

## 红外遥感图像舰船尾迹提取及检测

成 艳, 于雪莲\*, 钱惟贤, 钱 焯

(南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 中低空间分辨率的红外遥感图像中, 海面上的舰船所占像素很少, 目标的几何形状和具体的纹理结构等特征难以获取。为提升探测的极限信杂比, 将呈现线状特征的舰船尾迹特征作为检测要素, 对其进行数学表征。创新性地建立了 Dot-Curve 检测体系, 以二维曲率滤波为基础进行初步的舰船检测和尾迹特征提取, 建立特征集, 从中选取与背景干扰项差异较大的包含尾迹灰度方差、尾迹两侧灰度斜率正负性、尾迹线性度、与船体检测结果距离在内的多项特征, 鉴别候选目标的检测结果, 去除干扰项, 提取目标。结果表明, 经过目标鉴别, 在不同波段红外图像中, 舰船误检率降低到 8.40% 以下, 检测率得到提升, 至少达到 94.53%。该船只检测算法结合尾迹物理特性和图像特征, 适用于多种场景和波段, 算法精炼有效, 物理规律清晰, 所需样本少。

**关键词:** 尾迹特征; 遥感红外; 曲率滤波; Dot-Curve

**中图分类号:** TP751 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210844

## Ship wake extraction and detection from infrared remote sensing images

Cheng Yan, Yu Xuelian\*, Qian Weixian, Qian Ye

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** In infrared remote sensing images with low or medium spatial resolution, the number of pixels occupied by ships on the sea is very small, and the geometric shape and specific texture structure of the target are difficult to obtain. In order to improve the detection limit signal to clutter ratio, the ship wake feature with linear feature was taken as the detection element, which was mathematically characterized. The Dot-Curve detection system was established innovatively. Based on the two-dimensional curvature filtering, the ship detection and wake feature extraction were carried out preliminarily. The feature set was established, from which a number of features with large difference from the background interference items, including wake gray variance, positive and negative gray slope on both sides of the wake, wake linearity and the distance from the hull detection results, were selected to identify the detection results of the candidate targets, remove interference items and extract targets. The results show that after target identification, the ship false detection rate in different bands of infrared images is reduced to less than 8.40%, and the detection rate is improved to at least 94.53%. The ship detection algorithm combines the physical and image characteristics of the wake, which is suitable for many scenes and bands. The algorithm is refined and effective, the physical laws are clear, and the samples needed are few.

**Key words:** wake characteristics; remote sensing infrared; curvature filter; Dot-Curve

收稿日期: 2021-11-12; 修订日期: 2022-01-14

作者简介: 成艳, 女, 硕士生, 主要从事目标检测与识别方面的研究。

导师简介: 钱惟贤, 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事目标检测方面的研究。

通讯作者: 于雪莲, 女, 讲师, 硕士, 主要从事图像融合及目标检测方面的研究。

## 0 引言

舰船的检测与跟踪是现今军事及民用领域研究的热点问题之一,在对海面进行大尺度观测时,高空空间分辨率图像数据计算量较大,不利于提高检测效率,使用中低空间分辨率图像进行检测。由于舰船自身所占据的像素较少,目标信号常淹没在海面背景杂波中,且单个舰船目标便于隐身<sup>[1]</sup>,而空间尺度远大于船体尺寸的舰船尾迹不易隐藏,又含有丰富的物理及图像特征,能反演出舰船的排水量、航向和航速等详细信息,因此通过尾迹特征对水面舰船进行遥感检测具有很高的应用价值。

与趋于成熟的合成孔径雷达 SAR 图像舰船尾迹检测比较,基于红外遥感图像的舰船尾迹检测研究虽起步较晚,但也开始涌现成果投入应用,加拿大遥感中心、挪威国防研究中心、欧洲海事安全局等机构在此领域较为知名。Xing 等<sup>[2]</sup>采用长度归一化 Radon 变换对尾迹进行检测,并通过滤波预处理的方法增强暗尾迹;基于边缘特征和图像灰度对比,卢建斌等<sup>[3]</sup>提出了基于特征的舰船尾迹检测方法;基于图像信息融合,邹娜等<sup>[4]</sup>提出了一种基于 Gabor 滤波组和局部信息熵特征融合的红外舰船尾流检测算法;基于深度学习模型的优化,王春哲等<sup>[5]</sup>在候选区域获取的算法中融合了卷积边缘信息、显著性和目标位置信息,成媛媛<sup>[6]</sup>采用 LightGBM 算法对舰船及其尾迹进行模型建立和检测提取。但现有算法除了应用深度学习之外,多是对在 SAR 图像中应用良好的拉东变换或霍夫变换进行改进,受限于红外遥感图像中尾迹特征的多样性和背景的复杂性,普遍存在无法处理大幅图像、检测精度或运算速度不高等问题<sup>[7]</sup>,无法满足现今大范围、高精度的检测需求,因此需要寻找新的算法探测舰船尾迹。

为了提高船只检测率,文中从尾迹物理特性着手,联系尾迹图像特性,基于随机粗糙面理论,采用二维曲率滤波的方法对船只及其尾迹进行检测,建立了 Dot-Curve 检测体系;为了构建更准确完备的尾迹光学特征集,降低干扰项目的影响,对检测出的尾迹进行数学建模后提取特征,区分干扰目标,并对不同红外波段图像随机选取了数百幅场景进行验证。

## 1 舰船尾迹特性定义

### 1.1 尾迹定义及分类

在水面航行的舰船,在行驶过的很长的一段区域内都将出现一条清晰的痕迹,即为舰船尾迹。虽然在不同场景中呈现出多种形态,但舰船尾迹按照其形成机制一般可分成表面波尾迹、湍流尾迹、内波尾迹三类<sup>[8]</sup>,尾迹具体模式如图 1 所示。

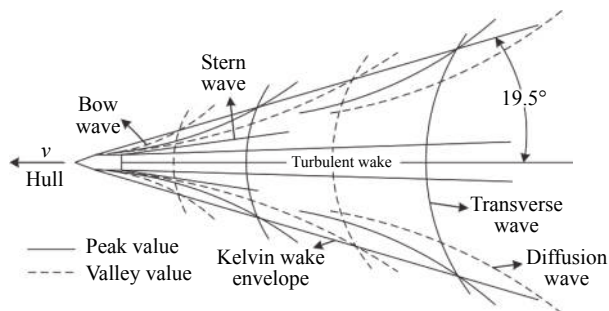


图 1 舰船尾迹模式

Fig.1 Ship wake pattern

表面波尾迹有两个子类,一类是 Bragg 散射形成的窄“V”字形尾迹,在红外图像中无法呈现;另一类是由重力波组成的 Kelvin 尾迹<sup>[9]</sup>,在红外图像中表现出单侧或双侧开尔文臂。

湍流尾迹<sup>[10]</sup>的产生需要有足够粗糙的海面作背景,由于船只航迹线附近的表面波被抑制,在红外图像中形成一条稍宽的暗区域,带有一边或两边亮线。

内波尾迹的生成主要出于船只运动产生的海表层流与风致短波的相互作用,在红外图像中未被表现出。

### 1.2 尾迹特征

在长波红外波段,在垂直方向存在水温分层的海面区域,舰船的行驶使得航迹线下层冷水与周边表面温水处于同一水平面,该温差形成舰船尾流的热红外特征<sup>[11]</sup>,在红外图像中形成一条很长的暗区域带。

在近红外和短波红外波段,含气泡尾迹<sup>[8]</sup>的表现非常明显并且持续时间也长,图 2 场景中舰船尾迹即为含气泡尾迹。随着与舰船距离的加大,尾迹中气泡浓度不断降低,遥感反射率不断减弱。

在空间分辨率为 30 m 级的红外遥感图像中,可观测到的舰船尾迹有亮尾迹和暗尾迹两类。亮尾迹的成因有两种,一是 Kelvin 尾迹的倾斜面处于特定角度导致的太阳耀斑,但受日光入射角、尾迹倾斜面的角度、传感器视角以及海面粗糙度等各种条件的限

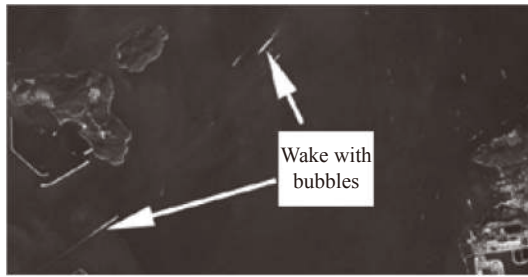


图 2 舰船含气泡尾迹光学遥感图

Fig.2 Optical remote sensing image of ship wake with bubbles

制,在亮尾迹中的占比不高;二是含气泡尾迹,只要大气状况良好、有日光照射就可以成像<sup>[12]</sup>。暗尾迹的成像原因也有两种,一是由舰船运动航迹线海面与周围海面粗糙度差生成;二是热红外图像中舰船运动航迹线海水与周围海面温度差引起。文中进行特征提取及检验的尾迹不外乎这几种。

## 2 舰船尾迹检测及特征提取

### 2.1 检测理论原理

随机粗糙面理论以像素坐标为  $x$ - $y$  轴,以图像灰度为  $z$  轴数值,用曲面来表征图像,建立 Dot-Curve 体系,将整副图像的曲面分解成 Dot 点和 Curve 线,即多组一维曲线的集合进行数学表征。图 3 是 Dot 和

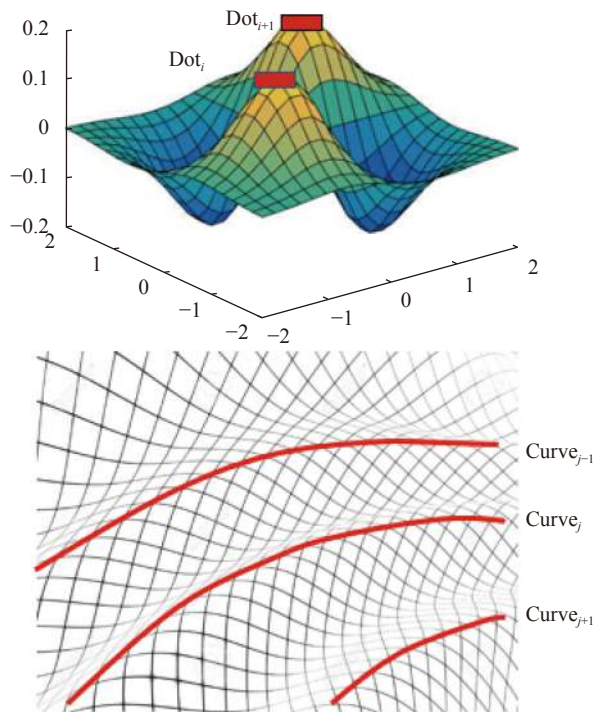


图 3 Dot 和 Curve 示意图

Fig.3 Sketch of Dot and Curve

Curve 的示意图。

对图像进行二维曲率滤波,各个方向二维曲率最小值大于阈值的点,成为 Dot 点;各个方向二维曲率最大值大于阈值的点组成线状连通域,以其连通域线条内的点为 Curve 线主轴,在主轴上选择若干节点,以节点为中心,在垂直主轴方向上取若干点,作为副轴。

### 2.2 尾迹检测及特征提取算法

文中尾迹检测算法基于二维曲率滤波。对于连续曲面,曲率的求导公式为:

$$cur = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad (1)$$

式中:  $y'$  和  $y''$  为曲面上某点的一阶导和二阶导;  $cur$  为该点的曲率。对于由离散点构成的海面三维曲面,由于海面小目标附近的灰度值存在一个极值,即一阶导数等于 0,由公式 (1) 可推得小目标处的曲率为:

$$cur = |y''| \quad (2)$$

即小目标处的曲率为二阶导数的绝对值。因此,为计算海面曲率,需要先计算出一阶导数为 0 的区域,然后再计算所得区域内的二阶导数,最后再求绝对值。基于曲率的尾迹检测算法流程如图 4 所示。

针对大尺寸、低对比度的红外遥感图像,为了提高图像对比度,实现图像去噪,需要先进行分辨率和灰度的调整,以及混合中值滤波等操作,对图像进行预处理。

卷积模板的计算参考 facet 模型<sup>[13]</sup>,对预处理后的图像分别在与  $y$  轴成  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  的四个方向计算一阶方向导数。计算一阶导数为 0 的区域之前先抑制海浪背景,因为海浪背景灰度起伏相对较小,将小于阈值的部分剔除:

$$T(x,y) = \begin{cases} 0, & |I'(x,y)| < Th \\ I'(x,y), & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $T(x,y)$  为去除了海浪背景部分的一阶方向导数图像;  $I'(x,y)$  为原一阶方向导数矩阵;  $Th$  为滤波阈值,按成像质量取值,普遍取  $0.1 \times \max(I'(x,y))$ 。

由于目标处一阶导数为 0 的像素也被剔除,转由计算邻域像素一阶导数乘积小于 0 的区域代替得到一阶导为 0 区域,再将图像二值化:

$$I_{zero}(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{一阶导为0区域} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

同样参考 facet 模型计算图像四个方向的二阶导

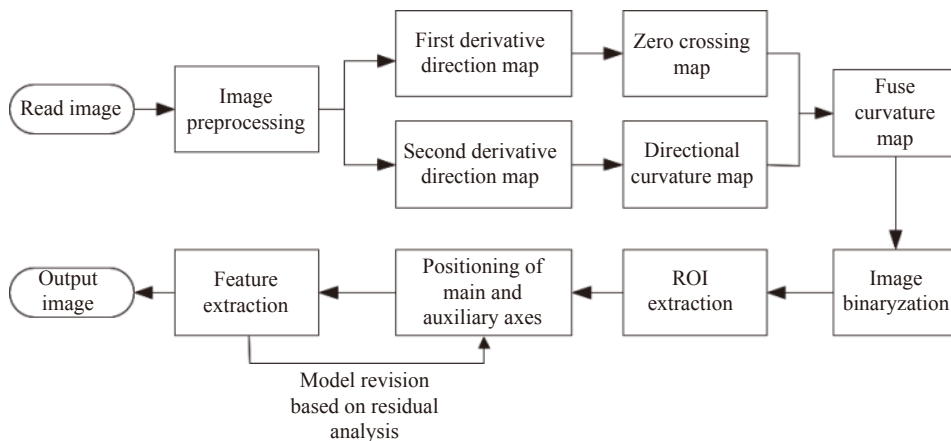


图 4 尾迹检测及特征提取算法

Fig.4 Wake detection and feature extraction algorithm

数。为了抑制海浪背景的干扰,将二阶导数数值为正的置值 0,然后取绝对值后经过平滑操作去除剩余的海浪得到二阶导数图像  $I_{sd}$ 。

融合一阶导数和二阶导数图像,得到抑制海浪背景之后的单向曲率图像  $I_{cur}$ ,表示为:  $I_{cur} = I_{zero} \cdot I_{sd}$ 。

由于曲面上一点的高斯曲率定义为该点主曲率的乘积,所以抑制了海浪背景的曲率图像为:

$$C = I_{cur}^0 \cdot I_{cur}^{90} + I_{cur}^{45} \cdot I_{cur}^{135} \quad (5)$$

曲率图像中,值大于阈值的像素点构成的线状连通域即为候选目标,对连通域内线条进行细化、生成链码、主副轴修正等处理后得到 Curve 线,即候选尾迹,各向曲率均大于阈值的像素为 Dot 点,即候选舰船。

### 2.3 舰船尾迹特征

为了提取出舰船尾迹特征,分别对亮尾迹和暗尾迹进行尾迹初步检测和特征统计。

图 5 为韩国釜山港 2019 年 10 月 21 日短波红外波段图像中截取的部分场景,图中共有一条船,湍流尾迹前半部分被尾迹气泡覆盖,右边两块亮团和暗团为小块积云和它在海面上的倒影。

一共检测出一条 Curve 线,红色线状区域为主轴,绿色线状区域为副轴,蓝色 x 形区域为 Dot 点。主副轴灰度变化曲线如图 6 所示。主轴灰度曲线从左到右为从舰船到尾迹方向,由于尾迹气泡的亮度随

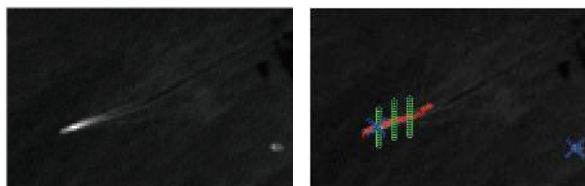


图 5 亮尾迹原图及检测结果

Fig.5 Bright wake original image and test results

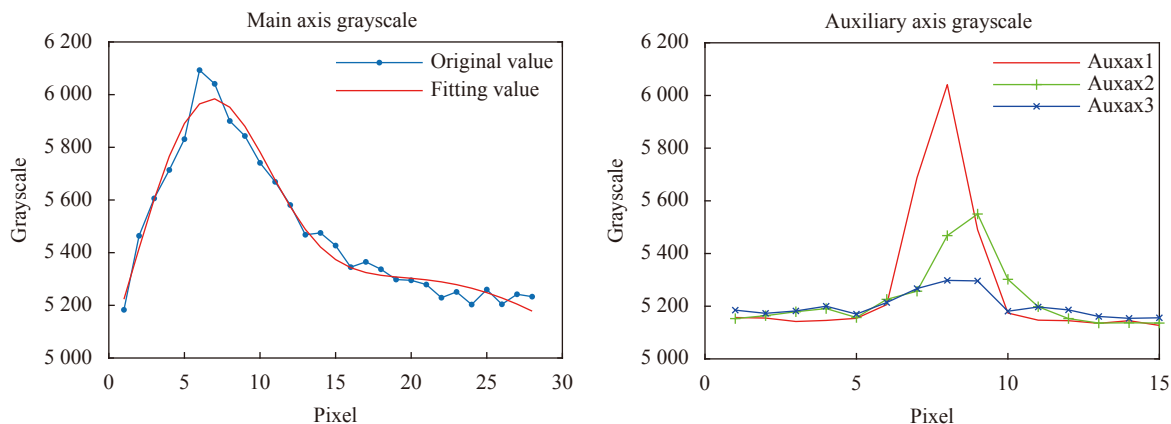


图 6 亮尾迹主副轴灰度曲线图

Fig.6 Grayscale curve of main and auxiliary axes of bright wake



着与舰船距离的增大而降低,尾迹与舰船相邻部分灰度先快速下降后逐渐平缓,主轴灰度可用双高斯函数进行拟合。副轴从 1~3 为近尾流到远尾流方向,灰度峰值依次下降,灰度曲线两边低中间高,符合高斯分布,副轴灰度最大值点在副轴中点附近。

对主副轴的灰度均值、灰度方差、副轴两侧灰度斜率(由两侧向尾迹方向拟合)进行统计,统计结果见表 1。由于检测结果为亮尾迹,表格中,主轴灰度均值高于副轴灰度均值,主轴灰度方差较大,副轴两侧灰度斜率大于 0。

表 1 亮尾迹主副轴特征统计

Tab.1 Statistics of characteristics of main and auxiliary axes of bright wake

Length of main axis	Gray mean value of main axis	Gray mean value of auxiliary axis	Gray variance of main axis	Gray variance of auxiliary axis	Gray slope of auxiliary axis
28	5484.89	[5270.13;5227.13;5201.33]	271.58	[265.54;124.75;47.66]	[107.77,98.12;33.06,58.71;15.80,21.13]

图 7 为韩国釜山港 2019 年 8 月 2 日短波红外波段图像中截取的部分场景,图中共有两条同向行驶的舰船,其湍流尾迹气泡少,表现为典型的暗尾迹,检测到的主轴为暗尾迹加上船只一侧边缘。主副轴灰度曲线如图 8 所示。

到远尾流方向,由于航迹线区域海面粗糙度的变化,舰船部分灰度值较高,近尾流部分灰度逐渐降低,往远尾流方向去,灰度又有所上升。以第二条主轴的副轴灰度为例,图 8 中副轴 5 为舰船部分,两边低中间高,符合高斯分布;其余为尾迹部分,副轴灰度曲线两边高中间低,呈反高斯形状。

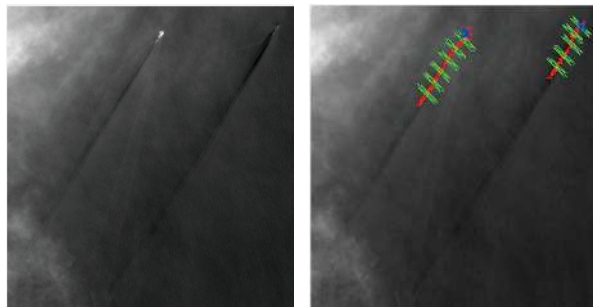


图 7 暗尾迹原图及检测结果

Fig.7 Dark wake original image and test results

对主轴的灰度进行分析,曲线图从右到左为舰船

对主副轴的灰度均值、灰度方差、副轴两侧灰度斜率(由两侧向尾迹方向拟合)进行统计,统计结果见表 2。对于暗尾迹,副轴灰度均值大于主轴灰度均值,主轴灰度方差较大,因灰度曲线中间下凹,尾迹部分副轴两侧灰度斜率小于 0,而船只部分副轴两侧灰度斜率大于 0。

综合不同波段大量图像中尾迹的检测结果,对海面舰船及内波、岛屿、云等不同目标进行相同的检测步骤, Dot 结果多为船只或背景中点目标, Curve 结果多为船舶尾迹或背景中呈线状的虚警,总结特征如

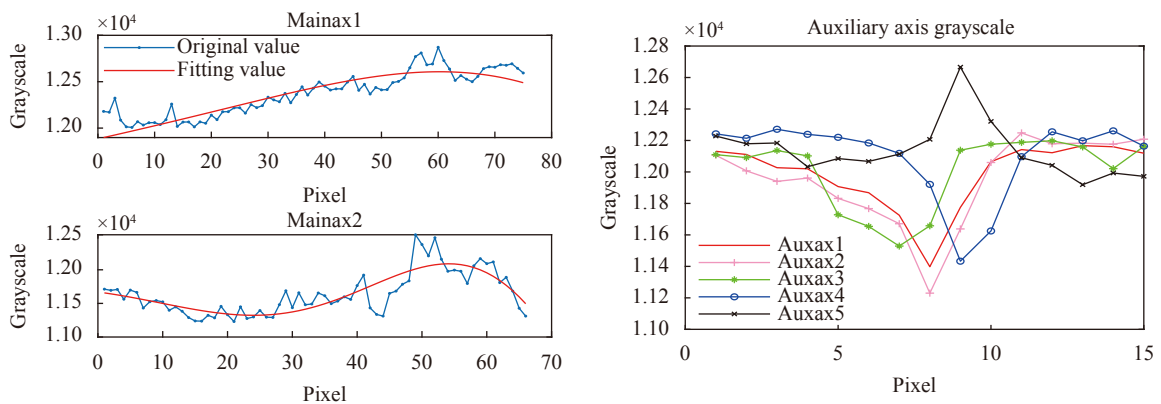


图 8 暗尾迹主副轴灰度曲线图

Fig.8 Grayscale curve of main and auxiliary axes of dark wake

表 2 暗尾迹主副轴特征统计

Tab.2 Statistics of characteristics of main and auxiliary axes of dark wake

Length of main axis	Gray mean value of main axis	Gray mean value of auxiliary axis	Gray variance of main axis	Gray variance of auxiliary axis	Gray slope of auxiliary axis
75	12370.44	[12388.00;12478.40;12604.87;12713.93;12673.53;12677.73]	234.51	[134.72;142.01;133.78;119.19;110.90;186.68]	[-58.02,-54.10;-48.65,-51.40;-44.44,-59.24;-39.52,-37.06;-49.67,-34.17;18.24,20.79]
66	11638.26	[11982.47;11947.07;12003.33;12096.13;12139.93]	316.11	[215.08;279.53;232.71;249.21;180.56]	[-91.08,-86.40;-100.71,-117.10;-92.79,-34.55;-35.80,-91.88;9.24,74.57]

下: (1) 同幅场景中, 舰船尾迹主轴灰度方差明显大于干扰项的主轴灰度方差; (2) 若是亮尾迹, 副轴两侧灰度斜率均大于 0; 若是暗尾迹, 副轴两侧灰度斜率均小于 0, 即二者正负符号具有一致性。而干扰项多为一正一负或其中一个绝对值明显更接近 0; (3) 相较干扰项目, 舰船尾迹主轴的线性度较高, 排除海水漂移和舰船转向情况, 较少出现无规则弯曲; (4) 舰船尾迹主轴线两端一定有与之匹配的候选 Dot 点, 干扰项目则不一定。

### 3 舰船尾迹检测鉴别效能分析

总结上述舰船尾迹特征, 形成数学表征的特征集, 对检测到的候选尾迹进一步鉴别筛选, 算法流程如图 9 所示。

对图像进行预处理后, 提取出 Dot 点和 Curve 线, 检测出候选点目标和线目标, 定位主副轴, 对候选对象进行全面的特征描述, 如主轴长度、主副轴灰度均值、主副轴灰度方差、主副轴坐标曲率变化等统计特征和几何特征, 建立明确的特征定义, 构建相对应的特征表征数学模型。然后根据总结的舰船尾迹区别于干扰项的特性规律, 通过特征筛选, 捕获目标, 实现海面舰船尾迹的检测与鉴别。

红外遥感图像的成像主要是光的反射和热辐射, 分别对反射为主的短波红外波段 SWIR、辐射为主的长波红外波段 LWIR 和二者皆有的中波红外波段 MWIR 三种波段的图像检验算法效能。截取大尺寸复杂背景下的海面场景对舰船目标进行检测及鉴别, 分别对应不同海域, 不同光照条件, 不同波段, 不同干扰项包括内波、岛屿、云、太阳耀光等, 验证尾迹特征集的准确性和完备性, 部分检测结果如图 10 所示。

经过不同特征的多项组合, 现行的尾迹鉴别选取了尾迹的四项特征转化成数学表征: 尾迹主轴方差大

于场景阈值, 尾迹副轴两侧灰度斜率乘积大于 0, 尾迹主轴坐标到其进行一次多项式拟合后的直线的距离方差小于场景阈值, 尾迹主轴端点邻域内存在候选 Dot 点目标。对复杂环境下的各类舰船进行目标检测及鉴别, 每个波段分别选取 100 幅场景, 统计场景中总船只数、识别船只数、正确识别船只数和误判船只数, 计算检测率(正确识别船只数/总船只数)和虚警率(误判船只数/识别船只数), 分析检测结果。

从表 3 中算法检测效能数据可以发现, 在不同红外波段, 舰船检测率都很高, 达到 94.53% 以上, 高于现有大部分算法, 经过尾迹鉴别, 舰船虚警率降低到

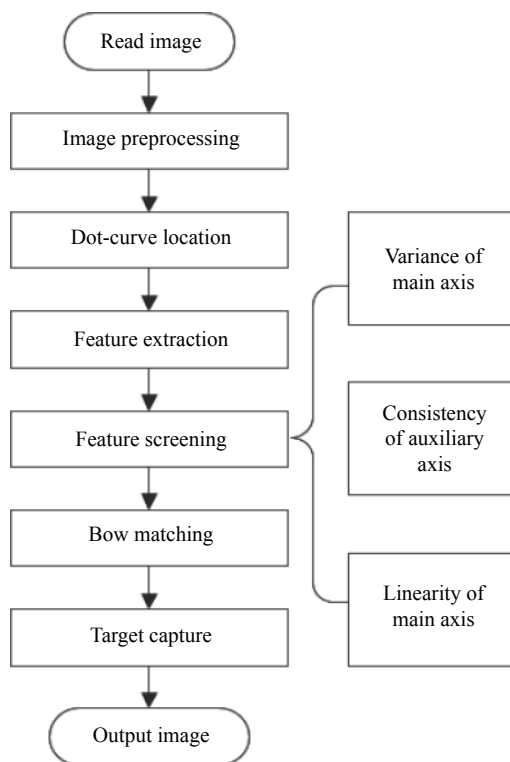


图 9 海面舰船尾迹检测鉴别算法流程图

Fig.9 Flow chart of ship wake detection and identification algorithm on the sea

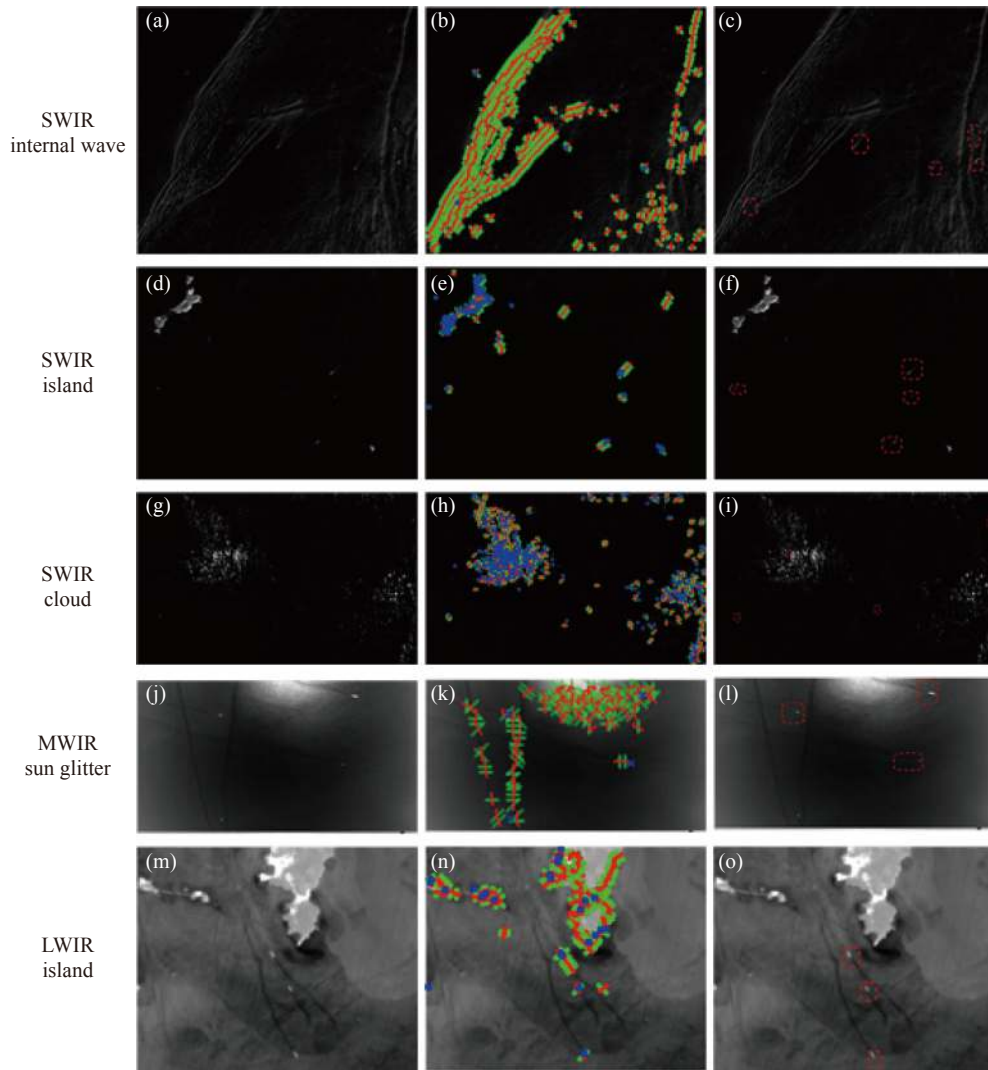


图 10 舰船尾迹检测结果。(a)、(d)、(g)、(j)、(m) 原图; (b)、(e)、(h)、(k)、(n)Dot-Curve 图; (c)、(f)、(i)、(l)、(o) 检测结果

Fig.10 Results of ship wake detection. (a), (d), (g), (j), (m) Original image; (b), (e), (h), (k), (n) Dot-Curve image; (c), (f), (i), (l), (o) Detection result

表 3 舰船尾迹检测效能

Tab.3 Efficiency of ship wake detection

Band	Detection rate	False alarm rate
SWIR	97.479%	8.403%
LWIR	94.531%	3.968%

8.40% 以下。其中,短波红外波段的舰船检测率最高,达到 97.48%,但虚警率也最高,这是由于短波红外波段成像效果较好,部分舰船的多条尾迹均能检测出,在提高检测率的同时,偶尔会对同一个目标的多条尾迹造成重复检测,且在短波红外波段,部分舰船的尾迹,相较其他波段,长度较短,与背景对比度较弱,与同场景中部分高亮线状的岛屿边缘灰度分布差异较小,可能造成漏检。长波红外波段的舰船虚警率

最低,低于 3.97%,但检测率也相对最低,这是由于长波红外图像的灰度分布较为均匀,较长的尾迹和较少的干扰项降低了虚警率,但高温目标与低温背景的对比如不够高,在空间分辨率不够时会出现部分舰船的尾迹能检测出但船体消失的情况,造成漏检。中波红外波段对高温目标具有较强的探测能力,图像中的尾迹也长,所以检测率较高,但图像容易饱和,水面耀光对检测的影响相对明显,容易造成检测误差。基于曲率滤波的算法能够尽可能全面地提取尾迹,排除图像成像因素,算法带来的其余检测误差则需要对尾迹特征进行更深一步的分析研究。

如今大多数关于舰船尾迹检测的研究都集中在拉东变换或霍夫变换方法的改进上,要么在图像空间

中增强尾流的直线形状,要么在变换空间中精确提取尾流响应的峰值,只有少数研究成功应用于海面光学图像中。与中山大学刘英飞等<sup>[14]</sup>基于光学图像的方法进行比较,该方法需手动提取船体,候选尾流首先通过以船体为中心的图像的归一化拉东变换获得,然后通过像素值验证、湍流尾迹识别、夹角验证和对比度验证来消除虚假尾流,在离散波段中表现最好的是全色波段,检测率为 91.7%,相应的虚警率为 6.7%。文中算法通过曲率阈值分割自动化获取船只;由于尾迹检测步骤不受船体位置限制,可检测大幅的背景复杂的图像,鲁棒性更好,不用裁剪成以船为中心的小图,提高了检测效率;基于曲率滤波的方法,对舰船转向、海水漂移等原因造成的有一定弯曲的尾迹检测效果更好,对长度较短、对比度较小的弱尾迹的检测效果也更好,提高了舰船检测率。

#### 4 结 论

从不同红外波段的舰船检测鉴别结果来看,基于二维曲率滤波的舰船检测方法,能有效解决红外图像中复杂背景下船舶目标信号弱检测率低的问题,运算效率也较高,提取的相应尾迹统计特征和形状特征选取较为准确,为后续的船只跟踪和识别提供了基础。且针对不同的海况、大气状况、传感器参数等多种因素,可依据较少的样本,结合尾迹物理特性和图像特性,灵活组合特征,调节算法中阈值,适应性强。

从数据量大、情况多变的海面遥感红外图像中检测出船只及其尾迹,提取出特征并进行有效的目标鉴别是一个复杂的过程。文中针对短波红外至长波红外波段选用了部分特征,但实际应用中不同的探测器波段及成像质量以及特殊的船只运动状况及背景还需要更全面的特征描述,包括特征的信息反演问题,都将是下一步需要研究的内容。

#### 参考文献:

- [1] Li Bo. Application and development trend of infrared stealth technology [J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(6): 818-823. (in Chinese)
- [2] Xu Man, Qiu Su, Jin Weiqi. Radon transform detection method for underwater moving target based on water surface characteristic wave [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(10): 1001003. (in Chinese)
- [3] Lu Jianbin. Contrast feature extraction method for large ship wake image [J]. *Ship Science and Technology*, 2018, 40(8A): 19-21. (in Chinese)
- [4] Zou Na, Tian Jinwen. Research on multi feature fusion infrared ship wake detection [J]. *Computer Science*, 2018, 45(11A): 172-175. (in Chinese)
- [5] Wang Chunzhe, An Junshe, Jiang Xiujie, et al. Region proposal optimization algorithm based on convolutional neural networks [J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(6): 1348-1361. (in Chinese)
- [6] Cheng Yuanyuan. Research and application of ship wake detection method based on UAV hyperspectral image[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2020. (in Chinese)
- [7] Xu Fang, Liu Jinghong, Sun Hui, et al. Research progress on vessel detection using optical remote sensing image [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(4): 916-931. (in Chinese)
- [8] Zhang Yu, Yuan Zhenyu, Wang Hua. Study of optical remote sensing of ship wakes and wake bubbles [J]. *Ocean Technology*, 2010, 29(3): 82-86. (in Chinese)
- [9] Colen Jonathan, Kolomeisky Eugene B. Kelvin-Froude wake patterns of a traveling pressure disturbance [J]. *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 2021, 85: 400-412.
- [10] Jin Fangyuan, Wang Yunying, Guo Yuanyuan, et al. A method for calculating IR emissivity of ship turbulent trailing wake [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(5): 0504003. (in Chinese)
- [11] Zhang Xusheng, Guo Liang, Hu Richa. Heat and mass transfer characteristics of submarine cold-thermal wake in the infrared detection [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(1): 107-114. (in Chinese)
- [12] Zhang Shicheng, Yang Li, Shi Heng. Infrared characterization and detection of ship wake based on ray tracing method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 52-57. (in Chinese)
- [13] Hu Shuanggui, Tang Jingtian, Ren Zhengyong, et al. Normalized facet edge detection and enhancement in potential field sources with the scale-space technique [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2019, 62(1): 331-342. (in Chinese)
- [14] Liu Y F, Zhao J, Qin Y. A novel technique for ship wake detection from optical images [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2021, 258: 112375.