正交条纹级次分区域预编码校正 Gamma 非线性方法

王 鹏^{1,2}, 刘佳琪¹, 孙长库^{1,2}, 张宝尚²

(1. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;

2. 中航工业洛阳电光设备研究所光电控制技术重点实验室,河南洛阳471009)

摘 要:数字投影仪的非线性响应是近年来研究的热点问题,因为数字投影仪虽然能避免物理光栅投影的各种缺陷,但其自身的非线性直接影响了输出信息,是相位误差的主要来源,进而影响了测量精度。针对数字条纹投影三维测量中存在的 Gamma 非线性和不同区域 Gamma 值并不一致的问题,提出一种通过正交条纹级次分区域预编码校正 Gamma 非线性方法,通过正交条纹划分区域,对每个区域使用多项式拟合计算预编码值校正该区域条纹图像。使用该方法校正后相位误差减少了 82.24%,适用于任意投影仪与相机之间的位置关系,只需要精细化计算一套分区域预编码系数并由此生成编码条纹图,即可满足该系统此后的测量需求,该方法灵活性强、精确度高。

关键词: Gamma 非线性; 相位误差; 预编码; 条纹级次

中图分类号: TP391.4 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA20210503

Correction of Gamma nonlinearity method by orthogonal fringe order subregional precoding

Wang Peng^{1,2}, Liu Jiaqi¹, Sun Changku^{1,2}, Zhang Baoshang²

 (1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 2. Science and Technology on Electro-Optic Control Laboratory, Luoyang Institute of Electro-Optic Equipment, AVIC, Luoyang 471009, China)

Abstract: The nonlinear response of digital projector is a hot issue in recent years, because although the digital projector can avoid all kinds of defects of physical grating projection, its own nonlinearity directly affects the output information, which is the main source of phase error, and then affects the measurement accuracy. Aiming at the problem that Gamma nonlinearity in 3D measurement of digital fringe projection was inconsistent with Gamma value in different regions, a method of correcting Gamma nonlinearity by precoding of subregion of orthogonal fringes was proposed. By dividing the region by orthogonal fringes, the region fringe image was corrected by polynomial fitting and precoding value calculating. The phase error was reduced by 82.24% after correction by this method. It was suitable for the position relationship between any projector and camera. Only a set of precoding coefficients of subregion need to be calculated and encoded fringe graph can be generated by this method. The method can meet the measurement requirements of the system after that. The method has strong flexibility and high accuracy.

Key words: Gamma nonlinearity; phase error; precoding; fringe order

收稿日期:2021-12-10; 修订日期:2022-02-20

基金项目:中航工业洛阳电光设备研究所光电控制技术重点实验室和航空科学基金联合资助项目 (201951048002) 作者简介:王鹏, 男, 副教授, 博士, 主要从事激光及光电检测方面的研究。

0 引 言

在三维测量领域,非接触的结构光光学测量 (SL)方法优势明显,根据投射图案的不同,包括散斑 投影法与条纹投影法 (FPP)等,散斑投影法具有投影 数目少的优势^[1],FPP 借助数字投影设备 (DLP)取代 物理光栅,编码图案也更加多样灵活准确^[2]。然而 DLP 为满足人眼的视觉需求,被设计为输入灰度与输 出灰度之间呈非线性的指数关系,即伽马 (Gamma) 非 线性,Gamma 代表指数值。加之相机的非线性响应, 整个投影系统都会存在 Gamma 非线性失真^[3],理想正 弦条纹图像经过投影仪投射并被相机采集的条纹图 像将是非正弦的,由此产生的相位误差是 FFP 的主要 误差来源,导致重建表面存在波纹。目前国内外相继 研究并提出了许多减小该误差的方法,主要分为离焦 法、被动式、主动式三大类。

离焦法^[4]主要是由投影仪离焦产生低通滤波器 对抑止图像高频,然而离焦法会降低图像信噪比,且 无法完全消除高次谐波。被动式主要通过推导并建 立相位误差模型或相位误差查找表对畸变相位进行 补偿。Zhang^[5]提出一种直接利用(-π,π]的截断相位 建立非线性相位误差查找表对相位误差进行补偿,但 整个视场中非线性相位误差分布并不完全一致,不同 空间位置的等截断相位点的非线性相位误差不尽相 同;李中伟^[6]将真实误差数据存入查找表,但建立误 差查找表需要采集大量数据,标定、查找过程非常耗时。

主动式通过预编码、多帧相移^[7]、反相^[8]等方法 直接改变输入条纹,以削弱或补偿输出过程中的非线 性响应。其中,Gamma 值预编码法通过预先标定整 个光栅投影测量系统的Gamma 值,获取投影仪到相 机的亮度传递函数,在生成条纹图像时预先校正输入 值。Hoang Thang G^[9]等提出一种基于Gamma 预编码 的校正方法,该方法通过假定两个系统分立的Gamma 值求解优化方程参数,再求解方程组得到预编码 Gamma 值,计算过程复杂;Liu^[7]推导了Gamma 值的 数学模型。但预编码法只能计算单一系数,相比查找 表法,不能更好地适用于Gamma 值分布不均的问题。

针对该问题, 刘超^[10]等人认为 Gamma 值分布与 投影仪光轴和投影幅面的交点有关, 类似同心圆分 布, 并利用灰度值表征, 补偿过程需要投射一组 48 步 相移条纹图进行被动补偿, 投射图片数仍较多。 文中在多项式预编码主动校正的基础上,针对不 同区域 Gamma 值不同的问题,提出了正交条纹级次 分区域预编码校正 Gamma 非线性方法,计算正交级 次所划分各区域多项式预编码系数,精确校正 Gamma 非线性失真问题,减小相位误差,提高测量系统精 度。该方法使校正过程更加有针对性和灵活性,且主 动法只需精细化计算一套分区域预编码系数并由此 生成编码条纹图,从而满足该系统此后的测量需求。

1 数字条纹投影三维测量原理

1.1 系统模型

文中方法基于数字条纹投影三维测量技术^[11],测量原理图1所示。计算机向投影仪传入一组正弦条纹图,并由投影仪依次投射至物体表面,相机拍摄经过物体表面调制后的图像并传入计算机,计算机结合标定结果和相位解算结果计算得到物体表面的三维坐标。



图 1 数字条纹投影三维测量原理 Fig.1 3D measurement principle of digital fringe projection

1.2 相位解算

条纹投影三维测量过程中需要获得相位信息,一 般采用 N 步相移法,由投影仪向被测区域投射 N 步相 移正弦条纹图,垂直于条纹方向光强可表示为:

$$I_n = I_a + I_b \cos\left(\phi + \frac{2\pi(n-1)}{N}\right) \tag{1}$$

式中: I_n 为 N步相移中第 n 步 (n=1,2,...,N) 相移图的光 强分布; I_a 为背景光强值; I_b 为光强幅值, 二者均为常 数, 通常 $I_a = I_b$; ϕ 为包裹相位值。可利用如下公式求 得 ϕ 值:

$$\phi = \arctan\left[\frac{-\sum_{n=1}^{N} I_n \sin \frac{2\pi(n-1)}{N}}{\sum_{n=1}^{N} I_n \cos \frac{2\pi(n-1)}{N}}\right]$$
(2)

红外与激光工程	
第6期 www.irla.cn 第	51 卷

获得周期性包裹相位值后需要展开相位,时域方 法主要有多频法、多波长外差法和数论法^[12],其中多 波长法选择图像条纹数分别为 $f_1 = M$ 、 $f_2 = M - 1$ 、 $f_3 = M - \sqrt{M}$,通过 $f_{13} = f_1 - f_3$ 、 $f_{23} = f_2 - f_3$ 、 $f_{123} = f_{13} - f_{23}$ 三次相位差频得到主值相位级次为:

$$m = \left[\frac{f_{13}}{f_{123}}\varphi_{123} - \varphi_{13}\right]$$
(3)

将级次代入下式可得周期唯一的绝对相位值^[13]。 $\varphi = \phi + 2\pi m$ (4)

2 预编码主动校正模型

2.1 单一 Gamma 系数模型

实际测量中,由于投影仪与相机存在 Gamma 非 线性,导致理想正弦条纹图经过整个系统后变为非正 弦,从而导致产生相位误差,影响测量精度。在分析 系统输入与输出关系时,常将其规格化表示为^[9]:

$$I_c = (I_n)^{\gamma} \tag{5}$$

式中: *I*_n为理想条纹图光强,即输入光强; *I*_c为相机拍 摄得到的光强,即输出光强; γ为整个系统的 Gamma 系数。通过系统向一均质白板投射并采集 0~255 范 围内以 5 个灰度值为步长的 51 幅灰度图,灰度响应 曲线如图 2 所示,横坐标为理想输入光强,纵坐标为 系统采集光强。在输入光强较弱时,输入光强增大 时,采集光强变化缓慢;随着输入光强增大但未达到 200 时,斜率不断增大;而输入光强大于 200 时,采集 光强已经饱和并保持在一定水平范围内波动。

预编码校正 Gamma 非线性的思想是通过标定拟 合输出*I*_c关于输入*I*_n的函数关系*f*(•)并将其反函数



Fig.2 Gamma nonlinear gray response curve

f⁻¹(•)作用于输入图像^[14],即:

$$I_{c}' = f[f^{-1}(I_{n})] = I_{n}$$
(6)

为抵消或削弱公式 (5) 中γ带来的失真,则需要提 前标定出系统γ值,进而在生成图像时编入γ值的倒数 实现反向变换,即:

$$I_c' = \left[(I_n)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} \tag{7}$$

然而,用该模型常常不能准确描述灰度曲线,导 致预编码效果并不理想。

2.2 多项式模型

若将预编码模型改用多项式表示输入的原始图 像与相继采集的输出图像之间的光强关系,光强经过 投影仪与相机的三阶非线性响应,所以多项式次数取 7次,可表示为:

$$I_c = \sum_{i=0}^7 a_i I_n^i \tag{8}$$

若直接对上式求反函数得到结果并不唯一,不妨 直接将输入与输出置换,求输入*I*"关于输出*I*_c的函数 关系g(•),即:

$$\begin{cases} I_n = g(I_c) = \sum_{i=0}^{7} b_i I_c^i \\ I_c' = g^{-1} [g(I_n)] = I_n \end{cases}$$
(9)

利用图 2数据比较公式(7)和(9)两种模型拟合结果如图 3所示,其中点列表示每幅图平均灰度值,



Fig.3 Effect of two precoding models

由图中蓝色拟合曲线可以看出公式(9)更为准确地拟 合了输出与输入之间的非线性关系,因此预编码主动 校正模型采用多项式模型。

3 条纹级次分区校正原理

3.1 Gamma 分布

许多测量系统一般使用商用投影仪投射条纹图像,投影范围内不同位置亮度不完全一致,导致Gamma 值不一致^[10]。如图4所示,由相机采集某部分投影区域(非投影中心)等步长灰阶图像,对其纵向某行每25×25个像素灰度平均值,并由此计算一次该范围Gamma 值,得到Gamma分布图,Gamma 值在该投影范围波动下降,证明Gamma分布不一致且随灰度 值变化。



Fig.4 Gamma distribution

所以对整个测量范围并不能使用单一 Gamma 值。整个视场的输入输出关系由公式 (5) 进一步表示 为 $I_c = (I_n)^{\gamma(x,y)}$ 。

3.2 正交条纹级次相位映射分区域

若对输入条纹图进行分区域校正,不能直接对输 入图像划分相等边长的像素区间并直接代入拍摄灰 度图分割后拟合的多项式系数。因为投影图像与拍 摄图像大小、方向(文中考虑二者图像坐标系相差近 似 90°的极端情况)并不一致,投影仪与相机光心位置 随机且一般不重合。因此需要找到拍摄灰度图与待 编码投影图之间的像素对应关系,从而将拍摄图像子 区域的多项式系数对应到正确的待编码输入图像子 区域。 相位信息具有将世界坐标与图像坐标联系起来 的作用,可利用正交相位映射关系分区并匹配各个子 区域的编码值。但若以像素点为单位进行相位映射 分区,像素间 Gamma 值变化不明显,且计算量过大, 遂考虑以正交方向的正弦条纹图的纵横级次^[15]的 *n*倍为单位进行分区。

选择级次倍数决定了划分区域的大小,进而决定 校正的精度与运算速度。倍数越小,所分区域越小, 编码值越能精确表示子区域,但同时区域越多导致计 算越慢;倍数越大,计算越快,但编码精确度越低;当 倍数大于一定值时,将不具针对性。具体倍数可根据 相位误差随 Gamma 值变化情况确定。以四步相移 (*N*=4) 为例,根据参考文献 [8],相位误差表示为:

$$\Delta\phi = \arctan\left(\frac{\frac{B_3}{B_1}\sin 4\phi}{1 + \frac{B_3}{B_1}\cos 4\phi}\right) \tag{10}$$

式中: *B*_k为高次谐波系数。当γ不为整数时, 有 *B*_{k+1}/*B*_k = (γ-k)/(γ+k+1), 则:

 $B_3/B_1 = (\gamma - 1)(\gamma - 2)/(\gamma + 2)(\gamma + 3)$ (11)

将其代入公式 (10), 并对两边求导, 令dΔφ/dφ = 0, 得到相位误差关于相位变化的最大值为:

$$\Delta\phi_{\max} = \arctan\frac{\gamma^2 - 3\gamma + 2}{2\sqrt{4\gamma^3 + 6\gamma^2 + 18\gamma + 8}}$$
(12)

通过上式计算图 4 各个 Gamma 值对应 $\Delta\phi_{max}$,利 用二次多项式拟合并求导,将图 4 中 Gamma 最大值 代入,得到相位误差最大值变化量与 Gamma 变化量 关系:

$$d\Delta\phi_{\rm max}/d\gamma = 2a\gamma_{\rm max} + b \approx 0.03 \tag{13}$$

则只要确定dΔφ_{max}精度要求,即可计算出dγ最小 值作为阈值,则级次倍数所划分各区域均应满足 Gamma 值极差小于阈值,即:

$$R = \gamma_{\max}^{M} - \gamma_{\min}^{M} < (d\gamma)_{\min}$$
(14)

式中:M代表级次倍数; γ_{max}^{M} 、 γ_{min}^{M} 分别表示以M倍级次分区后某一区域内各像素点真实 Gamma 值的最大值和最小值。

3.3 正交条纹级次分区域预编码校正步骤

具体分区域及预编码步骤如下:

(1) 向均质白板投射K = [255/s](s 为步长) 幅等步

第6期

长灰阶图并采集。

(2) 在同样状态下, 投射正交方向标准正弦条纹 图并采集。

(3) 对步骤(2) 所采集图片根据公式(3) 计算级次。

(4)利用所拍摄区域内所得纵横 M 倍级次之间的 交集对拍摄视场分区,则每个子区域A_{ij}(ij 为相机视 场内纵横 M 倍级次)像素点集为:

$$S_{ij} = S_i \cap S_j \tag{15}$$

图 5 所示为拍摄 81 条纹图计算纵横级次后纵向 第 55 单级次和横向第 45 单级次所交区域。





Fig.5 Schematic diagram of level division of fringe pattern

(5) 根据点集图像坐标 $S_{ij}(u,v)$ 提取步骤 (1) 中的 K幅灰度图中对应的像素点集对应灰度值 $S_{ijk}(u,v,I)$, 并求每幅图点集灰度平均值 $\bar{I}_{ijk} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} I_l$,其中 k 表示 第 k 幅图, L 为点集 S_{ij} 中点的个数。

(6)将过曝值去除后,对其余k'个灰度值Ī_{ijk}与对应k'个理想线性灰度值根据公式(9)计算该子区域预编码多项式系数B_{ij} = {b₁, b₂…b₇}。

(7)针对每个子区域多项式系数确定相应 *I*_a、 *I*_b值,使三者组合后的条纹对比度最大化,即:

$$f(I_n) = \sum_{i=0}^{7} b_i (I_a + I_b)^i \to 255^-$$

$$f(I_n) = \sum_{i=0}^{7} b_i (I_a - I_b)^i \to 0^+$$
(16)

(8) 在生成标准条纹图时,根据公式(1) 预计纵横 条纹级次分布,根据公式(9)将每组预编码系数*B_{ij}、 I_{a/b(ij)}应用到对应子区域A_{ij},最终得到拍摄范围所对应 部分被系数阵列校正的<i>N*步相移纵横条纹图,而其余 部分保持原始状态,即多项式只有一次项且系数为 1。图 6 所示为单倍级次分区映射原理及 81条纹图 分区域预编码校正后效果图。若要获得整个投影范 围编码值,可移动或增加相机扩充拍摄范围,将新增



图 6 81 条纹图预编码校正后效果图

Fig.6 Effect picture of 81 fringe pattern after precoding correction

多项式系数代替原始系数补充进 81×81 组系数阵列。

4 实验与分析

为验证该方法在实际应用时的可行性和有效性, 文中使用了一套测量系统进行实验验证,系统主要由 一台 BenQ LX833STD 激光短焦投影仪, 分辨率 1024× 768 pixel; 一台 Basler acA2040-120 µm 面阵相机, 分辨 率 2048×1536 pixel; 一块均质白板, 大小 420 mm× 300 mm。由于三步相移的相位误差明显大于四步相 移^[8],且目前四步相移应用更广泛,所以采用四步相移 进行 Gamma 非线性校正前后的效果对比更能体现该 方法的有效性;由于测量视场范围较大,所以主值条 纹图选择 81 条纹图结合进行实验,则令两组图像条 纹数分别为80、72,考虑纵横方向后,最终需要投射 的条纹图片数为24幅;以相位误差变化量小于最大 相位误差的 0.1 倍为精度, 则 $d\Delta\phi_{max} = 0.1\Delta\phi_{max} \approx 0.04$, (dy)min ≈ 0.13, 以拍摄到较宽的横条纹 (投影仪图像坐 标系下的纵条纹)为准,对应81条纹图M≤3倍级次, 在保证精度的基础上,为保证运算速度,遂取级次倍 数为3进行分区。

向均质白板投射 51 幅等步长灰阶图并采集后, 分别用计算单一多项式系数、采集条纹纵横级次分区 域计算多项式系数方法生成条纹图并采集,输入条纹 图与采集条纹图某列的灰度值对比局部图(以相机坐 标系方向)如图 7 所示,由图 7(d)大致可看出,经过预 编码校正的条纹图与投影仪和相机的非线性抵消后 的灰度曲线更接近理想的正弦波。

计算三种情况下拍摄的均质白板条纹图的整个 平面相位,并投射 20 步相移图计算相位作为基准相 位面,将三个相位面分别与基准相位面做差,得到相 位差平面如图 8(a)~(c) 所示。

红外与激光工程

www.irla.cn



图 7 不同校正方式生成条纹图与采集条纹灰度图对比

Fig.7 Comparison of fringes generated by different correction methods and fringe gray images collected



图 8 相位误差平面局部图

Fig.8 Phase difference plane partial graph

	红外与激光工程	
第6期	www.irla.cn	第 51 卷

图 8(d)、(e)显示了对应三种情况下在纵向相位 变化方向上某一整行的主值相位与理想相位的差,理 想相位由未校正的测量相位经过多项式拟合得到。 可以看出,经过多项式预编码校正的相位误差明显小 于未校正的相位误差而经过分区域校正后效果也好 于不分区域校正的结果。表1所示为在这三种情况 下整个采集范围内的标准差等情况,其中分区域校正 方法相比未校正时标准差减少 82.24%,相比不分区域 校正方法标准差减少 20.59%。

测量圆盘并进行三维重建,图9为重建结果,可 以看出经过文中方法校正后相比校正前圆盘表面更 为光滑,波纹程度明显减轻。

Tab.1 Phase error results					
Method	Uncorrected	Single corrected	Regional corrected		
Std/rad	0.0456	0.0102	0.0081		
Max/rad	0.0831	0.0295	0.0262		
Std improved	0	77.63%	82.24%		
Std improved by single corrected	-	0	20.59%		

表1 相位误差结果



(a) 待测实物 (a) Object to be measured



(b) 未校正条纹图测量(b) Uncorrected fringe pattern measurement

(c) 校正条纹图测量 (c) Corrected fringe pattern measurement

图 9 测量圆盘重建结果

Fig.9 Reconstruction results of measurement disk

5 结 论

文中分析了三维测量系统存在的 Gamma 非线性 导致产生相位误差的问题,并建立模型分析 Gamma 非线性响应变化趋势,不同区域 Gamma 值不尽相 同。提出了正交条纹级次分区域预编码校正 Gamma 非线性方法,对于某个随机的投影仪与相机之间的位 置关系,利用纵横条纹级次对视场分区,用所拍摄等 值递增的灰度图像计算每个区域的多项式系数并统 一生成编码条纹图,实现了分区域多项式预编码。实 验证明:分区域校正方法相比未校正时标准差减少 82%,相比不分区域校正方法标准差减少 20%,用于 测量也效果良好。如同系统标定只需精确标定一次 即可应用于之后的测量,文中方法也只需精细化计算 一套分区域多项式系数并由此生成编码条纹图,即可 满足该系统此后的测量需要,准确性高,灵活性强,实 用性强。

参考文献:

- Zuo Chao, Zhang Xiaolei, Hu Yan. Has 3D finally come of age? — — An introduction to 3D structured-light sensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(3): 0303001. (in Chinese)
- [2] Zuo Chao, Feng Shijie, Huang Lei, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 25-59.
- [3] Zhou Ping, Zhu Tongjing, Liu Xinran. Correction of phase error overcompensation and under-compensation in structured light

第51卷

measurement [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(1): 56-62. (in Chinese)

- [4] Zhao Yang, Fu Jia'an, Yu Haotian. Defocus projection threedimensional measurement based on deep learning accurate phase acquisition [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(7): 20200012. (in Chinese)
- [5] Zhang Song, Yau Shing-Tung. Generic nonsinusoidal phase error correction for three-dimensional shape measurement using a digital video projector. [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(1): 36-43.
- [6] Li Zhongwei, Wang Congjun, Shi Yusheng. High precision phase error compensation algorithm for structural light measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(8): 1527-1532. (in Chinese)
- [7] Liu Kai, Wang Yongchang, Lau Daniel L. Gamma model and its analysis for phase measuring profilometry [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2010, 27(3): 553-562.
- [8] Cai Zewei, Liu Xiaoli, Jiang Hao. Flexible phase error compensation based on Hilbert transform in phase shifting profilometry [J]. *Optics Express*, 2015, 23(19): 25171-25181.
- [9] Hoang Thang, Pan Bing, Nguyen Dung. Generic gamma correction for accuracy enhancement in fringe-projection profilometry [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(12): 1992-1994.

- [10] Liu Chao, Gai Shaoyan, Da Feipeng. Sub-regional phase error compensation for structural light mearurement [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(6): 0604002. (in Chinese)
- [11] Ma Guoqing, Liu Li, Yu Zhenglin. Application and development of three-dimensional profile measurement for large and complex surface [J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(2): 214-228. (in Chinese)
- [12] Zuo Chao, Huang Lei, Zhang Minliang. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 85: 84-103.
- [13] Lei Jingfa, Chen Zhiqiang, Zhang Miao. Improvement of phase unwrapping method fordual-frequency projection fringe [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(6): 1337-1345. (in Chinese)
- [14] Zhang Xu, Shao Shuangyun, Zhu Xiang. Measurement and calibration of the intensity transform function of the optical 3D profilometry system [J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(1): 123-130. (in Chinese)
- [15] Wang Peng, Zhang Yuqian, Sun Changku. Fringe projection measurement method based on polar line and fringe order double constraint [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(4): 0413001. (in Chinese)