

傅氏级数和多项式结合的图像灰度建模及位移测量

雷 鹏^{1,2}, 胡金春^{1,2}, 朱 煜^{1,2}, 杜胜武^{1,2}

- (1. 清华大学 机械工程系摩擦学国家重点实验室, 北京 100084;
2. 清华大学 机械工程系精密超精密制造装备及控制北京市重点实验室, 北京 100084)

摘要: 利用图像传感器的成像灰度实现位移测量,需要在位移过程中用相机对靶标进行成像,进而建立位移值与成像灰度值之间的映射关系,即成像灰度模型,该方法的测量精度取决于成像灰度模型与灰度噪声水平。实际测量过程中,光照不均匀、靶标制造误差、相机成像系统畸变等外部误差源以及内部不同图像传感器单元之间成像特性的差异性均会使成像灰度模型偏离理想情况,从而影响测量结果。为了进一步提高测量精度,所提方法考虑了上述的非线性因素带来的建模误差,采用 Fourier 级数与高阶多项式结合构造成像灰度模型类,提高模型的泛化逼近能力进而提高建模精度,校正上述误差源导致的灰度畸变。在此基础上,采用基于位移连续性原理的顺序求解法解算位移,实验结果显示,使用该改进模型在 10.46 mm 行程下的位移测量误差标准差由校正前的 56.4 μm 降低至 1.5 μm 。

关键词: 位移测量; 成像灰度模型; 视觉测量; 图像传感器单元阵列

中图分类号: TH71 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210123

Image gray-scale modeling and displacement measurement based on the combination of Fourier series and polynomial

Lei Peng^{1,2}, Hu Jinchun^{1,2}, Zhu Yu^{1,2}, Du Shengwu^{1,2}

- (1. State Key Laboratory of Tribology, Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Beijing Key Lab of Precision/Ultra-Precision Manufacturing Equipment and Control, Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: To achieve displacement measurement using the imaging grayscale of the image sensor, it is necessary to use the camera to image the target during the displacement process, and then establish the mapping relationship between the displacement value and the imaging grayscale value, i.e., the imaging grayscale model, and the measurement accuracy of this method depends on the imaging grayscale model and the grayscale noise level. In the actual measurement process, external error sources such as uneven illumination, target manufacturing errors, aberrations of the camera imaging system, and the variability of imaging characteristics between different internal image sensor units can cause the imaging grayscale model to deviate from the ideal situation, thus affecting the measurement results. To further improve the measurement accuracy, the modeling error caused by

收稿日期:2021-11-25; 修订日期:2021-12-25

基金项目:国家自然科学基金(51175296, 51677104); 清华大学摩擦学国家重点实验室自由探索项目(SKLT2018C07)

作者简介:雷鹏,男,硕士生,主要从事精密位移测量、视觉测量相关方面的研究。

导师简介:胡金春,男,副教授,博士,主要从事超精密测量原理与技术、现代控制理论与控制系统、特殊驱动技术、精密运动系统装置等方面的研究。

the aforementioned nonlinearities are taken into account, and a class of imaging grayscale models combining Fourier series and higher-order polynomials is proposed to improve the generalization approximation ability of the models and thus the modeling accuracy, correcting the grayscale distortion caused by the aforementioned error sources. On this basis, the displacement is solved by the sequential solution method based on the displacement continuity principle, and the experimental results show that the standard deviation of the displacement measurement error under the 10.46 mm stroke using this improved model is reduced from 56.4 μm before correction to 1.5 μm .

Key words: displacement measurement; imaging grayscale model; vision measurement; image sensor unit array

0 引言

位移测量是现代工业诸多领域不可缺少的关键技术,在机器人、数控加工、光刻机等高端制造领域中,位移测量结果作为控制系统的输入信息,其精确度会影响控制系统的整体精度。常用的位移测量传感器有霍尔传感器、电容传感器、电涡流传感器等。计算机视觉技术的不断发展,使得基于图像传感器进行位移测量这种非接触测量方法^[1-4]被越来越多的国内外学者关注。

目前,常见的利用图像实现位移测量的方法可以归纳为基于模式的方法。该类方法首先识别待测目标上带有的明显的图形特征,常见的有长方形、圆形等几何特征^[5]、图像特征点^[6]。或者识别图形参数,常见的图形参数有一个图像区域的灰度值^[7],图像熵等^[8]。通过图形参数特征在空间随位移变化的规律,使用数字相关法^[9]、对极几何法^[10]等典型方法求解位移。这种方法首先需要模式识别,然后提取特征参数并对参数随位移变化建模,最后求解位移,这些步骤的串行叠加造成误差累积以及测量精度损失。其他方法如连续拍摄光干涉生成的条纹图像,使用相移法^[11]等方法求解相位场,进而求解位移,同样无法避免图像采集系统的成像畸变和较高的噪声水平对后续步骤的巨大影响。

利用图像传感器单元阵列进行直线位移测量的方法^[12]充分使用了丰富的图像传感器信息,建立了图像传感器单元阵列检测信号(成像灰度值向量)和位移值之间的映射关系,即测量模型。通过顺序求解法^[13-14]从阵列检测信号中求解位移值。由于利用连续性原理带来迭代次数少的特点,该方法计算量小,且没有累积误差,可以达到很高的数值精度,一定程

度上实现了实时性、大行程和测量精度之间的平衡。该方法的最终测量精度取决于模型精度以及图像传感器的噪声水平,因此建模精度至关重要。

基于图像的位移测量普遍都会面临光照不均匀,相机成像系统畸变^[15]等因素干扰导致图像畸变的问题。文中针对参考文献^[12]开展模型改进研究,结合靶标称设计的周期性以及制造与灰度成像过程的畸变,采用 Fourier 级数与多项式逼近的方式建立模型类,从而实现模型精度的显著提高,进而提高实时测量精度。

1 基于图像灰度非线性校正的直线位移测量方法

1.1 基于成像灰度的位移测量原理与灰度畸变问题的提出

基于成像灰度的位移测量原理系统如图 1 所示。经过精心设计的固定不动长方形直线靶标图像仅沿 x_w 方向的灰度分布规律 $F(x_w)$ 设计为:

$$Y_w = F(x_w) = A_w \sin\left(\frac{2\pi}{\tau_w}x_w + \varphi\right) + D_w \quad (1)$$

式中: x_w 为靶标上的世界坐标; Y_w 为 x_w 位置靶标原始灰度值; A_w 、 D_w 、 τ_w 、 φ 分别为靶标的灰度振幅、灰度偏置、靶标标称周期以及初始相位。工业相机安装在运动对象上,沿 x_w 方向运动,相机中一系列平行于 x_w 轴方向排列的图像传感器单元对靶标进行成像,并输出灰度值向量。在这列图像传感器单元上建立像素坐标系,用符号 u 表示,一个像素即指一个图像传感器单元。不失一般性,设 k 时刻,像素坐标 $u = 0$ 的图像传感器单元所敏感的靶标对应位置为待测对象的位移 x_k ; 另记相邻两个图像传感器单元中心间距为 d ,则相

邻两个图像传感器单元所敏感的靶标对应位置的间距为 $\alpha \cdot d$, 其中 α 为相机成像系统的放大倍数。各图像传感器单元所敏感的靶标对应位置符合公式 (2):

$$x_w = x_k + \alpha du \quad (2)$$

成像灰度值与靶标原始灰度值之间相差一个未知的比例常数 K 。结合公式 (2), 在上述坐标系下, 像素坐标为 u 的图像传感器单元在 k 时刻的成像灰度值 $Y_{k,u}$ 表示为:

$$Y_{k,u} = K \cdot F(x_w) + \varepsilon_{k,u} = K \cdot \left[A_w \sin\left(\frac{2\pi}{\tau_w} x_w + \varphi\right) + D_w \right] + \varepsilon_{k,u} = F^{(u)}(x_k) + \varepsilon_{k,u} = A \sin\left[\frac{2\pi}{\tau_w} (x_k + \alpha du) + \varphi\right] + D + \varepsilon_{k,u} \quad (3)$$

式中: A 、 D 分别为成像灰度值分布规律的灰度振幅和灰度偏置; $F^{(u)}(x_k)$ 为像素坐标为 u 的图像传感器单元随位移 x_k 的成像灰度值分布规律; $\varepsilon_{k,u}$ 为相应测量噪声。成像灰度模型 $F(c, x_k)$ 表示为矩阵函数:

$$Y_k = [Y_{k,0}, Y_{k,1}, \dots, Y_{k,n-1}]^T = [F^{(0)}(x_k), F^{(1)}(x_k), \dots, F^{(n-1)}(x_k)] = F(c, x_k) + \varepsilon_k \quad (4)$$

式中: Y_k 为图像传感器单元阵列的成像灰度值向量, 它是一个 n 维列向量, n 等于图像传感器单元数目; c 为模型中待标定的常系数组成的向量 $c = [A, \tau_w, \alpha, \varphi, D]^T$, 其标定方法在下文中介绍; ε_k 为图像传感器单元阵列的测量噪声。根据 Y_k , 以及标定后的公式 (4), 通过顺序求解法^[13-14] 可连续求解位移 x_k , 实验验证了该方法的可行性^[12]。

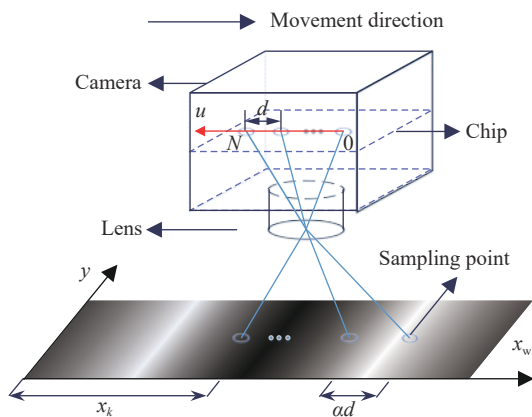


图 1 测量原理示意图

Fig.1 Schematic diagram of measurement principle

公式 (4) 考虑的是理想情况, 但实际测量过程中, 靶标制作、设备安装、光照等过程均会不可避免地引入非线性变化, 造成成像灰度值分布偏离理想的正弦规律分布, 文中称之为灰度畸变。此时, 再采用理想模型解算位移, 将带来解算误差, 参考文献 [12] 中的研究表明了这种由于畸变带来的位移测量误差可达数十微米。针对这样的问题, 文中构建合理模型类对该畸变进行逼近改进建模, 进而达到利用改进模型提高位移测量精度之目的。

1.2 使用 Fourier 级数和多项式构造模型类改进位移测量模型

考虑到靶标制作过程的误差导致靶标图像原始灰度值发生变化, 成像过程中的光照不均匀、相机成像系统畸变、相机运动方向与靶标灰度分布方向不平行等等因素最终导致各个图像传感器单元成像灰度分布规律偏离期望的正弦规律 $F^{(u)}(x_k)$, 文中称为靶标图像畸变, 如图 2(a) 所示, 相机成像后, 图像出现很明显的均匀现象。

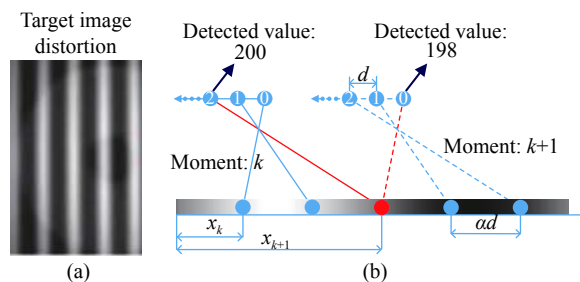


图 2 影响测量模型的两个因素。(a) 靶标图像畸变; (b) 图像传感器单元之间的不一致

Fig.2 Two main factors affecting the measurement model. (a) Target image distortion; (b) Inconsistencies between image sensors unit

这类影响可以理解为理想成像灰度分布被一个未知的畸变函数干扰, 数学描述表示为:

$$\tilde{F}^{(u)}(x_k) = c(x_k)F^{(u)}(x_k) = F^{(u)}(x_k) + [c(x_k) - 1]F^{(u)}(x_k) \quad (5)$$

式中: $\tilde{F}^{(u)}(x_k)$ 为成像灰度值的实际分布规律; $c(x_k)$ 为一未知的畸变函数, $[c(x_k) - 1]F^{(u)}(x_k)$ 为模型误差项, 所以实际分布是理想分布 $F^{(u)}(x_k)$ 叠加一个与正弦函数性质有关的模型误差项。因此考虑引入 Fourier 级数补偿这部分模型误差, 如公式 (6) 所示:

$$\tilde{F}^{(u)}(x_k) = \sum_{i=1}^M \left[a_i \sin\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}(x_k + \alpha du)\right) + b_i \cos\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}(x_k + \alpha du)\right) \right] + B \quad (6)$$

若仅使用单个图像传感器单元进行测量, 仅需考虑上述靶标图像畸变的影响, 而使用多个图像传感器单元组成的阵列进行测量时, 则需要考虑图像传感器单元之间的不一致性。如图 2(b) 所示, k 时刻像素坐标 $u = 2$ 的图像传感器单元的成像灰度值 $\tilde{F}^{(2)}(x_k) = 200$, $k+1$ 时刻像素坐标 $u = 0$ 的图像传感器单元在靶标相同位置的成像灰度值 $\tilde{F}^{(0)}(x_{k+1}) = 198$, 可见对靶标上相同的世界坐标 x_w 位置, 不同的图像传感器单元的成像灰度值因自身光电转换等因素的细微区别而有些许差异。由公式 (2) 将公式 (6) 等价表示为:

$$\tilde{F}^{(u)}(x_w) = \sum_{i=1}^M \left[a_i \sin\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}x_w\right) + b_i \cos\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}x_w\right) \right] + B \quad (7)$$

可见式中 x_w 相同时, 成像灰度值便确定, 不因像素坐标 u 的变化而变化, 因此公式 (6) 不能描述上述的图像传感器单元之间的一致现象。

图像传感器单元之间的一致与前述的靶标图像畸变因素不同, 它来自各图像传感器单元, 因而与像素坐标 u 直接相关, 与图像传感器单元所敏感的靶标位置无关。因此 $\tilde{F}^{(u)}(x_w)$ 的规律不仅取决于 x_w , 也取决于像素坐标值 u 。公式 (7) 中的系数 a_i, b_i, B 应随着像素坐标 u 变化, 它们是关于 u 的函数, 使用一组高阶多项式对其进行逼近, 如公式 (8)~(10) 所示:

$$a_i = a_{i0} + a_{i1}u + a_{i2}u^2 + a_{i3}u^3 \quad (8)$$

$$b_i = b_{i0} + b_{i1}u + b_{i2}u^2 + b_{i3}u^3 \quad (9)$$

$$B_i = B_0 + B_1u + B_2u^2 + B_3u^3 \quad (10)$$

结合公式 (2) 和公式 (7)~(10) 得校正后各图像传感器单元在 k 时刻的成像灰度值为:

$$Y_{k,u} = \tilde{F}^{(u)}(x_k) + \varepsilon_{k,u} = \sum_{i=1}^M \left[\left(a_{i0} + a_{i1}u + a_{i2}u^2 + a_{i3}u^3 \right) \cdots \sin\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}(x_k + \alpha du)\right) + \left(b_{i0} + b_{i1}u + b_{i2}u^2 + b_{i3}u^3 \right) \cdots \cos\left(\frac{2\pi i}{\tau_w}(x_k + \alpha du)\right) \right] + \left(B_0 + B_1u + B_2u^2 + B_3u^3 \right) + \varepsilon_{k,u} \quad (11)$$

结合公式 (4) 便可得校正后的测量模型。

1.3 位移测量模型参数的标定

实际测量时的工况会影响设计的靶标图像参数, 为了获得准确的模型参数, 测量前在测量行程内采集若干组 $(x_k, u, Y_{k,u})$ 数据, $Y_{k,u}$ 为各图像传感器单元在不同时刻下的成像灰度值, 采用 LM 算法求解其中的模型参数 c 。由于图像传感器单元阵列存在随机噪声 ε_k , 为了更好地观察模型校正的效果, 使用滤波核大小为 1×3 的高斯低通滤波以排除随机噪声的影响, 公式 (11) 中模型的 Fourier 级数阶次 $M=5$, 使用 100 个图像传感器单元构成的直线阵列进行测量。参数标定过程可表示为:

$$\Delta e_j = Y_k - F(c_j, x_k) \quad (12)$$

$$c_{j+1} = c_j + \alpha \left(J(c_j)^T J(c_j) + \lambda_j I \right)^{-1} J(c_j)^T \Delta e_j$$

式中: j 为迭代次数; α, λ 为迭代初值; $Y_k = [Y_{k,0}, Y_{k,1}, \dots, Y_{k,99}]^T$, $J(c_j) = \left. \frac{\partial F(c, x_k)}{\partial c} \right|_{c=c_j}$ 。多次迭代后模型参数收敛至最优值。

2 实验验证

2.1 位移解算方法

连续运动过程中, 阵列检测信号连续, 使用公式 (13) 所示的顺序求解法^[13-14] 可以根据当前时刻的阵列检测信号 Y_k 以及上一时刻的位移 x_{k-1} , 迭代求解出当前时刻的位移 x_k 。前人的工作已经充分证明该求解方法具有很高的求解精度和实时性。

$$x_k^0 = x_{k-1} \Delta x_k^j = \left[J(x_k^j)^T J(x_k^j) \right]^{-1} J(x_k^j)^T \cdot [Y_k - F(c, x_k^j)] \quad (13)$$

$$x_k^{j+1} = x_k^j + \Delta x_k^j$$

式中: $J(x_k)$ 为模型在 x_k 处的雅可比矩阵, 直线位移测量中使用一列图像传感器单元, 因此雅可比矩阵退化为列向量; c 为模型中待标定的模型参数; j 为迭代次数, 通常迭代 3~5 次收敛。

2.2 实验结果

使用校正前的理想正弦模型的参数标定结果如表 1 所示, 使用校正后的模型的参数辨识结果如表 2 所示。图 3 为使用校正前的理想正弦模型的标定结果, 其中的点为采集的若干不同位移、不同图像传感

器单元的成像灰度值 $Y_{k,u}$, 曲面为模型参数标定后得到的模型分布, 如图 3(a)所示。 $Y_{k,u}$ 与标定到的模型在对应 (x_k, u) 坐标位置的差值称为该位置的模型残差 $r_{k,u} = Y_{k,u} - F^{(u)}(x_k)$, 各坐标位置的模型残差分布如图 3(b)所示, 可见在模型的波峰与波谷位置存在很大的模型残差, 使用均方根误差 (Root Mean Square Error,

RMSE) 来评价建模的精确程度, 其值越小, 建模越精确, 所有位置的模型残差数据的均方根误差 $RMSE=7.8248$ 。将模型残差分布图旋转至图 3(c)所示的右视图可以看到各图像传感器单元在整个测量行程内的残差值分布区间范围很不一致, 这说明图像传感器单元之间有明显的不一致。

表 1 模型校正前的模型参数标定结果

Tab.1 Results of model parameter identification before model correction

Parameter	Value	Parameter	Value
A	79.59	τ_w	8.667
B	123.8	φ	0.6262

表 2 模型校正后的模型参数标定结果

Tab.2 Results of model parameter identification after model correction

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
a_{10}	81	a_{43}	1.323e-06	b_{32}	-0.0002089
a_{11}	0.04654	a_{50}	-0.2038	b_{33}	1.421e-06
a_{12}	-0.0002637	a_{51}	-7.2e-05	b_{40}	0.08277
a_{13}	9.085e-07	a_{52}	0.0001074	b_{41}	0.004726
a_{20}	-6.692	a_{53}	-8.738e-07	b_{42}	-3.146e-05
a_{21}	0.01142	b_{10}	-24.01	b_{43}	1.808e-07
a_{22}	1.84e-06	b_{11}	0.04984	b_{50}	0.301
a_{23}	-2.256e-07	b_{12}	-0.0002796	b_{51}	0.003075
a_{30}	-0.6056	b_{13}	1.659e-06	b_{52}	-0.0001482
a_{31}	-0.001703	b_{20}	-9.865	b_{53}	1.122e-06
a_{32}	-1.555e-05	b_{21}	-0.01589	B_0	129.2
a_{33}	2.462e-07	b_{22}	0.000121	B_1	0.04099
a_{40}	-0.1802	b_{23}	-4.206e-07	B_2	-0.0004571
a_{41}	0.006175	b_{30}	0.5337	B_3	2.644e-06
a_{42}	-0.0001946	b_{31}	0.004793	τ_w/mm	8.62

模型校正后的标定结果如图 4(a)所示, 可见标定的模型很好地拟合了采集的数据。模型残差分布图 4(b)所示各位置的模型残差基本在两个灰阶范围以内。模型残差数据的均方根误差 $RMSE = 0.7130$, 建模精度相比校正前有显著提升。图 4(c)所示各图像传感器单元在测量行程内的模型残差值分布范围之间差别很小, 因此该校正方法对图像传感器单元之间的不一致性有明显的校正效果。

实验中初始位移 $x_0 = 0$, 测量误差与位移的关系如图 5所示, 其中横坐标位移值由光栅尺实时测得, 纵坐标为文中测量方法测得的位移值与光栅尺测量值之间的差值。图 5(a)所示为使用理想正弦模型进行位移测量时, 在模型的波峰与波谷, 测量误差周期性的出现峰值, 测量误差均值为 -0.0011 mm , 标准差为 0.0564 mm 。图 5(b)所示为模型校正后的测量误差均值为 $4.9433e-04\text{ mm}$, 标准差为 0.0015 mm , 位移测量

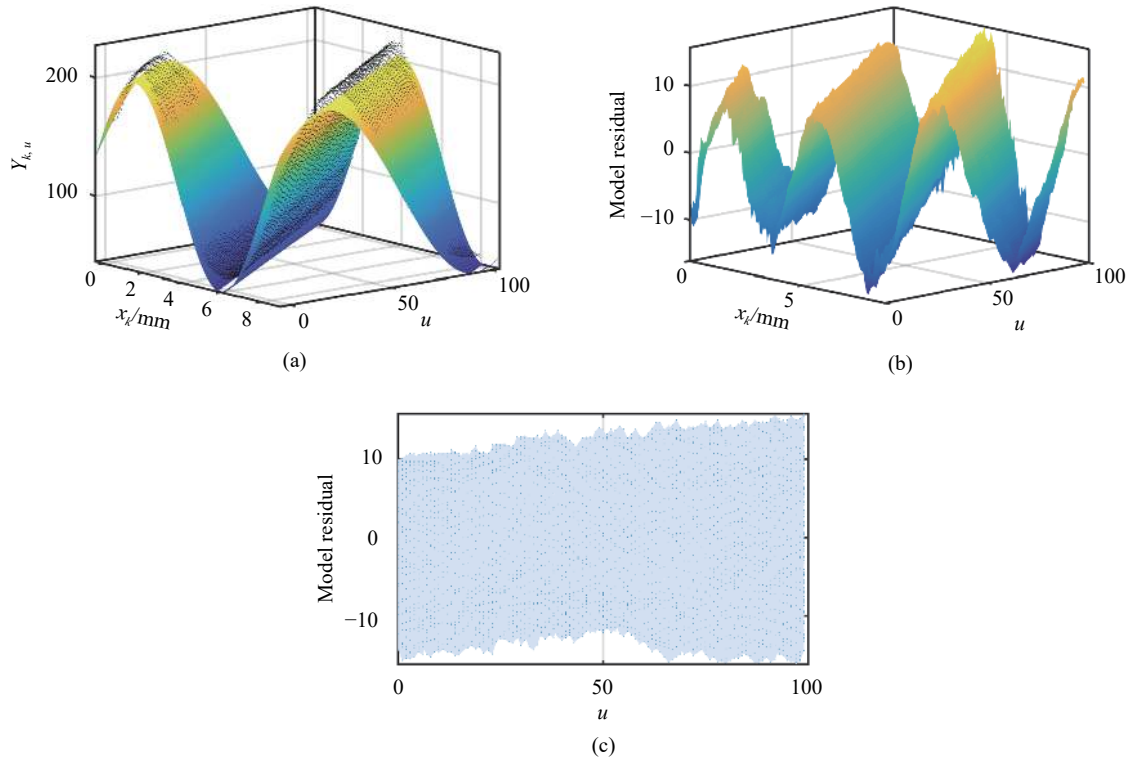


图 3 校正前的模型标定结果。(a) 最小二乘拟合效果;(b) 模型残差分布;(c) 模型残差分布右视图

Fig.3 Model identification results before calibration. (a) The result of least square fitting; (b) Residual distribution of model; (c) Right view of the model residual distribution

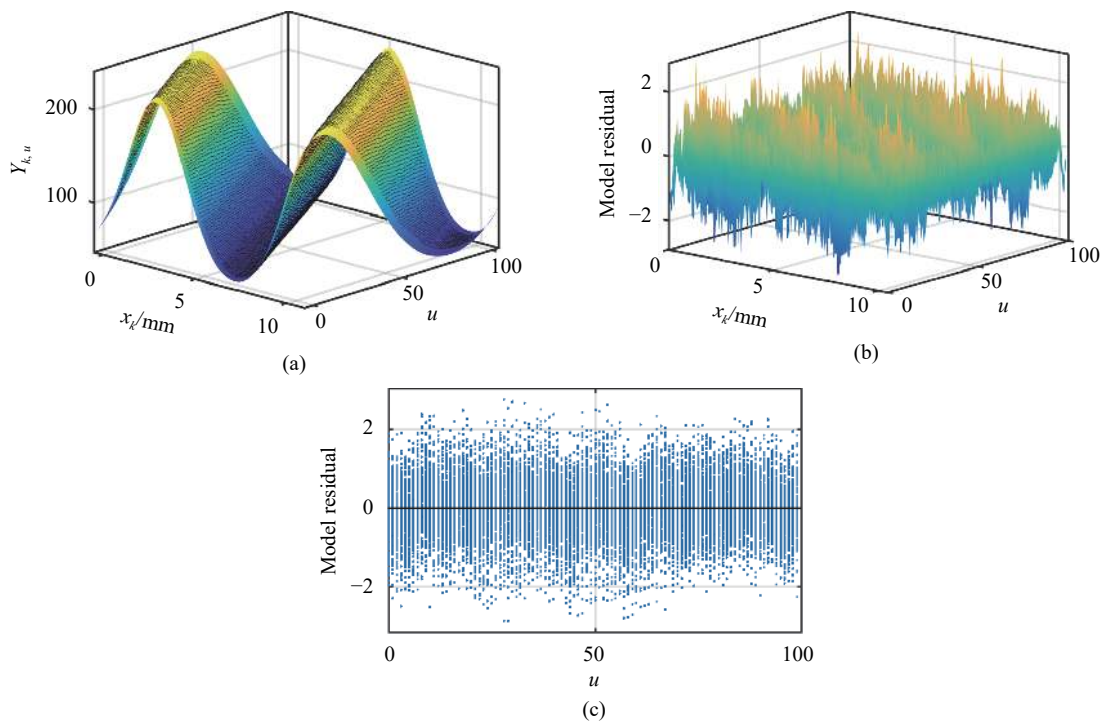


图 4 校正后的模型标定结果。(a) 最小二乘拟合效果;(b) 模型残差分布;(c) 模型残差分布右视图

Fig.4 Model identification results after calibration. (a) The result of least square fitting; (b) Residual distribution of model; (c) Right view of the model residual distribution

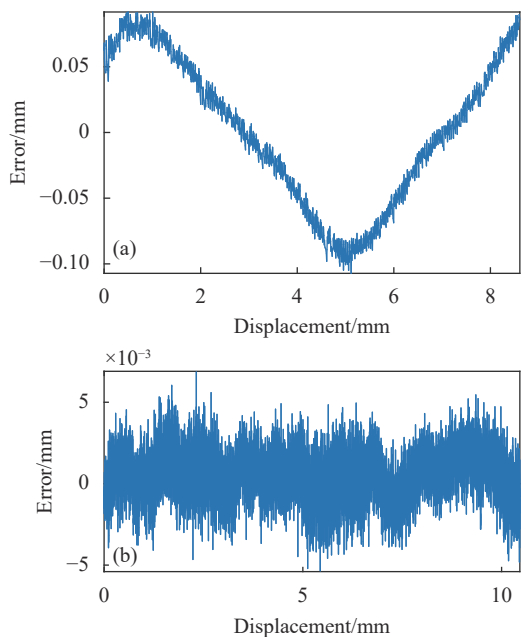


图 5 测量结果。(a) 模型校正前的测量结果; (b) 模型校正后的测量结果

Fig.5 Measurement results. (a) Measurement results before model correction; (b) Measurement results after model correction

精度得到显著提高。

3 分析与讨论

图像传感器单元的数目增加会使测量信息更充分,降低测量误差。图 6 所示为前期仿真使用维度不同的传感器单元阵列进行测量的测量误差标准差,可见当图像传感器单元的数目增加到一定程度时,多出的图像传感器单元能给测量精度带来的增益很小,而大量的测量信息会增加计算量,不利于测量的实时性。因此实验中采用了 100 个图像传感器单元的信息。

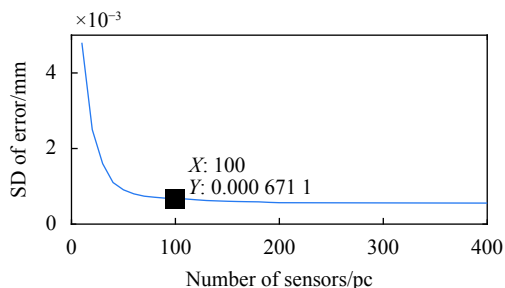


图 6 传感器单元数目与测量误差标准差之间的关系

Fig.6 Relationship between the number of sensor unit and the standard deviation of measurement error

除了建模误差之外,图像的灰度噪声水平同样会影响模型的准确性和测量精度,如何针对实际测量情况下的成像灰度值进行针对性的滤波并与现有模型结合,有待进一步的研究。

4 结 论

针对使用图像传感器单元阵列进行位移测量时,靶标图像畸变、图像传感器单元之间的不一致等因素导致的灰度畸变问题,设计了一种 Fourier 级数和多项式结合的模型类对测量模型进行改进。它的主要优点是设计的模型类对实际测量模型逼近精度高,对各图像传感器单元不一致的校正效果好,且避开了实验中的繁琐的传感器标定过程,为校正实际测量过程中引入的模型误差提供了一种有效的方法。与 0.5 μm 分辨率的光栅尺测量结果相比,模型校正前的测量误差标准差为 56.4 μm,模型校正后,在 10.46 mm 测量行程下的实时测量误差标准差仅为 1.5 μm。

该方法硬件上仅使用一个常规量测相机和普通冲印的靶标图像,测量成本低,具有较好的工业应用前景。通过对测量模型的校正来实现测量精度的大量提高,减小了硬件因素对测量精度的限制,为使用多个传感器单元进行测量的场景下的模型优化提供了一种可行的思路。此外,求解位移采用的顺序求解法计算量小,保证了测量的实时性。

参考文献:

- [1] Zhang G J. Vision Measurement[M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [2] Wang Y Z, Yu H, Yi J, et al. Grating eccentricity monitoring system for image angular displacement measurement [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(5): 1038. (in Chinese)
- [3] Liu L S, Lv Y, Meng H, et al. A new method for measuring six-degree-of-freedom micro-displacement using multiple collimated beams [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0617002. (in Chinese)
- [4] Yu H, Wan Q H, Sun Y, et al. A self-adaptively installed high-precision image type angular displacement measuring device [J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(3): 510-516. (in Chinese)
- [5] Li F, Zhao Y, Wang S G, et al. Video scene mutation detection combined with SIFT algorithm [J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(1):

- 74-80. (in Chinese)
- [6] Xie Y C, Chen J, Yan B, et al. Three-dimensional feature point distance feature set intersection matching algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(8): 2728-2732. (in Chinese)
- [7] Feng J Y, Ye X Y, Chen F, et al. Integrated double grating interference microbeam displacement measurement method [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(8): 1747-1753. (in Chinese)
- [8] Zhang K, Dong F, Zhao J W, et al. Precise measurement method of linear motor mover position based on image entropy [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(12): 2821-2827. (in Chinese)
- [9] Pan B. Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29(8): 082001.
- [10] Longuet-higgins H C. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections [J]. *Nature*, 1981, 293(5828): 133-135.
- [11] Zuo C, Feng S, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 23-59.
- [12] Liu X L, Hu J C, Tong H, et al. Linear displacement measurement based on image grayscale information [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(4): 0412008. (in Chinese)
- [13] Chen L, Hu J, Zhu Y, et al. A 6-DOF measurement solution for permanent magnet synchronous planar motors based on motion continuity principle [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, 65(3): 643-655.
- [14] Du S, Hu J, Zhu Y, et al. An improved displacement measurement based on model reconstruction for permanent magnet synchronous motor [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, 66(11): 3044-3051.
- [15] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.