

全局可观测性分析的 SINS/CNS 快速标定方法

徐志浩¹, 周召发¹, 徐梓皓², 常振军¹, 冯磊¹

(1. 火箭军工程大学 导弹工程学院, 陕西 西安 710025;
2. 空军研究院, 北京 100085)

摘要: 星敏感器安装误差是制约 SINS/CNS 导航精度的主要因素之一, 有必要在使用前对其进行标定, 特别是小视场星敏感器无法根据单幅星图得到姿态信息。文中提出了一种 SINS/CNS 组合导航系统的快速高精度标定方法, 利用惯导输出的姿态、速度以及星敏感器测量的矢量信息构造量测, 建立卡尔曼滤波模型, 实现安装误差和惯性器件常值误差的地面标定。通过全局可观测性分析, 详细给出了系统在不同的姿态和观测星点的情况下的可观测性并进行了验证。仿真结果证明: 至少需要进行两个轴向的转动、三次观星且需避免将星点位于星敏测量原点, 才能高精度估计出星敏感器三轴安装误差, 而对于大视场星敏感器来说部分惯组姿态不利于提高系统可观测度, 该方法对姿态和星敏感器安装误差的估计精度均在 0.5" 内, 陀螺和加速度计的常值误差分别小于 0.000 7 (°)/h 和 0.3 μg , 无需精密的外部设备和人工参考即可实现高精度标定, 对 SINS/CNS 组合导航系统的观星方案设计有一定意义。

关键词: 星敏感器; 捷联惯导系统; 安装误差; 可观测性分析

中图分类号: V249.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210641

SINS/CNS fast calibration method based on global observability analysis

Xu Zhihao¹, Zhou Zhaofa¹, Xu Zihao², Chang Zhenjun¹, Feng Lei¹

(1. Missile Engineering Institute, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;
2. Air Force Academy, Beijing 100085, China)

Abstract: The installation error of the star sensor was one of the main factors restricting the accuracy of SINS/CNS navigation. It was necessary to calibrate it before use, especially the NFOV star sensor could not obtain the attitude information from a star map. This paper proposed a fast and high-precision calibration method for SINS/CNS integrated navigation system. The attitude and velocity output by the inertial navigation and the vector information measured by the star sensor were used to construct quantity measurements. A Kalman filter model was established to realize the ground calibration of installation error and inertial device constant error. Through global observability analysis, the observability of the system under different carrier attitudes and star points was given and verified. The simulation results show that the carrier needs to rotate in at least two axes and observe stars three times, and the star point should not be located at the star sensing measurement origin, so as to estimate the three-axis installation error of the star sensor with high precision. For a FLOV star sensor, part of the carrier attitude is not conducive to improve the observability of the system. The estimation accuracy of carrier

收稿日期: 2021-10-25; 修订日期: 2022-01-20

基金项目: 航空科学基金项目 (201808U8004); 陕西省自然科学基金基础研究计划青年人才项目 (S2019-JC-QN-2408)

作者简介: 徐志浩, 男, 博士生, 主要从事惯性导航与组合导航方面的研究。

导师简介: 周召发, 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事组合导航与多源信息融合方面的研究。

attitude and star-sensitive installation errors is within 0.5" and the constant errors of gyro and accelerometer are less than 0.000 7(°)/h and 0.3 μg, respectively. This method can achieve high-precision calibration without sophisticated external equipment and manual reference. It has certain significance for the stargazing scheme design of SINS/CNS integrated navigation system.

Key words: star sensor; strapdown inertial navigation system; installation error; observability analysis

0 引言

由于捷联惯性导航系统 (Strap-down Inertial Navigation System, SINS) 和天文导航系统 (Celestial Navigation System, CNS) 均具有完全自主、可靠性高的优点, 同时在信息的连续性和长时间导航精度上优势互补, SINS/CNS 组合导航已成为一种典型的组合导航方式^[1-2], 广泛应用于舰船、飞机、导弹等军用设备^[3]。星敏感器的测量精度可达角秒级, 但其实际安装误差却可达角分级^[4], 是制约 SINS/CNS 导航精度的主要因素之一^[5]。

当前地面标定星敏感器安装误差的方法主要有两种^[6]: 一种是依靠精确的外部设备进行标定, 如参考文献 [7] 采用经纬仪进行标定, 其需要在多位置多次架设、移动经纬仪与光电准直仪, 参考文献 [8-9] 提出了两种基于实验室转台的星敏感器安装误差标定方法, 但需要精确控制转台转角, 对设备要求较高, 不利于在地面实现快速标定; 另一种是依靠星敏的测量信息, 对安装误差进行估计^[10], 参考文献 [11-13] 利用星敏输出的姿态信息对安装误差进行标定, 但其只适用于大视场星敏感器, 对于小视场星敏感器则无法通过单幅星图使用, 其对姿态误差与星敏安装误差的耦合关系也没有详细分析; 参考文献 [14] 将恒星矢量与重力矢量夹角为量测, 利用卡尔曼滤波对安装误差进行估计, 但重力测量受加速度计零偏影响, 使零偏误差仍包含在星敏感器安装误差矩阵中, 并会影响估算

结果; 参考文献 [15] 利用 BP 神经网络对星敏安装误差标定, 需要设置大量不同的安装误差数据进行学习。上述方法基于不同的背景对星敏感器安装误差进行标定, 但存在安装误差标定测试流程较为繁琐、对设备要求高等缺点。

针对上述情况, 文中提出了一种 SINS/CNS 组合导航系统的快速高精度标定方法, 能够同时适用不同视场的星敏感器, 并通过全局可观测性分析, 详细给出了系统在不同姿态和观星情况下的可观测性并进行验证。该方法无需精密的外部设备和人工参考即可实现高精度标定, 并能够准确估计星敏安装误差和惯性器件常值误差, 对观星方案设计有一定意义。

1 标定方法原理

1.1 星敏感器安装误差和惯组测量误差模型

1.1.1 星敏感器安装误差

选取地心坐标系 i 为惯性坐标系, 东北天地理坐标系 n 为导航坐标系, 记数学平台坐标系为 p 系, 地球坐标系为 e 系, 惯组坐标系为 m 系, 星敏感器实际坐标系为 s 系, 星敏感器理想坐标系为 s' 系与 m 系重合。设 r^m 和 r^s 分别表示同一矢量在 m 系及 s 系中的坐标, 若 m 系与 s 系之间的转换关系为 C_s^m , 则有如下关系式:

$$r^m = C_s^m r^s \quad (1)$$

其中,

$$C_s^m = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \cos \alpha_y - \sin \alpha_z \sin \alpha_x \sin \alpha_y & -\sin \alpha_z \cos \alpha_x & \cos \alpha_z \sin \alpha_y + \sin \alpha_z \sin \alpha_x \cos \alpha_y \\ \sin \alpha_z \cos \alpha_y + \cos \alpha_z \sin \alpha_x \sin \alpha_y & \cos \alpha_z \cos \alpha_x & \sin \alpha_z \sin \alpha_y - \cos \alpha_z \sin \alpha_x \cos \alpha_y \\ -\cos \alpha_x \sin \alpha_y & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \cos \alpha_y \end{bmatrix},$$

$\alpha = [\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z]$ 为星敏感器安装误差角。

在现实中, 星敏安装误差通常为小角度, 忽略其高阶小量, C_s^m 可写为:

$$C_s^m \approx \begin{bmatrix} 1 & \alpha_z & -\alpha_y \\ -\alpha_z & 1 & \alpha_x \\ \alpha_y & -\alpha_x & 1 \end{bmatrix} = I - (\alpha \times) \quad (2)$$

1.1.2 惯组测量误差模型

构成 SINS 基础的陀螺仪和加速度计对导航性能起着至关重要的作用。在系统投入使用之前, 需要对其进行校准。文中考虑的惯性传感器误差包括陀螺仪常值漂移和加速度计零位偏差。

陀螺仪的数学误差模型可由下式给出:

$$\begin{bmatrix} \delta\omega_x \\ \delta\omega_y \\ \delta\omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varpi_{gx} \\ \varpi_{gy} \\ \varpi_{gz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\delta\omega_i$ 为 i 轴陀螺仪输出误差, $i=x,y,z$; ε_i 为 i 轴上陀螺仪的常值漂移; ϖ_{gi} 为 i 轴上的角随机游走噪声。类似地, 加速度计的数学误差模型可以由下式给出:

$$\begin{bmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x \\ \nabla_y \\ \nabla_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varpi_{ax} \\ \varpi_{ay} \\ \varpi_{az} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: δf_i 为 i 轴加速度计输出误差, $i=x,y,z$; ∇_i 为 i 轴上加速度计的零位偏差; ϖ_{ai} 为 i 轴上的速度随机游走噪声。

1.2 卡尔曼滤波器设计

根据误差模型, 将捷联惯导姿态误差 ϕ^n 、速度误差 V^n 、陀螺常值漂移 ε^m 、加速计零位偏差 ∇^m 以及星敏感器安装误差 α 作为系统状态量, $X = [\phi^n \ V^n \ \varepsilon^m \ \nabla^m \ \alpha]$, 建立系统状态方程:

$$X_k = \Phi_{k|k-1} X_k + \Gamma_{k|k-1} W_k \quad (5)$$

设 r^i 和 r^s 分别表示星敏感器观测到的某一导航星在 i 系和 s 系中的单位方向矢量。在无误差的情况下, r^i 在 s 系内的单位方向矢量 r^s 可表示为:

$$r^s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = C_m^s C_n^m C_e^n C_i^e r^i = [I + (\alpha \times)] C_n^m C_e^n C_i^e r^i \quad (6)$$

式中: $C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin\lambda \cos\lambda & 0 \\ -\sin L \cos\lambda & -\sin L \sin\lambda \cos L \\ \cos L \cos\lambda & \cos L \sin\lambda \sin L \end{bmatrix}$, λ 、 L 为当地经纬度; $C_i^e = \begin{bmatrix} \cos A \sin A & 0 \\ -\sin A \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, A 为此时本初子午

线偏离春分点所在经线的角度; $r^i = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\delta \\ \sin\alpha \cos\delta \\ \sin\delta \end{bmatrix}$, α 、 δ 为所观测导航星的赤经、赤纬。

由于惯导解算的导航信息包含误差, 所以根据 SINS 输出的信息得到的 r^i 在 s' 系内的单位方向矢量 \hat{r}^s 为:

$$\hat{r}^s = \begin{bmatrix} \hat{x}_s \\ \hat{y}_s \\ \hat{z}_s \end{bmatrix} = C_m^{s'} C_p^m C_e^p C_i^e r^i = C_n^m [I + (\phi \times)] C_e^p C_i^e r^i \quad (7)$$

式中: $C_p^m = C_n^m C_p^n = C_n^m [I + (\phi \times)]$; $C_m^{s'}$ 为理想星敏安装矩阵, 通常为单位阵。

令 $\Delta r^s = r^s - \hat{r}^s$, 将公式 (6)、(7) 代入舍去高阶小量得:

$$\Delta r^s = (\alpha \times) C_n^m C_e^n C_i^e r^i - C_n^m (\phi \times) C_e^p C_i^e r^i = M_1 \alpha + M_2 \phi \quad (8)$$

式中: $M_1 = -(C_n^m C_e^n C_i^e r^i) \times$; $M_2 = C_n^m [(C_e^p C_i^e r^i) \times]$ 。

将星敏感器测量得到的矢量信息与惯导解算的矢量信息相减作为量测量, 其中包含了惯组姿态误差、星敏安装误差等信息, 则滤波量测量 Z_1 为:

$$Z_1 = r^s - \hat{r}^s = \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_s \\ \hat{y}_s \\ \hat{z}_s \end{bmatrix} \quad (9)$$

则此时系统量测方程为:

$$Z_1 = \Delta r^s = H_1 X + W_1 \quad (10)$$

式中: $H_1 = [M_2 \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ M_1]$, $0_{3 \times 3}$ 表示 3 行 3 列零矩阵, 测量噪声 W_1 由星敏感器的测量误差决定。

考虑系统在静基座条件下进行标定, 所以同时将惯组解算的速度误差作为量测, 即有量测方程:

$$Z_2 = [\delta V_E \ \delta V_N \ \delta V_U]^T = H_2 X + W_2 \quad (11)$$

式中: $H_2 = [0_{3 \times 3} \ I_{33} \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3}]$, 量测噪声 W_2 为白噪声。

将量测 Z_1 、 Z_2 一起作系统量测, 则系统量测方程为如下形式:

$$Z_k = H_k X_k + W_k \quad (12)$$

式中: $Z_k = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$; $H_k = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$; $W_k = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$ 。

2 系统可观测性分析

2.1 小视场星敏感器标定

首先分析标定过程中以矢量差为量测量, 则 Z_1 及其各阶导数均为已知量。根据线性方程组求解的基本理论, 如果使某个误差状态的系数发生了与其他状态的系数不相关的变化, 则总可以联立多组方程进行代数求解, 从而定量计算出该状态的解析解, 并且误差状态的系数变化量越大, 干扰噪声的影响就越小, 状态的可观测度也就越高。

由公式 (9) 可得:

$$Z_1 = [-(C_n^m r^n) \times] \alpha + C_n^m (r^n \times) \phi \quad (13)$$

式中: $r^n = C_e^n C_i^e r^i$; $C_n^m = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$; $C_n^m r^n =$

$$\begin{bmatrix} C_{11} r_x^n + C_{12} r_y^n + C_{13} r_z^n \\ C_{21} r_x^n + C_{22} r_y^n + C_{23} r_z^n \\ C_{31} r_x^n + C_{32} r_y^n + C_{33} r_z^n \end{bmatrix} \circ$$

由公式 (13) 可知, 姿态误差 ϕ 和星敏安装误差 α 耦合, 从物理意义上来说, 这种耦合关系可以理解为: 同一颗导航星在星敏中的星点坐标受姿态误差 ϕ 和星敏安装误差 α 共同影响, 总存在不同的 ϕ 和 α 可以使星点坐标相同; 解耦方式可以理解为: 采用某种方式使姿态误差和星敏安装误差可以唯一确定。

理论上说, 只要姿态误差 ϕ 和星敏安装误差 α 的系数矩阵发生不相关变化就可以使 ϕ 与 α 分离。系数变化有两种方式: 第一, 惯组姿态变化使 C_n^m 变化; 第二, 地球自转或者更换导航星使 r^n 变化。理论上这两种方式都可以使 ϕ 与 α 相互分离, 但是由于地球自转角速度较小, 使误差状态量的系数矩阵变化不明显, 造成 ϕ 与 α 难以分离; 对于小视场星敏来说, 其视场范围内的星点在 n 系中的矢量 r^n 变化很小, 甚至只有一个星点, 所以只能依靠改变惯组姿态使 ϕ 与 α 分离。

当惯组航向角发生改变时, 公式 (13) 变为:

$$Z_1 = [-(C_m^m C_n^m r^n) \times] \alpha + C_m^m C_n^m (r^n \times) \phi \quad (14)$$

式中: $C_m^m = \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & \sin \psi_1 & 0 \\ -\sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。此时, ϕ_E 、 ϕ_N 、 α_x 、

α_y 的系数发生不相关的变化, 使其相互分离, 从而得到观测; 但是 ϕ_U 和 α_z 的系数不变, 说明改变航向角无法使天向失准角和星敏 z 轴安装误差得到有效估计, 需要另外一轴发生姿态变化。

根据公式 (13) 可知, 当星点位于星敏测量原点时, 公式 (13) 变为:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} + C_n^m (r^n \times) \phi \quad (15)$$

由公式 (15) 可知, 此时 ϕ_U 的系数不为 0, 可以观测, 但 α_z 的系数为 0, 意味着当星点位于星敏测量原点时, 即便是改变惯组姿态也无法使 α_z 得到观测, 因此在选择星点时应避免星点位于测量原点, 这对于单星观测的星敏传感器来说, 无论是以转换至不同坐标系的矢量为量测, 还是以高度角、方位角为量测都适用。

2.2 大视场星敏传感器标定

对于大视场星敏传感器来说, 其视场范围内通常有多个星点, 此时可以通过更换导航星使 r^n 变化, 但是即

便是大视场其视场角也有限, 用同一视场内的不同星点的信息作为量测无法使 ϕ 和 α 分离, 但可以提高系统可观测度。特别是当惯组姿态阵为单位阵时, 公式 (13) 则为:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & r_z^n & -r_y^n \\ -r_z^n & 0 & r_x^n \\ r_y^n & -r_x^n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r_z^n & r_y^n \\ r_z^n & 0 & -r_x^n \\ -r_y^n & r_x^n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} \quad (16)$$

由公式 (16) 可知, ϕ 和 α 的系数矩阵相关, 即便视场有多个星点, 也无法通过更换导航星提高系统可观测度, 所以应避免姿态阵为单位阵或接近单位阵, 仍然需要通过改变惯组姿态使 ϕ 与 α 分离, 特别的, 当水平角为 0° 、航向角为 90° 时, 公式 (13) 变为:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & r_z^n & r_x^n \\ -r_z^n & 0 & -r_y^n \\ -r_x^n & r_y^n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_z^n & 0 & -r_x^n \\ 0 & -r_z^n & r_y^n \\ -r_y^n & r_x^n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} \quad (17)$$

由公式 (17) 可知, 此时 ϕ 和 α 耦合, 也无法通过更换导航星提高系统可观测度, 因此要避免惯组停止在姿态角为 $[0^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]$ 的位置。类似的, 惯组也应避免停止在姿态角为 $[i \times 90^\circ \ j \times 90^\circ \ k \times 90^\circ]$ ($i, j, k = 0, \pm 1, \pm 2$) 的位置。而 ϕ_U 和 α_z 的分离, 需要另外一轴发生姿态变化。

根据公式 (6), 在不考虑任何误差时, 导航星在 s 系中矢量的导数为:

$$\dot{r}^s = -[I + (\alpha \times)] (\omega_{im}^m \times) C_n^m r^n \quad (18)$$

考虑误差, 导航星在 s' 系中的矢量导数为:

$$\dot{r}^{s'} = -(\omega_{im}^m \times) C_n^m r^n + (\omega_{im}^m \times) C_n^m (r^n \times) \phi + [(C_n^m r^n) \times] \varepsilon^m \quad (19)$$

由公式 (18) 减去公式 (19) 可得:

$$\dot{Z}_1 = (\omega_{im}^m \times) C_n^m r^n \times \alpha - (\omega_{im}^m \times) C_n^m (r^n \times) \phi - [(C_n^m r^n) \times] \varepsilon^m \quad (20)$$

不考虑惯性器件安装误差和刻度系数误差时的姿态误差方程为:

$$\dot{\phi}^n = \omega_{ie} \begin{bmatrix} 0 & \sin L & -\cos L \\ -\sin L & 0 & 0 \\ \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} + \delta \omega_m^n - C_m^m \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (21)$$

以速度误差作为量测时, 速度误差 V^n 为已知量, 则 ω_m^n 也可观测, 而陀螺常值漂移 ε^m 可通过公式 (20)

和 (21) 得到。分析公式 (20) 可得 α 和 ε^m 耦合, 所以只有在 α 得到估计的情况下, 通过改变 $C_n^m r^m$ 才可以使 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 相互分离, 从而陀螺常值漂移得到观测, 此时也要避免星点位于测量原点; 分析公式 (21) 可知, 在 ϕ 得到估计后, 惯组姿态变化或姿态角为 $[i \times 90^\circ \ j \times 90^\circ \ k \times 90^\circ]$ ($i, j, k = 0, \pm 1, \pm 2$) 时, ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分离, 由此可知无论是通过公式 (20) 还是公式 (21), ε^m 的观测都需要以 α 和 ϕ 得到估计为前提。在公式 (13) 和公式 (20) 中均没有出现速度误差 V^n 和加速度计零偏 ∇^m , 说明仅通过以 Z_1 为量测量, 无法对速度误差和加速度计零偏进行有效估计。

在静基座条件下利用惯组真实速度为零这一观测对加速度计零偏进行标定, 则速度误差 V^n 的各阶导数均为已知量, 由于惯组静止时 $f^n = [0 \ 0 \ g]^T$, 可得:

$$\delta \dot{V}^n \approx f^n \times \phi^n + C_m^n \nabla^m = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_E \\ \phi_N \\ \phi_U \end{bmatrix} + C_m^n \begin{bmatrix} \nabla_x \\ \nabla_y \\ \nabla_z \end{bmatrix} \quad (22)$$

由公式 (22) 可知, 在 ϕ 得到估计的情况下, 改变惯组姿态可使 ∇_x 、 ∇_y 、 ∇_z 相互分离, 从而得到观测。特别的是, 在惯组姿态阵为单位阵时, ∇_z 不受 ϕ 的观测情况影响可直接观测, ∇_x 和 ∇_y 则需要在 ϕ 得到有效估计之后, 惯组姿态变化或姿态角为 $[i \times 90^\circ \ j \times 90^\circ \ k \times 90^\circ]$ ($i, j, k = 0, \pm 1, \pm 2$) 时, 才可以得到有效观测, 因此将导航星矢量误差和惯导速度误差均列为量测后, 可使系统所有状态量均得到有效估计。

3 数学仿真实验

仿真标定地点经度 108.9° , 纬度 34.2° , 高程 400 m, 惯组初始姿态 $[0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$, 惯组采样频率 100 Hz, 星敏数据更新率 1 Hz, 仿真时长 1000 s, 为验证理论分析中不同姿态下系统的可观测性差异, 设置前 300 s 内惯组姿态不变, 在 300 s 时航向轴以 $15^\circ/\text{s}$ 的速度转动 6 s, 在 500 s 时横滚轴以 $15^\circ/\text{s}$ 的速度转动 3 s, 在 800 s 时横滚轴以 $-15^\circ/\text{s}$ 的速度转动 3 s。共设置了 6 组实验: 组 1 模拟大视场星敏标定, 星敏视场角 $10^\circ \times 10^\circ$, 每 15 s 更换一次导航星, 导航星随机选择; 组 2 和组 3 模拟小视场星敏标定, 实验参数与组 1 相

同, 星敏视场角 $1^\circ \times 1^\circ$, 其观测星点不位于测量原点, 组 3 的观测星点位于测量原点 $10''$ 内; 组 4、组 5 实验条件与组 1 相同, 但更改了部分参数, 以验证算法的稳定性; 组 6 采用参考文献 [8] 中的最小二乘法对星敏安装误差进行标定, 星敏视场角与组 1 相同。实验误差参数如表 1 所示, 组 1~组 3 的一次标定结果如图 1~图 4 所示, 每组进行 6 次实验, 系统状态量估计残差的统计特征量如表 2 所示。

表 1 误差参数设置

Tab.1 Error parameter settings

| Error states | Group 1 | Group 4 | Group 5 |
|---|------------------|---------|---------|
| Initial misalignment angles/(°) | (0.01 0.01 0.05) | | |
| Gyro bias/(°)·h ⁻¹ | 0.01 | 0.003 | 0.01 |
| Angular random walk coefficient/(°)·h ⁻¹ | 0.005 | 0.0005 | 0.005 |
| Accelerometer bias / μg | 50 | 50 | 50 |
| Speed random walk coefficient / $\mu\text{g} \cdot \sqrt{\text{s}}$ | 10 | 10 | 10 |
| Star sensor accuracy/(")(3σ) | 3 | 3 | 15 |
| Installation error/(°) | (10 10 20) | | |

由图 1~图 4 可知, 文中所提的方法可以有效地估计出系统各状态量, 在两次转动后标定结果可迅速收

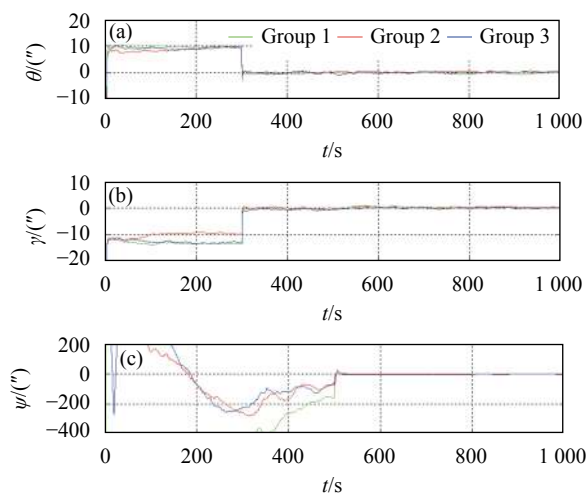


图 1 (a) 俯仰角误差曲线; (b) 横滚角误差曲线; (c) 航向角误差曲线
Fig.1 (a) Pitch angle error curve; (b) Roll angle error curve; (c) Heading angle error curve

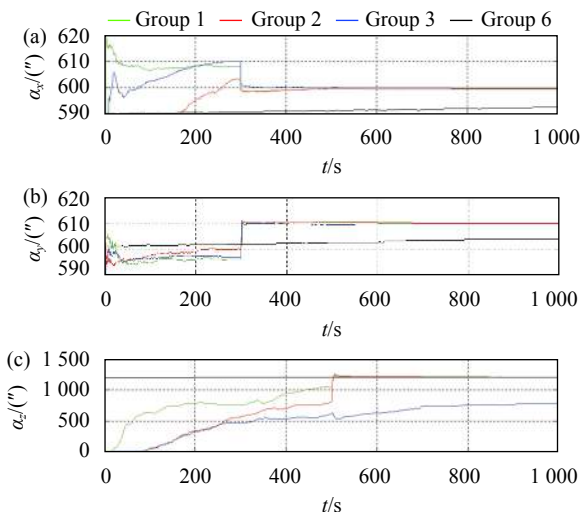


图 2 (a) x 轴安装误差估计曲线; (b) y 轴安装误差估计曲线; (c) z 轴安装误差估计曲线

Fig.2 (a) x-axis installation error estimation curve; (b) y-axis installation error estimation curve; (c) z-axis installation error estimation curve

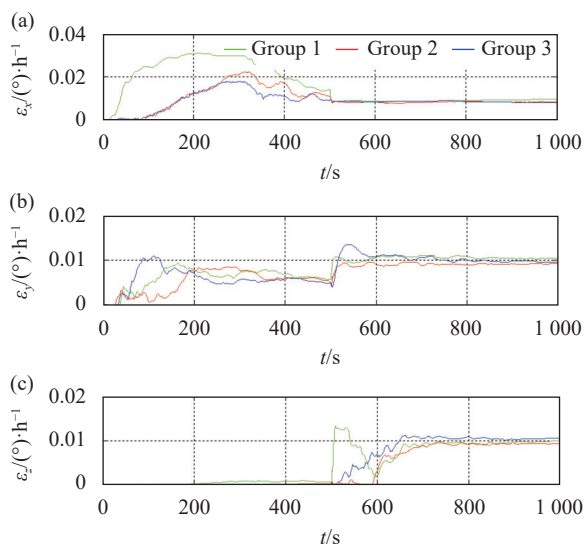


图 3 (a) x 轴陀螺常值漂移估计曲线; (b) y 轴陀螺常值漂移估计曲线; (c) z 轴陀螺常值漂移估计曲线

Fig.3 (a) x-axis gyro constant drift estimation curve; (b) y-axis gyro constant drift estimation curve; (c) z-axis gyro constant drift estimation curve

敛。从图 1 和图 2 中可以看出, 在 300 s 时三组实验中的水平姿态误差角 ϕ_E 、 ϕ_N 与星敏水平安装误差 α_x 、 α_y 均得到有效估计, 说明航向轴的转动使水平姿态误差角与星敏水平安装误差相互分离; 在 500 s 时, 组 1 和组 2 的天向失准角 ϕ_U 与星敏 z 轴安装误差 α_z 分

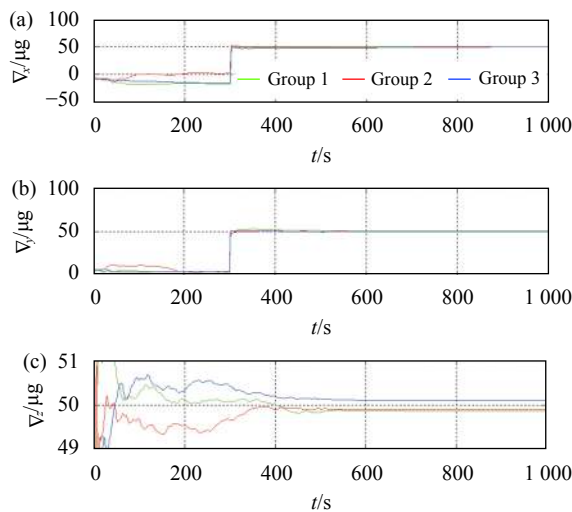


图 4 (a) x 轴加速度计零位偏差估计曲线; (b) y 轴加速度计零位偏差估计曲线; (c) z 轴加速度计零位偏差估计曲线

Fig.4 (a) x-axis accelerometer zero deviation estimation curve; (b) y-axis accelerometer zero deviation estimation curve; (c) z-axis accelerometer zero deviation estimation curve

离, 得到有效估计, 而组 3 的 ϕ_U 得到有效估计, α_z 无法估计, 这也与上一节理论分析相一致。从图 2 中可以看出, 在不断改变高低角和方位角的情况下, 使用最小二乘法标定的星敏安装误差可以较快稳定, 但标定精度不高。

从图 3 可以看出, ϵ_y 在 300 s 内有一定估计效果, 是因为惯组初始时刻姿态为单位阵, ϕ_E 的精度相当于普通静基座精对准, 在 300 s 时惯组姿态变化, ϕ_E 的精度更高, 但此时 ϵ_y 的估计依赖于 ϕ_U 的估计情况; ϵ_x 在 300 s 内依赖于 ϕ_N 和 ϕ_U 的估计情况, 在 300 s 时姿态变化使其依赖于 ϕ_E , 从而开始收敛, 500 s 后 ϕ 得到准确估计, 由于惯组是横滚轴转动, 所以 ϵ_x 得以完全分离, 从而 500 s 后即得到较好估计; 而 ϵ_z 的估计依赖于 ϕ_U 的估计情况, 所以在 500 s 时才开始收敛, 在 800 s 惯组姿态变化, 使 ϵ_y 和 ϵ_z 完全分离, 从而得到较好估计。

从图 4 可以看出, 惯组初始姿态为单位阵时, z 轴加速度计等效于天向加速度计, 前 300 s 即得到观测; 得益于水平姿态误差角的有效估计, 300 s 时 x 轴和 y 轴加速度计零位偏差 Δ_x 和 Δ_y 也可得到估计。

从表 2 中可以看出, 除了组 3 的星敏 z 轴安装误差 α_z 外, 各组的状态量均能得到有效估计, 证明不能将星点位于测量原点; 对比组 1 和组 2 可以发现, 大

表 2 状态量估计残差的统计特征量

Tab.2 Statistical characteristic quantities of state quantity estimation residuals

| Group | Feature amount | $\alpha_x/(\prime\prime)$ | $\alpha_y/(\prime\prime)$ | $\alpha_z/(\prime\prime)$ | $\varepsilon_x/(\circ)\cdot h^{-1}$ | $\varepsilon_y/(\circ)\cdot h^{-1}$ | $\varepsilon_z/(\circ)\cdot h^{-1}$ | $\nabla_x/\mu g$ | $\nabla_y/\mu g$ | $\nabla_z/\mu g$ |
|-------|--------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | Mean | -0.27 | 0.23 | -0.28 | -0.0001 | -0.0003 | 0.0002 | 0.25 | 0.22 | 0.11 |
| | Standard deviation | 0.45 | 0.30 | 0.51 | 0.0014 | 0.0014 | 0.0018 | 0.28 | 0.83 | 0.21 |
| 2 | Mean | 0.35 | 0.39 | 0.37 | -0.0006 | 0.0005 | -0.0006 | 0.26 | -0.23 | 0.16 |
| | Standard deviation | 0.63 | 0.73 | 0.75 | 0.0015 | 0.0017 | 0.0021 | 0.28 | 0.88 | 0.25 |
| 3 | Mean | 0.32 | 0.49 | -193.5 | -0.0010 | -0.0009 | -0.0013 | 0.30 | -0.14 | 0.25 |
| | Standard deviation | 0.53 | 0.91 | 216.5 | 0.0024 | 0.0016 | 0.0038 | 0.29 | 0.68 | 0.47 |
| 4 | Mean | 0.17 | 0.21 | -0.31 | -0.0005 | -0.0002 | -0.0004 | 0.15 | -0.16 | -0.12 |
| | Standard deviation | 0.43 | 0.32 | 0.49 | 0.0017 | 0.0024 | 0.0016 | 0.34 | 0.56 | 0.23 |
| 5 | Mean | 0.58 | 0.65 | -0.52 | -0.0002 | 0.0004 | -0.0005 | 0.17 | 0.18 | 0.17 |
| | Standard deviation | 0.72 | 1.21 | 1.13 | 0.0012 | 0.0009 | 0.0025 | 0.33 | 0.50 | 0.20 |
| 6 | Mean | 6.36 | 6.61 | 1.75 | | | | | | |
| | Standard deviation | 8.86 | 7.65 | 2.84 | | | | | | |

视场星敏通过换星,可以使安装误差标定的精度更高,也更加稳定;对比组 1 和组 4 可以发现,采用更小的陀螺常值漂移,星敏安装误差估计精度和稳定性并没有明显提高,说明星敏安装估计精度并不取决于陀螺常漂;对比组 1 和组 5 可以发现,组 5 星敏安装误差的均值和标准差均大于组 1,说明星敏的测量精度对其安装误差的标定有较大影响。对比组 1 和组 6 可以发现,组 1 星敏安装误差的均值和标准差均小于组 6,说明该方法星敏安装误差的标定精度更高也更稳定。各组陀螺常漂标定精度相差不大,总体来讲使用大视场星敏标定的陀螺常漂会更稳定、精度更高;各组加速度计零偏的估计精度相似。

为了直观分析系统可观度,采用协方差分析法对组 1 各状态量的可观度进行分析,其可观度如图 5~图 8 所示。

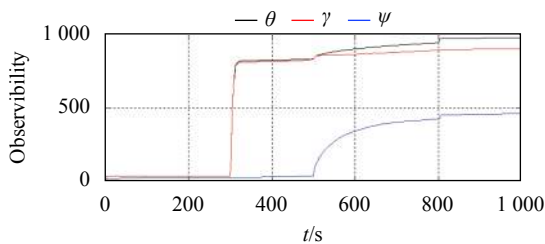


图 5 姿态误差可观度曲线

Fig.5 Observability curve of attitude error

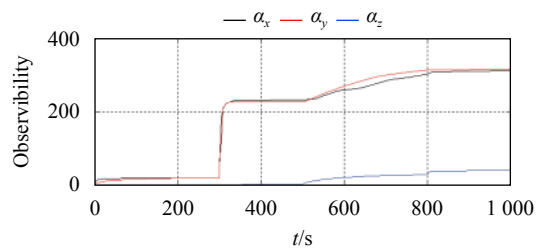


图 6 安装误差可观度曲线

Fig.6 Observability curve of installation error

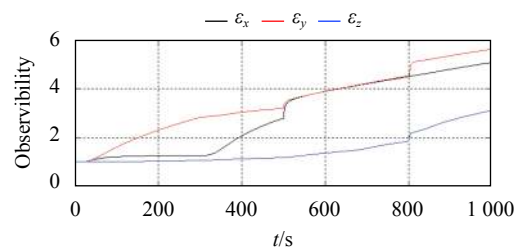


图 7 陀螺常值漂移可观度曲线

Fig.7 Observability curve of constant drift of gyro

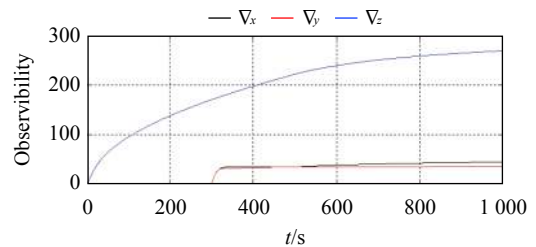


图 8 加速度计零位偏差可观度曲线

Fig.8 Observability curve of accelerometer zero deviation

从图 5~图 8 可以看出,在姿态角为 $[0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ 的情况下,前 300 s 内即便更换导航星,姿态误差角 ϕ 与星敏安装误差 α 可观测度基本没有提高,除 z 轴加表零偏 ∇_z 和 y 轴陀螺常值漂移 ε_y 外,其余惯性器件误差的可观测度都很低,说明各状态量无法分离;而当 300 s 时惯组航向角发生变化,水平姿态误差角 ϕ_E 、 ϕ_N 、星敏安装误差 α_x 、 α_y 、 x 轴陀螺常值漂移 ε_x 和加速度计零位偏差 ∇_x 和 ∇_y 的可观测度均得到明显提高;在 300 s 到 500 s 以及 800 s 之后, ϕ 与 α 的可观测度基本没有提高,这也验证了惯组姿态角为 $[i \times 90^\circ \ j \times 90^\circ \ k \times 90^\circ]$ ($i, j, k = 0, \pm 1, \pm 2$)时, ϕ 与 α 完全耦合;当 500 s 时惯组滚动角发生变化, ϕ_U 和 α_z 得到分离,其可观测度明显提高, ϕ 与 α 中的其他状态量也得到一定提高, ε_x 从依赖于 ϕ_E 转为 ϕ_N 和 ϕ_U ;800 s 时惯组姿态变化使 ε_y 和 ε_z 完全分离,可观测度得到提高。

4 结 论

针对 SINS/CNS 组合导航系统,提出了一种快速高精度标定方法,能够有效估计惯组姿态、星敏安装误差和惯性器件常值误差,通过全局可观测性分析从理论上给出了系统的可观测条件:至少需要进行 2 个轴向的转动以及三次观星,且需避免将星点位于星敏测量原点附近;对于大视场星敏来说,最好避免惯组停留在一些特殊姿态,以免影响系统可观测度的提高。仿真结果表明,该算法对姿态误差的估计和安装误差的标定精度均在 $0.5''$ 以内,陀螺和加表常值误差也得到有效估计,无需精密的外部设备和人工参考即可实现高精度标定,对 SINS/CNS 组合导航系统的观星方案设计有一定意义。

参考文献:

- [1] Topping R L. Submarine launched ballistic missile-Improved accuracy[C]//AIAA, Aerospace Sciences Meeting, 1981.
- [2] Lu J, Hu M, Yang Y, et al. On-Orbit calibration method for redundant IMU based on satellite navigation & star sensor information fusion [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(9): 4530-4543.
- [3] Wang Q, Cui X, Li Y, et al. Performance enhancement of a USV INS/CNS/DVL integration navigation system based on an adaptive information sharing factor federated filter [J]. *Sensors*, 2017, 17(2): 239.
- [4] Ju G, Junkins J L. Overview of star tracker technology and its trends in research and development [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2003, 115: 461-477.
- [5] Lu J, Liang S, Yang L. Analytic coarse alignment and calibration for inertial navigation system on swaying base assisted by star sensor [J]. *Science, Measurement & Technology*, 2018, 12(5): 673-677.
- [6] Zhao Y, Zhang H B, Tang G J. Strapdown stellar-inertial composite guidance method for ballistic missile considering star sensor installation error [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(8): 114-124. (in Chinese)
- [7] Chen W X, Wang L, Zheng T, et al. Research on calibration method of installation error of star sensor in inertial platform [J]. *Navigation and Control*, 2017, 16(5): 71-75. (in Chinese)
- [8] Wang H L, He Y Y, Lu J H, et al. Ground calibration method of installation error for star sensor based on three positions method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(11): 1113003. (in Chinese)
- [9] Xiong K, Wang C X, Wu Y, et al. Calibration method for multiple FOV star sensors based on three-axis turntable [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(4): 0417002. (in Chinese)
- [10] Chen W X, Wang L, Zheng T, et al. An automatic measurement method for installation error of star sensor [J]. *China Measurement & Test*, 2019, 45(2): 111-115. (in Chinese)
- [11] Gu C, Liu Y, Wu C Z, et al. On-orbit calibration method for star sensor aided by SINS [J]. *Navigation and Control*, 2020, 19(3): 27-32. (in Chinese)
- [12] J Gao, Zhang Y, J Gao, et al. Star sensor calibration using fine guidance sensor information for installation errors [J]. *Journal of Physics Conference Series*, 2021, 1971(1): 012015.
- [13] Wang X, Cai S J, Wu L H, et al. Research on calibration technology of star sensor installation error angle [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2019, 6(3): 125-130. (in Chinese)
- [14] Yang Y, Zhang C, Lu J, et al. In-flight calibration of gyros and star sensor with observability analysis for SINS/CNS Integration [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017(21): 7131-7142.
- [15] Zhang H, Niu Y X, Lu J Z, et al. Star sensor installation error calibration in stellar-inertial navigation system with a regularized backpropagation neural network [J]. *Measurement Science & Technology*, 2018, 29(8): 085102.