

## DIMM 中计算公式的分析及验证实验

于龙昆<sup>1</sup>, 何冰<sup>1</sup>, 沈红<sup>2\*</sup>, 温小辉<sup>1</sup>, 李智祥<sup>1</sup>

(1. 南昌大学信息工程学院, 江西南昌 330031;  
2. 九江学院理学院, 江西九江 332005)

**摘要:** 差分像运动监测仪 (DIMM) 是目前被广泛应用的大气相干长度测量仪, 其传统计算公式中对接收子孔的要求限制了仪器的小型化。通过理论分析与数值计算, 文中明确了计算公式中的物理意义, 并提出采用新的计算公式能够降低对仪器几何结构的限制。用两个紧挨着的 6 cm 子孔替换原来标准 DIMM 中的子孔面罩, 得到小型化 DIMM 测试原型, 利用该小型化 DIMM 原型与一台标准 DIMM 放在一起同时观测相同的恒星开展大气相干长度测量对比实验。对于小型 DIMM, 实验结果显示, 采用传统计算公式得到的纵向大气相干长度明显大于横向, 而采用新计算公式得到的纵向与横向大气相干长度统计上更相一致。验证了文中关于 DIMM 中计算公式的论述。

**关键词:** 大气光学; 大气相干长度; 差分像运动监测仪; 选址

中图分类号: P412 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA20200414

## Analysis of formulae in DIMM and the verified experiment

Yu Longkun<sup>1</sup>, He Bing<sup>1</sup>, Shen Hong<sup>2\*</sup>, Wen Xiaohui<sup>1</sup>, Li Zhixiang<sup>1</sup>

(1. Information Engineering School, Nanchang University, Nanchang 330031, China;  
2. School of Science, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China)

**Abstract:** The Differential Image Motion Monitor (DIMM) is a widely used instrument for measuring atmospheric coherence length. The miniaturization of the instrument is limited by the requirement of receiving sub-aperture in the traditional formulae. Through theoretical analysis and numerical calculation, the physical meaning of formulae was clarified, and the new calculation formulae were proposed to reduce the limitation on the geometrical structure of the instrument. A miniaturized DIMM test prototype was obtained by replacing the mask in the original standard DIMM with two adjacent 6 cm sub-aperture mask. The miniaturized DIMM prototype was used together with a standard DIMM to simultaneously observe the same star for the comparison experiment of atmospheric coherence length measurement. For miniaturized DIMM, the experimental results show that the longitudinal atmospheric coherence length obtained by the traditional formulae is significantly larger than the transverse, and the longitudinal and transverse atmospheric coherence length obtained by the new formulae is more statistically consistent. Thus, the discussion on the calculation formula in DIMM is verified.

**Key words:** atmospheric optics; atmospheric coherence length; differential image motion monitor; site testing

收稿日期: 2020-10-29; 修订日期: 2021-02-28

基金项目: 国家自然科学基金 (61665004, 41605007)

作者简介: 于龙昆, 男, 讲师, 硕士生导师, 博士, 主要从事大气光学湍流参数测量方面的研究。

通讯作者: 沈红, 女, 讲师, 博士, 主要从事大气光学、无线光通信等方面的研究。

## 0 引言

大气相干长度  $r_0$  表征了光波大气传输路径上综合光学湍流强度,是用于天文观测、湍流成像、无线光通信、激光大气传输等领域研究中的重要光学湍流参量,其物理意义是,湍流大气中能够实现衍射受限成像的光学系统口径上限<sup>[1-5]</sup>。因为可以消除仪器观测中的抖动误差,差分像运动监测仪 (Differential Image Motion Monitor, DIMM) 是目前被广泛认可且作为标准的大气相干长度测量仪,1990 年以来,多数优良天文台的选址及其他光波大气传输应用中都可以看到它的踪影。例如,La Palma 天文台、三十米望远镜项目、南极 DomeA、DomeC 等的选址中<sup>[6-11]</sup>,无线光通信系统性能分析等<sup>[5,12]</sup>。DIMM 中的传统计算公式要求子孔大小  $D$  与子孔间距  $d$  满足关系式  $d \geq 2D$ ,并且  $D$  需满足近场近似条件  $D > (\lambda L)^{0.5}$ ,  $\lambda$  为观测光波波长,  $L$  为光在湍流路径上的传播距离。自从 DIMM 发明 30 多年以来,大家都遵循该计算公式对仪器几何结构的要求设计 DIMM,小型化的 DIMM 未见报道。因此,用于天文选址中的 DIMM 的子孔大小  $D$  通常为 4~11 cm,  $d$  通常为 20~30 cm,一般采用卡塞格林式望远镜,其口径通常在 30 cm 左右<sup>[6-11,13-14]</sup>。显然,更轻量便携的小型 DIMM 将为实时监测大气光学湍流状态提供极大便利,对激光大气传输、自适应光学等工程应用具有重要意义。

笔者等之前的研究初步表明<sup>[15]</sup>,对于整层大气传输,近场近似条件可放地更宽,间距问题实质上是倾斜非等晕性问题,采用新的计算公式计算大气相干长度不受传统计算公式中子孔间距要求 ( $d \geq 2D$ ) 的限制,为 DIMM 小型化提供了初步的理论依据。文中继续深化对 DIMM 中计算公式的探讨,理清公式中各项的来源,明确公式中的物理意义。另一方面,将小型化 DIMM 原型与一台标准 DIMM 在同一地点同时观测相同的恒星开展大气相干长度测量对比实验;并且利用大气湍流局地均匀各向同性假设,从横向与纵向大气相干长度统计上的差异来验证公式的有效性,此类实验以及验证方法之前未见报道。

## 1 理论分析

通过测量到达角起伏可以计算得出大气相干长度,为了消除仪器观测中的抖动影响,差分像运动法被提出。像运动的实质是到达角起伏,也即波前倾斜项的起伏,将望远镜上两个子孔上的到达角做差分,可以将望远镜的抖动去掉。显然,差分到达角的方差为两孔径上的到达角方差之和(纯湍流引起的到达角起伏,已经扣除仪器抖动)减去两孔径上到达角的相关函数,物理意义十分明确。Sarazin & Roddier 在研究 DIMM 原理时给出的计算公式为<sup>[16]</sup>:

$$\sigma_l^2 = 2\lambda^2 r_{0l}^{-5/3} (0.179D^{-1/3} - 0.0968d^{-1/3}) \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = 2\lambda^2 r_{0t}^{-5/3} (0.179D^{-1/3} - 0.145d^{-1/3}) \quad (2)$$

式中:  $\sigma_l^2$ 、 $\sigma_t^2$  为两子瞳波前差分到达角的纵向、横向方差(纵向是指两孔中心连线方向,横向为其垂直方向);  $D$  为子瞳直径;  $d$  为子瞳间距;  $\lambda$  为计算  $r_0$  的取值波长,  $r_{0l}$  对应于纵向方差算出的  $r_0$ ,  $r_{0t}$  对应于横向方差算出的  $r_0$ 。在大气湍流局地均匀各向同性假设下,  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  统计上应该相一致,可以理解为变化趋势一致,数值大小相差不大;单次  $r_0$  一般取两者的均值。文中将从实验中  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  统计上的趋势变化来验证计算公式的正确性。

上述 Sarazin & Roddier 计算公式在文中也称传统计算公式。对该公式进行推导分析可知<sup>[15-16]</sup>,公式中系数 0.179 应该为 0.182,公式前一项  $0.364\lambda^2 D^{-1/3} r_0^{-5/3}$  为单孔上的 Z-tilt 到达角起伏方差(若分解为纵向和横向两个方向的到达角起伏方差,则单个方向上的到达角起伏方差为总方差的一半  $0.182\lambda^2 D^{-1/3} r_0^{-5/3}$ ),也即两孔径上的某一方向到达角方差之和。公式后一项为减去的两子孔中心点的到达角起伏相关函数,对于到达角的纵向与横向,其值分别为  $2\lambda^2 r_{0l}^{-5/3} \times 0.0968d^{-1/3}$ 、 $2\lambda^2 r_{0t}^{-5/3} \times 0.145d^{-1/3}$ 。应该注意,这里用两点的到达角起伏相关来近似成两孔径上的到达角起伏相关。该近似只有在子孔间距要求  $d \geq 2D$  下才成立,可以预见,由于孔径效应,  $d/D$  越小,这种近似程度越低。Sasiela<sup>[17]</sup> 利用横向谱滤波及梅林变换技术研究倾斜非等晕性时给出了更准确的 Z-tilt 差分到达角的纵向、横向方差公式,为叙述方便,文中也称新计算公式:

$$\begin{bmatrix} \sigma_i^2 \\ \sigma_i^2 \end{bmatrix} = \frac{0.364\lambda^2 D^{-1/3}}{r_0^{5/3}} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.531\left(\frac{D}{d}\right)^{1/3} \\ 0.799\left(\frac{D}{d}\right)^{1/3} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} {}_4F_3\left[-\frac{5}{6}, \frac{5}{2}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}; 5, 3, -\frac{1}{3}; \left(\frac{D}{d}\right)^2\right] \\ {}_3F_2\left[-\frac{5}{6}, \frac{5}{2}, \frac{1}{6}; 5, 3; \left(\frac{D}{d}\right)^2\right] \end{array} \right\} \right\} \quad d > D \quad (3)$$

式中： ${}_pF_q$  为广义超几何函数，可以通过数值软件计算得出。为了方便比较传统计算公式（其中系数 0.179 已校正为 0.182）与新计算公式的差异，可以将两式改写为规格化模式：

$$\begin{bmatrix} \sigma_i^2 \\ \sigma_i^2 \end{bmatrix} = 0.364\lambda^2 \frac{D^{-1/3}}{r_0^{5/3}} \begin{bmatrix} K_i \\ K_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

如前所述， $0.364\lambda^2 D^{-1/3} r_0^{-5/3}$  是单孔上的到达角起伏方差，系数  $K_i$ 、 $K_i$  称为归一化差分系数，为 1 减去两孔径上到达角起伏相关系数，分别代表两孔径上到达角纵向或横向差分后残余的起伏，物理意义明确。分别将传统计算公式 (1)、(2) 和新计算公式 (3) 对应的归一化差分系数设为  $K_{iO}$ 、 $K_{iO}$  和  $K_{iN}$ 、 $K_{iN}$ ，计算出它们随  $d/D$  的变化关系如图 1 所示。从图中可以看出，随着  $d/D$  的增大，两种公式对应的系数越来越接近；当  $d/D \geq 2$  时，可以用传统计算公式近似 Sasiela 公式，但当  $d/D < 2$  时，随着  $d/D$  的进一步减小，两公式系数差异越来越明显。

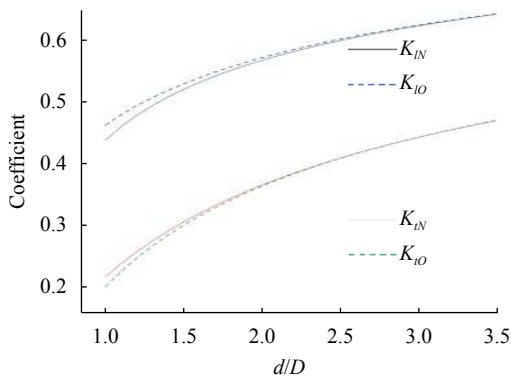


图 1 归一化差分系数的对比。虚线对应于传统计算公式的  $K_{iO}$ 、 $K_{iO}$ ，实线对应于新计算公式的  $K_{iN}$ 、 $K_{iN}$

Fig.1 Comparison of the normalized differential coefficients. Dashed line:  $K_{iO}$  and  $K_{iO}$  from the traditional formulae, solid line:  $K_{iN}$  and  $K_{iN}$  from the new formulae

显然，减小子孔直径  $D$  与间距  $d$  的值可以使 DIMM 小型化。对于整层大气观测， $D$  大于 3 cm 就可以满足近场条件<sup>[15]</sup>，由于观测信噪比要求， $D$  取 6 cm 左右。采用新计算公式，此时子孔间距  $d$  最小可取为  $D$ ，即两子孔紧挨。那么，口径 12 cm 左右的小望远镜

就可以用来作为 DIMM 的光学接收主体，这种小型 DIMM 将会比传统 DIMM（口径一般在 30 cm 左右）缩小近 2 倍，从而更轻量便携。

## 2 实验结果与分析

利用两个紧挨着的 6 cm 子孔面罩替换一台标准 DIMM 中的子孔面罩得到小型化 DIMM 的实验测试原型。将该小型化 DIMM 原型与另一台标准 DIMM 放在一起同时观测相同的恒星开展大气相干长度测量对比实验。实验自 2019-09-28 至 2019-09-30 在安徽省合肥市中国科学院大气光学中心楼顶实验平台进行，实验现场照片如图 2 所示。标准 DIMM 采用的是中国科学院安徽光学精密机械研究所的全自动大气相干长度仪，具有自动调焦、自动换星及跟踪功能，可以实现 24 h 无人值守全自动观测，其子孔直径为 9 cm，间距为 20 cm。它可以根据信标亮度，自动调整曝光时间，考虑到倾斜项时间平滑效应，曝光时间不超过 10 ms。

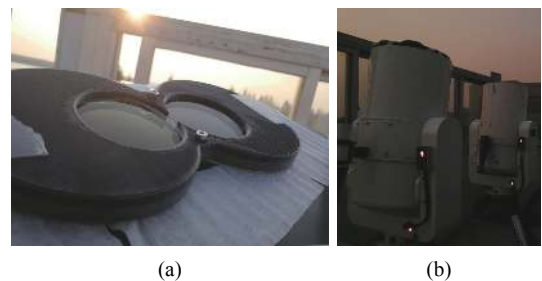


图 2 实验现场照片。(a) 小型 DIMM 原型的子孔面罩；(b) 小型 DIMM 测试原型(左)与标准 DIMM(右)同时观测

Fig.2 Photos of experiment site. (a) Sub-aperture mask of mini DIMM prototype; (b) Mini DIMM prototype (left) and standard DIMM (right) measuring simultaneously

由于两台设备都是基于标准 DIMM，利用该小型 DIMM 测试原型来开展对比实验，可以极大降低两台设备因主体望远镜的差异引起的误差问题。但是应该注意，该小型 DIMM 测试原型只是用于验证文中所述新计算公式在小孔径间距时的有效性，实际开发小型 DIMM 需要注意该测试原型与实际小型 DIMM 在

光斑接收光路上的差异。标准 DIMM 采用的是较大口径 (30 cm) 的折反射式望远镜, 焦距 3 m 左右; 而小型 DIMM 需要用小口径 (12 cm 左右) 折射式望远镜, 焦距 1 m 左右。在相同成像器件下, 1 m 焦距的信标光斑尺寸比 3 m 焦距的小两倍, 较少的光斑像素点在计算光斑质心时会带来一定误差<sup>[11, 16]</sup>。因此需要设法增加小口径望远镜焦距 (如加巴洛镜), 或者采用更小像元尺寸的成像器件。

对于 DIMM 的误差 (这里讨论实际测量差分到达角方差的误差, 由公式 (4) 可知大气相干长度的误差为差分到达角方差误差的 0.6 倍), 主要有统计误差和像点质心探测误差。其中统计误差由采用有限样本数计算方差引起, 占 DIMM 误差的绝大部分; 质心探测误差主要由有限曝光时间、光学装置像差、天空背景噪声、CCD 噪声 (包含读出噪声、泊松噪声) 等引起, 一般比统计误差小一个量级。参考文献 [10, 11, 13] 对这些误差进行了更详细的讨论。

统计误差与样本数的平方成反比<sup>[11, 16]</sup>, 实验中两台设备样本数都取 1000, 差分到达角方差的误差为 4.5%, 由于是同时观测同一颗星, 且统计方差样本数相等, 故统计误差带来的两台装置结果对比误差可以忽略。实验中, 两台装置都是自动调焦以保持光斑处在良好聚焦状态, 消除了离焦对测量方差的影响, 另外, 当质心计算窗口半径大于  $2.5\lambda/D$  时 (两台设备均满足), 光学装置像差引起的误差可以忽略<sup>[13]</sup>, 所以光学装置像差引起的误差在两台装置结果对比误差中可以忽略。天空背景噪声、CCD 噪声引起的误差与入射信标光通量的平方成反比, 对于 6 cm 子孔直径, 背景噪声一般在 0.2% 左右<sup>[11]</sup>, 对于 9 cm 子孔直径, 其背景噪声理应更小, 但考虑其曝光时间更短, 其背景噪声也在 0.2% 左右; CCD 噪声误差一般更小, 若保守估计其与背景噪声相当, 那么两台装置结果对比误差在 0.8% 左右。有限曝光时间相当于一个低通滤波器, 将到达角起伏的高频分量平滑掉了, 从而使得计算起伏方差小于真实起伏方差, 一般通过计算  $T$  和  $2T$  曝光时间的方差, 再通过线性关系或指数关系外推到 0 曝光时间的方差, 这种方法可以校正大部分曝光时间影响, 但在低风速时会校正过多而在高风速时会校正不足。此次实验是对比两台装置测量结果的差异, 无需将曝光时间校正到 0 曝光, 只要两台装置

曝光时间相近, 曝光时间对测量结果差异的影响可以忽略, 经事后对比发现, 实验中晴朗时间段, 两者曝光时间相差均值约为 1 ms, 最大不超过 2 ms, 故曝光时间误差在两台测量装置对比结果误差中可以忽略。综上可知, 两台装置测量结果的差异主要由于子孔结构参数及测量公式本身引起, 对比结果可以用于验证小型 DIMM 的有效性。

如前所述, 在大气湍流局地均匀各向同性假设下,  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  统计上应该相一致, 文中主要从实验中  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  统计上的趋势变化来验证计算公式的正确性。实验期间, 2019 年 9 月 30 日天气较好, 有效观测时间段较长, 观测恒星为 Vega, 仰角变化从  $43^\circ\sim 83^\circ$ , 且大气相干长度  $r_0$  变化范围大, 具有典型代表性。2019 年 9 月 30 日, 小型 DIMM 中利用传统公式与新公式计算得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  分别如图 3(a)、3(b) 所示, 标准 DIMM 中得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  整体减去 4 (如果不下移, 数据线会重叠乃至难以分辨) 也已放入图中以便比较。

如图 3(a) 所示, 小型 DIMM 中, 采用传统计算公式得出的纵向、横向大气相干长度  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  之间的差异明显, 所有时间段内,  $r_{0l}$  (黑色虚线) 明显大于  $r_{0t}$  (红色实线); 而如图 3(b) 所示, 采用新计算公式得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  与标准 DIMM 中的  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  更趋于一致, 除了在大致 18:30–19:30 时间段能看出微弱差异, 其他时间段  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  基本重合, 这符合大气湍流局地均匀各向同性的经典假设。由此验证, 新计算公式比传统计算公式用在小型 DIMM 中更准确。取  $r_{0l}$ 、 $r_{0t}$  的均值, 得到最终的  $r_0$ , 小型 DIMM (采用新计算公式) 与 DIMM 的  $r_0$  进行比较, 结果如图 4 所示。从图 4 可以看出, 两台装置的测量数据吻合度较高, 进一步说明了小型 DIMM 测量结果的有效性。

传统计算公式用在小型 DIMM 中, 造成纵向大气相干长度  $r_{0l}$  明显大于横向  $r_{0t}$ , 究其原因, 是因为两点的倾斜相关代替两孔径上的倾斜相关在  $d/D$  很小时不成立。当  $d/D=1$  时, 两子孔径紧挨在一起, 对于倾斜纵向分量, 可以预见, 两点的相关系数小于两孔径上的, 从而导致归一化差分系数 (等于 1 减去相关系数)  $K_{l0}$  大于  $K_{ln}$  (从图 1 中也能看出, 在  $d/D=1$  时虚线  $K_{l0}$  明显大于实线  $K_{ln}$ ); 同理, 对于倾斜横向分量, 有  $K_{t0}$  小于  $K_{tn}$  (对应于图 1 中虚线  $K_{t0}$  小于实线  $K_{tn}$ )。又因为相干长度与归一化差分系数的 0.6 次方成正

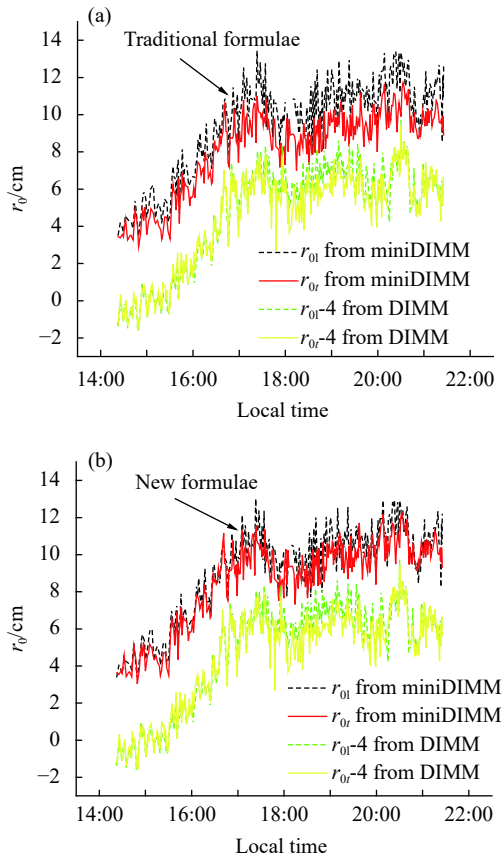


图 3 纵向与横向大气相干长度对比。(a) 小型 DIMM 中利用传统公式计算得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$ ；(b) 小型 DIMM 中利用新公式计算得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$ 。标准 DIMM 中得出的  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$  整体减去 4 显示在图中 (底部的线) 以便比较

Fig.3 Comparison of the longitudinal and transverse atmospheric coherence length. (a)  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$  calculated by the traditional formulae from miniDIMM; (b)  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$  calculated by the new formulae from miniDIMM.  $r_{0l}$ 、 $r_{0r}$  from standard DIMM minus 4 are also shown in the figure (the bottom lines) for comparison

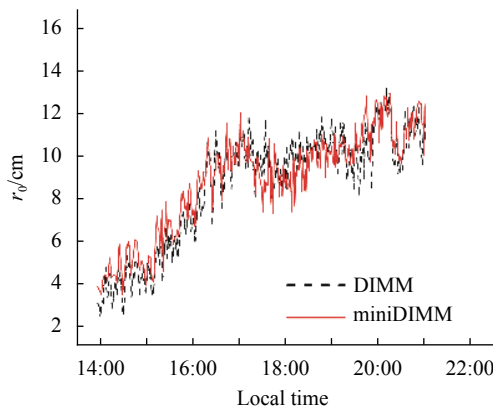


图 4 小型 DIMM 与标准 DIMM 测量结果的对比

Fig.4 Comparison of results measured by the DIMM and miniDIMM

比,纵、横向归一化差分系数这一大一小的差异导致传统计算公式得出的纵、横向大气相干长度有较大偏差,纵向  $r_{0l}$  明显大于横向  $r_{0r}$ 。

### 3 结论

被广泛采用的 DIMM 传统计算公式用两点的到达角起伏相关来近似成两孔径上的到达角起伏相关,这种近似在孔径间距越小时误差越大。Sasiela 给出的公式没有做这步近似,在小孔径间距时更准确,可以作为新计算公式采用,尤其是在小型 DIMM 中。从大气湍流局地均匀各向同性的特点出发,利用实验得出的纵向、横向大气相干长度进行对比,结果揭示了新计算公式比传统计算公式更准确,另外,大气湍流并不是时刻都能满足均匀各向同性条件,显示出大气湍流变化的复杂性。

文中实验是在标准 DIMM 主体望远镜上加小型 DIMM 面罩来验证小型 DIMM 原理上的可行性。今后在实际开发小型 DIMM 中需要注意它相对于标准 DIMM 的局限性。局限性主要有:小口径望远镜焦距相对更短,导致信标光斑像数点更少,将使得光斑质心计算误差增加;子孔间距太近意味着倾斜相关性好,将使得归一化差分系数较小(见图 1),从而对设备的灵敏度要求更高;小接收孔径要求观测信标更亮才能有较好的信噪比,将会导致可以观测的时间段比标准 DIMM 少。

**致谢:**感谢中国科学院安徽光学精密机械研究所大气光学重点实验室在对比验证实验中给予的支持。

### 参考文献:

- [1] Tyson R K. Principles of Adaptive Optics[M]. 4th ed. Boca Raton: CRC Press, 2016: 30-41.
- [2] Roggemann M C, Welsh B M, Hunt B R. Imaging through Turbulence[M]. Boca Raton: CRC Press, 2018: 70-82.
- [3] Andrews L C, Phillips R L. Laser Beam Propagation Through Random Media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005: 13-21.
- [4] Zhao G, Deng W T, Xia H J. Influence of atmospheric turbulence on the pointing accuracy of high energy laser system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(S2): S209007. (in Chinese)
- [5] Zheng D H, Li Y, Zhou H H, et al. Performance enhancement of free-space optical communications under atmospheric turbulence

- using modes diversity coherent receipt [J]. *Optics Express*, 2018, 26(22): 28879-28890.
- [6] Wilson R W, O'Mahony N, Packham C, et al. The seeing at the William Herschel Telescope [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1999, 309(2): 379-387.
- [7] Wang L, Schock M, Chanan G, et al. High-accuracy differential image motion monitor measurements for the Thirty Meter Telescope site testing program [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(25): 6460-6468.
- [8] Pei C, Chen H, Yuan X, et al. Development of automated small telescopes as Dome A Site testing DIMM[C]//SPIE, 2010, 7733: 77334W.
- [9] Aristidi E, Agabi A, Fossat E, et al. Site testing in summer at Dome C, Antarctica [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2005, 444(2): 651-659.
- [10] Tokovinin A. From differential image motion to seeing [J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2002, 114(800): 1156-1166.
- [11] Aristidi E, Ziad A, Chabé J, et al. A generalized differential image motion monitor [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, 486(1): 915-925.
- [12] Zhang L, Zhao X, Tong S F, et al. Measurement of atmospheric turbulence parameters on airborne platform based on differential image motion method [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(3): 0304002. (in Chinese)
- [13] Tokovinin A, Kornilov V. Accurate seeing measurements with MASS and DIMM [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2007, 381(3): 1179-1189.
- [14] Yu L K, Wu Y, Hou Z H, et al. Measurement and analysis of whole layer atmospheric coherence length at seaside of South China Sea [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(11): 3046-3049. (in Chinese)
- [15] Yu L K, Wu Y, Hou Z H, et al. Study on the measurement of coherence length by differential image motion monitor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(12): 1201004. (in Chinese)
- [16] Sarazin M, Roddier F. The ESO differential image motion monitor [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1990, 227(1): 294-300.
- [17] Sasiela R J. *Electromagnetic Wave Propagation in Turbulence: Evaluation and Application of Mellintransforms[M]*. 2nd ed. Bellingham: SPIE Press, 2007: 164-173.