8]</sup>(INM)、矢量法、蒙特卡洛法 (MC)<sup>[9-12]</sup>。直接 积分法和矢量法,在处理复杂表面时无法得到被遮挡 面的外热流,其应用具有局限性<sup>[1]</sup>。最近,李运泽等<sup>[4]</sup> 提出空间象限和智能遮挡计算方法,计算中国空间站 天和核心舱所受外热流。该方法解决了航天器复杂 的空间遮挡问题,利用遮挡因子计算目标单元所受外 热流。但在目标单元空间外热流的计算中,该方法未 考虑经遮挡部件反射到达航天器目标单元的外热流, 计算结果会存在一定误差。MC 为目前航天器外热 流的通用求解方法。

MC 在 20 世纪 40 年代被引入核工程,并在 20 世纪 40 年代被引入核工程,并在 20 世纪 40 年代初被 Fleck<sup>[13]</sup>和 Howell<sup>[14-15]</sup>首次用于热辐射问题。在航空航天工程中, MC 是在 20 世纪 70 年代引入的<sup>[16]</sup>。现在,它是大多数航天器热分析软件的一部分,软件是通过跟踪和统计包含有限能量光线的

作者简介:付小懿,男,博士生,主要从事航天器热控制方面的研究。

收稿日期:2023-03-12; 修订日期:2023-05-20

导师简介:崔祜涛,男,教授,博士,主要从事深空探测导航制导与控制方面的研究。

通讯作者:华运韬,女,博士生,主要从事航天器热致振动方面的研究。

发射、反射和吸收来计算外热流。但 MC 的缺点在于 其相对较低的收敛速度,在求解外热流的过程中,必 须发射大量的光线才能获得接近精确解的外热流统 计解,这就导致非常高的计算代价。为提高计算外热 流的收敛速度,国内外学者做了许多研究。

安敏杰等[17]设计了一个假想的太阳窗口来提高 太阳辐射外热流的计算效率。李鹏[18]为了进一步提 高太阳辐射外热流的计算效率,对其进行辐射能量传 递过程分解分析,给出了利用系统内太阳辐射交换系 数和角系数求解太阳辐射外热流的公式。在计算地 球红外和反照辐射外热流时,需要计算地球对航天器 单元的吸收因子。然而,由于地球面积过大,从地球 发射光线,击中航天器表面的效率过低。为了解决此 问题,赵立新<sup>[19]</sup>设计了一个假象的地球红外辐射等效 面来计算空间光学谣感器光学窗口的地球红外辐射 外热流。潘晴等<sup>[20]</sup>采用反向发射正向统计的反向蒙 特卡洛法 (RMC) 计算空间飞行器的外热流。孙创 等[21]采用环境映射面组成的封闭结构将航天器包 覆,通过环境映射面,利用 MC 来计算复杂航天器的 外热流。王爽[1]在计算星敏感器空间外热流时也使 用了环境映射面和 RMC。上述文献对于面元上光线 发射点和方向的抽样均采用蒙特卡洛随机抽样法。 Pierre Vueghs<sup>[22]</sup>利用分层抽样法对面元上的发射点进 行抽样,通过产生更均匀的发射点分布,减小方差,加 快太阳辐射外热流计算的收敛速度。张涛等[23] 根据 面元的遮挡关系,对无遮挡表面采用积分法计算外热 流,对于被遮挡表面,把其原点当作能束发射点,对发 射方向采用能束均匀分布法计算地球反照和地球红 外辐射的外热流。能束均匀分布法通过提高发射方 向的均匀性,提升计算效率。但该文献仅对发射方向 的抽样进行了优化,没有对发射点抽样进行优化。

综上,大部分学者采用 MC 进行光线追踪求解空 间外热流。应用该方法发射随机光线,发射点被随机 布置到任意一点,光线被投射到任意方向,样本可能 会出现丛聚现象,在域中的分布可能很差,导致外热 流收敛速度较低。为提高外热流求解的收敛速度,需 提升样本均匀性,避免样本丛聚现象发生。对于太阳 辐射外热流,文献 [22] 采用分层抽样的方法处理面元 发射点的抽样,取得了很好的加速效果。而对于地球 红外和反照辐射外热流,文献 [23] 采用能束均匀分布 法提高了能束发射方向的抽样均匀性,但没有对发射 点抽样进行优化。

为了提高外热流计算的收敛速度,基于拟蒙特卡 洛法 (QMC) 对传统 MC 光线追踪法进行改进,将其 应用到地球红外和反照辐射外热流求解中。QMC 已 被用于金融<sup>[24]</sup>和计算机图形学<sup>[25]</sup>等计算领域,但 QMC 在外热流计算中的应用尚未见文献报道,因此 需探索和系统验证 QMC 在解决外热流收敛速度问题 上的有效性。在这项工作中,结合 QMC 和 MC,采用 混合-QMC 进行航天器空间外热流求解,得出目标面 元地球红外和反照辐射的外热流,并比较了混合-QMC、MC、拉丁超立方抽样法 (LHS) 的计算精度和 收敛速度。研究结果将为提高地球红外和反照辐射 外热流计算效率提供理论指导,并对航天器的外热流 计算软件国产化研究提供参考。

# 1 混合-拟蒙特卡洛法

#### 1.1 拟蒙特卡洛法

MC使用随机数作为积分节点的来源,其随机数 的均匀性为随机均匀性,所以应用该方法产生的样本 会发生丛聚现象,使某些区域的样本较少,导致积分 结果收敛速度下降。而QMC利用拟随机数代替随机 数进行模拟,拟随机数的均匀性是等分布均匀性,其 均匀程度比随机数好得多。与随机数相比,拟随机数 可以更均匀地填充采样状态的空间。该拟随机数列 是经过仔细选取以均匀覆盖超立方体的,因而又被称 为低偏差序列。

1.1.1 偏差: 点集的均匀性度量

如果一个序列{**u**<sub>n</sub>}<sub>n∈ℕ</sub>满足条件:

$$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{1}_{A}(\boldsymbol{u}_{n}) = \lambda(A)$$
(1)

式中: *A* 为 [0,1]<sup>*d*</sup>上的任一子集; **1**<sub>*A*</sub> 为示性函数; *λ* 为 *d* 维勒贝格测度; 笔者称该序列在 [0,1]<sup>*d*</sup>上均匀分布<sup>[26]</sup>。 序列的均匀性保证了 QMC 方法的估计值是收敛的。 为了度量点集的均匀性,引入了偏差的概念。

令 *B* 为 [0,1]<sup>*d*</sup> 中所有子集的集合, 那么点集 *P*= {*u*<sub>1</sub>,…,*u*<sub>N</sub>}在 [0,1]<sup>*d*</sup> 中的一般性偏差定义为:

$$D_{N}(\boldsymbol{B},\boldsymbol{P}) = \sup_{A \in B} \left| \frac{\sum_{n=1}^{N} \mathbf{1}_{A}(\boldsymbol{u}_{n})}{N} - \lambda(A) \right|$$
(2)

若 **B** 为所有端点在原点的矩体的集合,即所有满 足  $\prod_{i=1}^{d} [0,b_i), 0 \le b_i \le 1$  形式的区间的集合,那么点集 **P**={ $u_1, \dots, u_N$ }在 [0,1]<sup>d</sup>中的星偏差如上式定义,记为  $D_N^*(P)^{[26]}$ 。

低偏差序列:对于超立方体  $[0,1]^d$  内的序列 $\{u_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ , 如果该序列的任意前 N 个点集  $P=\{u_1, \dots, u_N\}$ 的星偏差 满足 $D_N^*(P) = O(N^{-1} \log^d N)$ ,那么称 $\{u_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ 为低偏差序 列<sup>[26]</sup>。

根据以上描述可知,偏差用来度量确定的点列在 函数域上均匀分布的程度,点列分布的越均匀,偏差 就越小,越可避免点列丛聚现象的发生,结果准确度 就越高,收敛速度越快。

在最坏的条件下,拟随机数列的星偏差满足下式:

$$D_n^* \le c_d N^{-1} \log^d N \tag{3}$$

根据上述不等式可以看出,当维数 d 较小时,星 偏差较小,所产生的点列分布均匀,可有效避免丛聚 现象。但随着维度的增大,由于维数 d 处于右边等式 指数项,星偏差会快速增大,导致样本点均匀性变差, 出现丛聚现象。因此低维拟随机数改善了传统随机 数的统计特性,避免了丛聚现象的出现。高维拟随机 数序列会产生样本退化,会出现样本丛聚现象。

1.1.2 各拟随机数列比较分析

Halton、Sobol 和 Faure 序列为最常用到的拟随机 数序列。Morokoff等<sup>[27]</sup>证明,当积分维度低于6时, Halton 序列通常优于其他序列。对于高维积分, Sobol 序列比 Faure 或 Halton 序列表现出更好的收敛特性<sup>[28]</sup>。 所以对于不同维度的积分问题,需要具体选择不同的 拟随机数序列,来达到最高的收敛速度。文中实验所 用的拟随机序列为 Halton 序列。

1.1.3 Halton 序列的构造

给定一个整数 *b*≥2, 任何非负整数 *n* 可以写成 以 *b* 为基的形式<sup>[26]</sup>:

$$n = \sum_{k=1}^{+\infty} a_k(n) b^{k-1}$$
 (4)

令ℤ<sub>b</sub> = {0,1,…,b-1},以 b 为基的完全逆函数 φ<sub>b</sub>(n) 可定义为:

$$\phi_b(n) = \sum_{k=1}^{+\infty} a_k(n) b^{-k}$$
 (5)

式中:  $a_k(n) \in \mathbb{Z}_b$ 。序列 { $\phi_b(n)$ }<sub>neN</sub>即是以 b 为基的 Van der Corput 序列, ℕ为自然数集合<sup>[26]</sup>。

Halton 序列推广 Van der Corput 序列到 d 维,选择 d 个互素的整数为基,通常是前 d 个素数。

Halton 序列: 给定  $d \ge 1$ , 令  $b_1, \dots, b_d$  为前 d 个素数, 那么  $[0,1]^d$  中的 d 维 Halton 序列的第 n 个元素  $u_n$  可定义为:

$$\boldsymbol{u}_n = \left[\phi_{b_1}(n), \cdots, \phi_{b_d}(n)\right] \tag{6}$$

值得注意的是,为了使序列填满超立方体 [0,1]<sup>d</sup>, 使用 d 个互素的基是必须的<sup>[26]</sup>。

## 1.2 混合-拟蒙特卡洛法

在混合-QMC中,QMC只对光线追踪的第一部分 有利,其中随机维度是确定的,其他随机维度仍采用 MC。对于地球辐射外热流积分,文中只在前四随机 维度应用QMC样本,其他维度采用MC样本。

## 1.3 拉丁超立方抽样法

MC 统计量估计值的误差与统计量方差的平方根 成正比, 且与模拟次数的平方成反比。文献 [29] 于 1979 年首次提出 LHS, 并指出其是一项有效且实用的 受约束小样本采样技术。LHS 在蒙特卡洛随机抽样 法的基础上, 继承了分层抽样法的优点, 并通过改变 概率分布来减小方差。在获得相同精度的前提下, 使 用 LHS 能够减少样本数量并提高计算效率。

# 2 地球红外和反照辐射外热流

地球红外和反照辐射外热流仿真求解,数学上实 质是一个高维积分问题,计算高维积分的通用方法为 MC。

## 2.1 地球红外和反照辐射外热流计算流程

文中利用 RMC 计算外热流,并将其作为基准进行比较。RMC 是在传统 MC 基础上提出来的一种 "反向发射正向统计"的方法<sup>[30]</sup>。RMC 继承了 MC 适 应性强、思路简单的特点,同时,相比于传统的 MC 方 法,RMC 对于大面积对小面积辐射的情况更具优 势。在接收面相对热辐射源面很小时,能大幅提高接 收面所吸收外热流的计算效率。

从目标面元发出 N 束光线, 对其进行 RMC 光线 追踪。将 N 束光线结果统计分析, 即可求出目标面元 地球红外和反照辐射外热流, 单束光线的 RMC 模拟 流程图如图 1 所示。

#### www.irla.cn



图 1 单束光线的反向蒙特卡洛模拟

Fig.1 Inverse Monte Carlo simulation of a single ray

具体步骤如下:

1) 建立本体坐标系、轨道坐标系、地心惯性坐标 系等参照坐标系,给出轨道参数;

2) 建立航天器结构热物理模型, 划分热分析面元 网格, 确定各热分析面元表面方程及辐射特性;

3) 航天器某一目标面元表面发射随机光线;

4) 求解光线与系统 (航天器与辐射源) 面元的交 点,并分析此光线被吸收还是反射,若被反射则继续 跟踪;

5) 如果光线被辐射源表面吸收,则按反向过程统 计光线对目标面元表面的外热流;

6) 如果光线被航天器面元吸收或者逸出,则不再

跟踪。

#### 2.2 光线追踪过程的数学描述

2.2.1 表面离散化及随机光线确定方法

在外热流模拟计算中,需要对航天器表面进行离 散化处理。对于复杂的三维表面,通常采用有限数量 的三角形面元进行离散表示。热网格面元划分标准 为在每个三角形面元范围内,物理量如温度和发射率 等数值基本均匀。每个三角形面元由三个顶点和面 元外法向量表示。

对于三角形面元,根据公式(7)确定光线的随机 发射点<sup>[31]</sup>为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 (1 - s - t) + \mathbf{r}_1 s + \mathbf{r}_2 t \tag{7}$$

式中:**r**为光线的随机发射点;**r**<sub>0</sub>、**r**<sub>1</sub>、**r**<sub>2</sub>为三角形三个顶点的坐标;**s**和 t的值可以通过公式(8)求解得到:

$$s = R_{2r} \sqrt{R_{1r}}, t = \sqrt{R_{1r}} (1 - R_{2r})$$
(8)

式中: R1r, R2r 为区间 [0,1] 内均匀分布的随机数。

利用切球法<sup>[18]</sup> 对漫发射面元上光线随机发射方 向进行模拟,其天顶角 θ 和周向角 ψ 的值可以通过公 式 (9) 求解得到:

$$\theta = \arccos(1 - 2R_{\theta}), \psi = 2\pi R_{\psi} \tag{9}$$

式中: *R<sub>θ</sub>、R<sub>ψ</sub>*为区间 [0,1] 内均匀分布的随机数。 2.2.2 光线传输过程中的模拟

通过光线发射点和发射方向的概率模拟,得出目标面元所发随机光线的方程。联立求解系统表面与目标面元随机光线方程组,以判断光线是否与之有交点。若方程存在多个解,说明光线与系统内多个面元相交,需取光线传播距离最短情况下的交点。

如果光线和整个系统都没有交点,则视光线逸出 并进入太空。若光线和系统表面有交点,则需要判断 光线是否被吸收或反射。判断方式如下,产生区间 [0,1] 内均匀分布的随机数 *R*<sub>a</sub>,若满足公式 (10),则光 线被吸收,该束光线追踪过程结束。若满足公式 (11), 则光线被反射,需从交点发射一束随机光线作为漫反 射的光线继续追踪,其反射方向模拟与发射方向模拟 方法相同。

$$R_{\alpha} \leqslant \alpha \tag{10}$$

$$\alpha < R_{\alpha} \le 1 \tag{11}$$

式中:α为交点所在面元的光谱吸收率。

最终为计算目标面元地球红外和反照辐射的外 热流,只需统计被辐射源(地球)表面吸收的随机光线 数目即可。

## 2.3 地球红外和反照辐射外热流

2.3.1 地球红外辐射外热流

在计算地球红外辐射外热流时,将地球视为发射 率为1的黑体。基于地球红外辐射能量守恒关系及 RMC法基本原理,从航天器目标面元发射光线,并跟 踪从面元*i*发出的*N*<sub>ei</sub>束光线,若有*N*<sub>ai</sub>束到达地球表 面并被吸收,则面元*i*吸收的地球红外辐射外热流密 度为:

$$q_i^r = \frac{1}{N_{\rm ei}} \left( N_{\rm ai} \cdot \frac{1-\rho}{4} \cdot S \cdot \varepsilon_i^{\ r} \cdot \frac{1}{\varepsilon_e^r} \right) \tag{12}$$

式中: ρ 为地球的平均太阳反照率,其值为 0.35; *S* 为 太阳常数,其值为 1353 W/m<sup>2</sup>; ε<sub>i</sub> '为面元 i 涂层的红外 发射率; ε<sub>e</sub> '为地球红外发射率,其值为 1。

2.3.2 地球反照辐射外热流

基于地球反照辐射的能量守恒关系及 RMC 法的 基本原理,从航天器目标面元发射光线,并跟踪从面 元 *i* 发出的 *N*<sub>ei</sub> 束光线,若有 *N*<sub>ai</sub> 束到达地球表面并被 吸收,并且其与地球交点外法线向量和太阳光线方向 向量的夹角 *θ*<sup>ee</sup> 大于 90°,则面元 *i* 吸收的地球反照辐 射外热流密度为:

$$q_i^{\text{er}} = \frac{1}{N_{\text{ei}}} \left( \sum_{j=1}^{N_{\text{ai}}} \rho \cdot S \cdot \alpha_i^{s} \cdot \left| \cos \theta_j^{se} \right| \cdot \frac{1}{\alpha_e^s} \right)$$
(13)

式中:  $a_i^s$ 为面元 *i* 涂层的太阳吸收率;  $a_e^s$  为地球的平均太阳吸收率, 其值为 0.65。

#### 2.4 外热流积分计算:混合-拟蒙特卡洛法

2.4.1 外热流积分计算随机变量维度分析

在上述光线追踪过程中,统计地球红外和反照辐射外热流与目标面元光线发射点的位置和发射方向、相交后是否反射、反射方向等变量有关,这些变量由仿真过程产生的随机数决定。其中随机数 $R_{1r}$ 和 $R_{2r}$ 决定目标面元光线发射点的位置,随机数 $R_{\theta}$ 和 $R_{\psi}$ 决定目标面元光线发射方向和光线相交后的反射方向,随机数 $R_{a}$ 决定光线相交后是否反射。

*d*为目标面元地球红外和反照辐射外热流积分所 需的变量维度。在这里,变量维度*d*对应于初始化和 跟踪光线的不同随机变量的数量。光线 *i*<sub>ray</sub> 为目标面 元所发光线中反射次数最多的光线,则外热流积分变 量维度 *d* 的求解公式如下:

$$d = \begin{cases} 4 & \text{If the ray, } i_{\text{ray}}, \text{ does not intersect} \\ 4 & \text{with the system's surface} \\ \text{and proceeds to escape directly.} \\ \text{If the ray, } i_{\text{ray}}, \text{ intersects with} \\ 3N_1 + 2 & \text{the system's surface } N_1 \text{ times,} \\ \text{thereafter being absorbed by} \\ \text{the surface.} \\ \text{If the ray, } i_{\text{ray}}, \text{ intersects with} \\ 3N_1 + 4 & \text{the system's surface } N_1 \text{ times,} \\ \text{subsequently being reflected} \\ \text{and escaping the system.} \end{cases}$$
(14)

式中: N1>0。

在外热流积分的计算中,并非所有维度都拥有同等的重要性。目标面元发射的所有光线,都需要产生初始光线的发射点和发射方向,需要利用到随机数 $R_{1r}$ 、 $R_{2r}$ 、 $R_{\theta}$ 和 $R_{\psi}$ ,也就是积分前四维的重要性大于其他积分维度。

2.4.2 混合-拟蒙特卡洛法深度分析

为了改善传统 MC 样本的丛聚现象, 文中基于 QMC 对传统地球红外和反照辐射外热流求解方法进 行改进。

当目标面元发射光线数目一定时,不同于传统 MC 样本构造,QMC 样本构造需要预先知道问题的变 量维度。若选择构造样本的变量维度过大,则会对目 标面元发射的每束光线构造相同维度的样本。但由 于存在目标面元发出的光线未被反射的情况,将导致 产生未被用到的样本,从而浪费内存资源。并且QMC 在变量维度较高和一定样本量下并不优于 MC<sup>[26]</sup>。

综合考虑地球红外和反照辐射外热流积分各维 度的重要性以及 QMC 样本的构造需求, 文中将 QMC 和 MC 混合到一起, 对于外热流积分的前四个维度, 采用 QMC 产生的样本代替 MC 产生的样本, 而外热 流积分其他维度仍采用 MC 产生的样本。由于只对 外热流积分前四维度进行改进, 所以文中的 QMC 采 用的拟随机数序列为 Halton 序列。

2.4.3 各种方法误差的阶比较

MC 误差的阶为 O(N<sup>-1/2</sup>),误差与积分维度无关。 LHS 所得到的最差结果相当于少采用一个样本点的 MC<sup>[32]</sup>,其误差的阶最坏情况为 O(N<sup>-1/2</sup>)。QMC 误差 的阶最好情况为 O(N<sup>-1</sup>), 最坏情况为 O((ln<sup>v</sup>N)N<sup>-1</sup>)<sup>[33]</sup>。

对于外热流积分来说,N代表目标面元发射的光 线数量,v为该方法产生样本的积分维度。由于传统 方法和混合-QMC对反射光线所需样本的处理都为 MC,只有外热流积分前四维度的样本为不同方法,所 以v=4。在光线数量一定时,各方法误差的阶越小,该 方法越好。

LHS 误差的阶最坏情况与 MC 误差的阶相等, 说 明 LHS 优于 MC。当 v=4 且在一定光线数量 N下, MC 误差的阶落在 QMC 误差的阶最好情况和最坏情 况之间。为具体比较这两种方法处理外热流问题误 差的阶, 需获得 QMC 处理外热流问题误差的阶。文 中基于混合-QMC 计算外热流问题的准确度和收敛 速度, 来获得该方法处理外热流问题误差的阶。

# 3 仿真算例地球辐射外热流分析

## 3.1 研究对象及初始参数

图 2 为文中研究的航天器热分析模型,该模型由 星本体 (红色)、太阳帆板 (浅蓝色)、天线 (紫色) 和桁 架 (深蓝色)组成。此处的航天器面元编号与下述实 验分析所使用的面元编号一致。轨道空间外热流只 作用于该航天器的外表面上,因此文中不涉及其内部 结构。航天器轨道和姿态参数见表 1,结构涂层表面 辐射特性参数见表 2。



图 2 航天器热分析模型及分析面元编号图

Fig.2 Diagram of spacecraft thermal analysis model and analysis surface elements number

#### 表1 轨道及姿态参数

#### Tab.1 Orbit and attitude parameters

Parameters	Numerical value		
Semimajor axis/km	6878		
Eccentricity	0		
Orbit inclination/(°)	0		
Attitude	Z-axis to ground orientation		

# 表 2 结构涂层表面辐射特性参数

Tab.2	Radiation	characteristic	parameters	of
	structural c	oating surface		

Spacecraft structure	Surface solar absorptivity	Surface infrared emissivity
Satellite body	0.46	0.63
Antennae	0.65	0.72
Solar panel	0.41	0.59
Truss	0.56	0.68

根据图 2 可知,该航天器被离散成许多面元,每 个航天器表面由正面面元和反面面元组成。在假设 正反面温差较小的情况下,采用相同编号来标识正面 面元和反面面元,即它们是同一面元。

# 3.2 地球辐射外热流计算程序仿真校验

航天器、地球和太阳的相对位置关系如图 3 所示,可以看出,当前时刻该航天器处于光照区。首先 对图 3 位置处的航天器所吸收的地球红外和反照辐 射外热流密度进行仿真编程和代码校验,该航天器共 由 40 个面元组成。



图 3 航天器位置图 Fig.3 Spacecraft location picture

Thermal Desktop(TD)软件为当前航天器热分析 的主流软件之一,其中计算地球辐射外热流的方法为 MC。为了验证所编程序的准确性,以TD软件计算 结果为基准,与自编MC计算外热流密度程序结果进 行比较。在TD软件和自编程序中,每个面元均发射 2×10<sup>6</sup>束光线,来计算地球辐射外热流。通过对比软 件和程序仿真结果,获得40个面元所吸收地球红外 和反照辐射外热流密度相对误差绝对值的平均值,其 值也被称为平均相对误差。

对于航天器所吸收的地球反照辐射外热流密度, 所有面元的平均相对误差为 0.52%。而对于航天器所 吸收的地球红外辐射外热流密度,所有面元的平均相 对误差为 0.61%。

综上,认为编写航天器所吸收的地球红外和反照 辐射外热流密度程序准确无误。

3.3 目标面元各方法准确度评估

3.3.1 外热流计算方法准确度

从航天器帆板、星本体、天线以及桁架结构中各 选取一个面元作为研究对象,分析传统方法和改进方 法计算面元所吸收的地球红外和反照辐射外热流密 度的准确度。

各方法的准确性由平均解的实际误差(来自精确 解)或被评估变量在多次统计迭代上的标准差(即其 统计误差)决定。各方法解的准确性是通过使用较少 的样本进行大量模拟来估计,而不是使用相同的样本 总数进行单一模拟。

基于传统方法和改进方法, 面元 *i* 发射 N 束光 线, 计算所吸收的地球红外和反照辐射外热流密度。 重复执行上述过程 M 次, 得到 M 个对应结果, 对其结 果进行分析, 即可得出各方法的准确度, 准确度求解 过程如下。

平均解的实际误差为局部均方根 (RMS) 相对误差,求解公式如下:

$$\varepsilon_i = \left[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{P_i^m}{P_i^o} - 1\right)^2\right]^{1/2} \tag{15}$$

式中: P 为解决方案的目标变量, 在文中目标变量为 面元 *i* 所吸收的地球红外和反照辐射的外热流密度; *M* 为统计运行次数; *P*<sup>*m*</sup><sub>*i*</sub>为面元 *i* 第 *m* 次蒙特卡洛模拟 采样值; *P*<sub>*i*</sub>为面元 *i* 基准解; *ε*<sub>*i*</sub> 为面元 *i* 目标变量的局 部均方根相对误差。

传统的概率统计方法用于计算被评估变量在多 次统计迭代上的标准差。

不同于 MC 和 LHS, QMC 产生的样本不具有随 机性。若采用该方法重复生成样本,则将始终产生相 同的样本。为了估计标准差和局部均方根的相对误 差,需要确保在每次 QMC 模拟中使用的实际样本序列 都不同。根据文献 [34],可以通过以下方法来满足该 要求。

首先产生具有 M×N个样本的四维拟随机数序 列,表示为:

$$S_{4} = [(S_{1}^{1}, S_{1}^{2}, S_{1}^{3}, S_{1}^{4}), (S_{2}^{1}, S_{2}^{2}, S_{2}^{3}, S_{2}^{4}), \cdots, (S_{MN}^{1}, S_{MN}^{2}, S_{MN}^{3}, S_{MN}^{4})]$$
(16)

然后使用从该子集生成的光线来运行第 m 个具 有 N 束光线的 QMC 实例:

$$[(S_{(m-1)N+1}^{1}, S_{(m-1)N+1}^{2}, S_{(m-1)N+1}^{3}, S_{(m-1)N+1}^{4}), \cdots, (S_{mN}^{1}, S_{mN}^{2}, S_{mN}^{3}, S_{mN}^{4})], m = [1, 2, \cdots, M]$$
(17)

根据定义,QMC样本的任何子集也是QMC样本,因此该第*m*个子集充当不同的QMC样本。

综上,在重复计算面元 *i* 所吸收的地球红外和反 照辐射外热流密度 *M* 次的过程中,QMC 产生的样本 按照上述过程进行。最后,应使用传统的概率统计方 法计算得出结果的标准差。

3.3.2 循环实验设计

实验分析面元编号及其对应的航天器部件,如表 3 所示,可以通过图 2 确定实验分析面元的具体位置。

#### 表 3 航天器实验分析面元编号及所属部件

Tab.3	Spacecraft	experiment	analysis	surface
	alamants nu	nhars and thai	aamnanan	ta

0
)

为求解各种方法计算外热流的准确度,需要重复 求解目标单元外热流 *M* 次。文中综合考虑计算量和 各方法外热流准确度的精确程度,设计了外环循环实 验,以获得合理的 *M* 值。

为得到各种方法计算外热流的收敛速度和误差的阶,需从面元发射出多种工况光线数。文中通过改 变光线数 N 来获得各种方法收敛速度和误差的阶,并 设计了内环循环实验来实现这一目的。

综上,通过图 4 来说明文中所设计的实验。在其他条件不变的情况下,通过改变面元发射光线数 N 来探究各种方法计算外热流的收敛速度,从而设计了内环循环实验。同样在其他条件不变的情况下,通过改变外环循环实验次数 M 来获得合理的 M 值,进而设计了外环循环实验。



图 4 各方法外热流计算准确度和收敛速度求解流程图 Fig.4 Calculation accuracy of external heat flow and solution flow chart of convergence speed of each method

#### 3.3.2.1 外环循环实验

由于外热流计算方法准确度的求解需要多次运 行实验工况 M次,文中选取 M 值为1000。为分析验 证 M 取值是否合理,设计了如下实验。

针对内环循环实验工况五,基于传统方法和改进 方法分别对其运行 M 次,实验次数 M 的选取见表 4,

# 表 4 外环循环实验设计-各面元实验工况五运行次数

Tab.4 Design of the outer loop cycle experimentrunning times of the experimental conditions five of each surface elements

Number of outer loop cycle experiment	Running times of experimental conditions five
Experiment 1	100
Experiment 2	200
Experiment 3	300
Experiment 4	400
Experiment 5	500
Experiment 6	600

续表 4

Continued Tab.4			
Number of outer loop cycle experiment	Running times of experimental conditions five		
Experiment 7	700		
Experiment 8	800		
Experiment 9	900		
Experiment 10	1 000		
Experiment 11	2 000		
Experiment 12	3 000		
Experiment 13	4000		
Experiment 14	5000		
Experiment 15	6 000		
Experiment 16	7000		
Experiment 17	8 000		
Experiment 18	9 000		
Experiment 19	10000		

通过求解各实验对应的局部均方根相对误差和标准 差,以判断*M*取值的合理性。

3.3.2.2 内环循环实验

为了比较传统方法和改进方法计算外热流的准确度和收敛性能,需从面元发出不同的光线数,计算不同种工况下面元所吸收的外热流密度。文中根据 所发光线数设计了七种实验工况,并为评估各种方法 的准确性增设了一个基准工况,用于求解局部均方根 的相对误差。各面元求解外热流所发光线数对应的 实验工况如表5所示。

由表 5 可知, 面元 1 所发光线数为其他面元发射 光线数的一半。这是由于面元 1 在部件星本体上, 星 本体内部不受外热流作用, 其外热流为 0, 面元 1 仅 单面受外热流影响, 其他面元正反面均受到外热流 的影响。

对于基准工况,基于 MC 计算面元所吸收的地球

#### 表 5 内环循环实验设计-各面元实验工况所发光线数

Tab.5 Experimental design of the inner loop-number

of rays emitted by each surface elements experimental condition

Experimental conditions in the inner loop	Surface element 1	Surface element 15, 21, 40
Experimental condition one	1 000	2 000
Experimental condition two	5 000	10000
Experimental condition three	10000	20 000
Experimental condition four	50 000	100 000
Experimental condition five	100 000	200 000
Experimental condition six	500 000	1 000 000
Experimental condition seven	1 000 000	2 000 000

红外和反照辐射外热流密度, 面元 1 所发光线数为 1×10°, 面元 15、21、40 所发光线数为 2×10°。计算所 得数值作为求解局部均方根相对误差公式中的基 准解。

最后为获得外热流计算方法的准确度,对工况 一~工况七进行了1000次运行。将所得结果代入公 式(15)和标准差求解公式中,得到各工况对应的局部 均方根相对误差和标准差。

# 3.3.3 实验结果分析

图 5 和图 6 为航天器面元各方法外环循环实验 外热流的准确度。从图中可以看出,在实验工况五 下,不同面元使用各种外热流求解方法 100~10000 次 运行后,地球反照和红外辐射外热流的标准差和 RMS 相对误差在运行次数达到 1000 之后的变化趋于稳 定。以上结果证明了文中循环实验 *M*取 1000 次的 合理性。

图 7 和图 8 为面元各方法地球辐射外热流求解的准确度,根据图 7 和图 8,可以得出以下结果:





图 5 航天器面元各方法外环循环实验地球反照外热流的准确度

Fig.5 Accuracy of external heat flow of Earth albedo in the outer loop loop experiment of each method of spacecraft surface elements





Fig.6 Accuracy of external heat flow of Earth infrared in the outer loop loop experiment of each method of spacecraft surface elements





图 7 航天器面元各方法内环循环实验地球反照辐射外热流的准确度

Fig.7 Accuracy of the external heat flow of the Earth albedo radiation in the inner loop experiment of each method of the spacecraft surface elements



图 8 航天器面元各方法内环循环实验地球红外辐射外热流的准确度

Fig.8 Accuracy of the external heat flow of the Earth infrared radiation in the inner loop experiment of each method of the spacecraft surface elements

 1)应用以上三种方法求解外热流,各面元地球反 照和红外辐射外热流的标准偏差和实际误差都随面 元所发光线数量的增加而减少。

 2)相同面元发射相同光线数量,各算法地球反照 和红外辐射外热流标准偏差比较:对所有面元来说, 混合-QMC标准偏差<LHS标准偏差<MC标准偏差。

3)相同面元发射相同光线数量,各算法地球反照和红外辐射 RMS 相对误差比较:对所有面元来说,混合-QMC RMS 相对误差 <LHS RMS 相对误差 <MC RMS 相对误差。

综上,根据所得结果可知,计算地球红外和反照 辐射外热流三种方法的准确度,混合-QMC 最优,LHS 次之,MC 最差。

3.3.4 各方法收敛速度比较和分析

图 7 和图 8 中各种算法对应散点所拟合直线的 斜率为该种方法对应面元地球反照和红外辐射外热 流的标准差和 RMS 相对误差的收敛速度<sup>[35]</sup>,并且该 收敛速度等于方法处理外热流问题误差的阶 N 上面 的指数值。例如, MC 误差的阶为 O(N<sup>-1/2</sup>),则理论上 MC 对应的收敛速率应为-0.5。直线斜率绝对值越 大,该直线所对应的收敛速度越快,各方法收敛速度 详见表 6~表 9。

根据表 6~表 9 可知,对于所有面元,混合-QMC 所求地球反照和红外辐射外热流标准差和 RMS 相对 误差的收敛速度均优于其他两种方法。值得注意的 是,面元1使用混合-QMC 求解地球辐射外热流,其收

# 表 6 三种方法各面元地球反照辐射外热流标准差的收 敛速度

Tab.6 Convergence speed of the standard deviation of the external heat flow of the Earth albedo radiation in each surface elements of the three methods

Standard deviation convergence speed	МС	LHS	Hybrid-QMC
Surface element 1	-0.4947	-0.5015	-0.7132
Surface element 15	-0.4981	-0.4967	-0.5221
Surface element 21	-0.5003	-0.4998	-0.5335
Surface element 40	-0.5004	-0.5047	-0.5104

# 表 7 三种方法各面元地球反照辐射外热流 RMS 相对 误差的收敛速度

Tab.7 Convergence speed of the RMS relative error of the external heat flow of the Earth albedo radiation in each surface elements of the three methods

RMS relative error convergence speed	МС	LHS	Hybrid-QMC
Surface element 1	-0.4945	-0.5013	-0.7110
Surface element 15	-0.4979	-0.4967	-0.5220
Surface element 21	-0.5006	-0.4999	-0.5333
Surface element 40	-0.5004	-0.5045	-0.5099

- 表 8 三种方法各面元地球红外辐射外热流标准差的收 敛速度
- Tab.8 Convergence speed of the standard deviation of the external heat flow of the Earth infrared radiation in each surface elements of the three methods

Standard deviation convergence speed	MC	LHS	Hybrid-QMC
Surface element 1	-0.5089	-0.5035	-0.7093
Surface element 15	-0.4963	-0.5064	-0.5294
Surface element 21	-0.5051	-0.5000	-0.5501
Surface element 40	-0.4956	-0.4968	-0.5137

# 表 9 三种方法各面元地球红外辐射外热流 RMS 相对 误差的收敛速度

Tab.9 Convergence speed of the RMS relative error of the external heat flow of the Earth infrared radiation in each surface elements of the three methods

RMS relative error convergence speed	MC	LHS	Hybrid-QMC
Surface element 1	-0.5089	-0.5035	-0.7032
Surface element 15	-0.4963	-0.5063	-0.5293
Surface element 21	-0.5049	-0.4992	-0.5431
Surface element 40	-0.4957	-0.4966	-0.5133

敛速度提升的效果最好。原因在于,在光线追踪的过程中,面元1发出的光线未发生反射,没有经过航天器表面其他面元,而其他三个面元发出的光线则会经过航天器表面其他面元进行反射。表10和表11为传统方法内环循环实验工况七,面元发射光线的最大反射次数。在光线击中航天器表面其他面元并发生反射的过程中,外热流积分变量的维度会增加,这些新增的积分变量仍使用 MC 来采样。由于面元1的外热流求解过程中没有增加上述积分变量的维度,因此其收敛速度提升的效果最佳。

综上,采用混合-QMC方法求解地球反照和红外 辐射外热流时,其收敛速度优于其他两种方法。在对 各个面元进行光线追踪求解地球辐射外热流的过程 中,不存在反射光线的面元能够获得更好的收敛速 度。对这些面元而言,混合-QMC方法的外热流准确 性收敛速度提升的效果最为显著。

- 表 10 内环循环实验工况七地球红外辐射外热流求解 光线追踪过程中面元所发光线的最大反射次数
- Tab.10 Maximum reflection number of ray emitted bysurface elements during ray tracing for theinner loop experimental condition seven Earthinfrared radiation external heat flow solution

Number of surface elements	Maximum number of ray reflections
1	0
15	7
21	6
40	6

表 11 内环循环实验工况七地球反照辐射外热流求解 光线追踪过程中面元所发光线的最大反射次数

Tab.11 Maximum reflection number of light emitted by a surface elements during ray tracing for the inner loop experimental condition seven Earth albedo radiation external heat flow solution

Number of surface elements	Maximum number of ray reflections
1	0
15	7
21	9
40	10

# 4 结 论

1) 文中分析了地球辐射外热流中各个积分变量
 维度的重要性,结果表明,前四个积分维度对地球反
 照和红外辐射外热流积分的贡献最大。

2) 文中基于 QMC 改进传统蒙特卡洛外热流计算 方法,将 QMC 和 MC 结合到一起求解地球辐射外热 流。根据误差阶理论,无法比较 QMC 和 MC 方法计 算地球反照和红外辐射外热流的优劣。因此,以某航 天器为例进行计算,结果显示,混合-QMC 方法在处 理航天器不同面元的外热流时,具有最高的准确性和 收敛速度。

3) 在面元地球辐射外热流求解过程中,统计面元 所发射的光线,若这些光线中不存在光线的反射行 为,混合-QMC 对该面元地球辐射外热流准确度收敛 速度提升的效果最好。

综上,基于混合-QMC方法计算航天器地球红外 和反照辐射外热流比其他两种方法更优。当面元发 射的光线不存在反射行为时,混合-QMC的优势更加 突出。该方法可为提高航天器外热流计算速度和精 度提供一定的参考。

# 参考文献:

- Wang Shuang. Research on unsteady thermal analysis and error calibration methods of star sensor[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017. (in Chinese)
- [2] Yang Fei. Analysis and prediction of temperature response of alpha magnetic spectrometer in orbit operation[D]. Jinan: Shandong University, 2022. (in Chinese)
- [3] Zheng Chen. Analysis and optimization of on-orbit response characteristics of thermal system of alpha magnetic spectrometer[D]. Jinan: Shandong University, 2020. (in Chinese)
- [4] Yuan M, Li Y Z, Sun Y, et al. The space quadrant and intelligent occlusion calculation methods for the external heat flux of China space station [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2022, 212: 118572.
- [5] Bannister T C. Radiation geometry factor between the Earth and a satellite, NASA-TN-D-2750[R]. US: NASA, 1965.
- [6] Oneill R, Lorentz D. A vector approach to numerical computation of view factors and application to space heating [C]//21st Aerospace Sciences Meeting, 2013: 157.
- [7] Mahaney J, Strode K. Fundamental studies of thermal-structural effects on orbiting trusses [C]//23rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 1982: 650.
- [8] Wu Yuhua, Chen Liheng, Li Hang, et al. Computation of external heat fluxes on space camera with attitude change in geostationary orbit [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0604001. (in Chinese)
- [9] Yang Huabin, Wu Qingwen, Chen Liheng, et al. Calculation of external heat fluxes on space camera with changing attitudes frequently in Geomagnetic Coordinate system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(6): 1923-1928. (in Chinese)
- [10] Howell J R, Meng M P, Siegel R. Thermal Radiation Heat Transfer[M]. 5th ed. Boca Raton: CRC Press Inc, 2010: 9-10.
- [11] Jin Xuekuan. Vector calculation method of illumination angle

coefficient of near-earth spacecraft [J]. *Journal of Astronautics*, 1984(1): 69-80. (in Chinese)

- [12] Modest M F. Radiative Heat Transfer[M]. New York: Academic Press, 2013: 129-155.
- [13] Fleck Jr J A. The calculation of nonlinear radiation transport by a Monte Carlo method[R]. Livermore: Lawrence Radiation Lab, University of California, 1961.
- [14] Howell J R, Perlmutter M. Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls [J]. *Journal* of *Heat Transfer*, 1964, 86(1): 116-122.
- [15] Howell J R. Application of Monte Carlo to Heat Transfer Problems[M]//Advances in Heat Transfer. Amsterdam: Elsevier, 1969, 5: 1-54.
- [16] David G Gilmore. Spacecraft Thermal Control Handbook Volume I: Fundamental Technologies[M]. 2nd ed. EI Segundo, CA: The Aerospace Press, 2002: 17-25.
- [17] An Minjie, Cheng Huier, Li Peng. Computation and analysis of solar external heat flux in the docking mechanism [J]. *Aerospace Shanghai*, 2006(1): 22-26. (in Chinese)
- [18] Li Peng. Study on thermal network theory and application in thermal control design of spacecraft[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2007. (in Chinese)
- [19] Zhao Lixin. Earth infrared radiation analysis and calculation for the optical window of high resolution space optical remote senser [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1995, 3(6): 71-79. (in Chinese)
- [20] Pan Qing, Wang Pingyang, Bao Yiying, et al. On-orbit external heat flux calculation of spacecraft based on reverse Monte Carlo method [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2012, 46(5): 750-755. (in Chinese)
- [21] Sun Chuang, Xia Xinlin, Dai Guilong. A calculational method for environment heat flux on spacecraft with complicated structure [J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(3): 683-687. (in Chinese)
- [22] Pierre V. Innovative ray tracing algorithms for space thermal analysis[D]. Liege: University of Liege, 2009.
- [23] Zhang Tao, Sun Bing. Numerical computation of external heat flux of low Earth orbit spacecraft by RUD [J]. Journal of

Astronautics, 2009, 30(1): 338-343. (in Chinese)

- [24] Giles M B, Kuo F Y, Sloan I H, et al. Quasi-Monte Carlo for finance applications [J]. ANZIAM Journal, 2008, 50: C308-C323.
- [25] Ohbuchi R, Aono M. Quasi-Monte Carlo rendering with adaptive sampling [J]. *Computer Graphics Forum*, 1996, 15(3): 225-234.
- [26] Weng Chengfeng. New progress of quasi-Monte Carlo method in high-dimensional and nonlinear financial problems[D]. Beijing: Tsinghua University, 2016. (in Chinese)
- [27] Morokoff W J, Caflisch R E. Quasi-Monte Carlo integration [J]. Journal of Computational Physics, 1995, 122(2): 218-230.
- [28] Galanti S, Jung A. Low-discrepancy sequences: Monte Carlo simulation of option prices [J]. *Journal of Derivatives*, 1997, 5(1): 63-83.
- [29] Mckay M D, Beckman R J, Conover W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code [J]. *Technometrics*, 2000, 42(1): 55-61.
- [30] Sun X J, Smith P J. A parametric case study in radiative heat transfer using the reverse Monte Carlo ray-tracing with fullspectrum K-distribution method [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2010, 132(2): 1-5.
- [31] Sun Haifeng. Numerical simulation and characteristic analysis of high-speed aircraft infrared imaging process[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018. (in Chinese)
- [32] 熊芬芬,杨树兴,刘宇,等.工程概率不确定性分析方法[M].北 京:科学出版社,2015:45-46.
- [33] 康崇禄.蒙特卡洛方法理论和应用[M].北京:科学出版社, 2015: 208-209.
- [34] Farmer J, Roy S. A quasi-Monte Carlo solver for thermal radiation in participating media [J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2020, 242: 106753.
- [35] Palluotto L, Dumont N, Rodrigues P, et al. Assessment of randomized quasi-monte carlo method efficiency in radiative heat transfer simulations [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2019, 236: 106570.

# Assessment of hybrid-quasi-Monte Carlo method efficiency in Earth radiative external heat flow calculation

Fu Xiaoyi, Hua Yuntao\*, Ma Wenlai, Cui Hutao, Zhao Yang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

#### Abstract:

**Objective** The computational simulation of external heat flux in space is a crucial aspect of spacecraft thermal management design and ground test validation. Monte Carlo (MC) techniques are currently the prevailing approach for addressing spacecraft external heat flux calculations. Nevertheless, the inherent shortcoming of MC methods is their comparatively slow rate of convergence. To achieve a statistical solution for the external heat flux approximating the precise solution, a considerable number of rays must be emitted, resulting in substantial computational overhead. Consequently, the exploration of efficient algorithms for solving external heat flux is of paramount importance. To this end, a comprehensive examination of Earth radiative external heat flux is conducted, leading to the development of an innovative computational algorithm. The findings of this study will offer valuable theoretical insights for enhancing the calculation efficiency of Earth infrared and albedo radiation external heat flux, and serve as a reference for research on the localization of spacecraft external heat flux computation software.

**Methods** Firstly, an analysis and comparison of the contribution of each random variable dimension within the Earth radiative external heat flux integral are conducted, revealing that the foremost four dimensions of random variables yield the most significant contributions to the integral. Subsequently, Quasi-Monte Carlo (QMC) techniques are employed in lieu of traditional MC methods for the first four dimensions of the external heat flux integral to sample the ray emission point and direction for the target surface element in question, while MC is utilized for the remaining integration dimensions. This novel algorithm combines both MC and QMC approaches to compute the external heat flux. Lastly, a spacecraft serves as a computational example to ascertain the accuracy and convergence rate of the external heat flux through a large-scale ray tracing experiment.

**Results and Discussions** The comparative accuracy of the three methods employed to calculate Earth infrared and albedo external heat flux reveals the superior performance of hybrid-QMC, followed by Latin Hypercube Sampling (LHS), and lastly, the least accurate being MC (Fig.7-8). When utilizing the hybrid-QMC approach to solve Earth albedo and infrared radiative external heat flux, the convergence rate surpasses that of the other two methods. In ray tracing individual surface elements to solve the Earth radiative external heat flow, the surface elements without reflected rays can obtain a better convergence speed. For these surface elements, the hybrid-QMC method has the most significant improvement in the convergence speed of the external heat flow accuracy (Tab.6-9).

**Conclusions** The importance of each integration variable dimension in the Earth radiative external heat flow is analyzed, and the results show that the first four integration dimensions contribute the most to the integration of the Earth albedo and infrared radiative external heat flow. A spacecraft is used as an example for calculation, and the results show that the hybrid-QMC method has the highest accuracy and convergence speed when dealing with the external heat flow of different surface elements of the spacecraft. The advantage of hybrid-QMC is more prominent when there is no reflection behavior of the ray emitted by the surface element. This method can provide some reference to improve the speed and accuracy of the spacecraft external heat flow calculation.

Key words: Earth infrared and albedo radiation; large-scale ray tracing; hybrid-quasi-Monte Carlo; integral dimension