

# 欠采样全相位 FFT 鉴相方法仿真与实现

朱雅庆<sup>1,2</sup>, 纪荣祎<sup>1,2\*</sup>, 董登峰<sup>1,2</sup>, 周维虎<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院微电子研究所, 北京 100029;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 测距精度是相位式激光测距系统的重要指标之一。为了提高测距精度, 采用欠采样方法和全相位 FFT(all-phase FFT, apFFT) 算法设计了鉴相电路, 使用卡尔曼 (Kalman) 滤波提高了测量数据的稳定性。根据欠采样谱分析鉴相原理, 仿真分析了在不同采样频率和不同信号频率下的鉴相精度, 对比了基于欠采样的 FFT 鉴相法和 apFFT 鉴相法在高斯白噪声、频率偏移等因素影响下的鉴相性能。仿真结果表明, 欠采样不会影响鉴相精度, 并且欠采样 apFFT 鉴相法的鉴相精度优于欠采样 FFT 鉴相法。进行了鉴相性能的实验验证, 实验数据表明, 当采样频率为 100 MHz、信号调制频率为 201 MHz 时, apFFT 鉴相精度为 0.134°, 卡尔曼滤波后鉴相精度优于 0.023°, 测距精度可达 0.20 mm。因此, 基于 Kalman 滤波的欠采样 apFFT 鉴相法具有精度高、抗干扰能力强等优点, 在相位式激光测距系统中具有重要的应用价值。

**关键词:** 相位式激光测距; 数字鉴相; 欠采样; 全相位 FFT; 卡尔曼滤波

中图分类号: TN249; TH711

文献标志码: A

DOI: 10.3788/IRLA20230119

## 0 引言

航空航天、轨道交通等高端制造业的飞速发展对高精度绝对测距技术提出了更高要求, 相位式激光测距技术在大尺寸测量(几十米至几百米)领域具有重要应用。相位式激光测距技术通过测量调制的发射信号(参考信号)与由被目标物反射回来的接收信号(测量信号)之间的相位差得到目标距离值<sup>[1]</sup>。根据相位激光测距原理, 提高调制频率和减小鉴相误差均可提高测距精度<sup>[2]</sup>。

若调制频率过高, 满足奈奎斯特采样需要很高的采样频率, 对 ADC 器件提出很高的要求。传统的混频降频方法会增加系统复杂性和引入高频串扰等问题, 而使用欠采样技术可以降低 ADC 要求且不会丢失相位等信息<sup>[3]</sup>。2009 年, 孙懋珩等人应用欠采样和数字同步检测技术鉴相, 仿真其鉴相性能并与 Nyquist 采样 FFT 鉴相做对比<sup>[4]</sup>。2015 年, 谢文锋等人利用双

频氦氖激光器生成 1.08 GHz 的拍频调制信号作为载波, 并且采用基于欠采样的谱分析鉴相法, 实验结果表明, 测距精度约为 0.1 mm<sup>[5]</sup>。

目前, 数字鉴相方法包括数字相关法、数字同步解调法、谱分析鉴相法, 以及全相位 FFT 鉴相法<sup>[6]</sup>。2012 年, 缪宁祎等人将数字相关法、数字同步解调法、谱分析鉴相法和全相位 FFT 鉴相法的鉴相精度进行对比, 结果表明全相位 FFT 鉴相精度为 0.09°, 测距精度可达 0.38 mm<sup>[7]</sup>。2019 年, 杨佳敏对比分析了数字相关法、数字同步解调法和谱分析鉴相法, 提出一种改进后的数字相关法, 实验结果显示, 鉴相误差可达 0.374°<sup>[8]</sup>。2009 年, 贾方秀等人将数字同步解调法和模拟混频结合实现快速测相, 结果表明最大鉴相误差为 0.25°, 标准方差为 0.09°<sup>[9]</sup>。2014 年, Grzegorz Budzyn 等人提出了一个实时高分辨率的相位检测方法, 采用数字同步解调法测量出 8 m 范围内的相位

收稿日期: 2023-03-06; 修訂日期: 2023-04-05

基金项目: 国家重点研发计划项目(2019YFB1310100)

作者简介: 朱雅庆, 女, 硕士生, 主要从事相位式激光测距鉴相技术、信号处理等方面的研究。

导师简介: 周维虎, 男, 研究员, 博士, 主要从事光电检测、光电精密测量技术与仪器等方面的研究。

通讯作者: 纪荣祎, 男, 副研究员, 博士, 主要从事激光精密测量、飞秒激光测距等方面的研究。

差, 测距精度可达毫米级<sup>[10]</sup>。2012 年, 王选钢等人使用希尔伯特变换预处理数据, 实验结果表明, 当激光调制频率为 100 MHz 时, 谱分析鉴相法的鉴相误差为 0.1°, 测距精度达到 0.4 mm<sup>[11]</sup>。2013 年, 王心遥等人在白噪声、频率偏移等因素影响下仿真研究了谱分析鉴相法和数字同步解调法的鉴相精度, 结果显示谱分析鉴相法鉴相精度达到 0.13°, 测距精度为 0.68 mm<sup>[12]</sup>。2013 年, 陈栋等人在考虑采样点数问题下仿真对比了全相位 FFT 鉴相法和谱分析鉴相法的鉴相性能, 结果表明当调制频率为 50 MHz 时, 谱分析鉴相法的测距误差为 0.76 mm<sup>[13]</sup>。2019 年, 郭天茂等人将全相位 FFT 鉴相法应用于调频连续波激光测距系统代替传统 FFT 中, 仿真结果显示, 当测量距离超过 50 m 时, 测距误差低于 0.3 mm<sup>[14]</sup>。

时域滤波算法包括平均值滤波、中值滤波、限幅滤波和卡尔曼滤波。平均值滤波的 RAM 使用效率较低, 不利于实时测量; 中值滤波对动态距离、流量、速度等快速变化参数的滤波效果较差; 限幅滤波无法抑制周期性噪声干扰, 平滑度较差; 卡尔曼滤波核心是利用线性系统状态方程使系统均方根误差达到最小估计, 能有效去除测量过程中产生的高斯白噪声, 且采用递推方法, 占用内存小, 速度快, 广泛应用在导航、雷达、测距等领域。2017 年, 于佳禾等人在双飞秒激光绝对测距系统中使用卡尔曼滤波测量静止目标距离, 滤波前标准差为 5.233 μm, 滤波后标准差为 0.558 μm, 测距精度提高了一个数量级<sup>[15]</sup>。2020 年, 赵潇等人将卡尔曼滤波应用于相干测距激光雷达系统, 测距范围为 8 m~2.7 km, 测距精度从 1.373 m 提升至 0.1 m 以内<sup>[16]</sup>。2021 年, 任昊誉等人实验证明卡尔曼滤波方法可有效提高超宽带测距的测距精度, 测距误差从 5.8% 减少到了 2.44%, 测距精度提高了 58%<sup>[17]</sup>。

针对高频信号采样对 ADC 硬件要求过高和传统谱分析鉴相存在频谱泄露等缺点, 提出了一种基于卡尔曼滤波的欠采样 apFFT 鉴相方法。文中首先介绍了欠采样全相位 FFT 鉴相原理, 并仿真分析了欠采样谱分析鉴相性能和在高斯白噪声、频率偏移等因素影响下的鉴相性能。对鉴相方法的鉴相性能进行了实验验证, 验证了相关影响因素对 FFT 法和 apFFT 法鉴相精度的影响。搭建了相位式激光测距系统, 验证了卡尔曼滤波对提升鉴相稳定性的作用。以上方法能

够有效提高测距精度, 在相位式激光测距系统中具有重要的应用价值。

## 1 原理实验分析

相位式激光测距的原理图如图 1 所示。 $A$  点和  $A'$  点分别为激光发射点和接收点, 实际上是同一个位置点,  $B$  点为待测目标所在位置点。

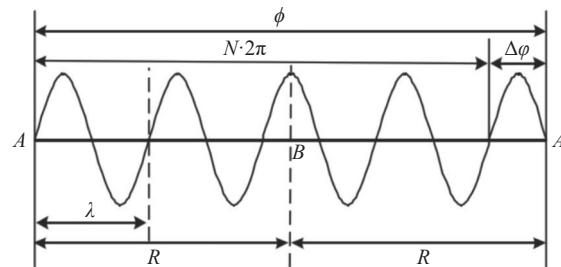


图 1 相位式激光测距原理图

Fig.1 Schematic diagram of phase laser ranging

相位式激光测距的一般公式为:

$$R = \frac{ct}{2} = \frac{c\phi}{4\pi f} \quad (1)$$

式中:  $f$  是激光调制频率;  $c$  是激光传播速度;  $t$  是激光从发射点到待测目标再到接收点所用时间;  $\phi$  是参考信号和测量信号之间的相位差;  $R$  是待测距离。其中, 相位延迟  $\phi = N \cdot 2\pi + \Delta\varphi$ ,  $N$  表示相位延迟  $\phi$  中含有  $2\pi$  周期波长的个数,  $\Delta\varphi$  是相位延迟  $\phi$  小于  $2\pi$  周期的部分。 $L$  为调制频率  $f$  下的测尺长度  $L = c/2f$ , 则公式(1)可表示为:

$$R = L \cdot N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi f} \quad (2)$$

通过分析相位激光测距基本原理可知, 激光调制频率的大小和鉴相精度的高低直接影响激光测距的精度。

## 2 欠采样全相位 FFT 鉴相原理

为了实现对高频调制信号的鉴相处理, 提出使用欠采样技术来进行处理高频激光调制信号。由于降低采样频率, 在保证激光信号的相位信息不丢失或者缺损的同时, 能够精简处理电路, 降低系统复杂度。为了提升鉴相系统的抗噪性能和抗频率偏移能力, 以及解决数字信号处理中由于数据截断而导致的频谱

泄露问题,提出了一种全相位 FFT 鉴相法。

设激光信号调制频率为  $f_0$ , 采样频率为  $f_s$ , 欠采样的条件为采样频率小于两倍的信号频率, 即  $f_s < 2f_0$ 。由于激光测距鉴相系统中的激光调制频率是确定的, 可以大幅度简化欠采样后的频率信息提取算法, 根据激光的调制频率、采样频率和采样点数三个参数即可确定信号在进行 FFT 谱分析运算后对应的谱线位置。

全相位 FFT 鉴相具有“相位不变性”, 即不需要频谱矫正措施即可提取出信号的相位信息。apFFT 的旁谱线高度相对于主谱线高度的比值按平方关系衰减, 从而使 apFFT 鉴相具有很好的克服频谱频移能力<sup>[18]</sup>。 $N = 4$ 时 apFFT 鉴相法原理图如图 2 所示。首先用长度为  $2N - 1$  的卷积窗  $w_c$  与采样后的  $2N - 1$  个数据进行相乘, 再将间隔为  $N$  的相乘后的数据两两重叠相加, 然后对重叠相加后的新序列进行 FFT 即可得到 apFFT 鉴相结果。

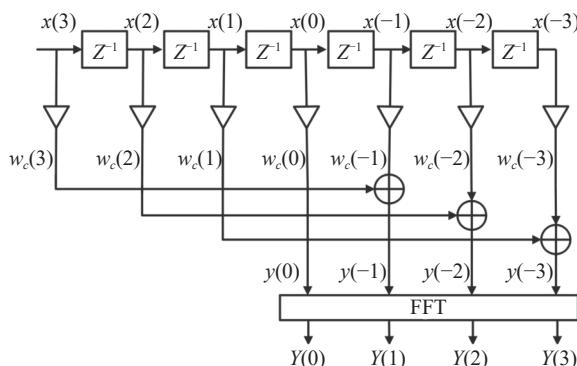


图 2 全相位 FFT 鉴相原理图 ( $N=4$ )

Fig.2 Diagram of all phase FFT phase discrimination ( $N=4$ )

基于欠采样的 apFFT 鉴相原理框图如图 3 所示。

设  $x_a(t)$  代表参考信号,  $x_b(t)$  代表测量信号, 则有:

$$\begin{cases} x_a(t) = A_a \cos(2\pi f_0 t + \varphi_a) \\ x_b(t) = A_b \cos(2\pi f_0 t + \varphi_b) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $f_0$  为信号调制频率;  $A_a$ 、 $A_b$  为信号幅值;  $\varphi_a$ 、 $\varphi_b$  为信号初相位。

以采样频率  $f_s$  对两路激光信号同时进行欠采样, 其中  $f_s < 2f_0$  且  $f_0/f_s \neq$  整数, 经欠采样后信号的中心频率  $f_a$  可由公式 (4) 求得, 所处于频带  $(0, f_s)$  内的中心频率  $f_a$  所携带的相位值等同于原始信号的相位值。

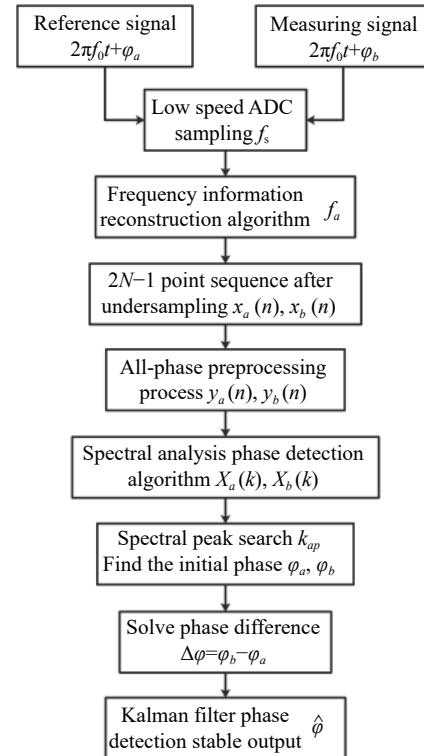


图 3 基于欠采样 apFFT 鉴相原理框图

Fig.3 Principle block diagram of undersampling apFFT phase detection

$$f_a = \begin{cases} f_0 - \left[ \frac{f_0}{f_s} \right] f_s, & f_s < f_0 \\ f_0 - f_s, & f_0 < f_s < 2f_0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $[\cdot]$  为取整运算。

以参考信号为例, 设  $M = 2N - 1$  为所取采样序列的长度, 欠采样后的离散序列为:

$$x_a(n) = A_a \cos(2\pi f_0 n / f_s + \varphi_a) \quad (5)$$

式中:  $n \in [0, M - 1]$ 。  $x_a(n)$  也可表示为:

$$x_a(n) = [x(-N + 1), \dots, x(0), \dots, x(N - 1)] \quad (6)$$

经过全相位预处理后的  $N$  点序列:

$$y_a(n) = [y(0), y(1), \dots, y(N - 1)] \quad (7)$$

对序列  $y_a(n)$  作  $N$  点 FFT 变换为  $X_a(k)$ , 则峰值谱线为:

$$k_{ap} = \frac{N f_a}{f_s} \quad (8)$$

$k_{ap}$  处谱线携带有真实激光信号的相位信息。令  $Y = \text{Im}(X_a(k_{ap}))$ ,  $X = \text{Re}(X_a(k_{ap}))$ , 通过公式 (9) 求得参考信号的初始相位值。

$$\varphi_a = \begin{cases} \arctan(Y/X) & X > 0 \\ \arctan(Y/X) + \pi & Y \geq 0, X < 0 \\ \arctan(Y/X) + \pi & Y < 0, X < 0 \\ +\pi/2 & Y > 0, X = 0 \\ -\pi/2 & Y < 0, X = 0 \end{cases} \quad (9)$$

同理, 对测量信号进行 FFT 谱分析运算求解可得到其原始真实的初始相位值  $\varphi_b$ 。则参考信号和测量信号的相位差为:

$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a \quad (10)$$

为了进一步提升鉴相结果的稳定性, 减少系统中的各种噪声和干扰信号的影响, 使用卡尔曼滤波算法对鉴相数据进行处理。卡尔曼滤波的基本过程有 5 个公式, 其中参数主要有: 状态输入矩阵  $U(k)$ 、当前时刻观测值  $Y(k)$ 、状态转移矩阵  $F(k)$ 、观测矩阵  $H(k)$ 、系统协方差矩阵  $P(k)$ 、观测噪声协方差矩阵  $R$  和过程噪声协方差矩阵  $Q$ 。由于相位式激光测距的鉴相系统为一维线性系统, 因此公式中各个参数均为数值, 卡尔曼滤波的 5 个公式可简化如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{\varphi}(k|k-1) = \widehat{\varphi}(k-1|k-1) \\ P(k|k-1) = P(k-1|k-1) + Q \\ K(k) = P(k|k-1) / (P(k|k-1) + R) \\ \widehat{\varphi}(k|k) = \widehat{\varphi}(k|k-1) + K(k)(Y(k) - \widehat{\varphi}(k|k-1)) \\ P(k|k) = (1 - K(k))P(k|k-1) \end{array} \right. \quad (11)$$

式中:  $\widehat{\varphi}(k-1|k-1)$  表示上一时刻相位差最优估计值, 第一个最优估计值假设等于第一个观测值;  $\widehat{\varphi}(k|k)$  表示当前时刻相位差最优估计值;  $K(k)$  表示为  $k$  时刻的卡尔曼系数;  $k$  为迭代次数。经多次试验调参,  $Q$  取 0.000 04,  $R$  取 0.045, 滤波效果较为理想。

### 3 鉴相性能仿真分析

#### 3.1 欠采样谱分析鉴相性能分析

基于欠采样谱分析方法建立仿真模型, 分别研究当信号频率固定时, 不同采样频率对鉴相精度的影响, 以及当采样频率固定时, 不同信号频率对鉴相精度的影响。研究双路信号相位差分别为  $30^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $150^\circ$ 、 $210^\circ$ 、 $270^\circ$  和  $330^\circ$  时的鉴相性能。

##### 3.1.1 不同采样频率下鉴相性能分析

设双路被测信号频率分别固定为 201 MHz 和

301 MHz; 信号采样频率在 50~1 000 MHz 之间, 每隔 50 MHz 变化。采样点数为 8 192 点, 使用 FFT 鉴相法求解相位差。不同采样频率下的鉴相性能如图 4 所示。

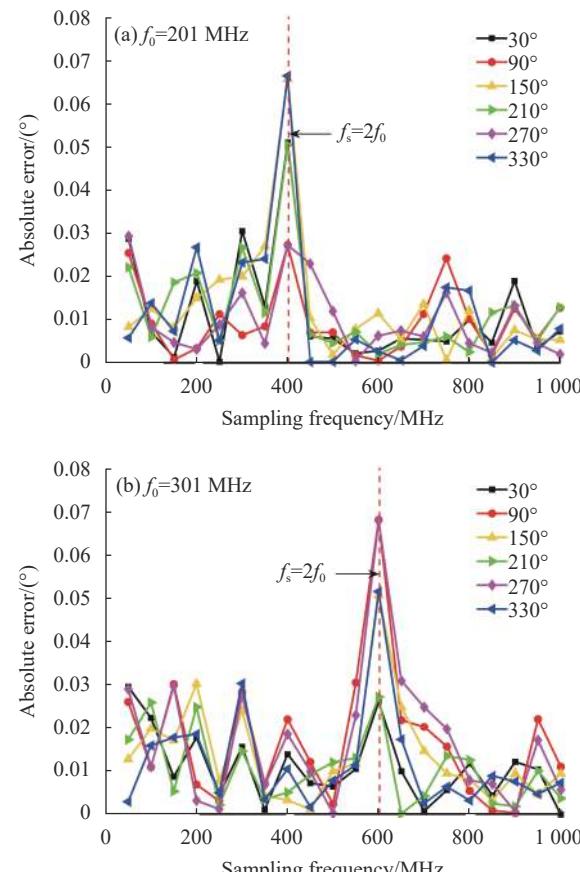


图 4 (a) 信号频率固定 201 MHz 时不同采样频率下的鉴相性能;  
(b) 信号频率固定 301 MHz 时不同采样频率下的鉴相性能

Fig.4 (a) Phase detection performance with different sampling frequency at signal frequency of 201 MHz; (b) Phase detection performance with different sampling frequency at signal frequency of 301 MHz

由图 4 可知, 当信号频率固定时, 当采样频率为信号调制频率的 2 倍时, 鉴相误差为  $0.07^\circ$  左右, 其他采样频率点的鉴相误差均在  $0.03^\circ$  以内。由以上仿真可知, 欠采样只是改变了激光信号的频率谱线位置, 但是相位信息不会受到影响, 使用欠采样技术进行鉴相不会降低鉴相精度。

##### 3.1.2 不同信号频率下鉴相性能分析

设采样频率为 100 MHz; 激光信号频率在 200~220 MHz 之间以 1 MHz 的步长变化。采样点数为 8 191

点, 使用 apFFT 鉴相法求解相位差。不同信号频率下的鉴相性能如图 5 所示。

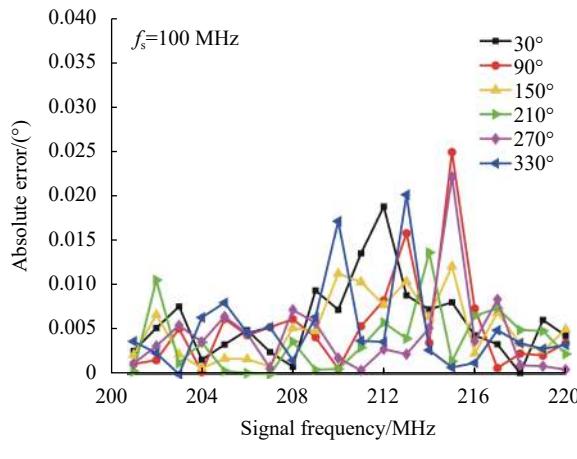


图 5 不同信号频率下的鉴相性能

Fig.5 Phase discrimination performance under different signal frequencies

由图 5 可知, 当采样频率固定时, 欠采样 apFFT 鉴相误差均在  $0.03^\circ$  以内。当信号频率为 201 MHz 时, 鉴相精度优于  $0.005^\circ$ 。

在文中的鉴相系统中, 激光信号的调制频率是确定的, 为了减小频谱泄露程度, 可以同时调整激光信号的采样点数和采样频率, 达到整周期采样的要求, 提高激光测距系统的鉴相精度, 从而提高测距精度。文中调制频率为 201 MHz, 当采样频率选用 100 MHz 和采样点数为 8192 点时可基本实现被测信号的整周期采样, 减少频谱泄露程度, 确保相位信息的完整性。

### 3.2 欠采样全相位 FFT 鉴相性能分析

基于欠采样全相位 FFT 鉴相方法建立仿真模型, 分析使用欠采样时不同影响因素对 FFT 法和 apFFT 法鉴相精度的影响。设信号频率为 201 MHz, 采样频率为 100 MHz。无窗(矩形窗)apFFT 的鉴相性能最好<sup>[19]</sup>, 研究在无窗时各种影响因素下欠采样 FFT 和欠采样 apFFT 两种鉴相法的鉴相性能。

#### 3.2.1 高斯白噪声影响下鉴相性能分析

预设相位差为  $30^\circ$ , 同时加入高斯白噪声的参考信号  $x_{aG}$  和测量信号  $x_{bG}$  分别表示如下:

$$\begin{cases} x_{aG} = A_a \cos(2\pi f_0 t + \varphi_a) + G_{60} \\ x_{bG} = A_b \cos(2\pi f_0 t + \varphi_b) + G_i \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $G_{60}$  表示设参考信号信噪比为 60 dB;  $G_i$  表示测量信号信噪比的变化范围为 5~70 dB, 以 5 dB 的步长单调增加, 在不同 SNR 下做 1 000 次仿真, 统计分析两种方法鉴相性能如图 6 所示。

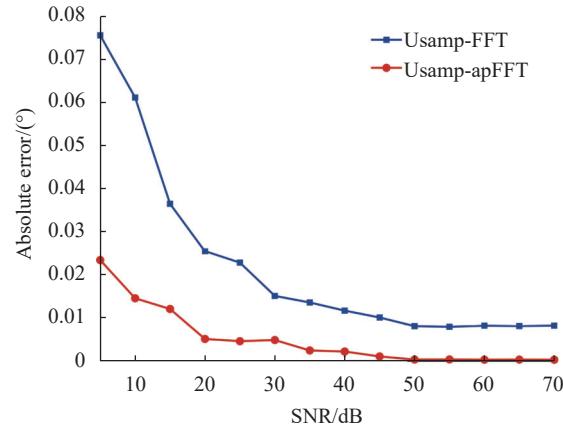


图 6 不同 SNR 下两种方法鉴相性能

Fig.6 Measurement performance with different SNR

从图 6 可以看出, 两种方法的鉴相误差都随信噪比增加逐渐减小, 欠采样 apFFT 鉴相法的鉴相误差均小于 FFT 法。在信噪比低的时候, apFFT 比 FFT 的鉴相误差更小; 信噪比大于 50 dB 时, FFT 鉴相法误差在  $0.008^\circ$  左右, apFFT 鉴相法误差在  $0.0004^\circ$  左右。因此, 欠采样 apFFT 鉴相法的抗噪性能显著优于欠采样 FFT 鉴相法。

#### 3.2.2 频率偏移影响下鉴相性能分析

在实际测距系统中, 频率源很难产生单一、完全稳定的频率, 频率偏移的程度将直接影响鉴相的精度。令频率偏移率  $\delta = (F - f_0)/f_0$ ,  $F$  为偏移后的信号频率。频率有偏移的参考信号  $x_{aF}$  和测量信号  $x_{bF}$  分别表示如下:

$$\begin{cases} x_{aF} = A_a \cos(2\pi F t + \varphi_a) \\ x_{bF} = A_b \cos(2\pi F t + \varphi_b) \end{cases} \quad (13)$$

使  $\delta \in [-0.0004, 0.0004]$ , 每隔 0.0001 变化, 在每个频偏值下做 1 000 次仿真, 统计分析两种方法鉴相性能如图 7 所示。

从图 7 可以看出, 欠采样 FFT 鉴相法对频率偏移非常敏感, 随着频率偏移的增大, 鉴相误差也明显增大, 而欠采样 apFFT 鉴相法的误差基本稳定在  $0.004^\circ$  左右。因此, 欠采样 apFFT 鉴相法具有较强的克服频率偏移的能力。

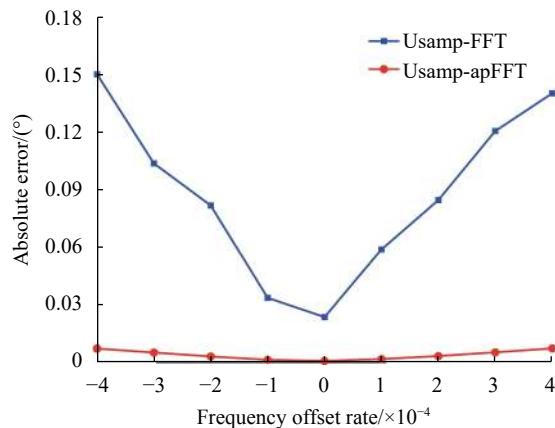


图 7 不同频率偏移下两种方法鉴相性能

Fig.7 Measurement performance with frequency offset

### 3.2.3 综合因素影响下鉴相性能分析

为了更加符合实际激光相位测距系统, 分析了高斯白噪声、频率偏移、杂散信号和谐波信号对两种鉴相方法的鉴相性能的综合影响。包含各种噪声和干扰信号的影响后的参考信号  $x_{ac}$  和测量信号  $x_{bc}$  表示为:

$$\begin{cases} x_{ac} = A_a \cos(2\pi F t + \varphi_a) + G_{50} + S_z + S_n \\ x_{bc} = A_b \cos(2\pi F t + \varphi_b) + G_{30} + S_z + S_n \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $S_z = 0.1A_a \cos(2\pi f_z t)$  为杂散信号;  $f_z=0.1$  MHz 为杂散频率;  $S_n = 0.1A_a \cos(2\pi f_{0nt})$  为谐波信号, 存在 2~3 次谐波干扰, 添加的杂散信号和谐波信号功率均为参考信号和测量信号的 1/100。设参考信号的 SNR 为 50 dB, 测量信号的 SNR 为 30 dB; 频率偏移率为 0.000 1, 即偏移后频率  $F=201.01$  MHz。预设相位差依次设置为 30°、90°、150°、210°、270° 及 330°, 在不同的相位差下做 10 组实验, 每组实验做 1 000 次仿真, 统计分析两种方法的鉴相性能如图 8 所示。

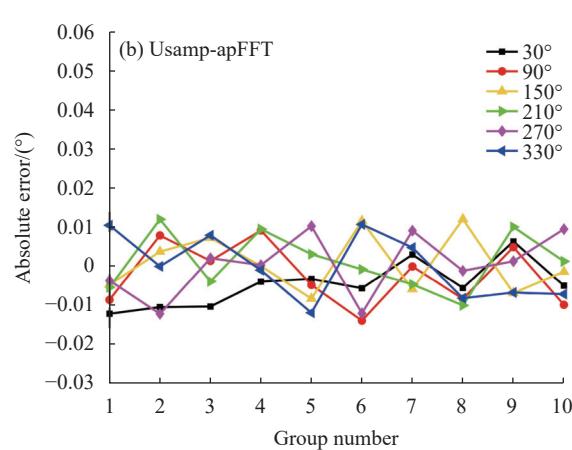
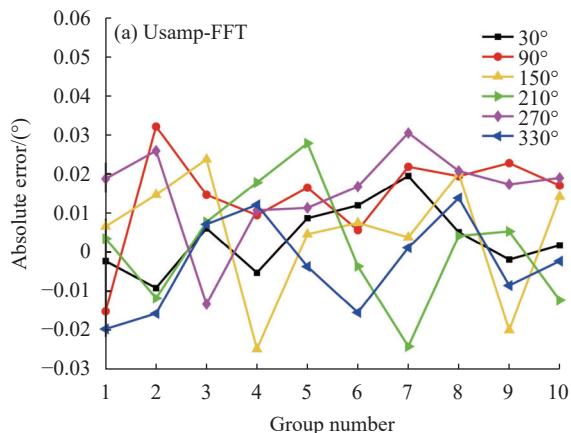


图 8 (a) 综合因素影响下欠采样 FFT 鉴相性能; (b) 综合因素影响下欠采样 apFFT 鉴相性能

Fig.8 (a) Phase detection performance with various factors of undersampling FFT method; (b) Phase detection performance with various factors of undersampling apFFT method

从图 8 可以看出, 欠采样 FFT 鉴相法的鉴相精度约为  $\pm 0.032^\circ$ , 而欠采样 apFFT 鉴相法的鉴相精度约为  $\pm 0.012^\circ$ 。因此, 欠采样 apFFT 鉴相法在多种因素的综合影响下的鉴相精度仍明显优于欠采样 FFT 鉴相法。

## 4 系统鉴相性能实验

### 4.1 鉴相电路的硬件实现

设计了基于 ADC+FPGA 的欠采样鉴相电路, 采样芯片选择 AD9250-170, 实现 100 MSPS、14 bit 的双通道同步采样; FPGA 芯片选择 XC7K325T-1FFG676C, 实现对采样芯片的控制和采样数据的读取与缓存; 在 FPGA 中进行 apFFT 鉴相, 鉴相数据结果通过 UART 串口通信到 PC 端上位机显示。欠采样鉴相系统硬件方案框图如图 9(a) 所示, 鉴相电路实物如图 9(b) 所示。

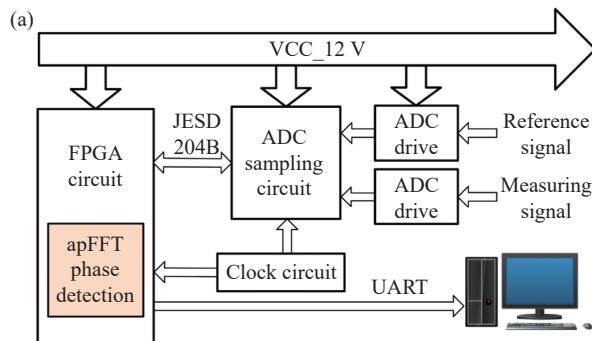




图 9 (a) 欠采样鉴相系统硬件方案框图; (b) 欠采样鉴相系统电路实物图

Fig.9 (a) Hardware scheme block diagram of under-sampling phase detection system; (b) Actual circuit diagram of undersampling phase discrimination system

#### 4.2 鉴相性能的验证实验

使用安捷伦 81150A 信号发生器产生两路具有稳定相位差的正弦波信号, 设置信号频率为 201 MHz。由公式(4)计算得出中心频率 $f_a$ 为 1 MHz。选取 $N$ 为 8 192 个点, 由公式(8)得出原始信号对应的谱线位置为第 $k_{ap} = [Nf_a/f_s] = 82$ 个点。

##### 4.2.1 高斯白噪声的影响

信号发生器中调节 CF 参数和信号幅值的大小可表征高斯白噪声的大小。安捷伦 81150A 信号发生器可提供的 CF 参数分别为 3.1、4.8、6.0 和 7.0。预设相位差为 30°, 在每个设定 CF 参数下, 信号幅值在 0.8~1.4 Vpp 之间每隔 0.1 Vpp 变化, FFT 法和 apFFT 法在不同 CF 参数下不同信号幅值时的鉴相精度如图 10 所示。

从图 10 可以看出, CF 参数固定的情况下, 信号幅值越大, 鉴相标准差越大, 鉴相精度越低; 信号幅值

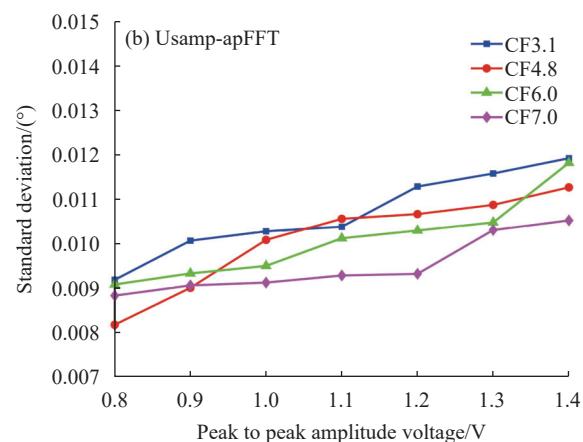
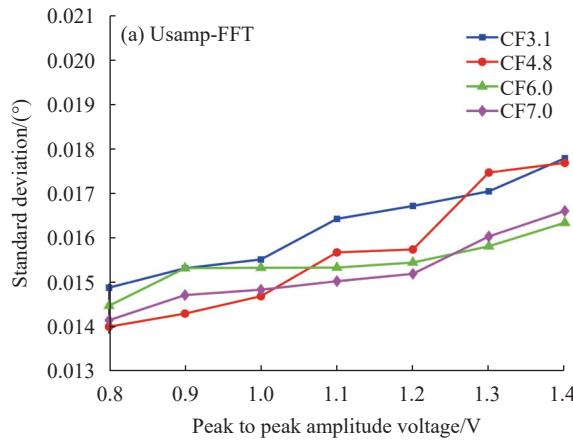


图 10 (a) 基于鉴相电路不同高斯白噪声下 FFT 法的鉴相精度; (b) 基于鉴相电路不同高斯白噪声下 apFFT 法的鉴相精度

Fig.10 (a) Phase detection accuracy with different white Gaussian noise of FFT methods based on phase discriminator circuit; (b) Phase detection accuracy with different white Gaussian noise of apFFT methods based on phase discriminator circuit

固定的情况下, CF 参数越大, 鉴相标准差越小, 鉴相精度越高。欠采样 FFT 法的鉴相精度范围为 0.014°~0.018°, 欠采样 apFFT 法的鉴相精度范围在 0.008°~0.012°。因此, apFFT 法的抗噪性能优于 FFT 法, 实测结果与仿真结果一致。

##### 4.2.2 综合因素的影响

设置参考信号和测量信号之间的预设相位差在 0°~360°之间每隔 20°变化, 在不同相位差下分别进行 FFT 法和 apFFT 法鉴相计算。不同预设相位差下两种方法的鉴相精度如图 11 所示。

从图 11 可以看出, 基于欠采样鉴相电路鉴相时,

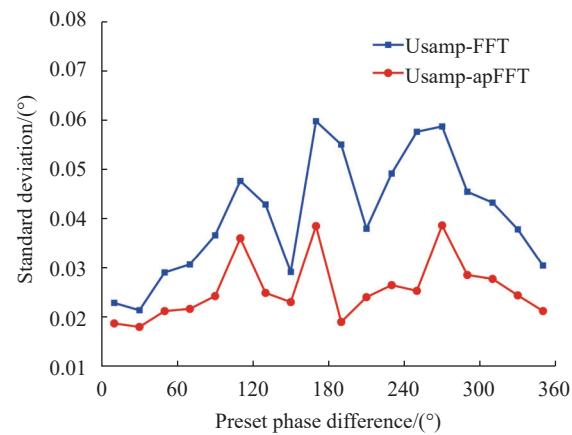


图 11 基于鉴相电路不同相位差下两种方法鉴相精度

Fig.11 Phase detection accuracy with different phase differences based on phase discriminator circuit

欠采样 FFT 法的鉴相精度优于  $0.06^\circ$ , 欠采样 apFFT 法的鉴相精度优于  $0.04^\circ$ , 因此欠采样 apFFT 法求解的鉴相精度优于 FFT 法, 实测结果与仿真结果一致。

#### 4.3 相位式激光测距系统实验验证

搭建相位式激光测距实验系统如图 12 所示。激光波长  $1550\text{ nm}$ , 调制频率  $201\text{ MHz}$ 。使用长度为  $2\text{ m}$ 、定位精度  $0.02\text{ mm}$  的高精度导轨作为距离基准, 验证了鉴相系统的测量性能。

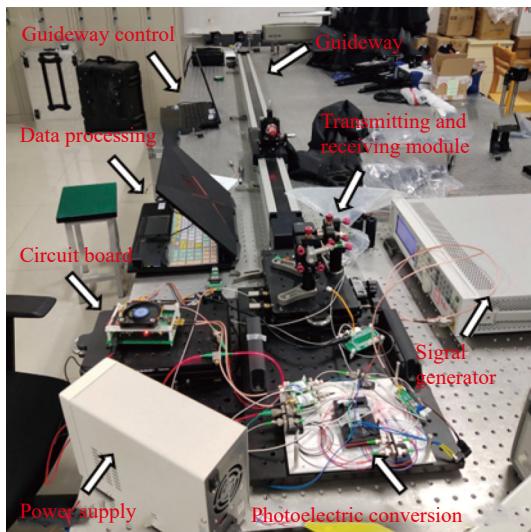


图 12 相位式激光测距实验系统

Fig.12 Experimental system of phase laser ranging

##### 4.3.1 单点滤波结果分析

将导轨的靶球设置在  $0.4\text{ m}$  处, 进行 apFFT 鉴相, 再使用 Kalman 滤波得到最优估计相位值。直接进行 apFFT 鉴相结果与经过 Kalman 滤波后的结果对比如图 13 所示。

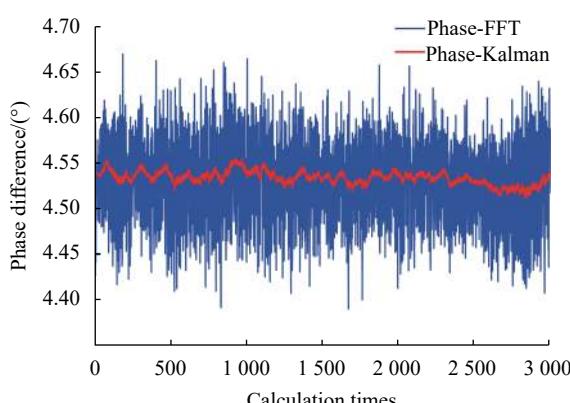


图 13 有无 Kalman 滤波鉴相结果对比图

Fig.13 Phase discrimination results comparison diagram with Kalman filtering or not

从图 13 可以看出, 直接进行 apFFT 鉴相的相位差波动范围在  $0.3^\circ$  以内, 即鉴相精度为  $\pm 0.15^\circ$ , 经过 apFFT 鉴相后再进行 Kalman 滤波的相位差波动范围在  $0.05^\circ$  以内, 即鉴相精度为  $\pm 0.075^\circ$ , 鉴相误差减小到无滤波时的  $1/6$ 。因此 Kalman 滤波可有效提高鉴相的稳定性。

##### 4.3.2 多点滤波结果分析

设置导轨上靶球位置在  $0\sim2\text{ m}$  之间每隔  $0.2\text{ m}$  变化, 鉴相结果如表 1 所示。表 1 中,  $D$  为导轨预设距离,  $\mu - \varphi$  为无滤波时 apFFT 鉴相均值,  $\varphi - ap$  为无滤波时 apFFT 鉴相误差波动范围,  $\varphi - kal$  为 Kalman 滤波后 apFFT 鉴相误差波动范围,  $\mu - d$  为 Kalman 滤波后测距均值,  $\Delta d$  为 Kalman 滤波后测距绝对误差均值,  $\delta - d$  为 Kalman 滤波后测距误差波动范围。

表 1 不同距离处测量结果数据分析

Tab.1 Data analysis of measurement results at different distances

$D/\text{m}$	$\mu - \varphi/(\text{°})$	$\varphi - ap/(\text{°})$	$\varphi - kal/(\text{°})$	$\mu - d/\text{m}$	$\Delta d/\text{mm}$	$\delta - d/\text{mm}$
0.0	171.8601	0.21780	0.05574	0.356259	-	0.11555
0.2	268.2047	0.25124	0.04725	0.199719	0.28023	0.09795
0.4	4.533498	0.27785	0.04254	0.399727	0.27323	0.08818
0.6	101.2449	0.25692	0.04913	0.599887	0.11371	0.10184
0.8	197.8399	0.29403	0.05144	0.800124	0.12428	0.10663
1.0	294.0479	0.25588	0.04911	0.999731	0.26927	0.10179
1.2	30.52941	0.29923	0.04827	1.199764	0.23553	0.10007
1.4	127.2845	0.27942	0.03649	1.400134	0.13398	0.07564
1.6	223.8424	0.24556	0.03419	1.600286	0.28568	0.07089
1.8	320.1168	0.28015	0.03588	1.799869	0.13055	0.07438
2.0	56.70188	0.29687	0.05485	2.000187	0.18671	0.11369
Mean value	-	0.26863	0.04590	-	0.20332	0.09515

由表 1 可知, 与无滤波时的鉴相精度相比, Kalman 滤波能够显著提升 apFFT 的鉴相稳定性。当信号调制频率为  $201\text{ MHz}$  时, 即测尺为  $0.746\text{ m}$ , 测距精度可达  $0.20\text{ mm}$ 。

对比文献 [12]、文献 [11] 和文献 [7] 中所使用的鉴相方法, 实验相关数据对比如表 2 所示。表中以 sub-DFT 表示欠采样谱分析鉴相法, Nyq-DFT 表示奈奎斯特采样谱分析鉴相法, Nyq-apFFT 表示奈奎斯特采样全相位 FFT 鉴相法, sub-apFFT 表示欠采样全相

表 2 参考文献相关数据对比

Tab.2 Comparison of relevant data from references

The method	$f/\text{MHz}$	$\varphi/^\circ$	$d/\text{mm}$
sub-DFT <sup>[12]</sup>	80	0.133	0.68
Nyq-DFT <sup>[11]</sup>	100	0.1	0.4
Nyq-apFFT <sup>[7]</sup>	100	0.09	0.38
sub-apFFT	201	0.023	0.20

位 FFT 鉴相法。 $f$ 为调制频率,  $\varphi$ 为鉴相精度,  $d$ 为测距精度。

由表 2 可知, 调制频率与鉴相精度成正比, 即调制频率越高, 鉴相精度越高; 在采用相同采样方式下, 当调制频率固定时, 全相位 FFT 鉴相法的鉴相精度高于谱分析鉴相法。由表 2 的数据对比可知, sub-apFFT 的鉴相精度均优于前三种方法, 该方案能够有效提高相位式激光测距系统的测距精度。

## 5 结 论

文中首先介绍了相位式激光测距原理和基于卡尔曼滤波的欠采样 apFFT 鉴相原理, 通过仿真分析了不同采样频率和不同信号频率时的鉴相性能, 以及在高斯白噪声、频率偏移、杂散频率、谐波等因素影响下的鉴相性能。仿真数据表明, 欠采样 apFFT 法的鉴相精度均优于传统 FFT 鉴相法。在仿真分析的基础上, 研制了欠采样鉴相电路, 分别进行了鉴相性能验证实验和激光测距验证实验。鉴相性能实验结果表明: apFFT 法受频率偏移、高斯白噪声和预设相位差值的影响较小, 可实现 $\pm 0.04^\circ$ 的鉴相精度, 激光测距实验结果表明: 调制频率为 201 MHz 时, 测距精度可达 0.20 mm, 卡尔曼滤波能够显著提高 apFFT 的鉴相稳定性。以上研究结果表明, 基于卡尔曼滤波的欠采样 apFFT 鉴相法具有良好的鉴相性能, 在对提高相位式激光测距系统的测距精度具有重要的应用价值。

## 参考文献:

- [1] Zhang Ting, Zhang Keshu. Study of phase-shift laser measuring based on Matlab [J]. *Laser & Infrared*, 2010, 40(1): 22-27. (in Chinese)
- [2] Pan Yingling, Ji Rongyi, Gao Chao, et al. High-speed phase laser ranging technology based on vector inner product method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(4): 20210186.
- [3] Teng Xiao. Research and implementation of undersampling phase detection method for phase laser ranging[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2020. (in Chinese)
- [4] Sun Maoheng, Zhao Wen. Precision improvement of undersampling theory using phasic laser rangefinder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(1): 70-73. (in Chinese)
- [5] Xie Wenfeng, Li Menglin, Zhou Weihu, et al. Laser beat-frequency phase-shift ranging based on undersampling spectrum analysis [J]. *Laser & Infrared*, 2015, 45(10): 1194-1199. (in Chinese)
- [6] Wang Zhaohua, Huang Xiangdong, Yang Wei. The measuring phase method of all-phase FFT [J]. *World Sci-tech R & D*, 2007(281): 28-32, 27. (in Chinese)
- [7] Gou Ningyi, Zhang Keshu. High speed digital phase-difference measuring methods simulation and implementation in phase-shift laser range finder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(9): 2358-2363. (in Chinese)
- [8] Yang Jiamin. Research on real-time measurement and trigger technology based on continuous wave phase shift[D]. Taiyuan: North University of China, 2019. (in Chinese)
- [9] Jia Fangxiu, Ding Zhenliang, Yuan Feng. New phase difference measurement based on digital synchronous demodulation [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2009(314): 78-80. (in Chinese)
- [10] Grzegorz Budzyn, Tkaczyk Jakub. Methods of real time high resolution phase detection for use in laser rangefinders[C]//11th International Conference on Vibration Measurements by Laser, Ancona, Italy, 2014: 17-21.
- [11] Wang Xuangang, Gou Ningyi, Zhang Keshu. Unbiased improvement of spectrum analysis phase discrimination for phase-shift laser range finder [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(4): 888-895. (in Chinese)
- [12] Wang Xinyao, Zhang Keshu. Digital phase-shift measuring methods based on sub-sampling in laser range finder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(5): 1330-1337. (in Chinese)
- [13] Chen Dong, Liu Enhai. Study of FFT and apFFT phase discrimination in phase-shift laser rang finder [J]. *Laser & Infrared*, 2013, 43(10): 1108-1112. (in Chinese)
- [14] Guo Tianmao, Liu Ke, Miao Yinxiao, et al. Application of all phase FFT frequency measurement in FMCW laser ranging

- technology [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2019, 39(2): 45-50. (in Chinese)
- [15] Yu Jiahe, Shi Haosen, Song Youjian, et al. Study on Kalman filtering in high-precision absolute distance measurement based on dual femtosecond lasers [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(6): 0610001. (in Chinese)
- [16] Zhao Xiao, Yang Haima, Qiang Jia, et al. High-precision coherent laser ranging method based on Kalman filtering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(14): 1412001. (in Chinese)
- [17] Ren Haoyu, Guo Chenxia, Yang Ruifeng. Research on improving UWB ranging accuracy by Kalman filter [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2021, 44(18): 111-115. (in Chinese)
- [18] Huang Xiangdong, Wang Zhaohua. Principle of all-phase DFT restraining spectral leakage and the application in correcting spectrum [J]. *Journal of Tianjin University*, 2007(192): 882-886. (in Chinese)
- [19] Wang Xuangang, Gou Ningyi, Zhang Keshu. ApFFT phase discrimination in phase-shift laser range finder [J]. *Information and Electronic Engineering*, 2012, 10(6): 725-729. (in Chinese)

## Simulation and implementation of undersampling all-phase FFT phase discrimination method

Zhu Yaqing<sup>1,2</sup>, Ji Rongyi<sup>1,2\*</sup>, Dong Dengfeng<sup>1,2</sup>, Zhou Weihu<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Microelectronics of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

### Abstract:

**Objective** The ranging accuracy is one of the important indicators that characterize the performance of phase-based laser ranging systems. The improvement of ranging accuracy is mainly achieved by improving modulation frequency and phase discrimination accuracy. If the modulation frequency is too high, meeting the high sampling frequency required for Nyquist sampling will result in high requirements for ADC hardware and increase system design costs. The traditional differential frequency phase detection method has complex circuit design, which can easily lead to the loss of signal frequency, phase and other information during the mixing process. Due to direct sampling of high-frequency signals, undersampling technology can maximize the retention of the original phase information of the signal, with simple circuit design and low hardware costs. In digital phase detection, spectrum leakage is a prominent drawback of traditional spectrum analysis, and the degree of spectrum leakage directly affects the accuracy of phase detection. All-phase FFT (apFFT) has "phase invariance", which can effectively suppress spectrum leakage and improve phase detection accuracy. In the actual measurement process, it is unavoidable to produce Gaussian white noise that affects the stability of the measurement results. Kalman filtering algorithm is a recursive time-domain filtering algorithm that meets the minimum mean square error estimation, and can effectively remove the Gaussian white noise generated in the measurement process. In order to improve the ranging accuracy, this paper proposes an undersampling all-phase FFT phase detection method based on Kalman filtering.

**Methods** This paper first introduces the principle of phase laser ranging (Fig.1) and the principle of undersampling apFFT phase detection based on Kalman filter (Fig.3), and analyzes the phase detection performance under different sampling frequencies and signal frequencies (Fig.5) through simulation, as well as the phase detection performance under the influence of Gaussian white noise, frequency shift, stray frequency, harmonics and other factors (Fig.6). On the basis of simulation analysis, an undersampling phase detection circuit (Fig.9) was developed based on the FPGA chip of XC7K325T-1FFG676C model and the AD9250-170 chip.

Phase detection performance verification experiments and laser ranging verification experiments were conducted, respectively (Fig.12).

**Results and Discussions** The simulation results show that undersampling does not affect the phase detection accuracy (Fig.4). The ability of noise resistance and overcoming frequency offset of the undersampling apFFT method are significantly better than those of the undersampling FFT method (Fig.7). The phase detection accuracy of the undersampling apFFT method is  $\pm 0.012^\circ$ , and the phase detection accuracy of the undersampling apFFT method is better than that of the FFT method (Fig.8). The experimental results of phase discrimination performance show that the undersampling apFFT method has better noise resistance and anti-interference ability than the FFT method (Fig.10), and the phase discrimination accuracy of the undersampling apFFT method is better than  $0.04^\circ$  (Fig.11). The experimental data of the laser ranging system shows that the phase discrimination accuracy of apFFT is  $0.134^\circ$  without Kalman filtering, and  $0.023^\circ$  after filtering. The phase discrimination accuracy has been improved by 82.84% (Tab.1), and Kalman filtering can significantly improve the phase discrimination stability of apFFT (Fig.13). When the modulation frequency is 201 MHz, the ranging accuracy can reach 0.20 mm, achieving submillimeter precision ranging.

**Conclusions** In order to improve the ranging accuracy, a phase detection circuit was designed using undersampling method and all-phase FFT algorithm, and Kalman filtering was used to improve the stability of the measurement data. According to the principle of phase detection, the phase detection accuracy under different sampling frequencies and signal frequencies is simulated and analyzed, and the phase detection performance of FFT phase detection method based on undersampling and apFFT phase detection method under the influence of Gaussian white noise, frequency offset and other factors is compared. The simulation results show that undersampling does not affect the phase detection accuracy, and the phase detection accuracy of the undersampling apFFT method is better than that of the undersampling FFT method. Experimental verification of phase discrimination performance was conducted, and the experimental data showed that when the sampling frequency was 100 MHz and the signal modulation frequency was 201 MHz, the phase discrimination accuracy of apFFT was  $0.134^\circ$ . After Kalman filtering, the phase discrimination accuracy was better than  $0.023^\circ$ , and the ranging accuracy could reach 0.20 mm. Therefore, the undersampling apFFT phase detection method based on Kalman filtering has the advantages of high accuracy and strong anti-interference ability, and has important application value in phase laser ranging systems.

**Key words:** phase laser ranging; digital phase discrimination; undersampling; all-phase FFT;  
Kalman filtering

**Funding projects:** National Key Research and Development Program of China (2019YFB1310100)