

涡旋光束的几何坐标变换技术及应用研究进展 (特邀)

万震松, 王朝阳, 柳 强, 付 星*

(清华大学精密仪器系光子测控技术教育部重点实验室, 北京 100084)

摘要: 涡旋光场因其具有光学轨道角动量 (Orbital angular momentum, OAM) 而倍受关注。OAM 这一独特物理特征赋予了涡旋光场一个无限高维的空间自由度, 同时也引发了光场奇特的干涉、衍射、传输等性质。OAM 识别和探测技术的发展是涡旋光从基础研究走向应用的关键。文中聚焦于 OAM 探测领域的一个重点研究方向——涡旋光几何坐标变换技术。详细介绍了该技术的基本原理、优势特点、研究进展和应用情况。涡旋光几何坐标变换是指通过特殊的调制相位设计, 使涡旋光束的空间几何结构发生特殊的变化, 从而可通过简单透镜聚焦等方法实现 OAM 模式的识别、分选等。相较于传统的涡旋光识别和探测技术, 涡旋光的几何坐标变换这一新兴技术具有器件无源、无能量损耗、结构紧凑、价格低廉等突出优势, 成为涡旋光的空间分离和解复用的高效有力工具, 为涡旋光束在经典/量子态密度测量、OAM 乘除法器、经典光通信和量子纠缠等前沿应用提供了全新的研究平台, 蕴含巨大的发展潜力, 具有广阔的发展空间。

关键词: 涡旋光; 几何坐标变换; OAM 解复用; 模式分类

中图分类号: O436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210445

Research progress on technologies and applications of geometric coordinate transformation of vortex beam (*Invited*)

Wan Zhensong, Wang Chaoyang, Liu Qiang, Fu Xing*

(Key Laboratory of Photonic Control Technology of Ministry of Education, Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Vortex light fields have attracted much attention, due to their nature of optical orbital angular momentum (OAM). The unique physical characteristics of OAM endow the vortex beam with an infinite degree of freedom in high-dimensional space, and at the same time, it also brings the unusual properties of interference, diffraction and transmission to the light field. OAM identification and detection technologies are critical to development of vortex beam from fundamental research towards practical applications. The paper focused on the geometric coordinate transformation of vortex beam, as one of important research directions in the domain of OAM detection, and reviewed the technology in detail in terms of its principles, features, research progresses and applications. Geometric coordinate transformation of vortex beam referred to transforming the whole geometric structure of vortex beam by a specialized modulation phase design, which could sort and detect OAM of vortex beam easily. Compared with traditional sorting and detecting technologies, the geometric coordinate transformation technology was favored with the advantages of passive device, no energy loss, compact structure and low cost. This unique method had become an efficient and powerful tool for the spatial separation and

收稿日期: 2021-07-02; 修订日期: 2021-08-10

基金项目: 国家自然科学基金 (61975087); 国家万人计划青年拔尖人才支持计划

作者简介: 万震松, 男, 博士生, 主要从事结构光定制和探测方面的研究。

导师(通讯作者)简介: 付星, 男, 副教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光场调控、全固态激光、单光子探测方面的研究。

demultiplexing of vortex beams, and had provided a new platform for advanced applications such as classical or quantum density measurement, OAM multiplier and divider, classical optical communication and quantum entanglement, showing great potentials and broad development prospect.

Key words: vortex beams; geometric coordinate transformation; OAM demultiplexing; mode sorting

0 引言

回顾光学史,从早期的时域强度(振幅)到近代光学的频率(波长)、相位、偏振等信息^[1-3],人们对光的认识、研究、开发通常都发端于、也依赖于对物理自由度的探索。近年来,随着研究人员对于光的空间结构的理解不断加深、控制能力不断提高,具有特殊振幅、相位和偏振分布的空间结构光场(如图 1 所示)受到学术界的广泛关注^[4-5]。1992 年,Allen 等人指出光场的螺旋相位(Spiral phase)结构与光子的光学轨道角动量(Orbital angular momentum, OAM)有关,当光场相位含有可表示为 $\exp(il_1\varphi)$ 的螺旋相位因

子时,光场内每个光子的 OAM 为 $l\hbar$,其中 φ 为空间方位角^[6-9]。这一发现引发了结构光领域的研究热潮。具有特定强度、相位和偏振分布的结构光场被广泛应用于光通信、光学探测、显微成像、量子纠缠、材料加工等领域^[9-11]。特别地, OAM 提供了一个新的高维可调谐自由度,对经典和量子通信技术的进一步发展具有重要意义^[12-15]。OAM 模式的空间正交性使得共轴传播的不同模式原则上可以被解复用,因此,基于光场空间模式的模分复用技术(Mode division multiplexing, MDM)或高维空间模式编码都可以与现有的波分复用技术(WDM)、时分复用技术相兼容,提高量子通信和经典通信的数据传输速率^[10, 16-18]。

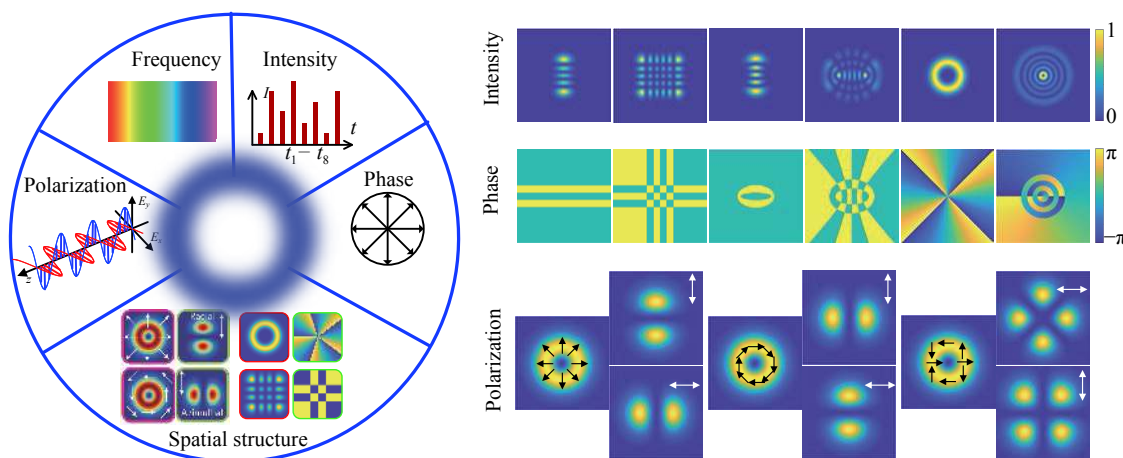


图 1 典型光学自由度与典型结构光场

Fig.1 Typical degrees of freedom in optics and typical structured light fields

涡旋光束的产生方法和探测手段是涡旋光束应用开发和技术突破的关键^[19-20]。涡旋光产生方面,有谐振腔调控、数字化定制和超构表面调制等方法^[21-25],涡旋场的研究对象也突破了光学涡旋范畴,迅速拓展至电子涡旋、太赫兹涡旋、声学涡旋等领域^[18, 26-30]。涡旋光探测方面,结构光的识别和分类仍是一个很大的挑战。目前常用方法有干涉、衍射、模式投影测量等技术,探测手段逐渐向高效、集成化方向发展^[31-37]。利用涡旋光特殊的相位分布,可通过孔径衍射和光束干涉的方法测量光束拓扑荷,具体的方案包括三角孔径衍射、圆形孔径衍射、椭圆形孔径衍

射、同轴干涉和离轴干涉等^[23, 38-40]。根据此类方法得到的远场衍射光斑阵列和干涉条纹,可以判断涡旋光 OAM 的大小和正负,但仅适用于探测具有单一 OAM 的光束,无法应用于多个 OAM 模式叠加的光束,也无法实现灵活、高精度的测量^[34-35]。光场空间模式的探测可视为模式产生的逆过程,因此相位调制器件可以通过显示共轭全息图来检测空间模式,被称为投影测量^[41-43]。例如,对于入射的 OAM 模式 $\exp(il_1\varphi)$,当空间光调制器(Spatial light modulator, SLM)加载的全息图对光场施加 $\exp(-il_2\varphi)$ 的相位调制时,输出的 OAM 模式为 $\exp[i(l_1 - l_2)\varphi]$ 。若满足 $l_1 = l_2$,螺旋相位

结构会被抵消,因此光束可以被耦合进入单模光纤中^[44]。尽管投影测量的操作过程简单,但对于 N 维希尔伯特空间而言,该方法的检测效率在机理上被限定为 $1/N$ ^[45]。与之相比,基于几何坐标变换原理的 OAM 模式分类器可以并行、无能量损耗地对 OAM 模式进行空间分离的投影测量^[46-47]。

近年来,涡旋光的几何坐标变换技术作为新兴的涡旋光探测方法,展现出器件无源、无能量损耗、结构紧凑、价格低廉等诸多优点,成为涡旋光的空间分离和解复用的高效有力工具,为涡旋光的识别和应用提供了全新的研究平台,具有广阔的发展前景。文中围绕这一主题,详细介绍涡旋光的几何坐标变换及其应用技术的基本原理、技术路径和优势特点。

1 涡旋光几何坐标变换

与引言中介绍的 OAM 共轭调制投影等经典 OAM 探测技术相比,涡旋光几何坐标变换的最大特点是可实现无能量损耗的模式空间分离输出。以偏振自由度为例,对无能量损耗模式分离原理进行类比的阐释。当光子通过一个特定的偏振片进行投影测量时,偏振片在透射特定偏振态光子的同时吸收与之正交的偏振态的光子,即光场损失了部分能量。相比之下,偏振分光棱镜可以将不同偏振态的光子无损地分离,使其从不同方向输出,此时光场的总能量不变。同理,对于叠加的 OAM 模式,使用共轭调制投影测量一个 OAM 分量,其他 OAM 分量将会被吸收而产生较大的能量损耗。涡旋光几何坐标变换的目标就是通过衍射光学元件的设计,使得所有 OAM 分量可以在空间上实现无能量损耗的分离。

1.1 对数-极坐标映射

涡旋光具有螺旋相位结构 $\exp(il\varphi)$, 该螺旋相位在空间中表现为角向相位梯度,梯度大小与 OAM 的拓扑荷 (Topological charge) l 成正比,拓扑荷越大,意味着围绕奇点一周的相位变化范围越大。由于拓扑荷为分立整数,因此具有不同 OAM 的涡旋光场的角向相位梯度也为分立值 (尽管已有分数阶 OAM 涡旋光场的研究,文中仅讨论整数阶 OAM 光场的模式解复用技术)。然而,具有角向分立相位梯度的 OAM 光束很难直接实现空间上的分离。研究思路是将其转化为具有分立横向相位梯度的光场,后者的不同相位梯度代表不同空间角谱成分,通过简单透镜聚焦即可

实现空间分离。

2010 年, Berkhout 等人提出了一种基于计算全息的坐标变换方法^[46],通过直角坐标与对数-极坐标的转换 (Log-polar coordinate transformation) 实现 OAM 模式无损分离^[48]。该技术将 OAM 模式的角向相位映射为一个倾斜的平面波前,倾斜波前的横向相位梯度与 OAM 的拓扑荷成正比。通过该变换,不同 OAM 态的线性叠加光束被转化为一组具有不同横向相位梯度的平面波,各横向相位梯度携带的空间频谱成分各异。因此,不同的 OAM 成分可以通过放置于远场的透镜聚焦,实现空间位置上的分离,具体实现如图 2(a) 所示。

该方法的关键步骤是将输入光束中的不同 OAM 分量转换为输出光束中的不同横向位置,即螺旋相位梯度转换为横向相位梯度。这相当于将包含同心圆的输入图像转换为平行线的输出图像。每个输入的同心圆被映射到对应的输出线上,给出光线方向所需的偏差,从而得到转换光学元件的相位轮廓。然而,由此产生的光程长度的变化表明转换过程中存在相位失真现象,需要引入一个相位元件进行相位校正。因此,转换系统包含两个定制光学元件:第一个用于变换图像,第二个用于校正相位畸变 (放置于第一个光学元件的傅里叶平面处),分别被称为展开器 (Unwrapper) 和相位校正器 (Phase-corrector),其中展开器用于将光束展开,实现直角坐标 (x, y) 与对数-极坐标 (u, v) 的映射,相位校正器对展开过程中引入的相位偏差进行校正。直角坐标 (x, y) 与对数-极坐标 (u, v) 的映射关系为:

$$\begin{aligned} u &= -a \ln(\sqrt{x^2 + y^2}/b) \\ v &= a \arctan(y/x) \end{aligned} \quad (1)$$

展开器的相位函数可表示为:

$$\phi_1(x, y) = \frac{2\pi a}{\lambda f} \left[y \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - x \ln\left(\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{b}}\right) + x \right] \quad (2)$$

其中,两个自由参数 a 和 b 分别决定了展开器调制后的光束形状和位置。参数 a 取值为 $L/2\pi$, 以确保方位角 $(0, 2\pi)$ 的范围映射到相位校正器长度 L 的空间上。参数 b 对模式分类器的特定物理尺寸进行优化,并可独立调节。相位校正器位于展开器后透镜 f_1 的焦面处,其相位函数可表示为:

$$\phi_2(u, v) = -\frac{2\pi ab}{\lambda f_1} \exp\left(-\frac{u}{a}\right) \cos\left(\frac{v}{a}\right) \quad (3)$$

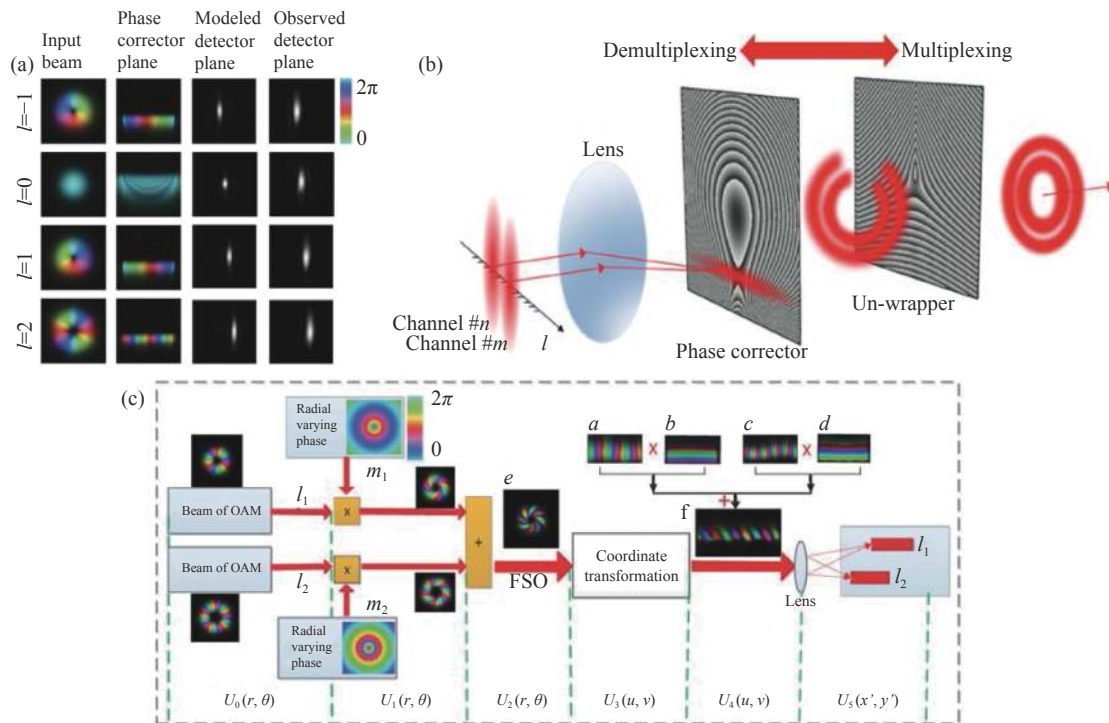


图 2 利用对数-极坐标映射变换实现模式分离的原理。(a) 光束几何坐标变换过程中的强度和相位分布^[46]；(b) 对数-极坐标映射实现模式分离复用的光束演化过程 (左侧输入右侧输出: 多路复用; 右侧输入左侧输出: 多路解复用)^[49]；(c) 对数-极坐标变换实现具有径向相位梯度的涡旋光场的二维位置分离^[50]

Fig.2 Principle of mode sorter using log-polar mapping. (a) Intensity and phase distribution during the geometric coordinate transformation of the beam^[46]; (b) Beam evolution of mode sorter by log-polar mapping (From left to right: multiplexing; From right to left: demultiplexing)^[49]; (c) Log-polar transformation to achieve two-dimensional spatial separation for the OAM beams with radial varying phase^[50]

相位校正器之后放置焦距为 f_2 的透镜, 以便将变换后光束的不同 OAM 分量聚焦到指定横向位置, 位置相对坐标与各 OAM 分量的拓扑荷 l 成正比:

$$\Delta s_L = \frac{f_2 \lambda}{2\pi a} l \quad (4)$$

以上空间多路解复用的过程如图 2(b) 所示, 其中聚焦透镜的相位调制作用 (二次相位因子) 可进一步集成在相位校正器元件中。值得注意的是, 空间解复用的逆过程可将不同横向位置入射的光斑转化为叠加的 OAM 光束, 即空间多路模式复用^[49]。此外, 对数-极坐标映射方案除了将角向相位梯度转化为横向相位梯度外, 还可以将径向相位梯度转化为纵向相位梯度, 具有不同径向相位梯度的光场经过变换聚焦后可实现纵向分离^[50-51], 如图 2(c) 所示。因此, 对数-极坐标变换可以实现具有不同角向、径向相位梯度光场的空间二维分离。基于上述原理制成的 OAM 模式解复用器件, 在空间分辨率与紧凑性提升上开展了多项研究, 将在下一节介绍。

1.2 紧凑型解复用模式分类器

对数-极坐标变换实现模式分离需要两个相位元件, 这两个元件的对准要求十分严格。在实验过程中, 为了简化两个相位元件的对准过程, 提高光学体系结构的紧凑性和小型化水平, 研究人员在器件集成、设计优化和采用新型材料等方面开展了深入而系统的研究^[52-55], 研制的紧凑、高效率模块有望集成到下一代通信应用的 OAM 模式处理平台中。

2017 年, Ruffato 等人提出了一种基于对数-极坐标变换的紧凑 OAM 模式分类器方案^[52], 巧妙地将展开器与相位校正器的功能集成在一个相位掩模上。由于对数-极坐标变换中的相位展开器和相位校正器分别使用相位衍射元件的边缘和中心区域, 因此可以将二者结合起来, 设计一个边缘为环状展开器、中心为相位校正器的集成元件, 如图 3(a) 所示。其中展开器与相位校正器同时集成了二次相位因子, 可以直接实现光束的傅里叶变换, 只需将平面反射镜放置于半焦距处即可将展开后的光束反射至相位校正器区

域。该方案将相位元件合二为一,提高了 OAM 模式解复用器的紧凑性,简化了对准操作。

然而,在上述方案中,入射光束和出射光束共轴存在光斑较难分离的问题。2019 年, Ruffato 等人提出了一种非傍轴状态下的对数-极坐标变换方法,并

用于设计新型的解复用模式分类器^[53]。该方法取代了传统的近轴近似方法,可以将全部光学元件集成于一个紧凑平台上。装置如图 3(b) 所示,通过直接光学镀膜避免了反射镜的使用,整个光束的分离过程在数毫米尺寸的石英薄片片中完成。该方法显著提高了 OAM

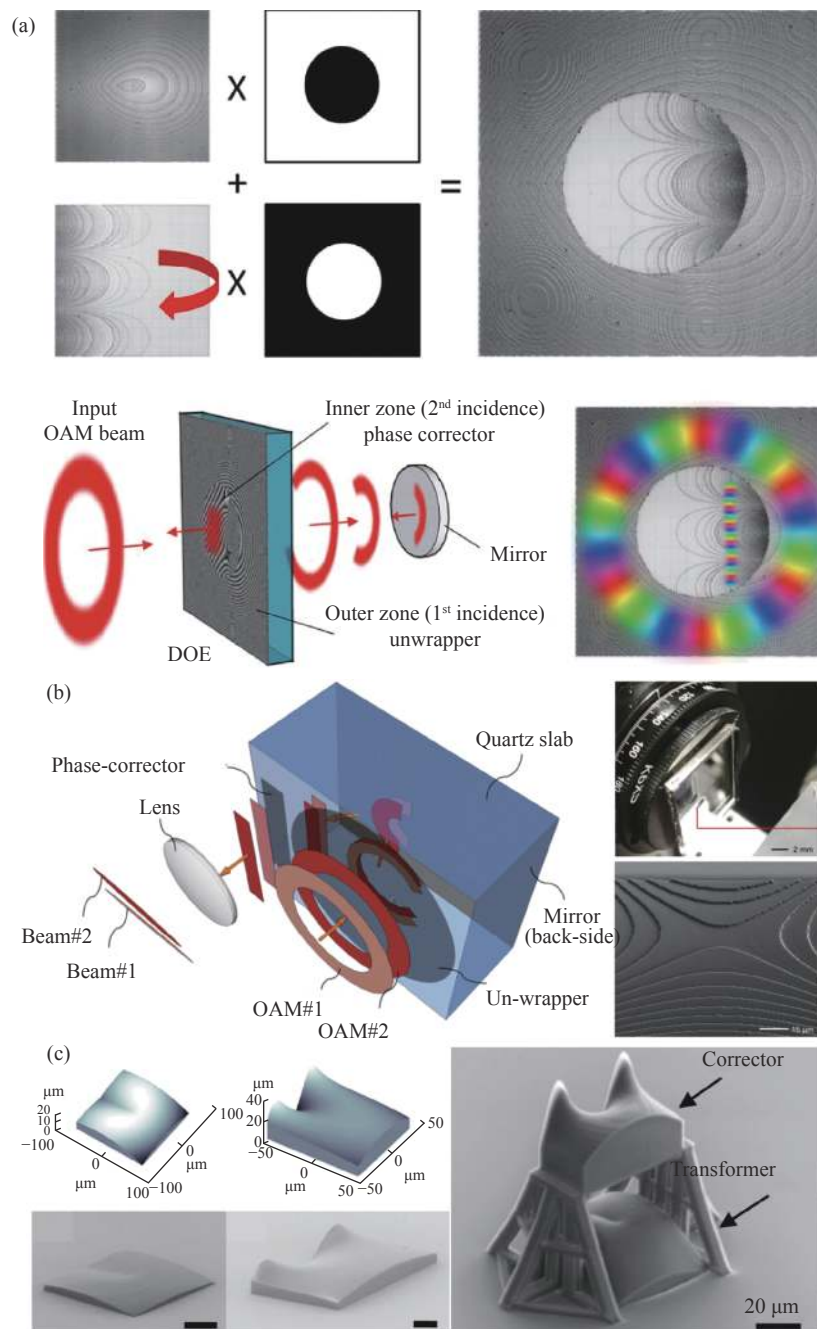


图 3 紧凑集成化几何坐标变换器件。(a) 基于光学变换的紧凑 OAM 模式解复用衍射光学元件的设计、工作原理,展开器和校正器元件集成于一个玻璃基板^[52]; (b) 非傍轴型 OAM 模式分类器^[53]; (c) 3D 激光直写制备的集成模式分类器的扫描电子显微镜照片^[54]

Fig.3 Compact integrated geometric coordinate transformation device. (a) Design and working principle of the compact OAM mode decomposition multiplexing diffracted optical elements based on optical transformation, with the expander and rectifier elements integrated on one glass substrate^[52]; (b) Non-paraxial OAM mode sorter^[53]; (c) SEM picture of the combined mode sorter fabricated by 3D laser printing^[54]

模式解复用器的集成水平,并与量产技术兼容,为下一代紧凑 OAM 解复用模式器提供了可行方案。

在基于对数-极坐标变换的模式分类器制作工艺方面,Lightman 等人采用了一种利用三维激光直写 (3D-DLW) 系统制作 OAM 光束解复用器的新方法^[54]。DLW 方法可以在光纤尖端、自由空间或直接在非线性晶体表面制作微光学元件^[56]。该工作演示了两个分立微米级器件构成的多路解复用器,并进一步通过 3D-DLW 方法制造了紧凑的集成 OAM 多路解复用器 (图 3(c) 右侧子图),其中两个元件的距离和相对位置在制造过程中已经确定,展现了 3D-DLW 技术相较于其他制备技术^[57-58]的独特优势。该工作为光通信系统、量子光学、非线性光学等集成光学设备的研制提供了新的可能。

1.3 高分辨率模式解复用方案

模式解复用是利用 OAM 模式空间正交性的光复用系统的一个基本功能。对数-极坐标变换提供了一种简单而有效的方法,然而它的分辨率受到了相邻模式重叠的限制,这是因为围绕光涡旋轴的一个完整圆的相位偏移有限^[59-60]。数学上,对于一个具有拓扑荷 l 的输入 OAM 模式,围绕光轴的横向完整圆的相位偏移 $2\pi l$ 被转换为一个对应的沿输出平面的线段偏移。聚焦后,光场振幅的横截面在傅里叶平面上的横截面呈现为一个 sinc 函数,从中心移出的波数与 l 成正比。傅里叶分析表明,拓扑荷为 l 的 OAM 光场对应的傅里叶平面 sinc 函数的中心位置为 $k_l = l/\beta$,其宽度为 $2/\beta$ (定义为与中央主极大相邻的两个零点的间距)。因此,具有拓扑荷 l 和 $l+1$ 的两个相邻 OAM 的峰值相隔为 $1/\beta$,仅为 sinc 函数宽度的一半,导致它们

之间有明显的功率重叠,从而限制了分辨率,这是该方法的固有局限性。如图 4(a) 所示,两个相邻 OAM 模式经转换所产生的平面被聚焦后形成的两个光斑有相互重叠的区域,强度重叠部分约为 20%。放大平面波会导致其波前的倾斜角减少,使得这个平面波可以被聚焦至更窄的光点,但光点之间的距离也会相应减少,因此它们之间的重叠程度保持不变,如图 4(b) 所示。

根据以上分析可知,光斑之间的重叠在本质上是由于邻近的 OAM 光束展开之后倾斜光场的角谱间隔相对于光斑的空间频谱范围较小所导致的。解决方案即增大邻近 OAM 光束的角谱间隔或减小单个光斑的空间频谱范围。当直接改变光斑宽度时,虽然聚焦光斑会更窄,但角谱间隔也会变小,导致光斑重叠程度不变。为了在光斑相位梯度不变的情况下实现光斑展宽,研究人员发明了模式复制拼接和 OAM 光束螺旋变换两种方法^[31,47]。

2013 年, Mirhosseini 等人在对数-极坐标变换的基础上提出了“模式复制”方法,以提高 OAM 模式分类器的分辨率^[31]。该方法的工作原理是将每个 OAM 模式映射到倾斜的平面波阵的多个副本。此时转换后的光束宽度增加,而相位梯度保持不变。相邻的截断平面波之间的周期性相位跳跃等于 2π 的整数倍,所以产生的光束具有平滑的波面。转换后的模式被聚焦到一系列点上,实现了分离后的光斑间距不变、但宽度窄得多的分离效果。图 5(a) 展示了实验装置,其中在相位展开器和相位矫正器之后增加了一个扇出元件(具有周期性相位的全息图),以复制多个展开后的 OAM 模式。这种装置的相位结构可以表示为:

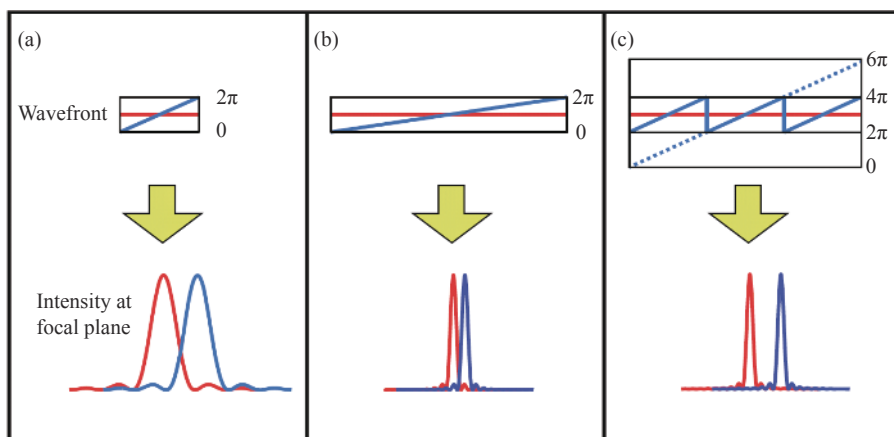


图 4 光斑展宽效应对模式交叠的影响^[31]

Fig.4 Influence of spot broadening on mode overlap^[31]

$$\Psi_{2N+1}(x) = \arctan \left(\frac{\sum_{m=-N}^N \gamma_m \sin[(2\pi s/\lambda)mx + \alpha_m]}{\sum_{m=-N}^N \gamma_m \cos[(2\pi s/\lambda)mx + \alpha_m]} \right) \quad (5)$$

式中: $2N+1$ 为光束的复制数; s 为各光束的角度间隔; x 为沿复制方向的横向尺寸; γ_m 和 α_m 为与不同衍射阶数相关的相对相位和强度参数。这些参数可以用数值或分析方法进行优化, 使 99% 的入射光均匀地分布在“复制”模式之间。

Ruffato 等人为了在模式复制方案中简化对准过程, 设计了一种对数-极坐标变换和扇出集成方法^[59]。该方案中, 扇出功能被整合到光束展开器件中, OAM 光束被展开的同时被复制成多份, 如图 5(c) 所示。集成的关键在于 OAM 光束有一个围绕中心奇点的“甜甜圈”式强度分布。由于光学元件主要作用于非零输

入场的区域, 所以第一次坐标转换时光学元件的内部区域未被利用。因此, 可以选择这个中心区域来集成第二个元件(相位校正器)。在这种新颖的结构中, 光学元件被照亮两次: 穿过外部展开器后, 光束被一个镜子反向, 进入作为相位校正器的内部中心区域。这个双相位校正器同时执行对数-极坐标的光学变换和扇出过程的校正。

除模式复制方案外, Wen 等人在 2018 年提出了一种新的几何坐标变换方案, 对 OAM 光束进行螺旋变换, 将采集到的螺旋线转换为平行线, 如图 5(b) 所示^[47]。由于光学涡旋的波前沿着螺旋线的相位变化在理论上是无限的, 这种新的光学变换可以在保持统一效率的同时, 以更高的分辨率分离 OAM 模式。与对数-极坐标变换方法相比, 螺旋变换方案在相位梯度不变的情况下可以得到一个展宽 n 倍的光斑, 其中被展开的螺旋匝数 n 只受限于输入 OAM 模式的波束

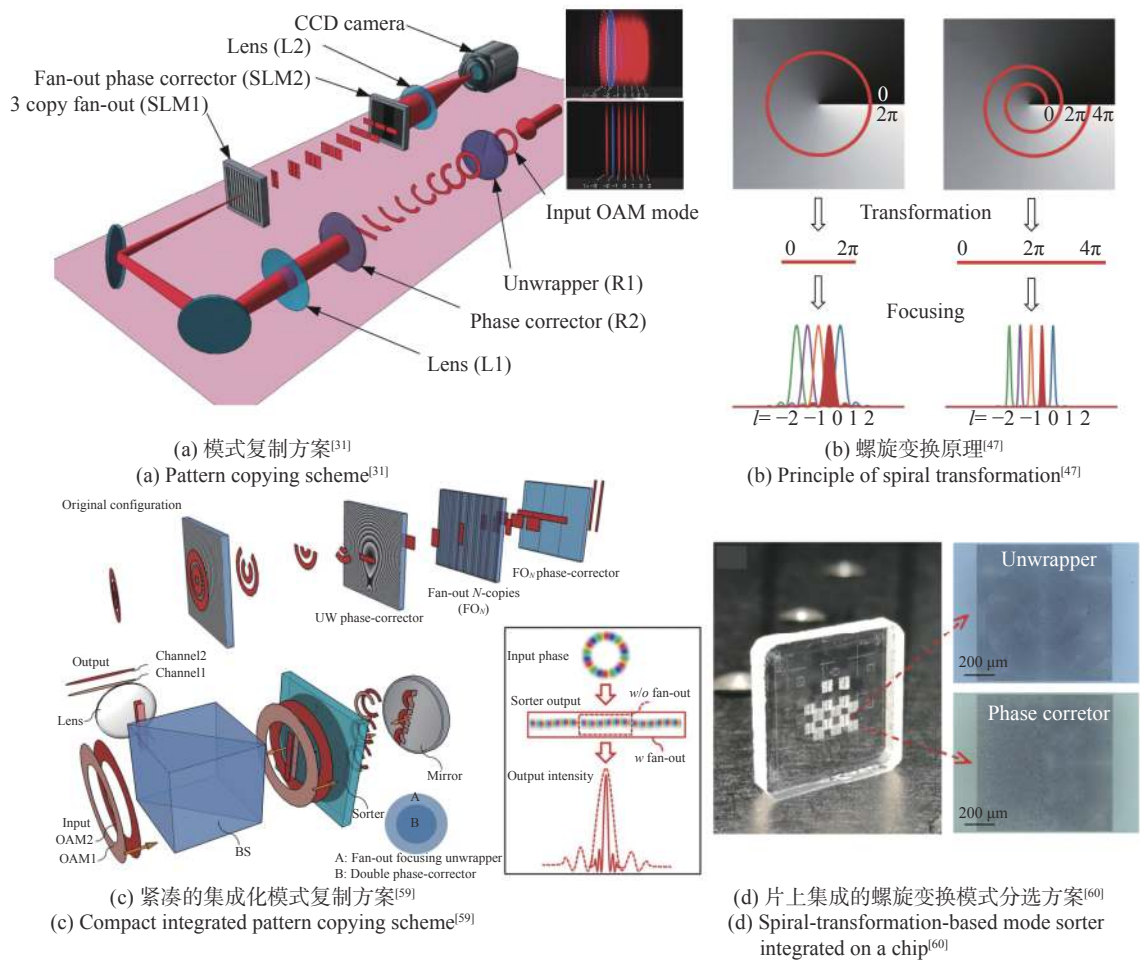


图 5 高分辨率分离方案的示意图

Fig.5 Schematic diagram of high-resolution mode sorter

宽度。扩展的输出波前在傅里叶平面上仍被映射为一个具有相同位移的 sinc 函数, 拓扑荷为 l 的 OAM 光场对应的 sinc 函数的中心位置仍然是 $k_l = l/\beta$, 但其宽度 $2/(n\beta)$ 与匝数成反比, 意味着相邻 OAM 模式之间的重叠比例明显降低。

值得注意的是, 与对数-极坐标变换相比, 实现螺旋变换一般需要更高空间分辨率的相位调制, 而且要求分辨率大致与螺旋匝数成正比, 然而, 在实践中仍然可以通过商用型 SLM 或其他定制的相位元件轻松实现。图 5(d) 展示了一种片上集成设计的螺旋变换 OAM 模式解复用器^[60]。

1.4 多平面几何坐标变换

尽管模式解复用方案在紧凑性、高分辨率等方面有了很大的改善, 然而其模式容量有限, 上述方案报道的解复用 OAM 模式数量为几个或数十个。进一步提高参与解复用过程的 OAM 模式数量, 对于大容量光通信等领域具有重要意义。研究人员提出了一种多平面光转换器 (Multi-Plane Light Conversion, MPLC) 方案, 可实现数百个 OAM 模式的空间解复用。MPLC 指一组以一定距离依次连接的定制相位调制板, 可用于模拟一般的幺正变换^[61]。由于 MPLC 的模

式容量大, 研究人员将其应用于涡旋光场的复用与解复用技术。类似于棱镜将入射复色光在空间上进行光谱展开, Fontaine 等人于 2019 年利用七个相位板就实现了 325 个拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 模式的空间分离, 而且系统仅由一个 SLM 和一面反射镜组成, 装置非常紧凑^[62], 如图 6(a) 所示。之后, 研究人员结合粒子群算法优化了 MPLC 的设计步骤, 成功获得了高效率的涡旋光复用器件^[63]。上述反射型的 OAM 模式分类器因为需要光束倾斜入射, 常常会引入误差, 而且稳定性较差。针对该问题, Lin 等人于 2020 年报道了两个玻璃平板上加工形成的透射型 MPLC, 能够高效、稳定地实现 OAM 光束的解复用过程^[64], 如图 6(b) 所示。这种透射型 MPLC 也被用于光纤模式的复用转换^[65]。此外, 近年来倍受关注的衍射光神经网络也被用于实现涡旋光的分类。衍射光网络的每一层都可认为是一个相位调制平板, 2019 年, Zhao 等人利用三层光网络实现了拓扑荷 1~10 的探测^[66]; 2021 年, Huang 等人采用复振幅调制的五层光网络实现了涡旋光束的全光处理, 如图 6(c) 所示, 包括复用涡旋光的产生、探测、转换等, 而且理论设计了以此为基础的涡旋光键控、复用、解复用装

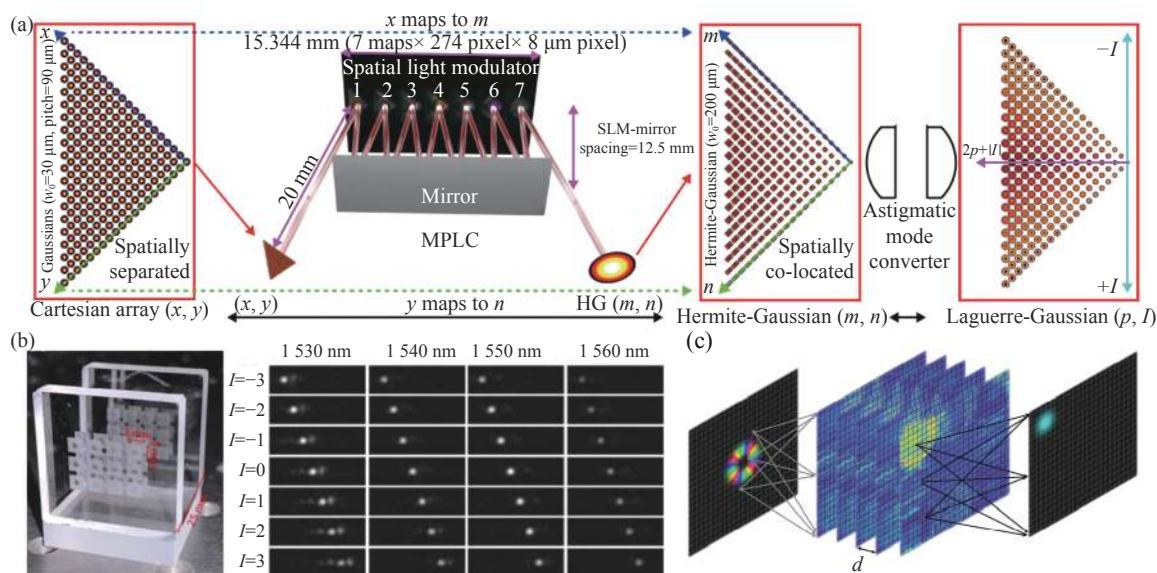


图 6 多平面几何坐标变换。(a) 基于 MPLC 的 LG 模式分类器, 直角坐标系某位置处的高斯光束经过 MPLC 后, 转换为对应阶数的 LG 模式^[62]; (b) 加工的透射型 MPLC 器件, 可将不同拓扑荷的 LG 模式转换为不同位置处的高斯光^[64]; (c) 基于光衍射神经网络的涡旋光转换器^[67]

Fig.6 Multi-plane light conversion. (a) LG mode classifier based on MPLC. Gaussian beam at a certain position in Cartesian coordinate system is converted to LG mode of corresponding order after passing through MPLC^[62]; (b) Fabricated transmissive MPLC device, which generates Gaussian spots at different positions from incident LG modes of different topological charge^[64]; (c) Optical vortex converter based on optical diffraction neural network^[67]

置^[67],为结构光场的信号处理带来了新的思路。

2 涡旋光几何坐标变换的应用

近年来,涡旋光几何坐标变换技术在器件紧凑性、分辨率与 OAM 容量等方面的显著提升,进一步丰富和拓展了该技术在模态密度测量、光计算、光通信及量子纠缠等领域的应用空间。

2.1 模态密度测量

准确测量复杂涡旋光束中的 OAM 成分(OAM 谱)是一个重要的科学课题。传统方法中,OAM 谱可以通过特殊衍射光学元件来确定,然而这种方式每次只能测定一个具有特定 OAM 谱的涡旋光束^[12]。更复杂的衍射光学元件可用于同时测量多个 OAM 态,但效率有限^[68-69]。马赫-曾德尔干涉仪网络也可用于分离识别多个 OAM 态,原则上效率为 100%,但需要 $N-1$ 级联干涉仪来确定 N 个模态,而且使用多个级联干涉仪在排列上有许多困难,限制了该技术的推广^[32]。光学几何坐标变换技术能够有效地对大 OAM 容量光束进行空间分离与分析,是一种并行检测各种 OAM 态光束的高效技术途径^[70-72]。

以 OAM 模式(LG 模)作为正交基底,任何光束的空间分布都可以表示为:

$$|\psi\rangle = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{+\infty} |lp\rangle \langle lp | \psi \rangle \quad (6)$$

式中: $|lp\rangle$ 表示径向指数为 p 、拓扑荷为 l 的 LG 模。

分量 $|lp\rangle$ 的功率为该分量系数的模的平方,即为该分数的系数:

$$P_{l,p} = |\langle lp | \psi \rangle|^2 \quad (7)$$

待测量的 OAM 谱可表示为:

$$P_l = \sum_{p=0}^{+\infty} P_{l,p} = \sum_{p=0}^{+\infty} |\langle lp | \psi \rangle|^2 \quad (8)$$

利用光学几何坐标变换方案^[70]将角向相位梯度转换为横向相位梯度,使透镜能够在空间中区分这些线性状态。模态密度测量的实验装置如图 7(a)所示,SLM1 用于产生 LG 模式,SLM2 和 SLM3 作为转换和相位校正的光学元件,L1 是傅里叶变换透镜,L2 用于聚焦变换后的光束。

在高维量子纠缠中,OAM 模式是高维离散的基矢量,对其进行直接测量具有重要意义。与光子的横向位置和动量关系类似,任何 OAM 基态 $|l\rangle$ 相对于任何角位置基态 $|\theta\rangle$ 都是无偏的,光子的角向位置和 OAM 形成了一个离散的傅里叶共轭对。因此,利用光学几何坐标变换可以将角向位置-动量的测量转换为横向位置-动量的测量。2014 年, Malik 等人设计了一个直接测量高维态矢量的实验系统^[71],如图 7(b)所示,其中状态准备模块采用 SLM1 对氦氖激光器产生并经过衰减、空间滤波的光子施加相位信息,构建任意叠加的 OAM 模式的量子态;弱测量模块通过旋转一个特定 OAM 模式的偏振态而将其投影;读出模块通过测量光子偏振态在线偏振和圆偏振基础上的变化得到 OAM 谱。

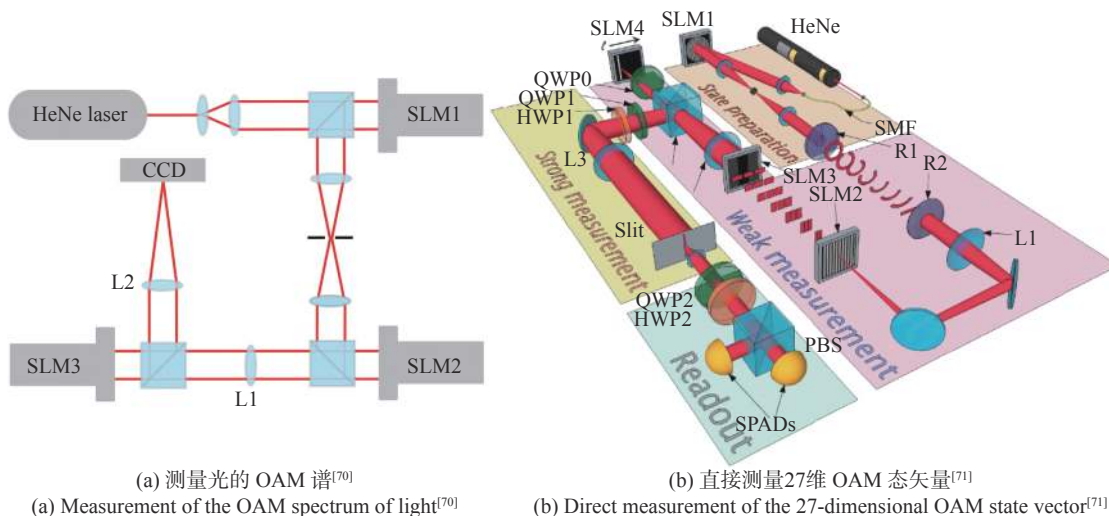


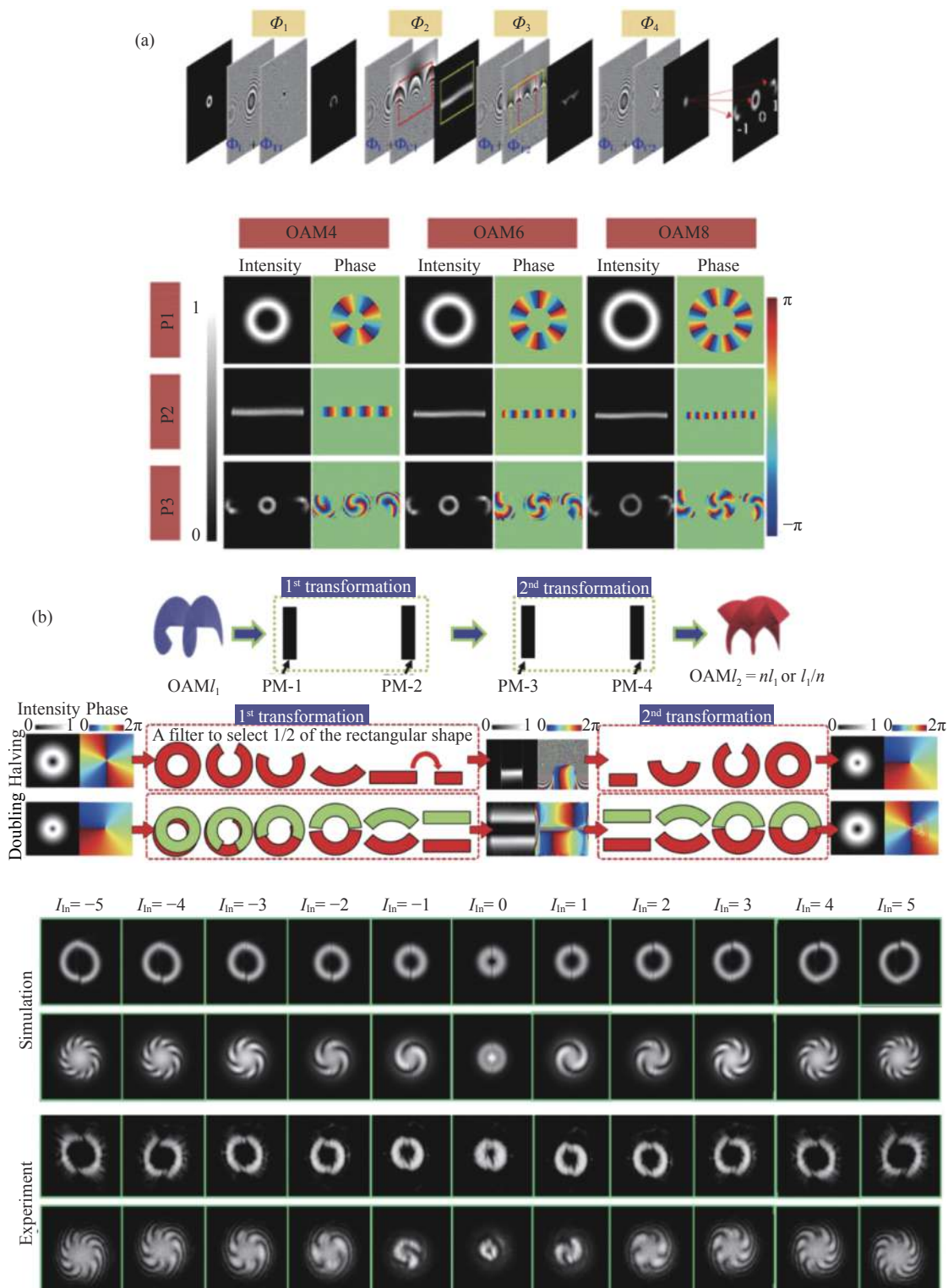
图 7 几何坐标变换用于模态密度测量
Fig.7 Geometric transformations for modal density measurement

2.2 光学轨道角动量乘除器

在利用 OAM 空间进行高维量子信息编码和模分复用光通信等方面, OAM 的加倍和分解是重要一环^[73-75]。基于几何坐标变换实现高阶 OAM 模式的乘除器可以应用于 OAM 光信息处理以及光通信中的光

路由/交换器。

2017 年, Zhou 等人报道了一种按比例分解光束的 OAM 的被动方案。该装置由对数-极坐标转换器和逆转换器组成^[76], 如图 8(a) 所示。转换器的构成与对数-极坐标变换的展开器和相位校正器完全相同,



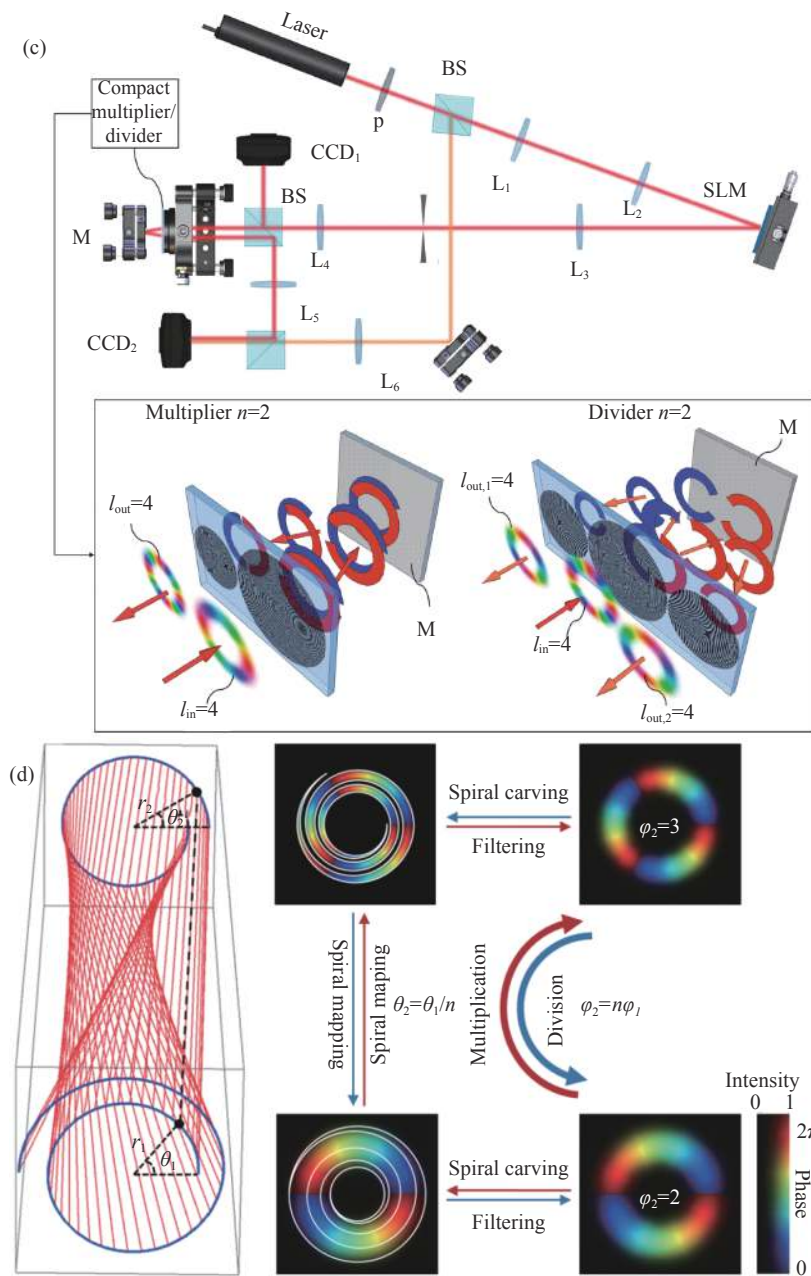


图 8 光学轨道角动量乘除器。(a) OAM 除法器^[76]; (b) OAM 乘法器^[77]; (c) 集成的 OAM 乘除法器^[73]; (d) 基于螺旋变换的 OAM 乘除法器^[75]
 Fig.8 Optical OAM multiplier and divider. (a) OAM divider^[76]; (b) OAM multiplier^[77]; (c) Integrated OAM multiplier and divider^[73]; (d) OAM multiplier and divider based on spiral transformation^[75]

功能是将 OAM 光转换为一个具有横向相位梯度的长方形平面光，逆转换器可按任意比例分割对数-极坐标变换得到的长方形平面光，并将分割后的平面光转换为多重衍射光，每级衍射光之间相互分离，各部分平面光再经过展开器逆变换即可实现 OAM 光的任意分解。同年，基于对数-极坐标变换的 OAM 加倍器也被报道，OAM 光束拓扑荷与 n 的乘积可通过两步坐标变换实现：(1) 将“甜甜圈”形状展开为矩形的 n 个

副本；(2) 将矩形的每个副本转换为夹角 $2\pi/2n$ 的圆弧形状，并将所有圆弧形状再重新组合成“甜甜圈”形状，即可实现 OAM 光束拓扑荷的整数倍增。以上两个步骤都需要相位校正模式^[77]。

2019 年，Romanato 等人提出了一种利用两个光学元件有效地加倍和分解光束 OAM 的方法^[73, 78]。该方法的关键是通过一个光学衍射元件获得多个副本的同时实现光学几何坐标变换。这里的几何坐标变换将

这些副本转换为互补的圆环扇形区域,并在相位校正平面重新组合成完整的圆环状,从而实现了光束的 OAM 倍增,增加的倍数由获得的副本数决定,如图 8(c) 所示。相反,通过逆变换将输入光束的圆环拆分为两个互补扇形相位梯度,两个扇形区衍射到不同的方向,分别在相位校正平面重新转换为独立圆环,从而实现初始 OAM 的分解。该方法使用的相位衍射元件通过高分辨率电子束光刻获得。实验结果证实了乘法器实现 OAM 整数乘法的能力,而设计的除法器被证明能够正确地将输入光束分解成两个拓扑荷相同的 OAM 光束。

2020 年, Wen 等人提出了一种新的光学变换方案,将涡旋光场 OAM 乘以或除以任意有理因子^[75],如图 8(d) 所示。该方法的关键思想是:光涡旋横向平面的螺旋提供了一种扩展的相位偏移,这种相位偏移可以在方位角方向上被压缩或解压,只需进行一次变换就可以得到相应比例的 OAM 输出状态。该方案简单易行,因其仅涉及具有两相掩模的单一变换阶段。此外,相同的设置可以进行任何有理数因子的 OAM 乘法和除法,与此前使用不同技术进行 OAM 整数值的

乘法、除法相比有较大改进。

2.3 经典和量子光通信

在经典和量子光子信息系统中,光波/光子的振幅、时间、波长/频率、相位、偏振/自旋等参数维度几乎都已被充分利用。为了进一步提高系统性能,可将涡旋光携带的 OAM 作为新的模态参数维度。为此,必须有一对可以实现 OAM 模式复用和解复用的光学元件,上文中介绍的基于光学几何坐标变换 OAM 模式分类器能够有效执行 OAM 解复用和复用的功能。

经典光通信应用中, Wen 等人使用基于几何坐标变换的 OAM 模式复用/解复用器,在 2020 年实现了环芯光纤中 7 个同轴 OAM 模式与单模光纤阵列中 7 个线性位移的高斯模式的双向转换^[79],并首次在长度 50 km 的 OAM 光纤通信链路上实现了高光谱效率的大容量数据传输,其中多维多路复用方案采用 8 个轨道-自旋涡旋模式信道,每个模式信道同时承载 10 个波分复用信道,通信系统及 OAM 解复用器如图 9(a) 所示。该工作展示了基于空间几何坐标变换的 OAM 模式复用/解复用器的优异性能,以及未来实现基于

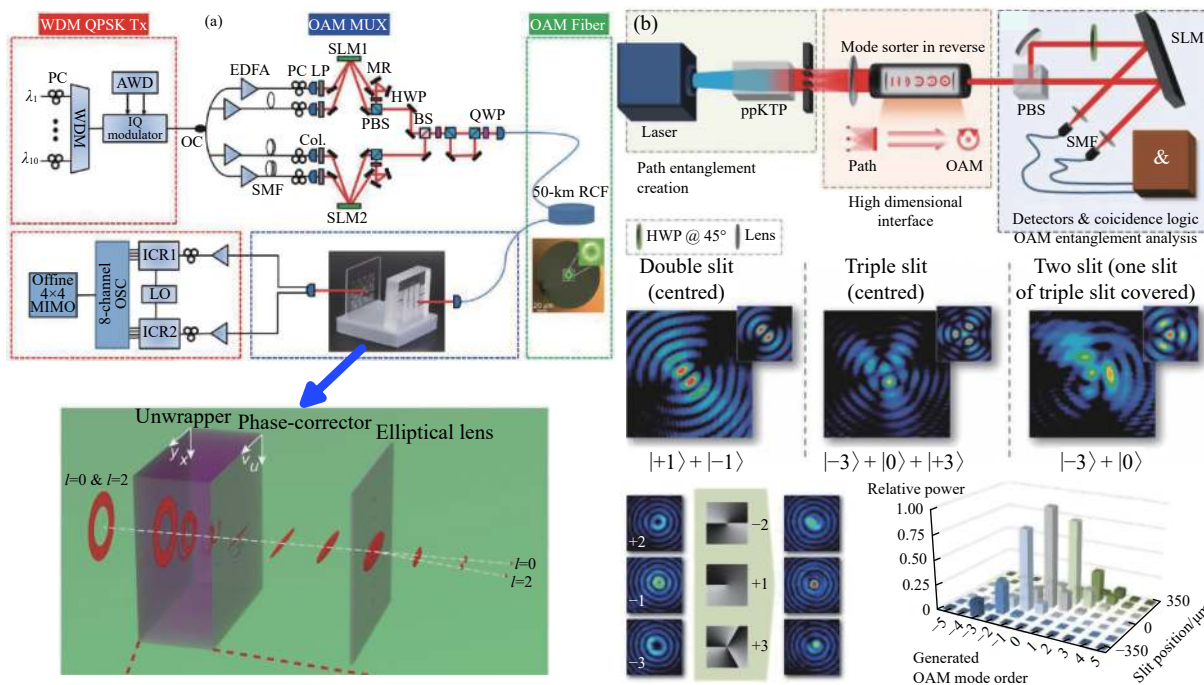


图 9 经典和量子通信用几何坐标变换。(a) 经典 OAM-MDM-WDM 光通信系统及螺旋变换原理示意图^[79]; (b) 高维度路径纠缠向 OAM 纠缠的转移^[80]

Fig.9 Geometric transformation for classical and quantum optical communication. (a) Schematic diagram of classical OAM-MDM-WDM optical communication system and spiral coordinate transformation principle^[79]; (b) High dimensional entanglement transfer from path to OAM degree of freedom^[80]

该器件的多维多路 OAM 光纤系统的可能。

量子光通信应用中,在光子芯片上实现光子路径纠缠是最自然的量子信息编码方式。为了使高维量子态在长距离上分布,OAM 光束可以作为中间载体。Fickler 等人在非线性晶体中建立了两个光子之间的三维路径纠缠,并利用基于空间几何坐标变换的模式解复用器作为量子界面,将纠缠转移至 OAM 自由度^[80],如图 9(b) 所示。在接收端可以通过一个解复用器重新将纠缠转移回光子路径的自由度。该工作提出了一种通过几何坐标变换灵活创建高维空间模式纠缠的方法,为实现大规模的复杂量子网络奠定了基础。

3 总结与展望

涡旋光束的 OAM 自由度具有空间离散性和高维度两大特征,为经典光通信和量子信息系统提供了更丰富的信息通道。文中介绍了涡旋光的几何坐标变换及其应用技术的基本原理、技术路径、发展现状与优势特点,阐述了涡旋光几何坐标变换技术在器件紧凑性、空间分辨率、OAM 容量等方面取得的研究成果,梳理了该技术在模态密度测量、光计算、光通信及量子纠缠等领域的应用进展。

几何坐标变换技术在多个领域的应用上已崭露头角,但仍有广阔的发展空间等待进一步探索、挖掘。模式解复用方面,光学几何坐标变换原理可以推广至其他波段,例如微波、毫米波和太赫兹波通信应用^[33]。OAM 自由度之外,几何坐标变换原理也可以结合光子的自旋解耦合技术,进一步实现更高维度的模式解复用技术^[81-82]。光通信方面,利用光学几何坐标变换原理设计的编解码技术可有效降低信道串扰,在大容量、高保真度光通信领域大有作为^[83]。此外,光学几何坐标变换原理与深度学习等计算机技术的融合有望实现超高容量 OAM 信息处理技术的新突破^[14, 33]。

参考文献:

[1] Webb W T, Hanzo L. Modern Quadrature Amplitude Modulation: Principles and Applications for Fixed and Wireless Channels: One[M]. US: IEEE Press-John Wiley, 1994.
[2] Mukherjee B. Optical WDM Networks[M]. Berlin: Springer

Science & Business Media, 2006.
[3] Hanzo L, Ng S X, Keller T, et al. Quadrature Amplitude Modulation[M]. Chichester, UK: Wiley, 2004.
[4] Rubinsztein-Dunlop H, Forbes A, Berry M V, et al. Roadmap on structured light [J]. *Journal of Optics*, 2016, 19(1): 013001.
[5] Forbes A, Oliveira M, Dennis M R. Structured light [J]. *Nature Photonics*, 2021, 15(4): 253-262.
[6] Beijersbergen M W, Allen L, Veen H E L O, et al. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum [J]. *Optics Communications*, 1993, 96(1-3): 123-132.
[7] Enk S J, Nienhuis G. Eigenfunction description of laser beams and orbital angular momentum of light [J]. *Optics Communications*, 1992, 94(1-3): 147-158.
[8] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185.
[9] Shen Y, Wang X, Xie Z, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities [J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8: 90.
[10] Willner A E, Huang H, Yan Y, et al. Optical communications using orbital angular momentum beams [J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7(1): 66-106.
[11] Geng J. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial [J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, 3(2): 128-160.
[12] Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons [J]. *Nature*, 2001, 412(6844): 313-316.
[13] Otte E, Nape I, Rosales-Guzmán C, et al. High-dimensional cryptography with spatial modes of light: tutorial [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2020, 37(11): A309-A323.
[14] Fang X, Ren H, Gu M. Orbital angular momentum holography for high-security encryption [J]. *Nature Photonics*, 2020, 14(2): 102-108.
[15] Erhard M, Fickler R, Krenn M, et al. Twisted photons: new quantum perspectives in high dimensions [J]. *Light: Science & Applications*, 2018, 7(3): 17146.
[16] Wang J. Advances in communications using optical vortices [J]. *Photonics Research*, 2016, 4(5): B14-B28.
[17] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y, et al. Orbital angular momentum (OAM) based mode division multiplexing (MDM) over a Km-length fiber [C]//Optical Society of America, 2012: Th.3.C.6.
[18] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers [J]. *Science*, 2013, 340(6140): 1545-1548.
[19] Ndagano B, Nape I, Cox M A, et al. Creation and detection of

- vector vortex modes for classical and quantum communication [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, 36(2): 292-301.
- [20] Chen R, Zhou H, Moretti M, et al. Orbital angular momentum waves: generation, detection, and emerging applications [J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2019, 22(2): 840-868.
- [21] Qin F, Wan L, Li L, et al. A transmission metasurface for generating OAM beams [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2018, 17(10): 1793-1796.
- [22] Rosales-Guzmán C, Forbes A. How to Shape Light with Spatial Light Modulators[M]. US: SPIE Press, 2017.
- [23] Shen Y, Meng Y, Fu X, et al. Wavelength-tunable Hermite-Gaussian modes and an orbital-angular-momentum-tunable vortex beam in a dual-off-axis pumped Yb: CALGO laser [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(2): 291-294.
- [24] Song R, Gao C, Zhou H, et al. Resonantly pumped Er: YAG vector laser with selective polarization states at 1.6 μm [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(16): 4626-4629.
- [25] Wang H, Fu S, Gao C. Tailoring a complex perfect optical vortex array with multiple selective degrees of freedom [J]. *Optics Express*, 2021, 29(7): 10811-10824.
- [26] Anhäuser A, Wunenburger R, Brasselet E. Acoustic rotational manipulation using orbital angular momentum transfer [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(3): 034301.
- [27] Jiang X, Li Y, Liang B, et al. Convert acoustic resonances to orbital angular momentum [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(3): 034301.
- [28] Li H, Ren G, Zhu B, et al. Guiding terahertz orbital angular momentum beams in multimode Kagome hollow-core fibers [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(2): 179-182.
- [29] Verbeeck J, Tian H, Schattschneider P. Production and application of electron vortex beams [J]. *Nature*, 2010, 467(7313): 301-304.
- [30] Liu C, Liu J, Niu L, et al. Terahertz circular Airy vortex beams [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 1-8.
- [31] Mirhosseini M, Malik M, Shi Z, et al. Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light [J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 1-6.
- [32] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, et al. Measuring the orbital angular momentum of a single photon [J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(25): 257901.
- [33] Liu Z, Yan S, Liu H, et al. Superhigh-resolution recognition of optical vortex modes assisted by a deep-learning method [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(18): 183902.
- [34] Hickmann J M, Fonseca E, Soares W C, et al. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 053904.
- [35] Mourka A, Baumgartl J, Shanor C, et al. Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture [J]. *Optics Express*, 2011, 19(7): 5760-5771.
- [36] Fu S, Zhang S, Wang T, et al. Measurement of orbital angular momentum spectra of multiplexing optical vortices [J]. *Optics Express*, 2016, 24(6): 6240-6248.
- [37] Fu S, Zhai Y, Zhang J, et al. Universal orbital angular momentum spectrum analyzer for beams [J]. *PhotonIX*, 2020, 1(1): 1-12.
- [38] Liu Y, Sun S, Pu J, et al. Propagation of an optical vortex beam through a diamond-shaped aperture [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 45: 473-479.
- [39] Ambuj A, Vyas R, Singh S. Diffraction of orbital angular momentum carrying optical beams by a circular aperture [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(19): 5475-5478.
- [40] Tao H, Liu Y, Chen Z, et al. Measuring the topological charge of vortex beams by using an annular ellipse aperture [J]. *Applied Physics B*, 2012, 106(4): 927-932.
- [41] Qassim H, Miatto F M, Torres J P, et al. Limitations to the determination of a Laguerre-Gauss spectrum via projective, phase-flattening measurement [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2014, 31(6): A20-A23.
- [42] Choudhary S, Sampson R, Miyamoto Y, et al. Measurement of the radial mode spectrum of photons through a phase-retrieval method [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(24): 6101-6104.
- [43] Bouchard F, Valencia N H, Brandt F, et al. Measuring azimuthal and radial modes of photons [J]. *Optics Express*, 2018, 26(24): 31925-31941.
- [44] Wang J, Yang J, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing [J]. *Nature photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [45] Zhou Y. Optical communication with structured photons propagating through dynamic, aberrating media[D]. Rochester: University of Rochester, 2021.
- [46] Berkhout G C, Lavery M P, Courtial J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(15): 153601.
- [47] Wen Y, Chremmos I, Chen Y, et al. Spiral transformation for high-resolution and efficient sorting of optical vortex modes [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(19): 193904.
- [48] Hossack W J, Darling A M, Dahdouh A. Coordinate transformations with multiple computer-generated optical

- elements [J]. *Journal of Modern Optics*, 1987, 34(9): 1235-1250.
- [49] Ruffato G, Massari M, Parisi G, et al. Test of mode-division multiplexing and demultiplexing in free-space with diffractive transformation optics [J]. *Optics Express*, 2017, 25(7): 7859-7868.
- [50] Yang J, Liu Z, Gao S, et al. Two-dimension and high-resolution demultiplexing of coaxial multiple orbital angular momentum beams [J]. *Optics Express*, 2019, 27(4): 4338-4345.
- [51] Li C, Zhao S. Efficient separating orbital angular momentum mode with radial varying phase [J]. *Photonics Research*, 2017, 5(4): 267-270.
- [52] Ruffato G, Massari M, Romanato F. Compact sorting of optical vortices by means of diffractive transformation optics [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(3): 551-554.
- [53] Ruffato G, Massari M, Girardi M, et al. Non-paraxial design and fabrication of a compact OAM sorter in the telecom infrared [J]. *Optics Express*, 2019, 27(17): 24123-24134.
- [54] Lightman S, Hurvitz G, Gvishi R, et al. Miniature wide-spectrum mode sorter for vortex beams produced by 3D laser printing [J]. *Optica*, 2017, 4(6): 605-610.
- [55] Wan C, Chen J, Zhan Q. Compact and high-resolution optical orbital angular momentum sorter [J]. *APL Photonics*, 2017, 2(3): 031302.
- [56] Lightman S, Gvishi R, Hurvitz G, et al. Shaping of light beams by 3D direct laser writing on facets of nonlinear crystals [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(19): 4460-4463.
- [57] Yan Y, Xie G, Lavery M P, et al. High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing [J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 5876.
- [58] Lavery M P, Robertson D J, Berkhout G C, et al. Refractive elements for the measurement of the orbital angular momentum of a single photon [J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2110-2115.
- [59] Ruffato G, Girardi M, Massari M, et al. A compact diffractive sorter for high-resolution demultiplexing of orbital angular momentum beams [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 1-12.
- [60] Wen Y, Chremmos I, Chen Y, et al. High-resolution and compact vortex mode sorters based on a spiral transformation [C]/2018 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO), IEEE, 2018: 1-2.
- [61] Huo Y, Yang G, Gu B. Realization of unitary transform and general linear transformation by optical methods — (I) Possibility analysis [J]. *Acta Physica Sinica*, 1975, 24(6): 438-447. (in Chinese)
- [62] Fontaine N K, Ryf R, Chen H, et al. Laguerre-Gaussian mode sorter [J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 1-7.
- [63] He L, Lin Z, Wen Y, et al. An inverse design method combining particle swarm optimization and wavefront matching method for multiplane light conversion [C]/Optical Society of America, 2020: FM7D.5.
- [64] Lin Z, Wen Y, Chen Y, et al. Transmissive multi-plane light conversion for demultiplexing orbital angular momentum modes [C]/Optical Society of America, 2020: SF1J. 5.
- [65] Bian Y, Li Y, Li W, et al. Modes multiplexing conversion based on multi-plane light conversion [C]/Optical Society of America, 2020: M4A.252.
- [66] Zhao Q, Hao S, Wang Y, et al. Orbital angular momentum detection based on diffractive deep neural network [J]. *Optics Communications*, 2019, 443: 245-249.
- [67] Huang Z, Wang P, Liu J, et al. All-optical signal processing of vortex beams with diffractive deep neural networks [J]. *Physical Review Applied*, 2021, 15(1): 014037.
- [68] Khonina S N, Kotlyar V V, Skidanov R V, et al. Gauss-Laguerre modes with different indices in prescribed diffraction orders of a diffractive phase element [J]. *Optics Communications*, 2000, 175(4-6): 301-308.
- [69] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [70] Lavery M P, Berkhout G C, Courtial J, et al. Measurement of the light orbital angular momentum spectrum using an optical geometric transformation [J]. *Journal of Optics*, 2011, 13(6): 064006.
- [71] Malik M, Mirhosseini M, Lavery M P, et al. Direct measurement of a 27-dimensional orbital-angular-momentum state vector [J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 4115.
- [72] Potoček V, Miatto F M, Mirhosseini M, et al. Quantum hilbert hotel [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(16): 160505.
- [73] Ruffato G, Massari M, Romanato F. Multiplication and division of the orbital angular momentum of light with diffractive transformation optics [J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8(1): 1-13.
- [74] Takashima S, Kobayashi H, Iwashita K. Integer multiplier for the orbital angular momentum of light using a circular-sector transformation [J]. *Physical Review A*, 2019, 100(6): 063822.
- [75] Wen Y, Chremmos I, Chen Y, et al. Arbitrary multiplication and division of the orbital angular momentum of light [J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(21): 213901.
- [76] Zhou H, Dong J, Wang J, et al. Orbital angular momentum divider of light [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(1): 1-8.

- [77] Zhao Z, Ren Y, Xie G, et al. Invited Article: Division and multiplication of the state order for data-carrying orbital angular momentum beams [J]. *APL Photonics*, 2016, 1(9): 090802.
- [78] Ruffato G, Romanato F. Algebra of light: multiplication and division of orbital angular momentum [C]//2020 Italian Conference on Optics and Photonics (ICOP), IEEE, 2020: 1-4.
- [79] Wen Y, Chremmos I, Chen Y, et al. Compact and high-performance vortex mode sorter for multi-dimensional multiplexed fiber communication systems [J]. *Optica*, 2020, 7(3): 254-262.
- [80] Fickler R, Lapkiewicz R, Huber M, et al. Interface between path and orbital angular momentum entanglement for high-dimensional photonic quantum information [J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 5502.
- [81] Walsh G F. Pancharatnam-Berry optical element sorter of full angular momentum eigenstate [J]. *Optics Express*, 2016, 24(6): 6689-6704.
- [82] Ruffato G, Brasselet E, Massari M, et al. Electrically activated spin-controlled orbital angular momentum multiplexer [J]. *Applied Physics Letters*, 2018, 113(1): 011109.
- [83] Fontaine N K, Ryf R, Chen H, et al. Laguerre-Gaussian mode sorters of high spatial mode count [C]//International Society for Optics and Photonics, 2020: 1120319.