

## 柔性支撑快速反射镜伺服机构的参数辨识

方连伟, 史守峡, 蒋志勇

(北京遥感设备研究所, 北京 100039)

**摘要:** 首先提出了基于柔性支撑的双轴快速反射镜存在的问题; 简要介绍了一种基于柔性支撑的双轴快速反射镜系统伺服机构的结构形式, 给出了伺服机构的脉冲传递函数; 讨论了基于相关-辅助变量递推最小二乘法的多输入多输出系统参数辨识原理与辨识方法, 在此基础上提出了基于柔性支撑的双轴快速反射镜系统伺服机构的参数辨识算法, 并对该方法进行了数值仿真; 设计伺服机构参数辨识实验验证算法的可行性, 并将实验结果与仿真结果进行对比。结果表明基于相关-辅助变量递推最小二乘法的多输入多输出系统参数辨识算法有效, 辨识精度在预期的范围内, 可以为快速反射镜系统的自适应控制提供数据支撑。

**关键词:** 系统辨识; 传递函数; 相关-辅助变量最小二乘法; 快速反射镜; 多输入多输出  
**中图分类号:** N945.14      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.3788/IRLA20200303

## Servo mechanism parameter identification of fast steering mirror based on flexible supports

Fang Lianwei, Shi Shouxia, Jiang Zhiyong

(Institute of Beijing Remote Sensing Device, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The problems of the two-axis fast steering mirror based on flexible support was put forward firstly, a servo mechanism structure of the two-axis fast steering mirror based on flexible support was introduced briefly, the pulse transfer function of the servo mechanism was established, the MIMO system parameter identification theory was discussed, and the method based on COR-IV method was analyzed. Based on the method, the identification method of servo mechanism based on flexible support for the two-axis fast steering mirror was proposed and simulated. The experiment for the identification of servo mechanism parameters was designed to verify the method and the experimental results were compared with theoretical calculations. The experimental results show that the MIMO system parameter identification algorithm based on the COR-IV method is effective, the identification accuracy is within the expected range, and the identification results can provide data support for the adaptive control of fast steering mirror.

**Key words:** system identification; transfer function; COR-IV; fast steering mirror; MIMO

收稿日期: 2020-08-06; 修订日期: 2020-10-31

作者简介: 方连伟, 男, 高级工程师, 硕士, 研究方向为导航、制导与控制。

史守峡, 男, 研究员, 硕士生导师, 博士后, 研究方向为导航、制导与控制。

蒋志勇, 男, 研究员, 研究方向为伺服控制技术。

## 0 引言

快速反射镜作为光发射端与接收端之间控制光束指向的精密光学仪器,集光、机、电技术于一身,具有系统带宽宽、响应速度快、定位精度高、位置分辨率高等优点,通常与大惯量转台一起构成复合轴系统,广泛应用于激光跟踪、激光通信、自适应光学等高精密光学系统中。MIT 学者经过长期的研究发现,具有高带宽的快速反射镜可以降低对载荷的复杂程度、成本和质量的要求,提高激光通信的数据传输能力<sup>[1]</sup>。

为了提高快速反射镜系统的带宽和响应速度、减少摩擦力对系统闭环特性的影响,负载支撑方式通常采用无摩擦、无空回、无需润滑等优点的柔性支撑方式,柔性支撑的结构形式包括柔性铰链、柔性平板和柔性轴等。与柔性平板和柔性轴相比,柔性铰链结构形式简单、转动中心具有很好的稳定性等优点,常用于精度高的场合。

在设计时,虽然对柔性支承细颈处的形位公差进行了严格的控制,对四个柔顺单元的空间关系做出了明确的要求,但柔顺单元采用慢走丝的加工工艺,细颈最薄处只有 0.9 mm,在加工过程中难免引入误差。同时,快速反射镜伺服机构采用人工装配,在装配过程中也会引入误差<sup>[2-6]</sup>。

由于加工引入的误差包括:

(1) 机械加工后细径最薄处的厚度偏离设计值,导致刚度与设计值不符;

(2) 两组柔顺单元的旋转轴线非正交。

由于人工装配引入的误差包括:

(1) 柔性支承的坐标轴系与驱动轴系  $\alpha-O-\beta$  不重合;

(2) 柔性支承的坐标轴系与系统轴系  $X-O-Y$  之间的夹角不等于  $45^\circ$ ;

(3) 反射镜质心偏离几何中心,基座角运动会形成不平衡干扰力矩,不平衡干扰力矩的存在进一步降低系统的跟踪精度。

另外,在长期储存及长时间的工作过程中,柔性铰链的弹性系数  $K_s$ 、驱动轴系  $\alpha-O-\beta$  与系统轴系  $X-O-Y$  之间的耦合矩阵  $C_{XY-\alpha\beta}$  等参数与设计参数相比可能会发生偏移,这些参数发生偏移将对系统的控制精度产生影响。为实现快速反射镜系统的高精度控制,需要辨识伺服机构参数,为自适应控制提供数据支撑。

文中研究多输入多输出线性系统开环参数辨识方法,讨论多输入多输出线性系统参数开环辨识流程、脉冲传递函数以及耦合矩阵的获取方法等,通过仿真验证辨识流程和方法的可行性。并以通光口径  $\phi 100\text{ mm}$ 、行程  $\pm 10\text{ mrad}$ 、工作带宽大于  $200\text{ Hz}$  的快速反射镜伺服机构作为研究对象,对辨识方法进行实验验证。

## 1 快速反射镜伺服机构数学模型

### 1.1 伺服机构结构形式

文中在参考文献 [7] 的基础上开展伺服机构模型参数的辨识。

由参考文献 [7] 可知,伺服机构以两轴柔性铰链作为支撑,选用音圈电机作为驱动器、电涡流传感器作为测量元件。为缩小伺服机构的体积,同时提高传感器的测量精度,将音圈电机和位置传感器交错均布在以柔性支撑为圆心的圆周上。快速反射镜结构简图如图 1 所示。

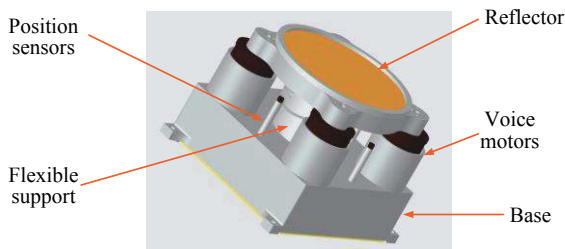


图 1 快速反射镜伺服机构结构简图

Fig.1 Structure of fast steering mirror servo mechanism

为了推导伺服机构的数学模型,建立了坐标系,称位置传感器所在的轴系为系统轴系  $X-O-Y$ ,音圈电机所在的轴系为驱动轴系  $\alpha-O-\beta$ ,驱动轴系与系统轴系之间的关系如图 2 所示。

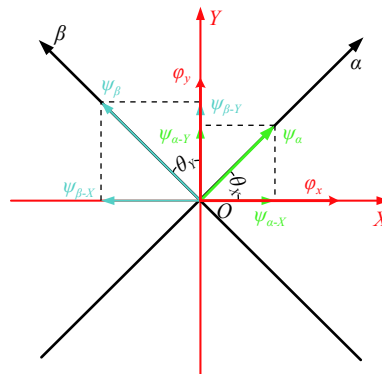


图 2 驱动轴系与系统轴系之间的关系

Fig.2 Relationship between system-axis and drive-axis

定义了系统轴系与驱动轴系之间的夹角,  $\theta_x$  表示驱动轴系  $\alpha$  轴与系统轴系  $X$  轴之间的夹角,  $X$  轴绕  $O$  点逆时针转向  $\alpha$  轴为正;  $\theta_y$  表示驱动轴系  $\beta$  轴与系统轴系  $Y$  轴之间的夹角,  $Y$  轴绕  $O$  点逆时针转向  $\beta$  轴为正。

### 1.2 伺服机构数学模型

在搭建伺服机构和建立双坐标系的基础上, 推导了柔性支撑快速反射镜伺服机构的脉冲传递函数矩阵。

反射镜面转角  $\Phi(k) = [\phi_x(k)\phi_y(k)]^T$  与控制输入  $U(k) = [u_x(k)u_y(k)]^T$  之间的关系为:

$$\begin{bmatrix} \phi_x(k) \\ \phi_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{\alpha\alpha}(z^{-1}) & G_{\alpha\beta}(z^{-1}) \\ G_{y\alpha}(z^{-1}) & G_{y\beta}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_x & -\sin\theta_y \\ \sin\theta_x & \cos\theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_\alpha(z^{-1}) & 0 \\ 0 & G_\beta(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $G_{\alpha\alpha}(z^{-1})$ 、 $G_{y\alpha}(z^{-1})$ 、 $G_{\alpha\beta}(z^{-1})$  和  $G_{y\beta}(z^{-1})$  表示通道  $X$  和通道  $Y$  之间的交叉耦合脉冲传递函数;  $G_\alpha(z^{-1})$ 、 $G_\beta(z^{-1})$  表示驱动轴系  $\alpha$ - $O$ - $\beta$  转动角度与控制电压之间的脉冲传递函数, 有:

$$G_i(z^{-1}) = G_i(s) \Big|_{s=\frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{K_{mi}}{J_i s^2 + K_{si}} \Big|_{s=\frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{\frac{k_{mi} T_s^2}{k_{si} T_s^2 + 4J_i} + \frac{2k_{mi} T_s^2}{k_{si} T_s^2 + 4J_i} z^{-1} + \frac{k_{mi} T_s^2}{k_{si} T_s^2 + 4J_i} z^{-2}}{1 + 2 \times \frac{k_{si} T_s^2 - 4J_i}{k_{si} T_s^2 + 4J_i} z^{-1} + z^{-2}} = \frac{b_i(0) + b_i(1)z^{-1} + b_i(2)z^{-2}}{1 + a_i(1)z^{-1} + a_i(2)z^{-2}} \quad (2)$$

式中:  $i = \alpha, \beta$ ;

$G_i(s)$ —第  $i$  驱动轴传递函数;

$J_i$ —第  $i$  驱动轴的转动惯量,  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ;

$k_{si}$ —第  $i$  驱动轴柔性支撑弹性系数,  $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ ;

$k_{mi}$ —第  $i$  驱动轴力矩系数,  $\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}$ 。

令  $C_{XY-\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos\theta_x & -\sin\theta_y \\ \sin\theta_x & \cos\theta_y \end{bmatrix}$ , 称  $C_{XY-\alpha\beta}$  为  $\alpha$ - $O$ - $\beta$  轴

系到  $X$ - $O$ - $Y$  轴系的耦合矩阵。

将公式 (2) 代入公式 (1) 有:

$$\begin{bmatrix} \phi_x(k) \\ \phi_y(k) \end{bmatrix} = G_b(z^{-1}) \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_\alpha(0) + b_\alpha(1)z^{-1} + b_\alpha(2)z^{-2}}{1 + a_\alpha(1)z^{-1} + a_\alpha(2)z^{-2}} \cos\theta_x & - \\ \frac{b_\alpha(0) + b_\alpha(1)z^{-1} + b_\alpha(2)z^{-2}}{1 + a_\alpha(1)z^{-1} + a_\alpha(2)z^{-2}} \sin\theta_x & \\ \frac{b_\beta(0) + b_\beta(1)z^{-1} + b_\beta(2)z^{-2}}{1 + a_\beta(1)z^{-1} + a_\beta(2)z^{-2}} \sin\theta_y & \\ \frac{b_\beta(0) + b_\beta(1)z^{-1} + b_\beta(2)z^{-2}}{1 + a_\beta(1)z^{-1} + a_\beta(2)z^{-2}} \cos\theta_y & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} \quad (3)$$

## 2 相关—辅助变量法伺服机构参数辨识

### 2.1 辅助变量最小二乘法参数估计

所谓辅助变量法, 就是通过选择辅助变量矩阵  $X$ ,  $X$  满足以下条件: (1)  $p\lim_{N \rightarrow \infty} X^T e = 0$ ; (2)  $p\lim_{N \rightarrow \infty} X^T \psi$  正定, 则称  $X$  中的元素为辅助变量。这就要求所选用的辅助变量尽可能地与噪声  $n(k)$  不相关、与有用信号相关。其最大特点是对噪声及其成形滤波器没有特殊的假设, 噪声  $n(k)$  可以是任意的平稳有色噪声。

辅助变量  $X(k)$  的选择有多种方式, 如下:

$$X(k) = [-h(k-1) \cdots -h(k-n_d)] [u(k-1) \cdots u(k-n_a)]^T \quad (4)$$

式中:  $n_a$  为多项式  $A(z^{-1})$  的阶次;  $n_d$  为多项式  $D(z^{-1})$  的阶次。

辅助变量最小二乘法的递推公式为:

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \\ K(k) = P(k-1)X(k)[\psi^T(k)P(k-1)X(k) + 1]^{-1} \\ P(k) = [I - K(k)\psi^T(k)]P(k-1) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\psi(k)$  为数据向量。且

$$\psi(k) = [-y(k-1) \cdots -y(k-n_a)] [u(k-1) \cdots u(k-n_b)]^T$$

### 2.2 快速反射镜伺服机构参数辨识

快速反射镜伺服机构的脉冲传递函数是双输入双输出线性系统, 输入与输出之间是紧耦合。为了实现快速反射镜自适应控制, 伺服机构的参数辨识需要完成两方面的工作: 一是伺服机构脉冲传递函数的辨识, 获得伺服机构脉冲传递函数矩阵; 二是对获得的脉冲传递函数进行矩阵分解, 分别获取耦合矩阵和单输入单输出线性系统脉冲传递函数矩阵<sup>[8-11]</sup>。

#### 2.2.1 伺服机构脉冲传递函数辨识

伺服机构是双输入双输出线性系统, 属于多输入

多输出系统范畴。对于多输入多输出系统的参数估计方法通常有传递函数矩阵参数估计方法、Markov 参数估计方法以及输入输出差分方程参数估计方法等,以上方法均需要进行大量的矩阵运算与逆运算,计算量大。

针对以上原因,文中采用多输入单输出系统相关-辅助变量最小二乘参数估计法(COR-IV),将多输入多输出(MIMO)线性系统分解为多个多输入单输出(MISO)线性系统,分别对每个 MISO 线性系统应用 COR-IV 进行参数估计,再根据线性系统的叠加原理获得整个系统的模型参数<sup>[12-13]</sup>。该方法的优点是不需要繁冗的矩阵运算和逆运算、计算量较小,并且对噪声模型不敏感。下面给出采用 COR-IV 获取伺服机构脉冲传递函数的具体实现方式<sup>[14-16]</sup>。

设带有噪声的伺服机构脉冲传递函数矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \phi_x(k) \\ \phi_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{x\alpha}(z^{-1})G_{y\beta}(z^{-1}) \\ G_{y\alpha}(z^{-1})G_{y\beta}(z^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_x(k) \\ v_y(k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

将公式(6)中 $\phi_x(k)$ 支路采用差分方程描述,有:

$$\phi_x(k) = G_{x\alpha}(z^{-1})u_\alpha(k) + G_{y\beta}(z^{-1})u_\beta(k) + v_x(k) \quad (7)$$

令 $u_\beta(k)=0$ ,当该支路的输入为零时其输出为有色噪声 $v_\beta(k)$ ,将该噪声与输出噪声合并,同一视作为有色噪声 $v_{y\beta}(k)$ ,公式(7)可改写为:

$$\begin{aligned} \phi_x(k) &= G_{x\alpha}(z^{-1})u_\alpha(k) + v_{y\beta}(k) = \\ & \frac{B_{x\alpha}(z^{-1})}{A_{x\alpha}(z^{-1})}u_\alpha(k) + v_\beta(k) + v_x(k) = \\ & \frac{b_{x\alpha}(0) + b_{x\alpha}(1)z^{-1} + b_{x\alpha}(2)z^{-2}}{1 + a_{x\alpha}(1)z^{-1} + a_{x\alpha}(2)z^{-2}}u_\alpha(k) + \\ & v_\beta(k) + v_x(k) \end{aligned} \quad (8)$$

上式两边乘以 $u_\alpha(k-\tau)$ 、取均值并整理,写成最小二乘格式,有:

$$\begin{aligned} R_{\psi_x u_\alpha}(\tau) &= h_{x\alpha}^T(\tau)\hat{\theta} + n(\tau) = \\ & (-R_{\psi_x u_\alpha}(\tau-1) - R_{\psi_x u_\alpha}(\tau-2) R_{u_\alpha}(\tau) \cdot \\ & R_{u_\alpha}(\tau-1)R_{u_\alpha}(\tau-2) ) \begin{pmatrix} a_{x\alpha}(1) \\ a_{x\alpha}(2) \\ b_{x\alpha}(0) \\ b_{x\alpha}(1) \\ b_{x\alpha}(2) \end{pmatrix} + A_{x\alpha}(z^{-1})R_{v_{y\beta}u_\alpha}(\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

$\tau = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

式中: $n(\tau)$ 表示相关函数用对应的估计值代替后所造成的误差与输入与噪声的互相关函数 $A_{x\alpha}(z^{-1}) \cdot R_{v_{y\beta}u_\alpha}(\tau)$ 的和。

选取辅助变量 $h^*(\tau)$ :

$$\begin{aligned} h^*(\tau) &= (R_{u_\alpha}(\tau)R_{u_\alpha}(\tau-1) \cdot \\ & R_{u_\alpha}(\tau-2)R_{u_\alpha}(\tau-3)R_{u_\alpha}(\tau-4)) \end{aligned} \quad (10)$$

按公式(11)递推计算参数矩阵 $\hat{\theta}(k)$ ,分别获得 $\hat{\theta}_{\alpha x}$ 、 $\hat{\theta}_{\alpha y}$ 、 $\hat{\theta}_{\beta x}$ 和 $\hat{\theta}_{\beta y}$ 的估计值 $\hat{\theta}_{\alpha x}$ 、 $\hat{\theta}_{\alpha y}$ 、 $\hat{\theta}_{\beta x}$ 和 $\hat{\theta}_{\beta y}$ ,其中 $\hat{\theta}_{\alpha x}$ 的递推公式如下:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{x\alpha}(k) = \hat{\theta}_{x\alpha}(k-1) + K_{x\alpha}(k) \cdot \\ \quad [\hat{R}_{\psi_x u_\alpha}(2|k) - h_{x\alpha}^T(2|k)\hat{\theta}_{x\alpha}(k-1)] \\ K_{x\alpha}(k) = P_{x\alpha}(k-1)h_{x\alpha}^*(4|k) \cdot \\ \quad [h_{x\alpha}^T(4|k)P_{x\alpha}(k-1)h_{x\alpha}^*(2|k) + 1]^{-1} \\ P_{x\alpha}(k) = [I - K_{x\alpha}(k)h_{x\alpha}^T(4|k)]P_{x\alpha}(k-1) \end{cases} \quad (11)$$

则辨识到的伺服机构脉冲传递函数矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \phi_x(k) \\ \phi_y(k) \end{bmatrix} = \hat{G}_b(z^{-1}) \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{b}_{x\alpha}(0) + \hat{b}_{x\alpha}(1)z^{-1} + \hat{b}_{x\alpha}(2)z^{-2}}{1 + \hat{a}_{x\alpha}(1)z^{-1} + \hat{a}_{x\alpha}(2)z^{-2}} - \\ \frac{\hat{b}_{y\alpha}(0) + \hat{b}_{y\alpha}(1)z^{-1} + \hat{b}_{y\alpha}(2)z^{-2}}{1 + \hat{a}_{y\alpha}(1)z^{-1} + \hat{a}_{y\alpha}(2)z^{-2}} \\ \frac{\hat{b}_{x\beta}(0) + \hat{b}_{x\beta}(1)z^{-1} + \hat{b}_{x\beta}(2)z^{-2}}{1 + \hat{a}_{x\beta}(1)z^{-1} + \hat{a}_{x\beta}(2)z^{-2}} \\ \frac{\hat{b}_{y\beta}(0) + \hat{b}_{y\beta}(1)z^{-1} + \hat{b}_{y\beta}(2)z^{-2}}{1 + \hat{a}_{y\beta}(1)z^{-1} + \hat{a}_{y\beta}(2)z^{-2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha(k) \\ u_\beta(k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

### 2.2.2 耦合矩阵及伺服机构传递函数的获取

令 $\hat{G}_b(z^{-1}) = G_b(z^{-1})$ ,脉冲传递函数矩阵各系数相等,建立零点多项式系数方程组和极点多项式系数方程组:

$$\begin{cases} \hat{b}_\alpha(0)\cos\hat{\theta}_X = \hat{b}_{x\alpha}(0) \\ \hat{b}_\alpha(1)\cos\hat{\theta}_X = \hat{b}_{x\alpha}(1) \\ \hat{b}_\alpha(2)\cos\hat{\theta}_X = \hat{b}_{x\alpha}(2) \\ \hat{b}_\alpha(0)\sin\hat{\theta}_X = \hat{b}_{y\alpha}(0) \\ \hat{b}_\alpha(1)\sin\hat{\theta}_X = \hat{b}_{y\alpha}(1) \\ \hat{b}_\alpha(2)\sin\hat{\theta}_X = \hat{b}_{y\alpha}(2) \\ \hat{b}_\beta(0)\cos\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{x\beta}(0) \\ \hat{b}_\beta(1)\cos\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{x\beta}(1) \\ \hat{b}_\beta(2)\cos\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{x\beta}(2) \\ \hat{b}_\beta(0)\sin\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{y\beta}(0) \\ \hat{b}_\beta(1)\sin\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{y\beta}(1) \\ \hat{b}_\beta(2)\sin\hat{\theta}_Y = \hat{b}_{y\beta}(2) \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} \hat{a}_\alpha(1) = \hat{a}_{x\alpha}(1) \\ \hat{a}_\alpha(1) = \hat{a}_{y\alpha}(1) \\ \hat{a}_\alpha(2) = \hat{a}_{x\alpha}(2) \\ \hat{a}_\alpha(2) = \hat{a}_{y\alpha}(2) \\ \hat{a}_\beta(1) = \hat{a}_{x\beta}(1) \\ \hat{a}_\beta(1) = \hat{a}_{y\beta}(1) \\ \hat{a}_\beta(2) = \hat{a}_{x\beta}(2) \\ \hat{a}_\beta(2) = \hat{a}_{y\beta}(2) \end{cases} \quad (13)$$

解方程组得各系数为:

$$\begin{cases}
 \widehat{b}_\alpha(0) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(0)} & \widehat{b}_\alpha(1) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(1)} \\
 \widehat{b}_\alpha(2) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(2) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(2)} & \widehat{b}_\beta(0) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(0) + \widehat{b}_{y\beta}^2(0)} \\
 \widehat{b}_\beta(1) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(1) + \widehat{b}_{y\beta}^2(1)} & \widehat{b}_\beta(2) = \pm \sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(2) + \widehat{b}_{y\beta}^2(2)} \\
 \cos\theta_x = \frac{\sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(2)}}{\sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(2) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(2)}} \\
 \sin\theta_x = \frac{\sqrt{\widehat{b}_{y\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(2)}}{\sqrt{\widehat{b}_{x\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{x\alpha}^2(2) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(0) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(1) + \widehat{b}_{y\alpha}^2(2)}} \\
 \cos\theta_y = \frac{\sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(0) + \widehat{b}_{x\beta}^2(1) + \widehat{b}_{x\beta}^2(2)}}{\sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(0) + \widehat{b}_{x\beta}^2(1) + \widehat{b}_{x\beta}^2(2) + \widehat{b}_{y\beta}^2(0) + \widehat{b}_{y\beta}^2(1) + \widehat{b}_{y\beta}^2(2)}} \\
 \sin\theta_y = \frac{\sqrt{\widehat{b}_{y\beta}^2(0) + \widehat{b}_{y\beta}^2(1) + \widehat{b}_{y\beta}^2(2)}}{\sqrt{\widehat{b}_{x\beta}^2(0) + \widehat{b}_{x\beta}^2(1) + \widehat{b}_{x\beta}^2(2) + \widehat{b}_{y\beta}^2(0) + \widehat{b}_{y\beta}^2(1) + \widehat{b}_{y\beta}^2(2)}} \\
 \widehat{a}_\alpha(1) = \frac{\widehat{a}_{x\alpha}(1) + \widehat{a}_{y\alpha}(1)}{2} & \widehat{a}_\alpha(2) = \frac{\widehat{a}_{x\alpha}(2) + \widehat{a}_{y\alpha}(2)}{2} \\
 \widehat{a}_\beta(1) = \frac{\widehat{a}_{x\beta}(1) + \widehat{a}_{y\beta}(1)}{2} & \widehat{a}_\beta(2) = \frac{\widehat{a}_{x\beta}(2) + \widehat{a}_{y\beta}(2)}{2}
 \end{cases} \quad (14)$$

### 3 仿真分析

仿真实验采用的脉冲传递函数矩阵为:

$$G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{0.3 + 0.55z^{-1} + 0.35z^{-2}}{1 - 1.55z^{-1} + 0.72z^{-2}} & 0 \\ 0 & \frac{0.3 + 0.45z^{-1} + 0.50z^{-2}}{1 - 1.50z^{-1} + 0.71z^{-2}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

为了使仿真更贴近真实环境,在输出信号上叠加

通过白色噪声经过成型滤波器的方式生成的有色噪声信号。辨识实验的实验框图如图 3 所示。

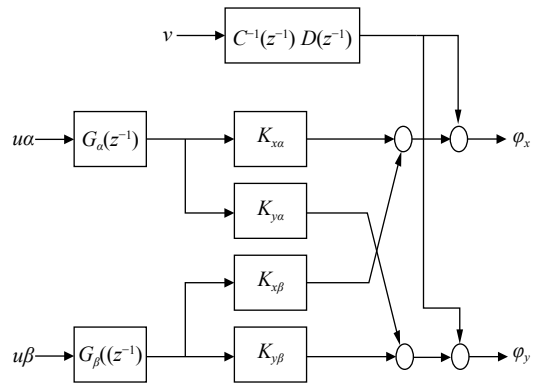


图 3 辨识实验框图

Fig.3 Diagram for identification test

辨识实验流程如图 4 所示。

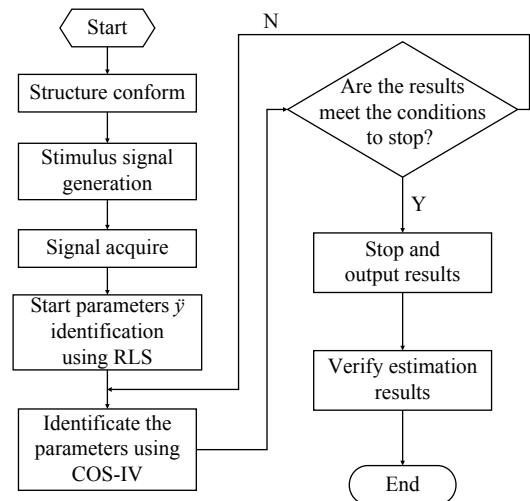


图 4 实验流程图

Fig.4 Flow chart for identification test

系统辨识仿真结果见表 1~表 4。

脉冲传递函数参数估计数据迭代过程如图 5~图 8 所示。

经计算获得的耦合矩阵和伺服机构脉冲传递函数系数见表 5~表 7。

表 1  $\alpha$ -X 通道参数估计仿真结果

Tab.1 Simulation results of  $\alpha$ -X channel parameter estimation

	$a1$	$a2$	$b0$	$b1$	$b2$	Static gain
True value	-1.55	0.72	0.212	0.389	0.248	4.99
Estimation	-1.540	0.712	0.220	0.395	0.253	5.05

表 2  $\alpha$ -Y 通道参数估计仿真结果

Tab.2 Simulation results of  $\alpha$ -Y channel parameter estimation

	$a1$	$a2$	$b0$	$b1$	$b2$	Static gain
True value	-1.55	0.72	0.212	0.389	0.248	4.99
Estimation	-1.540	0.712	0.220	0.395	0.253	5.05

表 3  $\beta$ -X 通道参数估计仿真结果

Tab.3 Simulation results of  $\beta$ -X channel parameter estimation

	$a1$	$a2$	$b0$	$b1$	$b2$	Static gain
True value	-1.50	0.71	-0.212	-0.318	-0.354	4.21
Estimation	-1.520	0.727	-0.188	-0.285	-0.345	3.95

表 4  $\beta$ -Y 通道参数估计仿真结果

Tab.4 Simulation results of  $\beta$ -Y channel parameter estimation

	$a1$	$a2$	$b0$	$b1$	$b2$	Static gain
True value	-1.50	0.71	0.212	0.318	0.354	4.21
Estimation	-1.495	0.709	0.222	0.321	0.357	4.21

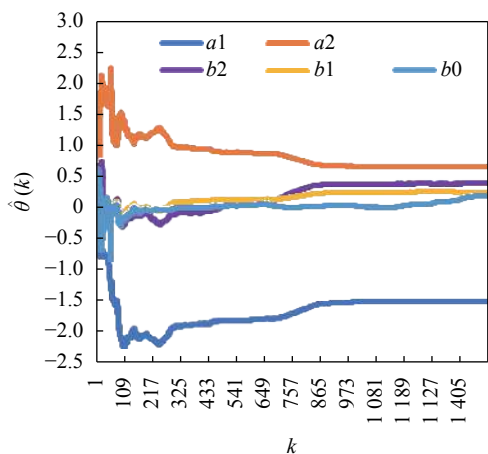


图 5  $\alpha$ -X 通道参数估计过程仿真

Fig.5 Simulation of parameter estimation process for  $\alpha$ -X channel

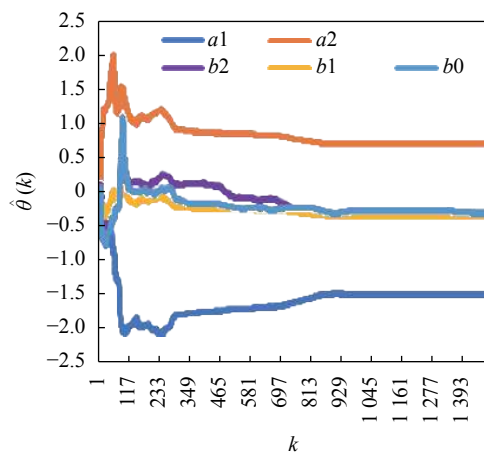


图 7  $\beta$ -X 通道参数估计过程仿真

Fig.7 Simulation of parameter estimation process for  $\beta$ -X channel

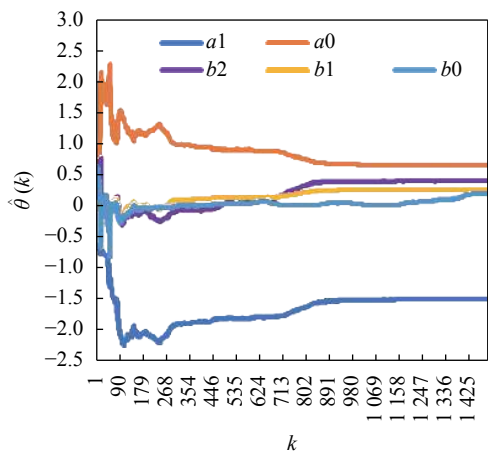


图 6  $\alpha$ -Y 通道参数估计过程仿真

Fig.6 Simulation of parameter estimation process for  $\alpha$ -Y channel

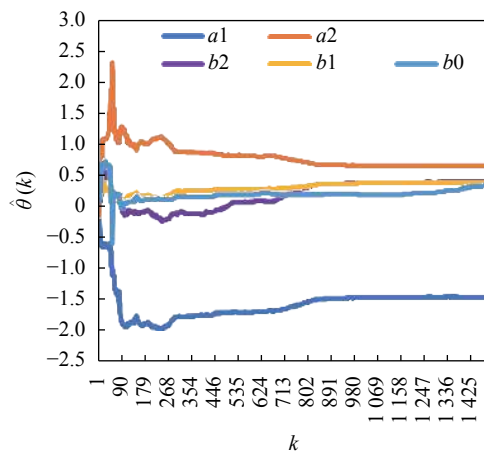


图 8  $\beta$ -Y 通道参数估计过程仿真

Fig.8 Simulation of parameter estimation process for  $\beta$ -Y channel

表 5 耦合矩阵计算结果

Tab.5 Calculation results for decoupling matrix

	$\cos(\theta_x)$	$\cos(\theta_y)$	$\sin(\theta_x)$	$\sin(\theta_y)$
True value	0.707	0.707	0.707	0.707
Estimation	0.707	0.674	0.707	0.739

表 6  $\alpha$  驱动轴脉冲传递函数系数计算结果

Tab.6 Results of pulse transfer function parameters for  $\alpha$  drive axis

	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	Static gain
True value	-1.550	0.720	0.300	0.550	0.350	4.99
Estimation	-1.540	0.712	0.311	0.559	0.358	5.04

表 7  $\beta$  驱动轴脉冲传递函数系数计算结果

Tab.7 Results of pulse transfer function parameters for  $\beta$  drive axis

	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	Static gain
True value	-1.500	0.710	0.300	0.450	0.500	4.21
Estimation	-1.508	0.718	0.291	0.430	0.496	4.10

通过对表 5~表 7 中的数据分析, 脉冲传递函数系数和耦合矩阵的辨识精度在 95% 以上, 辨识效果良好。

## 4 实验验证

### 4.1 实验原理

辨识实验是在 Matlab/dSPACE 半实物仿真平台上进行的。伺服机构的输入信号通过半实物仿真平台 D/A 接口输出, 并通过功率放大器放大后驱动伺服机构的两组音圈电机执行推拉工作; 通过电涡流位置传感器测量并解算伺服机构反射镜转动的角度, 并以模拟量的形式输出; 通过 A/D 接口采集电涡流位置传感器输出的模拟信号以及 D/A 接口输出的输入信号, 并转换成数字信号; Matlab 对采集到的输入/输出信号利用 m 语言编程对脉冲传递函数进行辨识<sup>[17]</sup>。

### 4.2 平台搭建

为了验证辨识算法的有效性和准确性, 针对自行研制的一款口径为 100 mm、行程 $\pm 10$  mrad 的双轴快速反射镜原理样机进行了脉冲传递函数辨识。快速反射镜伺服机构实物如图 9 所示。



图 9 FSM 伺服机构实物

Fig.9 Picture of FSM's mechanism

### 4.3 实验结果及分析

采用 COR-IV 对伺服机构脉冲传递函数进行辨识。采用 M 序列作为辨识用激励信号, 首先利用相关—最小二乘估计算法启动运算, 再采用 COR-IV 进行参数辨识。辨识结果见表 8~表 11。

表 8  $\alpha$ -X 通道参数估计结果

Tab.8 Parameter estimation results for  $\alpha$ -X channel

Parameter	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$
Result	-1.8070	0.9440	-0.0300	-0.1360	-0.0340

表 9  $\alpha$ -Y 通道参数估计结果

Tab.9 Parameter estimation results for  $\alpha$ -Y channel

Parameter	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$
Result	-1.8390	0.9650	0.0406	0.1739	0.0360

表 10  $\beta$ -X 通道参数估计结果

Tab.10 Parameter estimation results for  $\beta$ -X channel

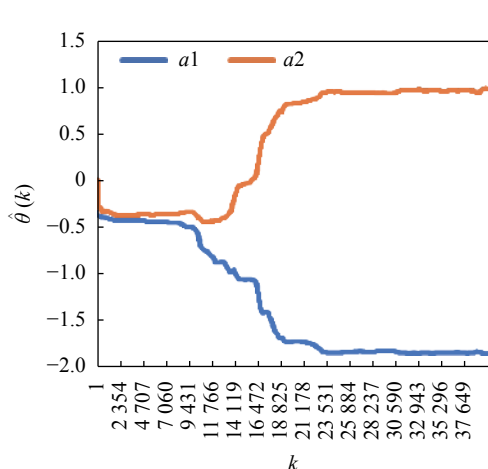
Parameter	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$
Result	-1.8398	0.9939	0.0302	0.1583	0.0255

表 11  $\beta$ -Y 通道参数估计结果

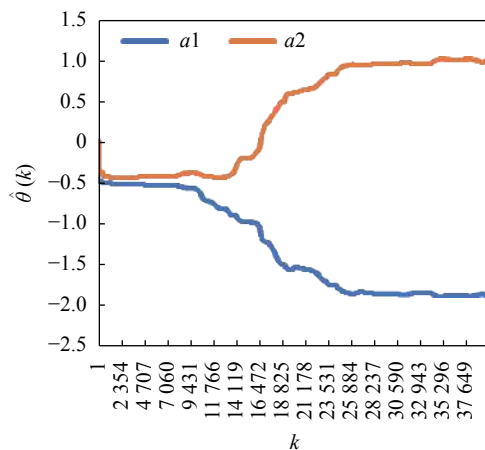
Tab.11 Parameter estimation results for  $\beta$ -Y channel

Parameter	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$	$b_2$
Result	-1.8259	0.9636	0.0434	0.2029	0.0618

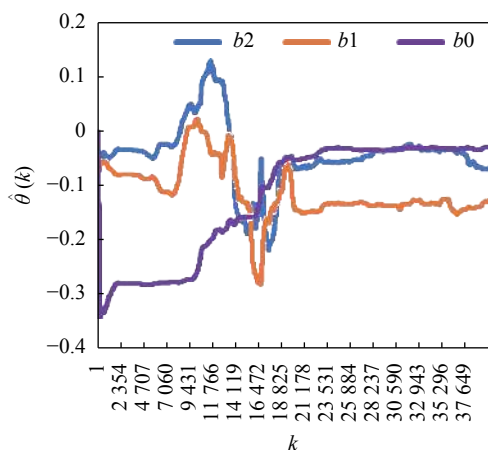
数据迭代过程如图 10~图 13 所示。



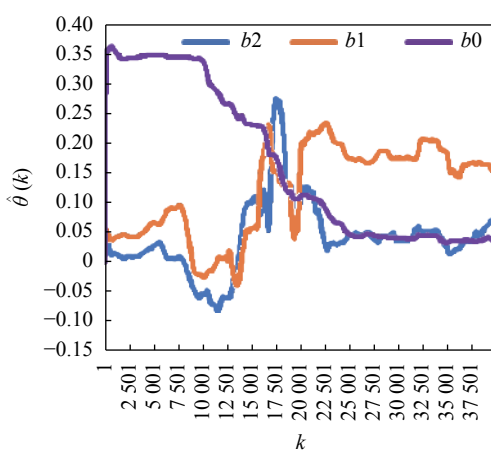
(a)  $a_1$ 、 $a_2$  参数估计过程  
(a) Parameter estimation process of  $a_1$  &  $a_2$



(a)  $a_1$ 、 $a_2$  参数估计过程  
(a) Parameter estimation process of  $a_1$  &  $a_2$



(b)  $b_2$ 、 $b_1$ 、 $b_0$  参数估计过程  
(b) Parameter estimation process of  $b_2$ ,  $b_1$  &  $b_0$



(b)  $b_2$ 、 $b_1$ 、 $b_0$  参数估计过程  
(b) Parameter estimation process of  $b_2$ ,  $b_1$  &  $b_0$

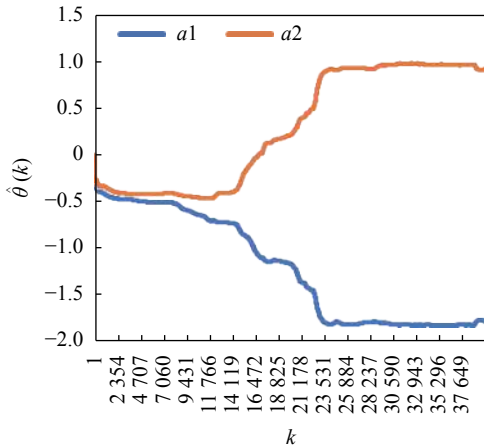
图 10  $\alpha$ -X 通道参数估计过程

Fig.10 Parameter estimation process for  $\alpha$ -X channel

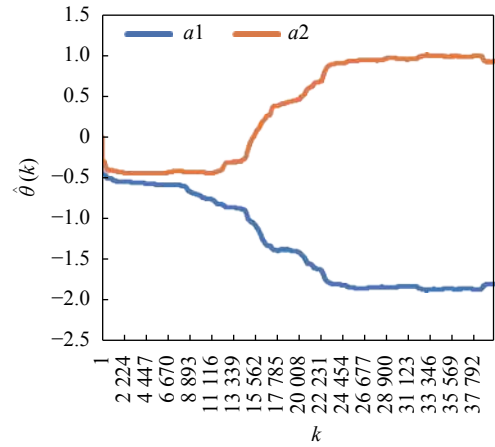
图 11  $\alpha$ -Y 通道参数估计过程

Fig.11 Parameter estimation process for  $\alpha$ -Y channel

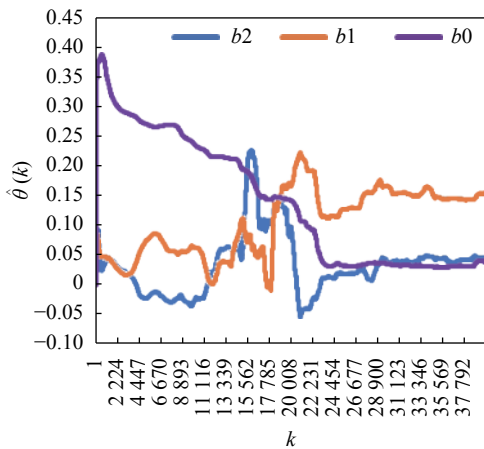




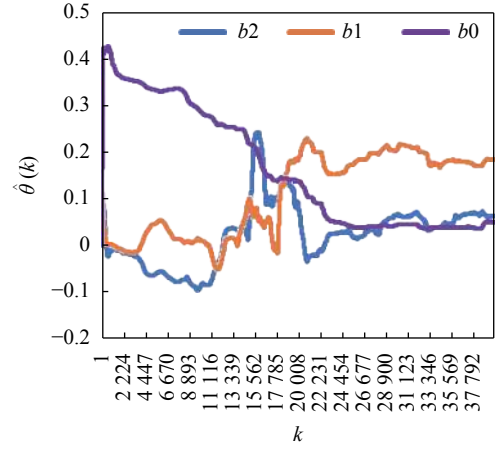
(a)  $a_1$ 、 $a_2$ 参数估计过程  
(a) Parameter estimation process of  $a_1$  &  $a_2$



(a)  $a_1$ 、 $a_0$ 参数估计过程  
(a) Parameter estimation process of  $a_1$  &  $a_0$



(b)  $b_2$ 、 $b_1$ 、 $b_0$ 参数估计过程  
(b) Parameter estimation process of  $b_2$ 、 $b_1$  &  $b_0$



(b)  $b_2$ 、 $b_1$ 、 $b_0$ 参数估计过程  
(b) Parameter estimation process of  $b_2$ 、 $b_1$  &  $b_0$

图 12  $\beta$ -X 通道参数估计过程

Fig.12 Parameter estimation process for  $\beta$ -X channel

图 13  $\beta$ -Y 通道参数估计过程

Fig.13 Parameter estimation process for  $\beta$ -Y channel

辨识结束后,将辨识结果代入到差分方程中,获取伺服机构的阶跃响应曲线,对辨识结果进行验证,响应曲线如图 14~图 17 所示。

对图 14~图 17 的数据从振荡次数、振荡频率、最大振荡幅值以及稳态误差等四方面进行对比分析,结果如下:

(1) 从“振荡次数”方面进行对比,以进入 5% 误差带作为评判标准,实测结果在 9~10 次之间,仿真结果在 10~11 次之间;

(2) 从“振荡频率”方面进行对比,实测结果在 29.4~31.3 Hz 之间,仿真结果在 29.4~31.3 Hz 之间;

(3) 从“振荡幅值”方面进行对比,实测结果和仿真结果的误差在 3%~10% 范围,其中阶跃响应的第一个振荡环节误差最大;

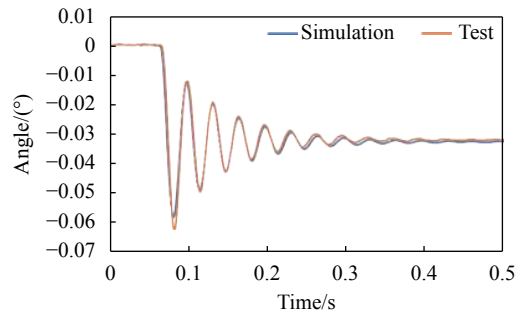


图 14  $\alpha$ -X 通道阶跃响应对比

Fig.14  $\alpha$ -X channel step response comparison

(4) 从“稳态误差”方面进行对比,四个通道的稳态误差均在 5% 以内。

上述对比表明,通过参数辨识获得的脉冲传递函数可反映被测伺服机构的特性。

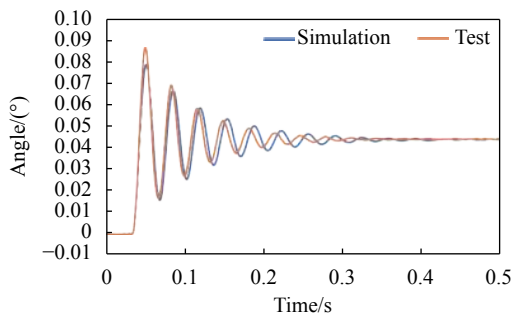


图 15  $\alpha$ -Y 通道阶跃响应对比

Fig.15  $\alpha$ -Y channel step response comparison

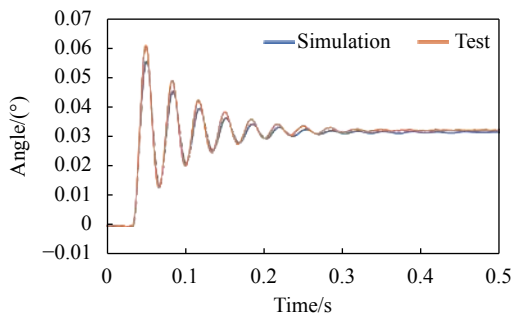


图 16  $\beta$ -X 通道阶跃响应对比

Fig.16  $\beta$ -X channel step response comparison

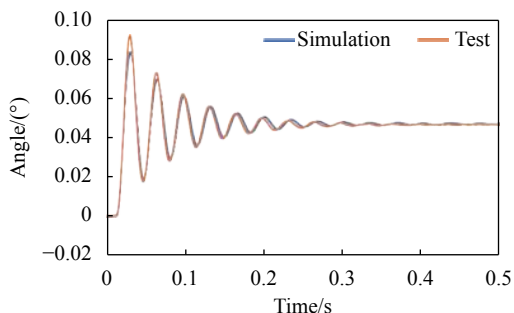


图 17  $\beta$ -Y 通道阶跃响应对比

Fig.17  $\beta$ -Y channel step response comparison

## 5 结 论

文中从解决柔性支撑双轴快速反射镜伺服机构存在的问题角度出发,介绍了相关-辅助变量最小二乘算法和利用相关-辅助变量最小二乘算法获得被测对象参数的计算过程,通过数值仿真验证了计算过程的合理性和辨识算法的正确性。通过辨识快速反射镜原理样机的伺服机构脉冲传递函数零、极点多项式系数和伺服机构阶跃响应对比验证,证明了所提出的辨识算法有效、辨识精度在预期的范围内,可以为快速反射镜系统的自适应控制提供数据支撑。

## 参 考 文 献:

- [1] Larry Edward Haw II. Controll of a fast steering mirror for laser-based satellite communication[D]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [2] Wang Zhen, Cheng Xuemin. Research progress and development trend of fast steering mirror [J]. *Journal of Applied Optics*, 2019, 40(2): 373-379. (in Chinese)
- [3] Zhao Lei, Ji Ming, Wang Jia, et al. Design and simulation of fast steering mirrors connected by universal flexure hinges [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(2): 0218002. (in Chinese)
- [4] Ai Zhiwei, Ji Jianbo, Wang Pengjv, et al. Integrative design of structure control for two-axis fast steering mirror with flexible support [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(7): 20190479. (in Chinese)
- [5] Xu Xinhang, Yang Hongbo, Wang Bing, et al. Research on key technology of fast-steering mirror [J]. *Laser & Infrared*, 2013, 43(10): 1095-1103. (in Chinese)
- [6] Xu Feifei, Ji Ming, Zhao Chuangshe. Status of fast steering mirror [J]. *Journal of Applied Optics*, 2010, 31(5): 847-850. (in Chinese)
- [7] Fang Lianwei, Shi Shouxia. Closed loop design and simulation of fast steering mirror [J]. *Laser & Infrared*, 2020, 50(10): 1233-1240. (in Chinese)
- [8] Gevers M, Mišković L, Bonvin D, et al. Identification of multi-input systems: Variance analysis and input design issues [J]. *Automatica*, 2006, 42: 559-572.
- [9] Yashiko Mutoh, Romeo Ortega. Interactor structure estimation for adaptive control of discrete-time multivariable nondecouplable systems [J]. *Automatica*, 1993, 29(3): 635-647.
- [10] Totani T, Harada T. On-line measurement of dynamic response using pseudo-random pulse train [J]. *Transactions of the Society of Instrument & Control Engineers*, 1982, 18(5): 495-500.
- [11] Bokor J, Keviczky L. Structure and parameter estimation of MIMO systems using elementary sus-system representation [J]. *Int J Control*, 1984, 39(5): 965-986.
- [12] Zhao Xueliang, Xiao Yongsong. Instrumental variable parameter estimation for multiple input single output systems [J]. *Science Technology and Engineering*, 2009, 9(20): 6135-6141. (in Chinese)
- [13] Cheng Zhijin. Research on multivariable identification and its application[D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2012. (in Chinese)

- [14] Xiao Deyun. Theory of System Identification with Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014. (in Chinese)
- [15] Rolf Iermann, Marco Munchhof. Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2012.
- [16] Torsten Söderström, Stoica P. Instrumental variable methods for system identification [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 1983, 21(1): 1-9.
- [17] Han Fengjuan, Cong Xiaoyu, Guo Shanhong, et al. Design of real-time system simulation architecture for seeker [J]. *Computer Application and Software*, 2019, 36(6): 76-80. (in Chinese)