

复数二维经验模态分解在 SAR 目标识别中的应用

刘志超^{1,2}, 屈百达^{1*}

(1. 江南大学物联网工程学院, 江苏无锡 214122;
2. 无锡太湖学院物联网工程学院, 江苏无锡 214064)

摘要: 提出基于复数二维经验模态分解 (C-BEMD) 的合成孔径雷达 (SAR) 图像目标识别。C-BEMD 作为传统 BEMD 的复数域推广, 能直接处理原始 SAR 图像 (包含幅度和相位信息)。采用 C-BEMD 对原始 SAR 图像进行分解, 获得多层次复数内蕴模函数 (BIMF), 反映目标时频二维特性。各层次 BIMF 既有独立描述能力, 反映目标不同类型的特征; 同时也具有内在关联性, 即反映同一目标的固有属性。为此, 分类算法基于联合稀疏表示设计, 可利用内在关联性约束提高各层次 BIMF 的表征精度。利用 MSTAR 数据集中的多类目标 SAR 图像对方法进行测试验证, 结果反映其在标准操作条件 (SOC) 和扩展操作条件 (EOC) 均可保持可靠的识别性能。

关键词: 合成孔径雷达; 目标识别; 复数二维经验模态分解; 联合稀疏表示

中图分类号: TP753 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20200309

Application of complex bidimensional empirical mode decomposition in SAR target recognition

Liu Zhichao^{1,2}, Qu Baida^{1*}

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;
2. School of Internet of Things Engineering, Wuxi Taihu University, Wuxi 214064, China)

Abstract: The complex bidimensional empirical mode decomposition (C-BEMD) was applied to target recognition of synthetic aperture radar (SAR) image. As an extension of traditional BEMD to complex domain, C-BEMD could directly process the complex SAR images (including the amplitude and phase information). C-BEMD was employed to decompose SAR images to obtain multi-layer bidimensional intrinsic mode functions (BIMF), which could reflect the time-frequency properties of images. These BIMFs had individual description capabilities, which reflected the target characteristics from different aspects. Also, they shared inner correlations, which were originated from the same target. The classification algorithm was developed based on the joint sparse representation, which used the inner correlations to improve the representation precision. The multi-class SAR images in the MSTAR dataset were used to test and validate the proposed method. The results confirm its reliable recognition performance under the standard operating condition (SOC) and extended operating conditions (EOC).

Key words: synthetic aperture radar (SAR); target recognition; complex bidimensional empirical mode decomposition (C-BEMD); joint sparse representation

收稿日期: 2020-12-02; 修订日期: 2021-01-17

基金项目: 江苏省自然科学基金 (BK20161142); 江苏省高校自然科学面上项目 (19KJB470033)

作者简介: 刘志超, 男, 博士生, 主要从事模式识别与智能系统方面的研究。

通讯作者: 屈百达, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事模式识别与智能系统方面的研究。

0 引言

合成孔径雷达 (SAR) 可在恶劣气象、天候条件下工作, 对于常态化的侦察监视具有重要的潜在价值^[1]。SAR 目标识别技术通过对图像中目标特征的分析, 判定其所属目标类别。特征提取是 SAR 目标识别中的关键步骤之一, 主要获取图像中目标的简介、有效描述形式。现阶段, 用来描述 SAR 图像中目标特性相关特征的方法主要有几何形状类、投影变换类以及电磁类。参考文献 [2-3] 将目标轮廓、区域等用于 SAR 目标识别, 充分利用它们在描述目标外形分布上的优势。投影变换特征可进一步归纳为两类。一类通过流形学习等数学变换算法对 SAR 图像进行处理, 典型代表是非负矩阵分解 (non-negative matrix factorization, NMF)^[4] 等。另一类是通过信号处理算法进行图像分解, 典型代表是单演信号^[5] 等。电磁类特征主要是考察目标在特定雷达频段的相关特性, 如峰值^[6]、散射中心^[7] 等。分类器是 SAR 目标识别方法的另一关键步骤, 通过设计分类机制对提取特征进行类别判定。大量分类器在 SAR 目标识别中进行了实验和验证, 如参考文献 [8] 采用的支持向量机 (SVM) 以及参考文献 [9] 采用的稀疏表示分类 (SRC) 等。近年来, 随着深度学习技术的成熟, 基于深度模型的 SAR 目标识别方法得到广泛深入研究, 其中最具代表性的是卷积神经网络 (CNN)^[10-12]。

特征提取的结果作为分类器的输入很大程度上决定了分类结果的准确性。因此, 通过设计提出新的 SAR 图像特征提取方法对于目标识别意义重大。文中提出基于复数经验模态分解 (C-BEMD) 的 SAR 目标识别方法^[13]。C-BEMD 是传统 BEMD^[14-17] 在复数域的扩展, 可直接用于复数图像的处理和分析。参考文献 [17] 就是使用传统 BEMD 进行 SAR 图像分解及目标识别。事实上, SAR 图像本身为复数矩阵, 具有幅度和相位信息。传统方法中单纯使用幅度信息会在一定程度造成信息缺失。因此, 通过 C-BEMD 可更为有效地反映目标的二维时频特征, 从而为后续分类提供更充分的信息。针对分解得到的二维内蕴模函数 (BIMF), 文中在分类阶段采用联合稀疏表示进行决策。联合稀疏表示基于稀疏表示原理实现多模态表示的同时求解, 能够在保持效率的前提下提升重构精度。最终, 根据联合稀疏表示的输出误差进行类别的

判定与决策。实验依托经典的 MSTAR 数据集, 分别在标准操作条件 (SOC) 和扩展操作条件 (EOC) 下开展。根据结果可得出结论, 方法具有良好的识别性能。

1 二维经验模态分解

1.1 经验模态分解

经验模态分解 (EMD) 是一种自适应多尺度的一维信号处理算法, 具有良好的空间和频率特性^[14]。经过 EMD 分解后的信号被表征为若干个同尺寸的内蕴模函数 (IMF)。基于分解得到的 IMF 可更为有效地对原始图像进行分析。对于一个输入的一维型号 S , EMD 的分解结果表述如下:

$$S = \sum_{j=1}^n I_j + r \quad (1)$$

式中: I_j 为原始信号的第 j 层 IMF; r 为最终的分解残差。经过分解得到的各个 IMF 近似正交, 因此 EMD 分解可以有效降低原始信号的冗余。

由于 EMD 具备的诸多优点, 其在语音、地震信号处理等领域均取得有效运用并证明了有效性。为有效处理二维信号, 研究人员又对传统 EMD 进行了进一步扩展和完善。

1.2 复数二维经验模态分解

传统的 EMD 以及拓展到二维的 BEMD 均是对实信号设计的, 不能处理复数信号或图像。BEMD 将输入图像分解为若干个 BIMF, 实现二维时频特性的描述。Yeh 将 BEMD 推广到复数域, 使其具备对复数矩阵的直接分解能力。根据参考文献 [13], 复数二维经验模态分解 (C-BEMD) 算法的具体实施过程归纳如下:

(1) 构造二维带通滤波器

$$B = \begin{bmatrix} H_{m \times n} & O_{m \times (N-n)} \\ O_{(M-m) \times n} & O_{(M-m) \times (N-n)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $H_{m \times n}$ 表示一个 $m \times n$ 大小的矩阵。其中, $O_{p \times q}$ 代表大小为 $p \times q$ 的全 0 矩阵; m 和 n 确定如下:

$$m = \left\lfloor \frac{M+1}{2} \right\rfloor, \quad n = \left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor \quad (3)$$

(2) 构造 4 个解析信号

$$\begin{aligned} G_1(e^{ju}, e^{jv}) &= A(e^{ju}, e^{jv})F(e^{ju}, e^{jv}) \\ G_2(e^{ju}, e^{jv}) &= A(e^{ju}, e^{jv})F(e^{-ju}, e^{jv}) \\ G_3(e^{ju}, e^{jv}) &= A(e^{ju}, e^{jv})F(e^{ju}, e^{-jv}) \\ G_4(e^{ju}, e^{jv}) &= A(e^{ju}, e^{jv})F(e^{-ju}, e^{-jv}) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $F(e^{ju}, e^{jv})$ 为输入二维信号 $f(x, y)$ 的二维傅里叶变换。

(3) 分别获取 $G_1(e^{ju}, e^{jv})$ 和 $G_4(e^{ju}, e^{jv})$ 二维逆傅里叶变换的实部, 记为 $\bar{g}_1(x, y)$ 和 $\bar{g}_4(x, y)$ 。分别获取 $G_2(e^{ju}, e^{jv})$ 和 $G_3(e^{ju}, e^{jv})$ 二维逆傅里叶变换的虚部, 记为 $\bar{g}_2(x, y)$ 和 $\bar{g}_3(x, y)$ 。

(4) 采用传统 BEMD 分别对 $\bar{g}_1, \bar{g}_2, \bar{g}_3, \bar{g}_4$ 进行处理, 对应获得的 BIMF 分别记为 $\bar{g}_1^{(k)}, \bar{g}_2^{(k)}, \bar{g}_3^{(k)}, \bar{g}_4^{(k)}$, 对应的 BIMF 个数分别记为 $N_q, q = 1, 2, 3, 4$ 。

(5) 采用 FQO 对 $\bar{g}_q^{(k)}$ 进行处理, 从而获得相应的复数 BIMF

$$\bar{g}_q^{(k)} = \text{FQO}(\bar{g}_q^{(k)}(x, y)) \quad (5)$$

其中, FQO 函数定义如下:

$$\text{FQO}(f(x, y)) = \frac{1}{4} [f(x, y) - f_i(x, y) + j(f_s(x, y) + f_j(x, y))] \quad (6)$$

式中: 各成分含义具体参见参考文献 [20]。

文中将 C-BEMD 应用于复数 SAR 图像的分解, 通过多层次 BIMF 描述原始图像的二维时频特性, 为后续的分类决策提供有效输入。图 1 对一幅 MSTAR 数据集中的 SAR 图像进行分解, 产生如图 1(b)、(c)、(d) 所示的分解结果 (幅度部分)。可以看出, 分解结果可有效描述目标相关联的特性, 同时与原始图像形成有效互补, 提供更多的细节信息。为此, 文中运用分解的多层次复数 BIMF 进行 SAR 目标识别。

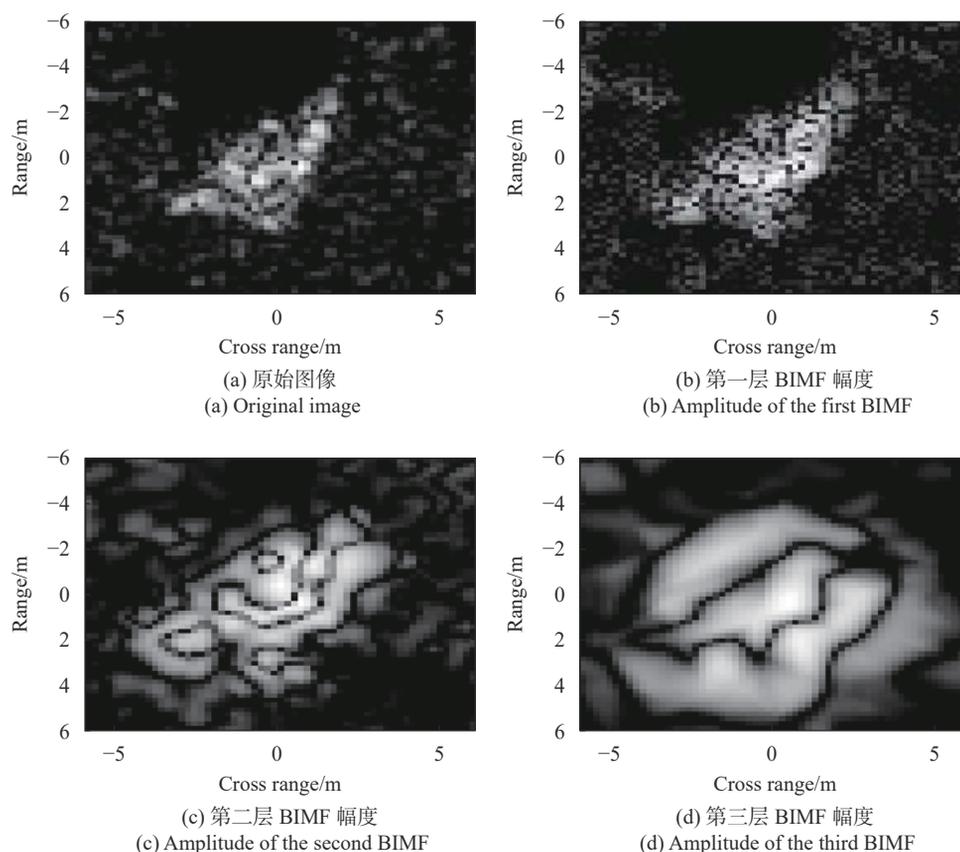


图 1 BEMD 对 SAR 图像的分解示意图

Fig.1 Illustration of decomposition of SAR images via BEMD

2 联合原始图像和多层次内蕴模函数的识别方法

2.1 联合稀疏表示

对于 C-BEMD 分解得到的多层次 BIMF, 文中采用联合稀疏表示作为基础分类器进行分析和决策。

联合稀疏表示作为传统 SRC 的多任务扩展, 具备同时考察多个稀疏表示任务内在关联的能力^[3,5,18]。对于待识别的 SAR 图像 y , 假定 C-BEMD 分解得到 K 个 BIMF 成分 (含幅度和相位) 为 $[y^{(1)} y^{(2)} \dots y^{(K)}]$, 对它们进行稀疏表示如下:

$$y^{(k)} = A^{(k)}\alpha^{(k)} + \varepsilon^{(k)} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad (7)$$

式中: $A^{(k)}$ 对应第 k 分解成分的字典; $\alpha^{(k)}$ 为相应的系数矢量。

各个稀疏表示问题的最佳稀疏矢量通过最小化重构误差进行求解:

$$\min_{\beta} \left\{ g(\beta) = \sum_{k=1}^K \|y^{(k)} - A^{(k)}\alpha^{(k)}\| \right\} \quad (8)$$

式中: $\beta = [\alpha^{(1)}\alpha^{(2)} \dots \alpha^{(K)}]$ 。

公式 (8) 中的目标函数并没有考察不同分解成分之间的内在关联, 因此其求解结果不是最优的。为此, 通过对系数矩阵 β 进行约束, 可进一步获得更为可靠的结果:

$$\min_{\beta} (g(\beta) + \lambda \|\beta\|_{2,1}) \quad (9)$$

通过 ℓ_1/ℓ_2 范数对矩阵 β 的约束, 可使得不同分解成分的系数矢量趋近于相似结构, 反映它们的内在关

联。针对公式 (9) 中的问题, 现阶段已有较为成熟的求解算法^[3,5], 如贝叶斯多压缩感知、同时正交匹配追踪等。由于同时正交匹配追踪算法效率相对较高, 文中选其作为联合稀疏表示问题的求解算法。在求得各层次 BIMF 对应的稀疏系数矢量的基础上, 可按照公式 (10) 进行类别决策。

$$\text{identity}(y) = \min_i \sum_{k=1}^K \|y^{(k)} - A_i^{(k)}\alpha_i^{(k)}\| \quad (10)$$

2.2 目标识别

图 2 显示了提出方法用于 SAR 目标识别的基本流程。首先, 采用 C-BEMD 对训练样本进行分解处理, 将其多层次 BIMF 分别构建全局字典。利用相应的 C-BEMD 算法对测试样本进行相应分解得到对应层次的 BIMF。然后, 将测试样本的 BIMF 在构建字典的支持下联合稀疏表示。最终, 根据重构误差的大小判定测试样本的目标类别。

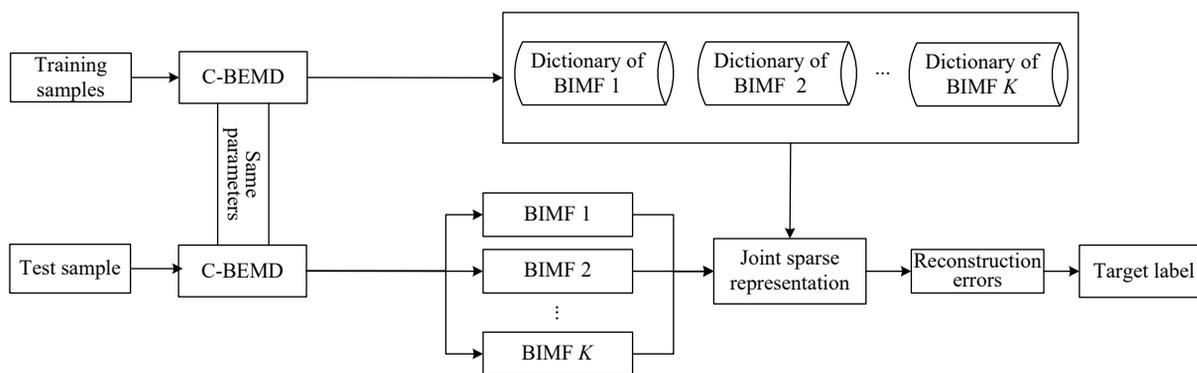


图 2 基于 C-BEMD 特征提取的 SAR 目标识别方法

Fig.2 SAR target recognition method based on feature extraction by C-BEMD

在实际操作过程中, 由于基于 C-BEMD 分解得到的 BIMF 为复数形式, 存在幅度和相位两部分。文中在具体使用过程中也同样分别使用。图 2 中所示的 K 个 BIMF 成分来自 $K/2$ 个分解结果。因此, 提出方法可以充分利用复数 SAR 图像的二维时频特性从而提高最终的识别性能。

3 实验与分析

3.1 实验设置

在 MSTAR 数据集上开展测试验证, 考核所提方法的性能, 其包含的 10 类目标示意图见图 3。相应目标的 SAR 图像覆盖 $0^\circ \sim 360^\circ$ 方位角以及 $15^\circ, 17^\circ, 30^\circ,$

45° 等典型俯仰角。由于数据样本丰富, MSTAR 数据集长期以来是 SAR 目标识别算法验证的标准数据集。文中据此设置 4 类测试场景, 包括: 标准操作条件、型号差异、俯仰角差异以及噪声干扰。

表 1 显示了标准操作条件下 10 类目标分类的训练和测试样本, 分别来自 17° 和 15° 俯仰角。各类目标均来自相同的型号 (不涉及多子型号的目标采用缺省符号“—”表示其固有型号), 仅存在较小的俯仰角差异。因此, 此时的测试和训练样本相似度较高, 整体难度相对较低。型号差异条件下的训练和测试集按表 2 设置, 共包含 3 类目标。其中, BMP2 和 T72 的测试样本与训练样本来自完全不同的型号。表 3 显示

了俯仰角差异条件下的训练集 (17°俯仰角) 和测试集 (两个子集, 分别对应 30°和 45°俯仰角)。此外, 在表 1 实验设置的基础上, 通过对原始测试样本进行噪声添

加, 构造不同信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 的测试集, 进而可以对提出方法在噪声干扰条件下的性能进行测试和验证。



图 3 MSTAR 目标示意图

Fig.3 Illustration of MSTAR targets

表 1 标准操作条件描述

Tab.1 Description of SOC

Class	Training set (17°)		Test sample set (15°)	
	Configuration (SN)	Scale of samples	Configuration (SN)	Scale of samples
BMP2	9 563	233	9 563	195
BTR70	—	233	—	196
			132	196
T72	132	232	812	195
			S7	191
T62	—	299	—	273
BRDM2	—	298	—	274
BTR60	—	256	—	195
ZSU23/4	—	299	—	274
D7	—	299	—	274
ZIL131	—	299	—	274
2S1	—	299	—	274

表 2 型号差异描述

Tab.2 Description of configuration variance

Class	Training set (17°)		Test sample set (15°)	
	Configuration (SN)	Scale of samples	Configuration (SN)	Scale of samples
BMP2	9 563	233	9 566	196
BTR70	—	233	C21	196
			—	196
T72	132	232	812	195
			S7	191

表 3 俯仰角差异描述

Tab.3 Description of pitch angle variance

Class	Training set		Test sample set	
	Pitch angle/(°)	Scale of samples	Pitch angle/(°)	Scale of samples
2S1	17	299	30	288
			45	303
BDRM2	17	298	30	287
			45	303
ZSU23/4	17	299	30	288
			45	303

3.2 对比方法

从现有文献选取 4 类对比方法与提出方法进行同步实验与对比, 从而定量评估方法的有效性和稳健性。对比方法如下: 参考文献 [4] 中基于 NMF 的方法, 记为“NMF”; 参考文献 [5] 中基于单演信号的方法, 记为“Mono”; 参考文献 [17] 中基于传统 BEMD 的方法, 记为“BEMD”; 参考文献 [10] 中基于 CNN 的方法, 记为“CNN”。其中, 前 3 类方法主要通过特征提取提高目标识别性能。CNN 方法则是在当前基于深度学习模型的方法选取的代表性案例。

3.3 实验结果与分析

3.3.1 标准操作条件

标准操作条件针对表 1 中的 10 类目标测试 SAR

图像进行识别。图 4 显示了文中方法对这 10 类目标的分类混淆矩阵。图中纵横坐标分别代表样本真实标签以及分类预测标准, 对角线元素则为不同目标的识别率。各类方法对 10 类目标的平均识别率统计如表 4 所示。可见, 各类方法在标准操作条件下均可以取得很高的识别性能。对比而言, 文中方法以 99.34% 的平均识别率优于 4 类对比方法。标准操作条件下, 训练样本与测试样本相似度高, 能够较好涵盖测试样本中的各种情形, 以及基于深度学习的 CNN 可以充分发挥其分类能力。特别地, 与传统 BEMD 方法相比, 文中通过采用 C-BEMD 更为有效地发掘了原始复数 SAR 图像的时频特性, 获得更为有效的特征描述。因此, 文中方法最终的识别性能优于传统的 BEMD 方法。

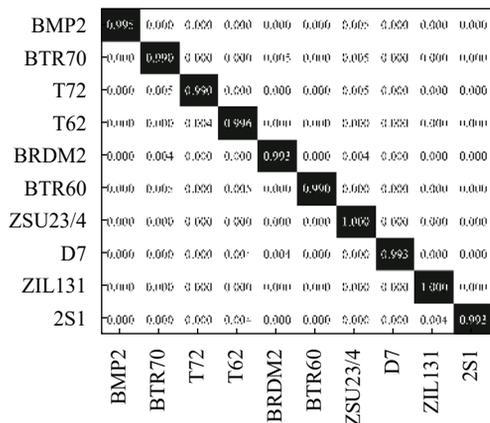


图 4 标准操作条件下所提方法对各类别识别结果

Fig.4 Recognition results of each class by the proposed method under SOC

表 4 标准操作条件下的结果统计

Tab.4 Results under SOC

Method type	Average recognition rate
Proposed method	99.34%
NMF	98.26%
Mono	98.74%
BEMD	99.04%
CNN	99.08%

3.3.2 型号差异

依托表 2 中的实验设置对提出方法在型号差异条件下的性能进行测试验证。各类方法的平均识别率统计如表 5 所示。与标准操作条件相比, 型号差异

条件下的识别结果呈现几点不同。一是各类方法的识别性能均出现不同的下降。二是 CNN 方法的性能下降最为显著。由于训练样本与测试样本存在较大差异, 训练得到的深度学习分类性能会出现下降。与传统 BEMD 方法相比, 文中方法的识别率具有一定优势, 证明了 C-BEMD 可以更为有效地提取 SAR 图像的复数域特征, 从而提高整体识别性能。

表 5 型号差异下的结果统计

Tab.5 Results under configuration variance

Method type	Average recognition rate
Proposed method	99.12%
NMF	97.26%
Mono	96.36%
BEMD	98.27%
CNN	98.68%

3.3.3 俯仰角差异

依托表 3 中的实验设置测试文中方法在俯仰角差异条件下的识别性能。分别测试各类方法在 30°和 45°俯仰角下的识别结果, 统计如图 5 所示。在 30°俯仰角下, 各类方法的正确识别率均能保持在 93% 以上, 说明此时俯仰角差异带来的图像差异相对较小。对于俯仰角 45°的测试子集, 从识别结果可以看出此时正确识别的难度显著增大, 体现了较大俯仰角差异带来的影响。在两个测试子集上, 文中方法均取得优势性能, 表明其更为可靠的性能。对比 BEMD 方法, 文中方法在两个角度下性能均有较大提升, 说明了 C-BEMD 对于 SAR 图像特征提取的有效性。

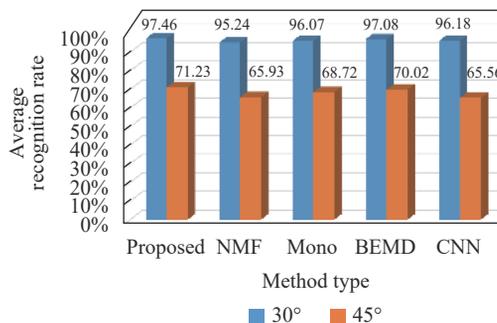


图 5 俯仰角差异下的结果统计

Fig.5 Results under pitch angle variances

3.3.4 噪声干扰

依托构造的多信噪比测试样本测试提出方法在

噪声干扰条件下的识别性能。图 6 绘出了不同方法平均识别率随着信噪比变化的曲线。尽管文中方法识别率随着噪声加剧而降低,但仍优于几类对比方法。文中使用的 C-BEMD 在复数域对 SAR 图像进行分析,分解得到的 BIMF 对于噪声干扰具有一定的鲁棒性。同时,在迭代分解的过程中考虑了噪声影响(体现在最终分解得到的残差),因此进一步增强了对噪声的处理能力。在分类过程中,通过联合稀疏表示分类结合不同特征成分的鉴别力。因此,提出方法能够在噪声干扰下的性能可以保持较高水平。

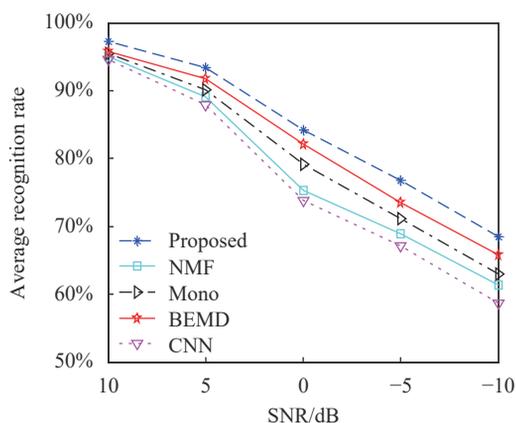


图 6 噪声干扰下的结果统计

Fig.6 Results under noise corruption

4 结 论

文中将 C-BEMD 应用于 SAR 图像特征提取及目标识别。C-BEMD 是传统 BEMD 在复数域的扩展,能够直接用于处理复数 SAR 图像(包含幅度和相位信息)。文中采用 C-BEMD 对复数 SAR 图像进行特征提取,获得多层次复数 BIMF,从而有效反映 SAR 图像的时频分布特性。分类阶段采用联合稀疏表示对提取的 BIMF 进行表征及分类。联合稀疏表示在独立表示各个 BIMF 的同时,施加不同 BIMF 关联性约束,可进一步提高稀疏表示精度。所提方法在 MS-TAR 多类目标数据集上进行了验证实验。在标准操作条件下,所提方法正确识别 10 类目标的平均精度高达 99.34%。对于扩展操作条件,文中方法的识别率有所下降,但仍优于几类现有方法。后续,随着可用 SAR 目标数据集的不断增多,文中将在更多样的数据集和测试场景下对方法进行进一步验证。

参考文献:

- [1] Wu Wenda, Zhang Bao, Hong Yongfeng, et al. Design of co-aperture antenna for airborne infrared and synthetic aperture radar [J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(3): 595-604. (in Chinese)
- [2] Amoon M, Rezai-Rad G A. Automatic target recognition of synthetic aperture radar (SAR) images based on optimal selection of Zernike moment features [J]. *IET Computer Vision*, 2014, 8(2): 77-85.
- [3] Xie Qin, Zhang Hong. Multi-level SAR image enhancement based on regularization with application to target recognition [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2018, 34(8): 21-28. (in Chinese)
- [4] Cui Z Y, Cao Z J, Yang J Y, et al. Target recognition in synthetic aperture radar via non-negative matrix factorization [J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2015, 9(9): 1376-1385.
- [5] Dong G G, Kuang G Y. Classification on the Monogenic scale space: application to target recognition in SAR image [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(8): 2527-2539.
- [6] Li Hui. SAR target recognition based on Gaussian mixture modeling of peak features [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2018, 32(8): 103-108. (in Chinese)
- [7] Ding Baiyuan, Wen Gongjian, Yu Liansheng, et al. Matching of attributed scattering center and its application to synthetic aperture radar Automatic Target Recognition [J]. *Journal of Radar*, 2017, 6(2): 157-166. (in Chinese)
- [8] Liu H C, Li S T. Decision fusion of sparse representation and support vector machine for SAR image target recognition [J]. *Neurocomputing*, 2013, 113: 97-104.
- [9] Thiagaraiam J, Ramamurthy K, Knee P P, et al. Sparse representations for automatic target classification in SAR images[C]//4th Communications, Control and Signal Processing, 2010: 1-4.
- [10] Chen S Z, Wang H P, Xu F, et al. Target classification using the deep convolutional networks for SAR images [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(8): 4806-4817.
- [11] Zhang Panpan, Luo Haibo, Ju Morang, et al. An improved capsule and its application in target recognition of SAR images [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(5): 20201010. (in Chinese)
- [12] Xu Ying, Gu Yu, Peng Dongliang, et al. SAR ATR based on disentangled representation learning generative adversarial networks and support vector machine [J]. *Optics and Precision*

- Engineering*, 2020, 28(3): 727-735. (in Chinese)
- [13] Yeh M H. The complex bidimensional empirical mode decomposition [J]. *Signal Processing*, 2012, 92: 523-541.
- [14] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis[C]//Proceeding of the Royal Society of London, 1998: 987-995.
- [15] Ye Song, Li Yuanzhuang, Sun Yongfeng, et al. Extraction of spatial heterodyne spectroscopy target based on empirical mode decomposition and regression analysis [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(12): 1223001. (in Chinese)
- [16] Chen Zhencheng, Wu Xianliang, Zhao Feijun. Denoising and implementation of photoplethysmography signal based on EEMD and wavelet threshold [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(6): 1327-1334. (in Chinese)
- [17] Chang M, You X, Cao Z. Bidimensional empirical mode decomposition for SAR image feature extraction with application to target recognition [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 135720-135731.
- [18] Tan Cuimei, Xu Tingfa, Ma Xu, et al. Graph-spectral hyperspectral video restoration based on compressive sensing [J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(6): 949-957. (in Chinese)