

单像素复振幅成像 (特邀)

刘瑞丰*, 赵书朋, 李福利

(西安交通大学 物理学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 传统光学成像系统主要依靠阵列探测器对目标的空间分布进行探测来达到成像的目的。而单像素成像不需要阵列探测器,在探测端只需要使用一个单点探测器来记录光场的信号,然后利用关联算法来重构目标物体的图像信息。由于单点探测器的技术较为成熟,且成本较为低廉,因此这种成像方式在近些年得到了研究人员的广泛关注,期望单像素成像技术能够应用在 X 射线、红外、太赫兹等波段。另外,单像素成像技术在生物荧光成像、多光谱成像、三维成像、光场复振幅成像等应用领域也得到了深入的研究。其中光场波前的相位探测在天文观测、医学诊断、光学测量等领域至关重要,研究人员针对这一问题提出了多种基于单像素成像技术进行复振幅成像的方法,这些研究有效地拓展了单像素成像技术的实际应用场景。文中主要介绍了单像素成像技术的历史发展及其基本工作原理,并着重介绍了单像素成像技术在复振幅成像应用中的工作。

关键词: 单像素成像; 波前检测; 复振幅成像; 关联成像; 压缩感知

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210735

Single-pixel complex amplitude imaging (*Invited*)

Liu Ruifeng*, Zhao Shupeng, Li Fuli

(School of Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In traditional imaging systems, a two-dimensional pixel array detector is usually used to record the object's image. However, in the scheme of single-pixel imaging, only a bucket detector without spatial resolution capability is needed for signal measurement. Then one can reconstruct the image with different algorithms on a computer. Compared with pixel array detector, the manufacturing cost is relatively low for a bucket detector, so the single-pixel imaging technique attracts a great deal of researchers, especially in the wavebands of X ray, near infrared imaging and terahertz imaging. Moreover, extensive attention of single-pixel imaging has also focused on the applications of fluorescence imaging, multi-spectral imaging, 3D imaging and complex wavefront imaging. Especially in the field of complex wavefront imaging, because it is important to the applications of astronomy, medical diagnosis and optical measurement. Researchers have proposed a large number of single-pixel imaging schemes to measure an unknown complex amplitude field, and these works may help the single-pixel imaging technique be used in different practical scenes. In this review, the development and basic principle of single-pixel imaging technique were introduced. Further, the application of single-pixel imaging in the field of complex amplitude measuring was reviewed and discussed detailly.

Key words: single-pixel imaging; wavefront measuring; complex amplitude imaging; correlated imaging; compressive imaging

收稿日期:2021-10-08; 修订日期:2021-10-29

基金项目:国家自然科学基金 (12074307)

通讯作者:刘瑞丰,男,副教授,博士,主要从事单像素成像,光场调控方面的研究。

0 引言

图像是人类最主要的信息源,在人类认识世界的过程中,至少有 80% 的信息是通过视觉系统获得的。在传统的图像采集与记录过程中,一般是采用具有空间分辨能力的阵列探测器来记录目标场景的图像信息。随着半导体工艺技术的发展,常用的阵列电耦合器件 (Charge Coupled Device, CCD) 和互补金属氧化物半导体 (Complementary Metal-Oxide Semiconductor, CMOS) 器件的像素数量已经达到千万,甚至亿像素级别。但是这些阵列探测器的工作波长主要集中在可见光波段,不适用于非可见光波段的成像。目前生产工作在紫外、红外、太赫兹等特殊波段的大面阵阵列探测器工艺尚未成熟,且制作成本较高。因此研究工作者提出了一种不需要阵列探测器,新型的单像素成像 (关联成像) 技术^[1]。在这种成像方案的探测端,只需要一个不具有空间分辨能力的单点探测器进行光强信号的记录,然后结合算法进行目标图像的重建^[2]。

关联成像 (Correlated imaging), 又称为鬼成像 (Ghost imaging), 是在 20 世纪 80 年代兴起的在光学成像领域的一个新方向^[3-4]。在传统光学成像方案中,物体和它的像是同时出现在同一条光路中的。在这条光路中,利用一个具有空间分辨能力的阵列探测器来记录目标物体反射的光强图像或透射的光强图像。而关联成像是把物体放在具有一定强度涨落关联的两路光中的一个光路上,利用符合测量,在另一个光路上探测得到物体的图像。这种特殊的“非定域”成像方式常常也被称为“鬼成像”。最早的关联成像方案是使用纠缠双光子对^[5]作为光源实现的,这一非定域成像方式的提出引起了人们的广泛关注。后来,研究者们打破了纠缠光源的限制,利用更容易获得的赝热光源和热光源实现了类似的关联成像。

1995 年, Shih 等人首次利用纠缠双光子对在实验上实现了关联成像^[5]。作者利用偏振分束器将一块 II 型 BBO 晶体产生的偏振相互垂直的纠缠双光子对分成两路,用其中一路光照明待成像的物体后,然后用一个没有空间分辨能力的桶探测器收集物体后方所有的光子。在另一条光路上,用一个点探测器进行空间扫描,这条光路的测量不包含任何有关物体的信息。两路探测器分别单独进行探测时,无法得到物体

的空间分布信息,但是利用两个探测器的双光子符合测量就可以获得物体的像^[5]。同一年, Shih 等人还利用纠缠双光子源实现了非定域的双缝干涉^[6],即将双缝放在其中一条光路中,仍然可以在另外一路得到双缝的干涉条纹。1999 年, Fonseca 在实验中发现将两个单缝分别放在两个不同的光路,通过关联测量也可以观察到非定域双缝的干涉条纹^[7]。

Rochester 大学 Boyd 等人于 2002 年设计了一个巧妙的实验^[8],他们利用一个随机转动的反射镜将一束普通的激光反射到一块分束器上,得到两条方向关联的光线。在其中的一条光路上放置待成像物体,并用一个桶探测器收集经过物体后的光强。另一路光不作任何调节,仅使用一个 CCD 来记录光线照明的位置。最后通过计算两个光路的强度关联,得到了物体的图像。2004 年, Gatti 等人在理论上提出了一种使用非相干光源实现关联成像的方案^[9-10],并分析了相同装置下纠缠光关联成像的结果。同年, Han 等人讨论了一种完全非相干光的无透镜关联成像^[11],该方案最终得到物体的 Fourier 像。在得到物体的 Fourier 像后,可以进一步结合相位恢复算法重构物体的原始图像。2005 年, Wang 等人讨论了热光关联成像过程中的高斯透镜成像公式,并与量子纠缠光源的关联成像进行了比较^[12]。他们发现热光源类似于一个相位共轭镜,可以实现无透镜关联成像。随后, Shih 和 Lugiato 等人分别在实验上实现了热光关联成像^[13-14],并提出了热光关联成像的高斯薄透镜成像原理。后来, Wu 等人利用铷空心阴极电子管作为真正热光源实现了关联成像的实验^[15-16]。在实现热光关联成像的过程中,人们还对热光关联成像的分辨率、对比度、信噪比等问题进行了广泛的讨论和研究^[17-28]。

2008 年, Shapiro 教授提出了计算鬼成像的概念^[29]。在该理论方案中,进行空间分辨探测一路的探测器被取消了。取而代之的是使用一个可以进行光场空间分布调控的空间光调制器,然后利用自由空间光场传播的原理计算照明到物体表面光场的强度分布。最后利用一个单点探测器记录透过物体后光场的总强度值,并利用关联算法恢复目标物体的图像信息。Katz 于次年结合压缩感知的方法实现了该计算鬼成像的方案^[30],这一理论方案的实现为鬼成像的实

际应用提供了很好的技术基础。Miles 等人利用计算鬼成像的原理实现了物体三维鬼成像^[31-32]和彩色成像^[33]。后来他们还结合 Hadamard 散斑的特性,在显微镜中实现了红外光照明下的生物体高速鬼成像^[34]。在弱光成像方面,Miles 等人利用参量下转换过程中的双子特性,实现了每个像素只有 0.45 个光子的弱光成像^[35],这为生物体弱光成像提供了一个很好的实验方案。

在计算机视觉领域,Rice 大学 Duarte 等人于 2008 年结合压缩感知理论提出了单像素相机的概念^[36]。该单像素相机仅使用一个不具有空间分辨能力的单点探测器记录光强信号,同时通过采集远小于原始图像数据量的数据就可以重构出高质量的图像。压缩感知理论的应用可以实现信号采样和压缩的同步完成,避免了先采集全部数据再通过后期计算判断舍弃大部分意义较小的数据而造成的资源浪费^[37-39]。该单像素相机的成像原理与计算鬼成像的原理是类似的,都是借助照明信号和探测信号的关联特性,从而实现图像重构一种单像素成像技术,它们共同推动了单像素成像领域发展的新方向。在此之后,大量的研究集中在单像素成像过程中的速度提升、图像质量提升、重构算法优化等工作上^[40-46],以及单像素成像技术在三维成像^[31-32,47]、多光谱成像^[48-50]、偏振成像^[51-53]、全光裸眼鬼成像^[54]、光学信息加密^[55-58]、细胞测定仪^[59]、荧光成像^[60]、甲烷气体检测^[61]、运动目标追踪^[62-64]等领域的应用研究。

光学领域对于透明相位物体成像的研究已经持续了两个多世纪,研究者不断探寻新的成像方式。19 世纪细菌学家罗伯特科奇使用化学试剂对透明相位物体进行染色,使得原本透明的相位物体可以在显微镜下进行观测,但是这种作用于原物体的方法改变了物体原有的性质且不能反映出物体相位分布。20 世纪初,泽尔尼克在研究衍射光栅的时候发明了相衬显微技术^[65],并凭借这项研究荣获 1953 年诺贝尔物理学奖。泽尔尼克的相衬法通过对本底光引入 $\pi/2$ 的相位,将物体相位分布线性转变成振幅分布。此外还有一种微分干涉相位差技术,其使用分光棱镜将待测物体的投射光分成有微小平移的正交光束并使其干涉,干涉强度图中就能够反映出物体的相位变化。单像素成像作为一种新型的成像技术,它同样引

起人们将这个技术应用到相位物体成像的领域。例如人们分别提出了利用热光和纠缠光关联成像的原理进行纯相位物体的成像^[66-69]。在单像素相机的概念提出后,研究人员开始设计共路或非共路的光学方案,以及更加高效的采样基矢,并使用空间光调制器对这些基矢进行编码,最后结合重构算法进行复振幅物体的单像素成像^[70-78]。文中将首先简单介绍复振幅成像和单像素成像的基本原理,然后主要讨论单像素成像技术在复振幅物体成像领域的实验研究,并对不同方法的优缺点进行分析。

1 复振幅成像与单像素成像原理

1.1 复振幅成像

通常,可以将复振幅成像的方法分为两类。第一类方法称为干涉法。如图 1(a) 所示,利用一束平面波光场照明目标物体,同时使用一束与照明光场相干的参考平面波和经过物体后的照明光场进行干涉,干涉平面为目标物体的像平面。在像平面记录物光和参考光的干涉条纹,然后可以重构出目标物体的复振幅图像。虽然利用这种干涉法测得的相位函数精度非

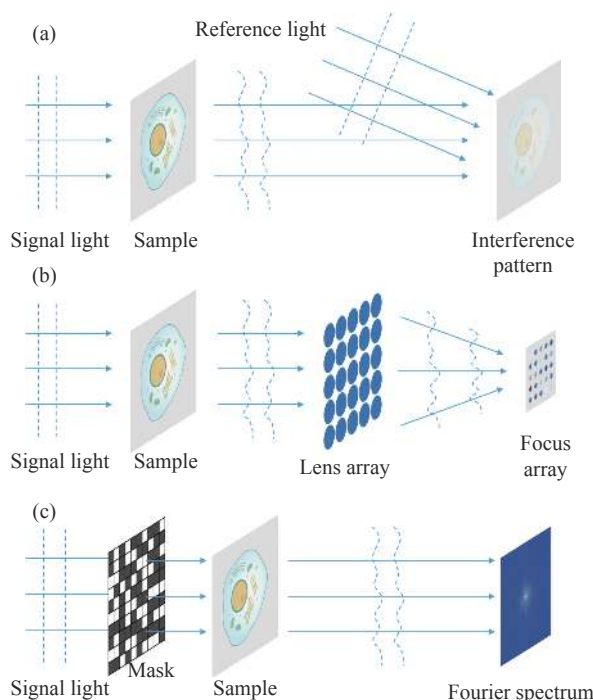


图 1 干涉与非干涉法复振幅成像原理示意图

Fig.1 Complex amplitude imaging with interferometric and non-interferometric approaches

常高,但是这种方法对环境的振动和温度变化非常敏感,要求干涉光路非常稳定。同时,参考光的引入使得该方法的光路尺寸较大,且结构复杂,难以进行集成化的设计和制造。

第二类测量复振幅图像的方法称为非干涉法,这类方法通常依赖于对物光复振幅分布的先验知识以及合适的优化算法^[79]。该类方法的典型方案有 Shack-Hartmann 波前传感^[80]、傅里叶叠层成像^[81]、基于强度传输方程的相位恢复^[82]、相干衍射成像^[83]、随机二元编码采样^[84]等。图 1(b)和(c)分别展示了 Shack-Hartmann 波前传感器和基于随机二元编码采样方法的工作原理。Shack-Hartmann 波前传感器是由一组微透镜阵列和一个二维阵列探测器组成,其中二维阵列探测器放置在透镜阵列的焦平面位置。当待测的复振幅光场照射到透镜阵列表面,透镜阵列将对待测波前进行离散采样,并将离散采样的光波汇聚到探测器表面。扭曲的波前会导致对应透镜单元的聚焦光点位置平移,利用聚焦光点的光强值和平移位置,可以重构出目标光场的复振幅图像。Shack-Hartmann 波前传感器虽然结构紧凑,且操作简单,但是其波前探测的空间分辨率受限于单个微透镜的尺寸,并且要求二维阵列探测器有较高的动态范围。在随机二元编码采样的方案中,首先使用经过二元振幅型模板调控后的光场对目标物体进行随机采样(或使用二元振幅型模板对经过目标物体后的光场进行随机采样),然后使用二维阵列探测器记录经过物体后光场的衍射强度图案。以上过程重复多次后,即可利用采集到的多帧衍射强度图恢复目标物体的复振幅图像。

1.2 单像素成像

在早期的关联成像方案中,通常选用赝热光^[85]作为光源来进行关联成像研究。这种模拟的光源是由一束相干激光被一块转动的毛玻璃散射而得到的。毛玻璃转动过程中,使得散射后的光场在时间和空间都发生强度涨落。这种强度涨落服从高斯分布,从而模拟了真实热光场的统计性质。散射后光场的相干时间是由毛玻璃转动速度与其表面粗糙颗粒的大小决定的。通过改变毛玻璃转动的角速度,可以很容易对光场的相干时间进行调节。而毛玻璃表面的相干

光光斑的大小决定了散射后光场的相干面积。但是在这种方案中,物体的照明图案是一系列随机的强度散斑,这些强度散斑相互之间不是正交的,因此使用这些散斑作为基矢来表达物体的信息效率很低。假如待成像物体的空间图像可分为 N 个像素,通常需要的随机散斑样本数量 $M \gg N$ 才能重构出一幅高信噪比的图像^[31,86]。除了选用随机散斑作为照明基矢进行关联成像外,研究人员指出可以选用正交完备的照明基矢来进行关联成像,如 Hadamard 基矢^[36,87]、余弦基矢^[46]、小波基矢^[88]等。因为这种基矢是正交完备的,因此使用和图像像素数量 M 等同数量的照明基矢就可以获得高信噪比的物体图像。在使用正交完备的照明基矢进行成像的实验方案中,通常是用液晶空间光调制器或者数字微镜阵列来投影照明基矢^[36],然后使用一个单点探测器来记录桶探测的光强值,因此这种成像方式又可称为单像素成像。

图 2(a)展示了用于表达 4×4 像素图像的 16 个 Hadamard 矩阵基矢,黑色和白色分别代表数字“1”和“-1”。任意两个 Hadamard 矩阵之间是相互正交的,他们构成了一个 16 维正交完备的空间。图 2(b)是采用 Hadamard 照明基矢进行主动单像素成像的原理图^[1]。在数字微镜阵列设备(Digital Micro-mirror Device, DMD)上依次加载一系列的 Hadamard 基矢图案 $I^j(x,y)$,这里上标 j 代表第 j 次采样,为对 LED 光源入射光场强度分布的调控。经过调控后的光场投射到待成像的目标物体上,然后使用单点探测器记录目标物体反射的光强信号,记光场的强度值为 I_b^j 。需要注意的是,Hadamard 基是只含有“1”、“-1”两种元素的正交矩阵,在数学上可以用这样的矩阵作用于物体函数并得到相应的响应。但是在物理上使用光源对物体照明时,“1”可以对应某个强度,但是“-1”无法用实际的强度来实现。因此在实际应用中通常会将一个 Hadamard 基拆分成两个散斑,这两个散斑既可以在物理上实现又能够通过计算还原出等效的原始 Hadamard 基作用。经过构造后的散斑中只含有“0”、“1”两种元素,在实际实验过程中可以方便的实现。单像素成像过程中未知物体 $T(x,y)$ 的重构公式为:

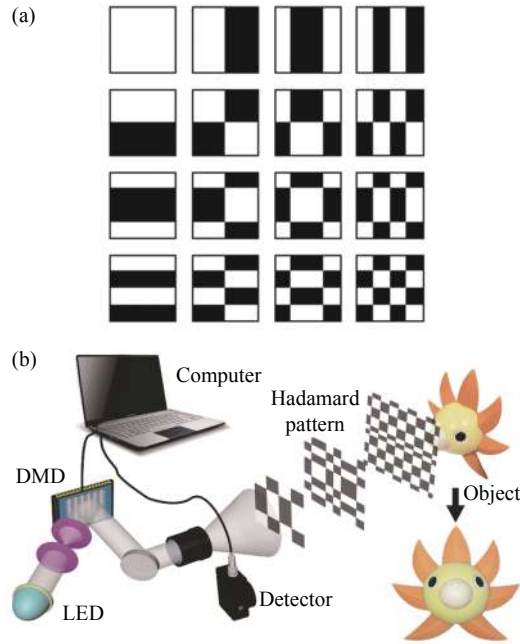


图 2 4 × 4 像素图像对应的 16 个 Hadamard 基矢以及基于 Hadamard 照明基矢的单像素成像

Fig.2 The 16 Hadamard matrices for imaging pixels 4 × 4 and the schematic of single-pixel imaging with Hadamard patterns

$$T(x, y) = \sum_{j=1}^M \langle I^j(x, y) I_b^j \rangle - \langle I^j(x, y) \rangle \langle I_b^j \rangle \quad (1)$$

其中, $\langle \cdot \rangle$ 代表多次采样样本的平均值。Hadamard 单像素成像的方法由于不会引入随机噪声, 且在得到 Hadamard 频谱的过程中存在差分过程, 可以在一定程度上消除背景白噪声, 因此在理论上其最终可以实现对未知物体的无失真成像。

1.3 压缩感知单像素成像

2008 年, Rice 大学 Duarte 等人首次结合压缩感知理论建立了“单像素相机”实验系统^[36]。其原理图如图 3 所示, 这是一种被动式的单像素成像方案^[1]。在图 3(a) 中, 被照明场景反射的光线经过第一个透镜之后成像于 DMD 表面。如图 3(b) 所示, DMD 阵列由数千万个横向尺寸为微米级别的微小铝膜反射镜组成。每个铝膜反射镜的倾斜角度可以被独立控制, 从而控制反射光线的方向。目前常用的 DMD 阵列像元数量达到 1920 × 1080 pixel 的量级, 图形刷新速度高达 22 kHz。这里利用 DMD 阵列进行压缩感知采样的过程不同于传统的 Nyquist 采样, 它在采样的过程中并不是对信号本身进行采样, 而是选择合适的稀疏基变换将原始信号变换到一个较为稀疏的低维观测基中, 即实现原始信号的稀疏表达。在确定了稀疏基

后, 接下来要设计观测矩阵, 保证采样能够保留住大部分有用的信息。压缩感知的观测矩阵通常需要满足相干性和等距约束性两个条件^[89], 而目前常用的测量矩阵有随机测量矩阵, 结构化测量矩阵和确定性测量矩阵等。经 DMD 阵列反射的光线经过第二个透镜汇聚, 然后采用一个不具备空间分辨力的单像素光电探测器探测。经过模数转换后以数字信号的形式被记录下来, 这些被记录下来的信号将被送入计算机进行图像重构。

在测量次数远小于未知数的情况下, 理论上可以存在无数组未知解。但是在已知原始信号是稀疏的这个条件下, 压缩感知的理论为近似或者精确重构原始图像提供了可能。重构算法是压缩感知理论的核心内容和技术难点, 这不仅直接影响图像重构效率, 而且直接关系到重构质量的高低。目前常用的重构算法有凸优化算法, 贪婪算法, 全变分算法, 组合算法等。图 3(c) 为 $N = 256 \times 256$ pixel 的原始黑白色的待成像物体, 图 3(d) 是采用 $M=1300$ 个随机采样矩阵进行测量重构后的图像, 该采样数量远低于奈奎斯特采样要求 $M = N/50$ 。图 3(e) 为 $M=6500$ 个随机采样矩阵进行测量重构的结构, 其对应的原始图像为 256×256 pixel 的彩色目标。这些结果表明, 压缩感知

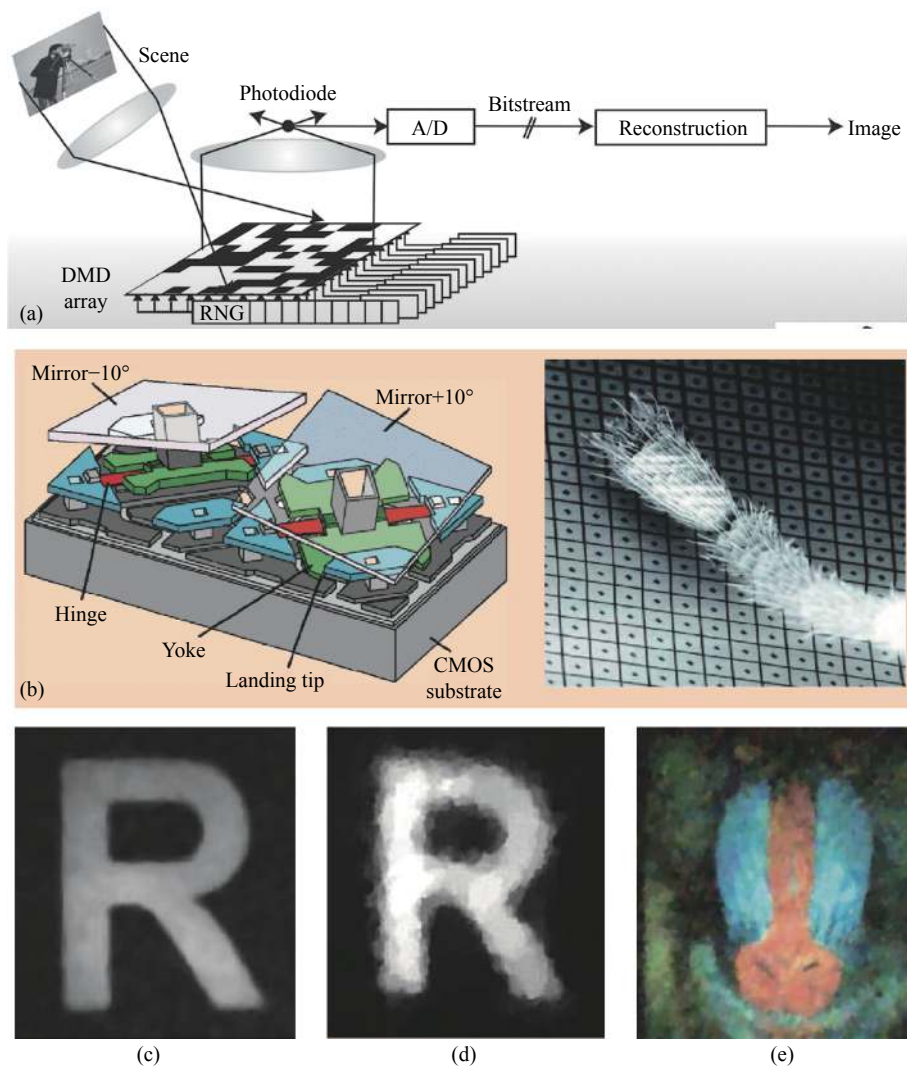


图 3 基于压缩感知的复振幅单像素成像原理与结果示意图^[36]

Fig.3 Diagrams of single-pixel imaging via compressive sampling and the reconstructed images^[36]

理论有助于大大减少单像素成像过程中的采样数量,从而缩短成像时间,进一步推动单像素成像技术的实用化发展^[90-92]。

2 单像素复振幅成像

复振幅成像作为一个被广泛研究的课题有着许多实际应用价值,包括光学元器件的表面瑕疵检测,三维成像,医学成像,以及显微成像。随着单像素成像(关联成像)技术的发展,研究人员陆续提出了多种基于单像素成像原理的复振幅成像的实验方案。在早期的研究中,人们分别提出了利用热光源和纠缠光源关联成像的原理进行纯相位物体成像的方案^[66-69]。该类方案主要采用具有随机强度涨落的光

场作为光源,将光场分为两路,一路用于照明待测的相位物体,另一路进行自由传播。通过仔细设计两路的光程距离以及强度关联探测,可以得到待测物体傅里叶衍射强度图,然后可以利用相位恢复重构目标物体的相位图像。该类方案使用部分相干光作为光源,得到物体的傅里叶衍射图。相比于传统相干衍射成像方案中对高相干性光源的需求,降低了光源的成本,因此这类实验方案在 X 射线成像领域具有重要的应用前景^[69]。随着结构光调控技术的发展,研究人员开始使用空间光调制器对关联成像的基矢进行特殊设计编码,然后利用算法进行复振幅物体的单像素成像。这些成像方法主要有基于微透镜阵列的单像素复振幅成像方案^[70],基于双路干涉

法^[71-73]和共路干涉法^[74-76]的单像素复振幅成像方案,及基于优化算法的单像素复振幅成像方案^[77-78]等。下文将主要介绍以上四种单像素复振幅成像方案的原理。

2.1 基于微透镜阵列的单像素复振幅成像

Shack-Hartmann 波前传感器在自适应光学、面型检测和与人眼视觉等领域有着广泛的应用,可以用于波前检测。Shack-Hartmann 传感器主要由微阵列透镜和 CCD 组成,畸变的波前入射到 Shack-Hartmann 传感器中的微阵列透镜上,并聚焦在 CCD 上。记录 CCD 面上所有汇聚光斑的坐标,通过 Zernike 多项式模式法就可以计算出 Zernike 系数,从而重建波前。受 Shack-Hartmann 波前传感器中微透镜阵列作用的启发,西班牙 F. Soldevila 等人发展出了一套类似的单像素复振幅成像技术^[70]。在图 4(a)所示的实验原理图中,一个位置敏感的单像素探测器被用于探测光强以及光斑位置(图 4(b))。DMD 进行空间编码,并将编码后的图案成像到物体表面,最后加上一个透镜以及一个位置敏感的单点探测器的组合起到与透镜阵列加面阵探测器相同的作用。图 4(c)和图 4(d)展示了该技术重建的振幅与相位的二维和三维结果图。此复振幅成像的方案巧妙地融合了单像素成像的原理和优势,且充分的利用了总光强,适合弱光情况下探测,其成像速度与光强依赖程度主要受限于位置敏感的单像素探测器。

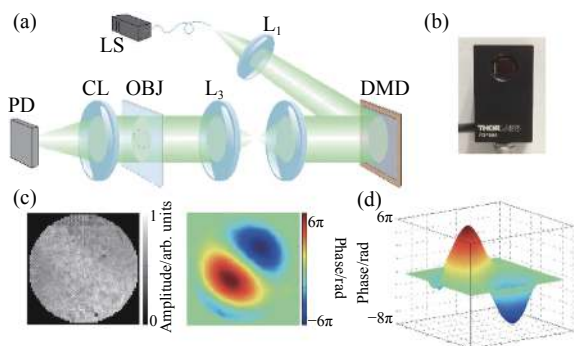


图 4 基于 Shack-Hartmann 波前传感器原理设计的单像素波前检测方案^[70]

Fig.4 Experimental verification of the complex-amplitude single-pixel imaging based on the principle of Shack-Hartmann wavefront sensor^[70]

2.2 基于双路干涉法的单像素复振幅成像

基于双路干涉法的单像素复振幅成像方案最早由 Pere Clemente 等人提出^[71-72]。如图 5(a)所示,将相位物体置于 M-Z 干涉仪的一臂上,并利用空间光调制器对相位物体的远场衍射光场进行空间编码采样。空间光调制器每编码一个采样图案,置于参考臂的相位延迟器将 3 次改变参考相位 $\delta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ 。最后从干涉仪其中一个出口输出的信号光与参考光干涉光场被全部收集并进行桶探测。在该方案中, Pere Clemente 等人利用 Hadamard 基矢对衍射光场进行采样,同时结合压缩感知算法,实现了较少采样条件下相位物体的单像素成像。图 5(b)和图 5(c)分别为重构的振幅与相位图像,图像为 $N = 128 \times 128$ pixel,采样的 Hadamard 基矢数量为 $M = 0.2N$ 。

2021 年 Wu 等人在此基础上使用高速 DMD 代替了相位型空间光调制器以达到更快的调制速度^[73]。为了在不损失空间分辨率的情况下利用 DMD 对物体进行编码,利用含 1 与 0 元素的伪 Hadamard 基 $\tilde{H}_n(r)$ 与含有 1 与 -1 的 Hadamard 基 $H_n(r)$ 的关系: $H_n(r) = 2\tilde{H}_n(r) - \tilde{H}_1(r)$, Wu 等人通过伪 Hadamard 基对物体进行编码。这样做将实现一组正交完备基矢所需的 Pattern 的数量从传统的 $2N$ 降低到了 $N+1$, N 表示信号维度。另外,鉴于单像素成像速度的瓶颈受限于 DMD 刷新率而不是单像素探测器带宽,该方案没有使用空间光调制器或者相位延迟器调节双臂之间的相位差。取而代之, Wu 等人利用两个声光调制器分别置于 M-Z 干涉仪两臂,使得两臂之间的光场存在一个频率差 Δf , 干涉仪出口处的拍频信号便会随时间震荡: $I_n(t) = a_n \cos(2\pi\Delta f t + \varphi_n)$, 其中 $I_n(t)$ 表示第 n 张 Hadamard Pattern 所对应的拍频信号, a_n 与 φ_n 则表示此 Pattern 所对应的振幅与相位,通过分析信号 $I_n(t)$ 的强度与峰值位置便可确定 a_n 与 φ_n 。这使得其成像速度较传统单像素复振幅成像的方案实现了 4 倍的提升。在该研究工作中,作者使用空间带宽时间积 (space-bandwidth-time product, pixel/s) 的概念来定量比较多种单像素复振幅成像方案的性能^[73]。该定义综合考虑了重构图像的分辨率和总的采样时间,较好地反应了成像方案的空间和时间参数。Wu 等人的研究方案在实验上获得了 41 667 的空间带宽时间积^[73],是参考文献 [75] 的实验方案空间带宽时间积的 3 倍。

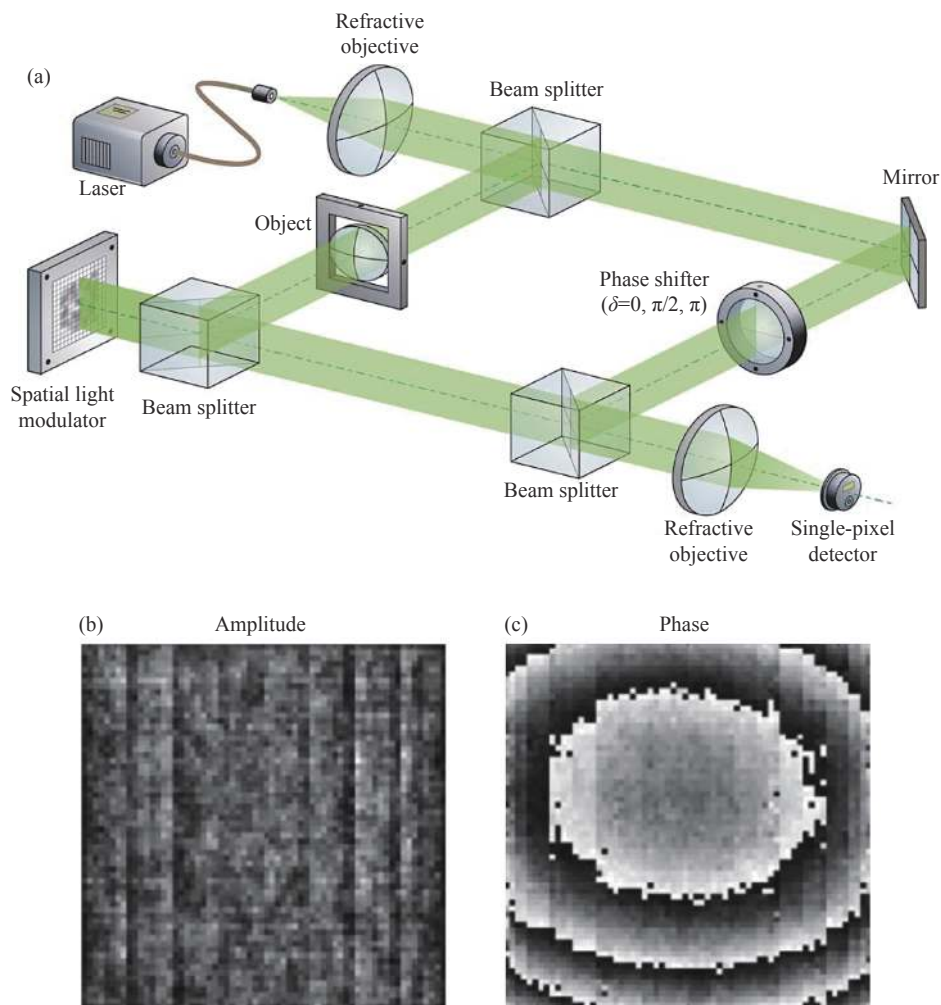


图 5 基于双路干涉仪的复振幅单像素成像方案^[72]

Fig.5 Complex-amplitude single-pixel imaging based on two-arm interferometer^[72]

2.3 基于共路干涉法的单像素复振幅成像

2019 年 Liu 等人提出了基于 DMD 空间编码的单像素共路复振幅成像方案^[74-75], 图 6(a) 为该方案的原理示意图。待测的复振幅图像编码于一个纯相位型 SLM 上, 然后经过 SLM 调制后的光场通过 4f 成像系统 L3 和 L4, 成像在 DMD 表面。在 DMD 表面上设计的二元光栅图案使得一级衍射光中的信号光与参考光被附加上可控相位差。当光束通过 DMD 和 L5 时, 使用光阑 P2 来挑选出一级衍射光, 并阻挡其他级次的光。信号光与参考光在光阑 P2 所在平面处发生干涉。使用光阑 P3 取出经物镜放大 40 倍后的干涉图案的中心点, 并用一个不具有空间分辨能力的单点光电探测器记录光场强度。在 DMD 上加载一系列采样图案并检测进入单点探测器的相应强度值后, 便可以重建光场的复振幅分布。

图 6 (b) 展示了在 DMD 上编码的棋盘图案的示意图。在实验中, DMD 上的 512×512 pixel 被分割成 128×128 格子的棋盘, 信号和参考区域分别包含 8192 个格子。每个格子由 4×4 个 DMD 像素组成。棋盘中的白色和黑色格子分别用作信号和参考区域。为了控制参考光和信号光之间的相对相位, 在 DMD 上加载一个相对于水平轴 45° 方向的光栅, 周期为 4 个像素。当仅观察单个棋盘格子时, 如图 6 (b) 虚线框中所示, 参考光的相位移动 4 次: $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$, 而信号光相位保持不变。第 j 个白色格子处的信号光和第 k 个黑色格子处的参考光的复振幅分别表示为 $A_j e^{i\varphi_j}$ 和 $A_k e^{i\varphi_k}$, 其中 $j, k = 1, 2, 3 \dots n, n = 8192$ 。当信号和参考光通过透镜 L5 并到达 DMD 的傅里叶平面时, 仅在傅里叶平面的中心点记录光强度 (图 6 (a) 中 P3 平面的红点), 这里来自 DMD 不同区域的光之间没有相对

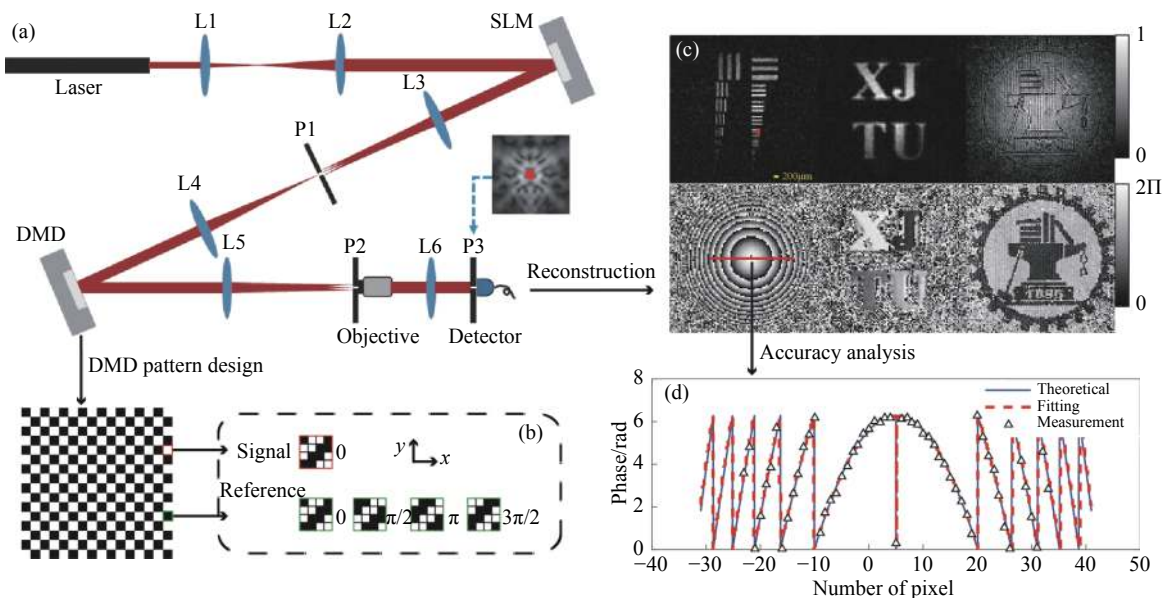


图 6 基于共路干涉的单像素复振幅成像方案

Fig.6 Complex-amplitude single-pixel imaging based on one-arm interferometer

相位差。此时在单点探测器处光场总的复振幅可表示为：

$$A = \sum_{k=1}^n A_k e^{i\varphi_k} + \sum_{j=1}^n A_j e^{i\varphi_j} \quad (2)$$

在对上式合并第一项之后，得到 $A = A_r e^{i\varphi_r} + \sum_{j=1}^n A_j e^{i\varphi_j}$ ，其中 $A_r e^{i\varphi_r}$ 表示所有来自黑色格子的参考光的复振幅的叠加。因此，单点探测器处光场的总强度为：

$$I_{\varphi_r} = A_r^2 + \sum_{j=1}^n A_j^2 + 2 \sum_{j=1}^n A_r A_j \cos(\varphi_j - \varphi_r) + 2 \sum_{j,k=1, j \neq k}^n A_j A_k \cos(\varphi_j - \varphi_r) \quad (3)$$

四步相移方法用于提取公式 (3) 中参考场和信号场之间的交叉项。在实验中，信号光相位保持不变，参考光相位移动 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ 四次以获得相应的强度 $I_{\varphi_r}, I_{\varphi_r+\frac{\pi}{2}}, I_{\varphi_r+\pi}, I_{\varphi_r+\frac{3\pi}{2}}$ ，便可以得到复振幅场的实部和虚部：

$$I_{\varphi_r+\pi} - I_{\varphi_r} = \sum_{j=1}^n A_j \cos(\varphi_j), I_{\varphi_r+\frac{3\pi}{2}} - I_{\varphi_r+\frac{\pi}{2}} = \sum_{j=1}^n A_j \sin(\varphi_j) \quad (4)$$

上式忽略了整体复振幅因子 $A_r e^{i\varphi_r}$ 。由于公式 (4) 与单像素成像原理的公式一致，可以通过单像素成像的方案分别对 $A_j \cos(\varphi_j)$ 以及 $A_j \sin(\varphi_j)$ 进行重建，得到了光场复振幅的实部和虚部后便可以计算出光

场的振幅 A_j 与相位 $e^{i\varphi_j}$ 。图 6(c) 与图 6(d) 分别为部分重建结果以及准确性分析。结果显示该方案的空间分辨率可以达到 $68.4 \mu\text{m}$ ，并且该方案实现了每秒 6 帧的实时单像素复振幅成像。

2020 年，Zhao 等人更进一步用 Laguerre-Gaussian (LG) 函数作为基矢代替 Hadamard 和 Fourier 基进行单像素复振幅成像^[76]。图 7(a1) 与 (a2) 分别为 LG 模式参数选择为 $p=0, l \in [-10, 10]$ 时重构复系数谱；图 7(b1) 与 (b2) 分别为 LG 模式参数选择为 $l=0, p \in [0, 10]$ 时重构复系数谱。该重构结果的保真度均高于 98%，表明单像素成像技术可以用于 LG 叠加态的模式识别，为基于 LG 模式的高维经典与量子通信提供了新的技术途径。在此工作中，Zhao 等人进一步展示了 LG 基底在有限基矢数量复振幅成像时的分辨率优势。作者指出在利用 LG 基底进行单像素复振幅成像时，基矢中心的分辨率较高而周围分辨率较低。如图 7(c1)~(e2) 所示，利用以上特点，Zhao 等人通过调整 LG 基的中心位置实现了对特定区域的分辨率提升。另外，该工作还指出缩小 LG 基底的束腰半径会提升中心位置处分辨率但同时会减小成像范围。应用时，可以事先对分辨率与成像范围进行权衡，从而通过控制束腰半径大小实现最优的分辨率提升与视场范围。该方案的最大优势在于其避免了传统干涉方案中干涉仪带来的不稳定性，其劣势在于对

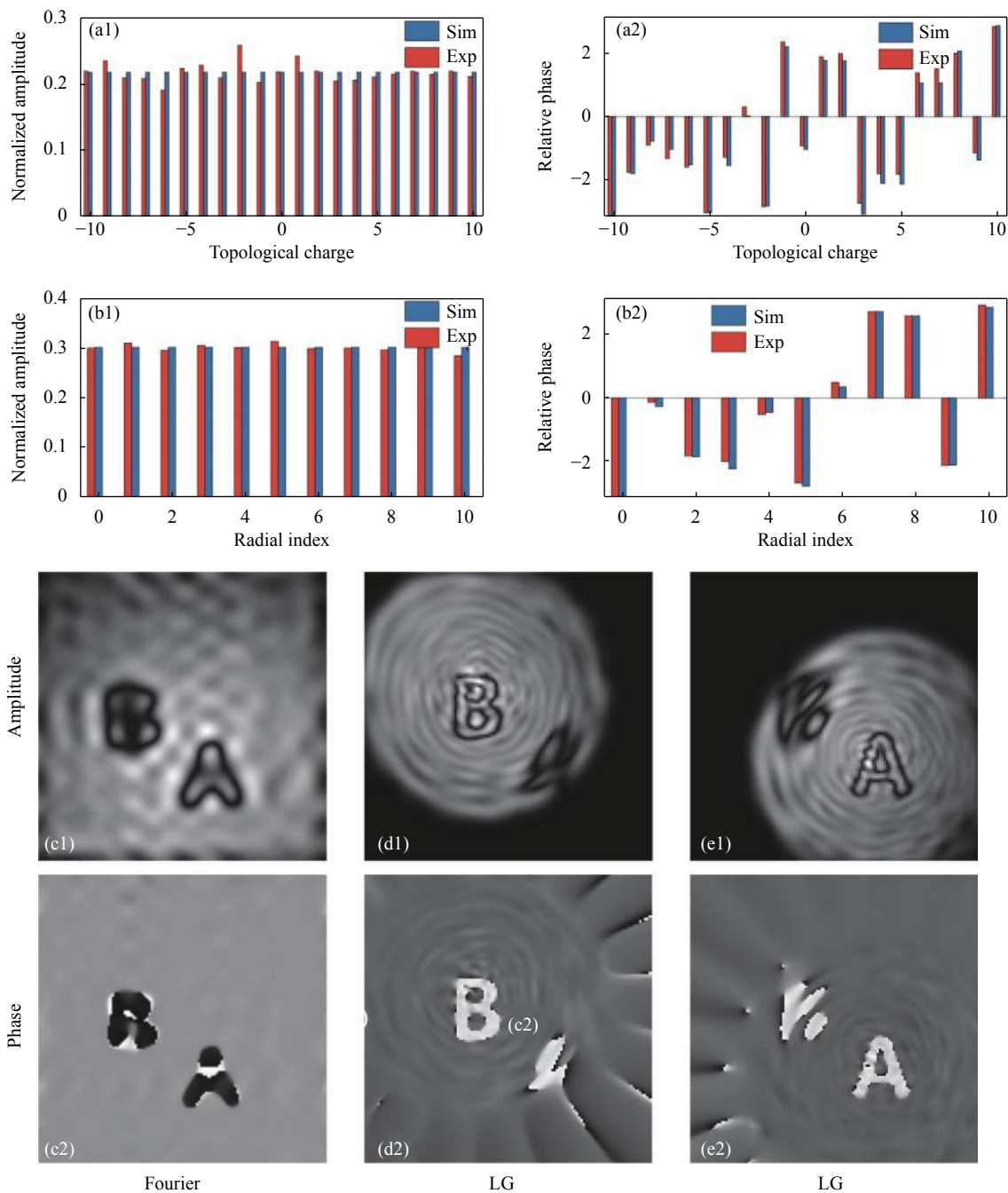


图 7 LG 模式叠加态复振幅系数重构与局部分辨率增强的单像素分振幅成像

Fig.7 Measuring the complex spectrum of LG superposition states and the local resolution enhanced imaging based on single-pixel imaging technique

光强的利用率不高, 并且将高速 DMD 用于相位编码消耗了部分空间分辨率。

共路方案除了运用单点探测器以外, 还可以通过单模光纤来实现^[93]。Seungwoo Shin 等人同样选择了稳定性更强的共路方案, 但与 Liu 等人^[74]不同, 其并没有选择将通过 DMD 的某一部分光分离出来作为参考光, 而是直接将未知光场投影到不同的叠加态基矢

上去来提取相位信息。如图 8(a) 所示为其光路图, 当未知光场 S 被复值基底 D_n 调制时, 位于单模光纤后探测器的强度应表示为: $I_n = |(D_n \circ S)_{|k|=0}|^2 = \left| \int D_n \circ S da \right|^2$, 其中 \circ 表示对应元素相乘或 Hadamard 积, k 是空间频率向量, $\int da$ 表示面积分。注意这里如果选择一组正交的基矢 D_n , 将只能提取物体强度信息。于是 Seungwoo Shin 等人利用已知相移 $e^{i\phi_p}$ 以及一组任意基

底 H 构建出可提取相位信息的基底如下: $D_n = e^{i\phi_p} H_q + H_1$, 其中 $i = \sqrt{-1}$, $p = \{1, 2, 3\}$, $q = 1 - N$, N 表示基底 H 中的基矢数量或空间模式数。这样, 单像素探测器探测到的强度可以表示为:

$$I_n = \left| e^{i\phi_p} \int H_q \circ S da + \int H_1 \circ S da \right|^2 \equiv \left| e^{i\phi_p} s_q + r \right|^2 \quad (5)$$

式中: $s_q \equiv \int H_q \circ S da$ 表示 S 对基底 H 的展开系数; $r \equiv$

$\int H_1 \circ S da$ 为常数。如果将常数 r 视为为全局相位, 并且已知相移 ϕ_p , 所有公式 (5) 中的复值 s_q 都可以被解出。因此, 在标准基底 H 下的便可以表示出待测光场: $S(x, y) = \sum s_q H_q(x, y)$ 。

为了利用 DMD 进行复值光场的投影, Seungwoo Shin 等人利用了 Mosk 等人^[94] 提出的超像素复振幅编码方案。其原理如图 8 (b) 所示, 通过将两透镜离

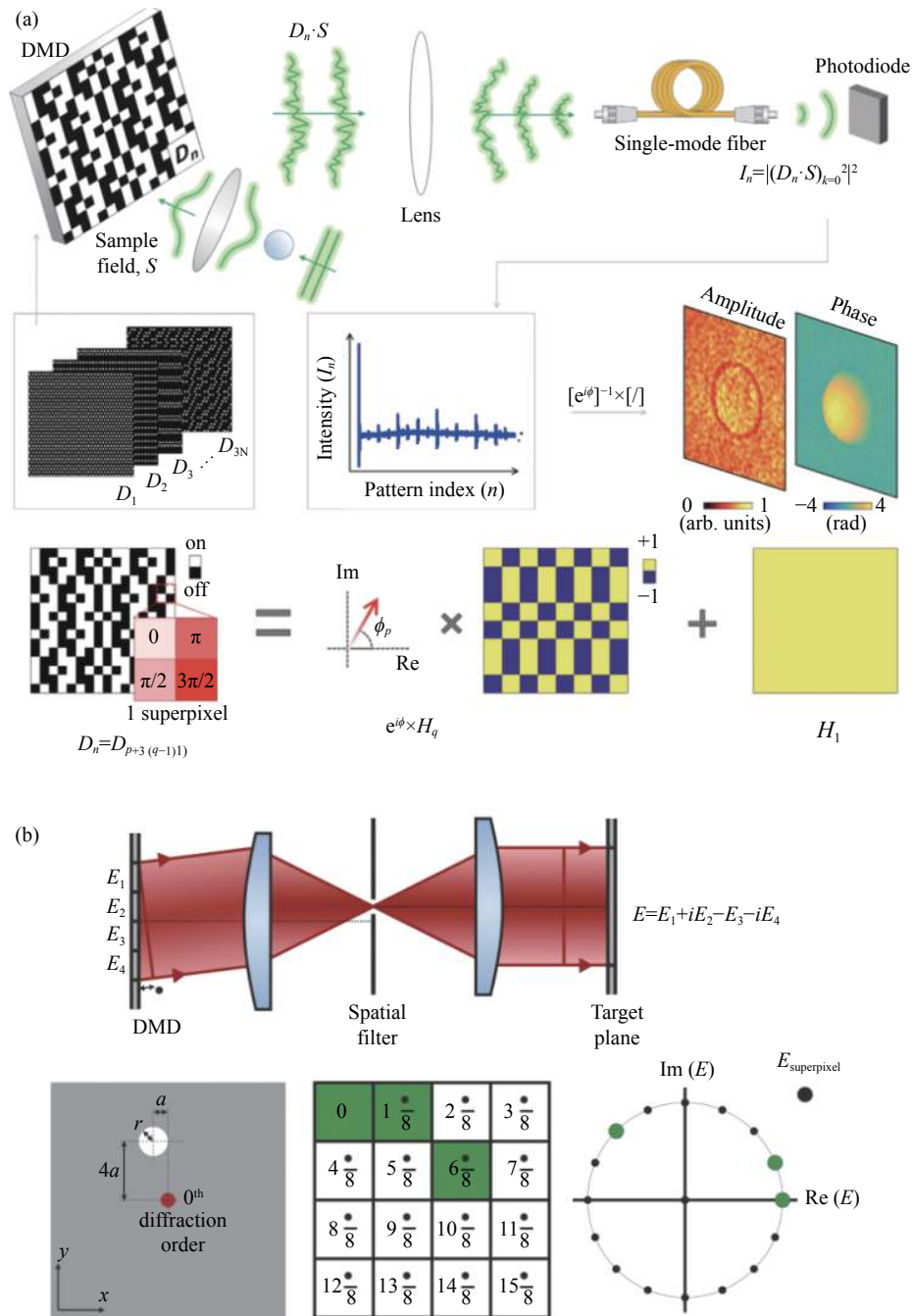


图 8 基于单模光纤的共路单像素复振幅成像方案^[93-94]

Fig.8 Common path single-pixel complex amplitude imaging scheme using single-mode fiber^[93-94]

轴放置,可以在目标平面产生额外的相位因子。这意味着目标平面的相位响应取决于 DMD 上微镜的位置。DMD 被划分为 $n \times n$ 个微镜的超像素,两透镜的放置方式可以使得每个超像素内微镜的相位响应在 0 和 2π 之间均匀分布。圆形光阑置于两透镜之间的傅里叶平面上,它会挡住高空间频率,因此无法解析单个 DMD 微镜,目标平面单个微镜的图像会模糊并有很大的空间重叠。因此,超像素的目标平面相位响应是每个微镜相位响应的总和。对于 $n \times n$ 个微镜组成的超像素,光阑的位置选择相对于 0 级衍射光可以表示为 $(-a, na)$,其中 $a = \frac{-\lambda f}{n^2 d}$, λ 为所用激光波长, f 为第一个透镜焦距, d 为相邻 DMD 微镜间的距离。这样的位置选择使得一个超像素中任意相邻微镜在目标平面的相位响应沿着 x 轴相差 $\frac{2\pi}{n^2}$,沿着 y 轴相差 $\frac{2\pi}{n}$ 。因此组成超像素的 n^2 个微镜在目标平面的相位响应将会均匀地分布在复平面的一个圆上(将 $0 \sim 2\pi$ 均匀的分为 n^2 份),如图 8 (b)中所示($n = 4$)。在 Seungwoo Shin 等人的工作中 $n = 2$,并且基底 H 选择为 Hadamard 基底。因此只利用 2×2 的超像素便可以在目标平面实现 $\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$ 四种相位响应,既可以表达 Hadamard 基底也可以用来控制相位移动 $e^{i\phi_0}$ 。其总共只利用 256×256 个微镜,并且所需 Pattern 数量为 $3N^2(N = 128)$ 。此方案无论是所需 Pattern 数量以及 DMD 空间利用率,都要优于 Liu 等人^[74]。其缺点在于离轴透镜以及光阑的位置选取相对复杂,需要校准。

2.4 基于优化算法的单像素复振幅成像

基于优化算法的单像素复振幅成像方案最早于 2008 年由 Wai Lam Chan 等人在太赫兹频段提出^[95],由于太赫兹频段探测器响应速度可以跟上对应电磁场的振荡速度,相关工作更侧重于压缩感知而不在于相位恢复。2017 年, Ryoichi Horisaki 等人提出了在可见光波段进行单像素衍射相位成像相位恢复的算法^[77]。该方案受单次曝光相位成像技术启发^[96],将孔径编码相位恢复算法与压缩感知结合在一起。其成像原理如图 9(q) 所示。利用空间光调制器投影一系列随机图案传播一段距离 z_i 后用来编码物体,再传播一段距离 z_o 后到达探测器平面,单点探测器只接收中心点处光强信号。若简化模型忽略 y 轴,其向前模型可用公式 (6) 描述:

$$|g|^2 = |S_{z_i} D_{z_o}^k f|^2 \tag{6}$$

式中: $g \in \mathbb{C}^{N_m \times 1}$ 表示光场在探测器位置复振幅; $S_{z_i} \in \mathbb{C}^{N_m \times N_s}$ 是一个矩阵,其第 m 行表示第 m 张图案传播到物面时的复振幅; $D_{z_o}^k \in \mathbb{C}^{N_s \times N_s}$ 为对角阵,它表示由物平面向单像素探测器的传播过程;上标 k 代表单像素探测器的位置; $f \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 接为物体复振幅。公式 (6) 的逆问题可以表示为下式:

$$\hat{f} = \underset{f}{\operatorname{argmin}} \left\| |g|^2 - |S_{z_i} D_{z_o}^k f|^2 \right\|_{l_2} + \tau R(f) \tag{7}$$

式中: R 表示一种稀疏约束,在该方案中被选取为 TV 范数。针对该问题, Chan 等人提出了一种以两步软阈值迭代为基础的算法,其重建结果表明算法性能良好,可以在压缩比 $(N_s N_y / N_m)$ 高达 6.1 的情况下使得重建图像峰值信噪比接近 30。图 9(a)~(p) 分别为不同采样数量情况下重构的振幅与相位图像, (a)~

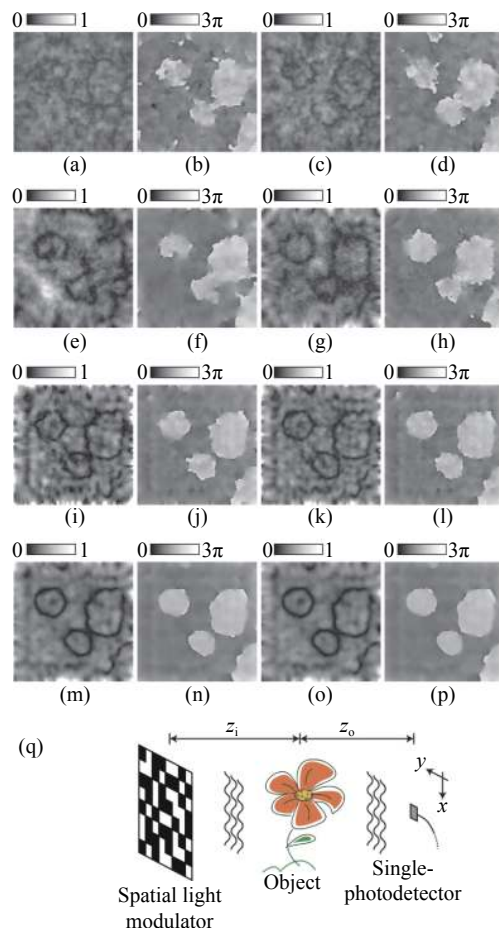


图 9 实验重构复振幅图像结果与单像素压缩衍射成像原理图^[77]
Fig.9 The reconstructed complex amplitude images, and the schematic diagram of single-pixel compressive diffractive imaging^[77]

(b) 为 $M = 500$, (c)~(d) 为 $M = 800$, (e)~(f) 为 $M = 1\ 000$, (g)~(h) 为 $M = 2\ 000$, (i)~(j) 为 $M = 3\ 000$, (k)~(l) 为 $M = 4\ 000$, (m)~(n) 为 $M = 5\ 000$, (o)~(p) 为 $M = 6\ 000$ 。相比其余单像素复振幅成像技术, 该方案最大优势为所需的采样率最低。劣势在于重建算法需要时间较长, 硬件上相位型空间光调制器速度较慢, 并且由于向前模型总存在两次菲涅耳衍射项, 这会加大系统的校准难度。

2021 年, Li 等人提出了另外一种单像素相位恢复方案^[78]。此方案中, Li 等人将单像素探测器置于物体的傅里叶平面中心处, 并将 DMD 置于物面, 光场由物体传播到探测器的向前模型变成了:

$$I^k = \left| \sum_{i,j} \{ \mathcal{F}[P^k(i,j) \odot O(i,j)] \odot \delta(i,j) \} \right|^2 \quad (8)$$

式中: I^k 表示第 k 次探测到的信号强度; \mathcal{F} 表示傅里叶变换; $P^k(i,j)$ 表示第 k 张随机图案; $O(i,j)$ 为物体; $\delta(i,j)$ 为 δ 函数用于挑选直流分量。此方案相较方案^[77]减少了一次传播过程, 并且整个物理过程可以通过将针孔与单像素探测器置于透镜焦平面中心来实现, 降低了硬件与算法的校准难度。Li 等人提出了一种基于交替投影的相位恢复算法在可见光与近红外波段成功实现了对生物样品的复振幅成像。

3 总结与展望

文中首先对单像素成像(关联成像)的历史发展作了简单的介绍。单像素成像发展于早期基于纠缠光和热光作为光源的关联成像, 而后研究人员使用空间光调制器对光场的空间分布进行主动调控, 从而实现了更加灵活、高效的单像素成像。在使用空间光调制器主动调控光场的方案中, 人们通常选用正交完备的基矢来进行光场投影调控, 如 Hadamard 基矢、Fourier 基矢、小波基矢等。在单像素成像技术中引入压缩感知理论, 不仅保证了高质量的图像重构, 还大大减少了基矢采样的数量, 提高了单像素成像的速度。

基于单像素成像的原理, 文中着重介绍了单像素成像技术在复振幅成像方面的研究工作。这部分工作的研究方案主要集中在基于微透镜阵列的单像素复振幅成像, 基于双路干涉仪和共路干涉的单像素复振幅成像以及基于优化算法重构的单像素复振幅成

像。在这些方案中, 均使用空间光调制器实现对待测光场的波前进行振幅或相位的调控采样, 利用单点探测器记录调控后光场的强度信号, 最后利用合适的算法重构目标光场的复振幅图像。尽管目前单像素成像技术在复振幅成像领域的研究受到成像空间分辨率、采样时间等因素的限制, 相信随着技术的发展和研究的深入, 单像素成像技术会在包括复振幅成像在内的多种应用场景中得到实际使用。

参考文献:

- [1] Edgar M P, Gibson G M, Padgett, M J. Principles and prospects for single-pixel imaging [J]. *Nature Photon*, 2019, 13(1): 13-20.
- [2] Gibson G M, Johnson S D, Padgett M J. Single-pixel imaging 12 years on: A review [J]. *Optics Express*, 2020, 28(19): 28190-28208.
- [3] Wang Kaige, Cao Dezhong, Xiong Jun. Progress in correlated optics [J]. *Physics*, 2008, 37(4): 223-232. (in Chinese)
- [4] Shapiro J H, Boyd R W. The physics of ghost imaging [J]. *Quantum Information Processing*, 2012, 11: 949-993.
- [5] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement [J]. *Physical Review A*, 1995, 52(5): R3429.
- [6] Strekalov D V, Sergienko A V, Klyshko D N, et al. Observation of two-photon "ghost" interference and diffraction [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 74(18): 3600-3603.
- [7] Fonseca E J S, Ribeiro P H S, Padua S, et al. Quantum interference by a nonlocal double slit [J]. *Physical Review A*, 1999, 60(2): 1530-1533.
- [8] Bennink R S, Bentley S J, Boyd R W. "Two-Photon" coincidence imaging with a classical source [J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(11): 113601.
- [9] Gatti A, Brambilla E, Bache M, et al. Correlated imaging, quantum and classical [J]. *Physical Review A*, 2004, 70(1): 013802.
- [10] Gatti A, Brambilla E, Bache M, et al. Ghost imaging with thermal light: Comparing entanglement and classical correlation [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(9): 093602.
- [11] Cheng J, Han S. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(9): 93903.
- [12] Cao D Z, Xiong J, Wang K. Geometrical optics in correlated imaging systems [J]. *Physical Review A*, 2005, 71(1): 013801.

- [13] Valencia A, Scarcelli G, D'Angelo M, et al. Two-photon imaging with thermal light [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(6): 063601.
- [14] Ferri F, Magatti D, Gatti A, et al. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(18): 183602.
- [15] Zhang D, Zhai Y H, Wu L A, et al. Correlated two-photon imaging with true thermal light [J]. *Optics Letters*, 2005, 30(18): 2354-2356.
- [16] Chen X H, Liu Q, Luo K H, et al. Lensless ghost imaging with true thermal light [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(5): 695.
- [17] Cao D Z, Xiong J, Zhang S H, et al. Enhancing visibility and resolution in N th-order intensity correlation of thermal light [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(20): 013802.
- [18] Chan K W C, O'Sullivan M N, Boyd R W. High-order thermal ghost imaging [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(21): 3343-3345.
- [19] Zhang P, Gong W, Shen X, et al. Improving resolution by the second-order correlation of light fields [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(8): 1222.
- [20] Erkmen B I, Shapiro J H. Signal-to-noise ratio of Gaussian-state ghost imaging [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(2): 1-2.
- [21] Zhou Y, Simon J, Liu J, et al. Third-order correlation function and ghost imaging of chaotic thermal light in the photon counting regime [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 1334-1342.
- [22] Chan K, O'Sullivan M N, Boyd R W. Optimization of thermal ghost imaging: High-order correlations vs. background subtraction [J]. *Optics Express*, 2010, 18(6): 5562-5573.
- [23] Chen X H, Agafonov I N, Luo K H. High-visibility, high-order lensless ghost imaging with thermal light [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(8): 1166-1168.
- [24] Karmakar S, Zhai Y H, Chen H, et al. The first ghost image using sun as a light source[C]//Quantum Electronics and Laser Science Conference, 2011: QFD3.
- [25] Liu X F, Chen X H, Yao X R, et al. Lensless ghost imaging with sunlight [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(8): 2314.
- [26] Gong W L, Zhao C Q, Yu H, et al. Three-dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 26133.
- [27] Wang Y L, Wang F R, Liu R F, et al. Sub-rayleigh resolution single-pixel imaging using Gaussian-and doughnut-spot illumination [J]. *Optics Express*, 2019, 27(5): 5973-5981.
- [28] Wang Y L, Zhou Y N, Wang S X, et al. Enhancement of spatial resolution of ghost imaging via localizing and thresholding [J]. *Chinese Physics B*, 2019, 28(4): 044202.
- [29] Shapiro J H. Computational ghost imaging [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(6): 061802.
- [30] Katz O, Bromberg Y, Silberberg Y. Compressive ghost imaging [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(13): 131110.
- [31] Sun B, Edgar M P, Bowman R, et al. 3 D computational imaging with single-pixel detectors [J]. *Science*, 2013, 340(6134): 844-847.
- [32] Sun M J, Edgar M P, Gibson G M, et al. Single-pixel three-dimensional imaging with time-based depth resolution [J]. *Nature Communications*, 2016, 7(1): 1-6.
- [33] Welsh S S, Edgar M P, Bowman R, et al. Fast full-color computational imaging with single-pixel detectors [J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 23068-23074.
- [34] Radwell N, Mitchell K J, Gibson G M, et al. Single-pixel infrared and visible microscope [J]. *Optica*, 2014, 1(5): 285-289.
- [35] Morris P A, Aspden R S, Bell J, et al. Imaging with a small number of photons [J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 5913.
- [36] Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 83-91.
- [37] Candès E J. Compressive sampling[C]//Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 2006, 3: 1433-1452.
- [38] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [39] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [40] Yu W K, Li M F, Yao X R, et al. Adaptive compressive ghost imaging based on wavelet trees and sparse representation [J]. *Optics Express*, 2014, 22(6): 7133-7144.
- [41] Li J, Li Y, Li J, et al. Single-pixel compressive optical image hiding based on conditional generative adversarial network [J]. *Optics Express*, 2020, 28(15): 22992-23002.
- [42] Giljum A, Liu W, Li L, et al. General neural network approach to compressive feature extraction [J]. *Applied Optics*, 2021, 60(25): G217-G223.
- [43] Kallepalli A, Innes J, Padgett M. Compressed sensing in the far-field of the spatial light modulator in high noise conditions [J]. *Scientific Reports*, 2021, 11(1): 1-8.

- [44] Wu G H, Li T H, Li J H, et al. Ghost imaging under low-rank constraint [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(17): 4311-4314.
- [45] Lochocki B, Abrashitova K, de Boer J F, et al. Ultimate resolution limits of speckle-based compressive imaging [J]. *Optics Express*, 2021, 29(3): 3943-3955.
- [46] Zhang Z, Ma X, Zhong J. Single-pixel imaging by means of Fourier spectrum acquisition [J]. *Nature Communications*, 2014, 6: 6225.
- [47] Ma Y, Yin Y, Jiang S, et al. Single pixel 3D imaging with phase-shifting fringe projection [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 140(1): 106532.
- [48] Starling D J, Storer I, Howland G A. Compressive sensing spectroscopy with a single pixel camera [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(19): 5198-5202.
- [49] Magalhaes F, Abolbashari M, Araujo F M, et al. High-resolution hyperspectral single-pixel imaging system based on compressive sensing [J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(7): 071406.
- [50] Liu S, Liu Z, Wu J, et al. Hyperspectral ghost imaging camera based on a flat-field grating [J]. *Optics Express*, 2018, 26(13): 17705-17716.
- [51] Duran V, Clemente P, Fernandez-Alonso M, et al. Single-pixel polarimetric imaging [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(5): 824-826.
- [52] Welsh S S, Edgar M P, Bowman R, et al. Near video-rate linear Stokes imaging with single-pixel detectors [J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(2): 025705.
- [53] Wu H, Zhao M, Li F, et al. Underwater polarization - based single pixel imaging [J]. *Journal of the Society for Information Display*, 2020, 28(2): 157-163.
- [54] Wang G, Zheng H, Tang Z, et al. All-optical naked-eye ghost imaging [J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 1-7.
- [55] Clemente P, Durán V, Tajahuerce E, et al. Optical encryption based on computational ghost imaging [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(14): 2391-2393.
- [56] Tanha M, Kheradmand R, Ahmadi-Kandjani S, et al. Gray-scale and color optical encryption based on computational ghost imaging [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(10): 101108.
- [57] Sui L, Pang Z, Cheng Y, et al. An optical image encryption based on computational ghost imaging with sparse reconstruction [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 143: 106627.
- [58] Zhang, Z, Jiao S, Yao M, et al. Secured single-pixel broadcast imaging [J]. *Optics Express*, 2018, 26(11): 14578-14591.
- [59] Ota S, Horisaki R, Kawamura Y, et al. Ghost cytometry [J]. *Science*, 2018, 360(6394): 1246-1251.
- [60] Studer V, Bobin J, Chahid M, et al. Compressive fluorescence microscopy for biological and hyperspectral imaging[C]// Proceedings of the National Academy of Sciences, 2012, 109(26): E1679-E1687.
- [61] Gibson G M, Sun B, Edgar M P, et al. Real-time imaging of methane gas leaks using a single-pixel camera [J]. *Optics Express*, 2017, 25(4): 2998-3005.
- [62] Zhang, Z, Ye J, Deng Q, et al. Image-free real-time detection and tracking of fast moving object using a single-pixel detector [J]. *Optics Express*, 2019, 27(24): 35394-35401.
- [63] Deng Q, Zhang Z, Zhong J. Image-free real-time 3-D tracking of a fast-moving object using dual-pixel detection [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(17): 4734-4737.
- [64] Jiang W, Li X, Peng X, et al. Imaging high-speed moving targets with a single-pixel detector [J]. *Optics Express*, 2020, 28(6): 7889-7897.
- [65] Zernike, F. How I discovered phase contrast [J]. *Science*, 1955, 121(3141): 345-349.
- [66] Bache M, Magatti D, Ferri F, et al. Coherent imaging of a pure phase object with classical incoherent light [J]. *Physical Review A*, 2006, 73(5): 053802.
- [67] Han W G. Phase-retrieval ghost imaging of complex-valued objects [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(2): 023828.
- [68] Shirai T, Setälä T, Friberg A T. Ghost imaging of phase objects with classical incoherent light [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4): 041801.
- [69] Zhang D J, Tang Q, Wu T F, et al. Lensless ghost imaging of a phase object with pseudo-thermal light [J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 104(12): 121113.
- [70] Soldevila F, Durán V, Clemente P, et al. Phase imaging by spatial wavefront sampling [J]. *Optica*, 2018, 5(2): 164-174.
- [71] Clemente P, Duran V, Tajahuerce E, et al. Single-pixel digital ghost holography [J]. *Physical Review A*, 2012, 86(4): 041803.
- [72] Clemente P, Durán V, Tajahuerce E, et al. Compressive holography with a single-pixel detector [J]. *Optics Letters*, 2013, 38(14): 2524-2527.
- [73] Wu D, Luo J, Huang G, et al. Imaging biological tissue with high-throughput single-pixel compressive holography [J]. *Nature Communications*, 2021, 12(1): 1-12.
- [74] Liu R, Zhao S, Zhang P, et al. Complex wavefront reconstruction with single-pixel detector [J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 114(16): 161901.

- [75] Zhao S, Liu R, Zhang P, et al. Fourier single-pixel reconstruction of a complex amplitude optical field [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(13): 3278-3281.
- [76] Zhao S, Chen S, Wang X, et al. Measuring the complex spectrum of orbital angular momentum and radial index with a single-pixel detector [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(21): 5990-5993.
- [77] Horisaki R, Matsui H, Tanida J. Single-pixel compressive diffractive imaging with structured illumination [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(14): 4085-4089.
- [78] Li M, Bian L, Zheng G, et al. Single-pixel ptychography [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(7): 1624-1627.
- [79] Shechtman Y, Eldar Y C, Cohen O, et al. Phase retrieval with application to optical imaging: A contemporary overview [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2015, 32(3): 87-109.
- [80] Platt B C, Shack R. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing [J]. *Journal of Refractive Surgery*, 2001, 17(5): S573-S577.
- [81] Zheng G, Horstmeyer R, Yang C. Wide-field, high-resolution Fourier ptychographic microscopy [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(9): 739-745.
- [82] Streibl N. Phase imaging by the transport equation of intensity [J]. *Optics Communications*, 1984, 49(1): 6-10.
- [83] Chapman H N, Nugent K A. Coherent lensless X-ray imaging [J]. *Nature Photonics*, 2010, 4(12): 833-839.
- [84] Wang B Y, Han L, Yang Y, et al. Wavefront sensing based on a spatial light modulator and incremental binary random sampling [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(3): 603-606.
- [85] Martienssen W, Spiller E. Coherence and fluctuations in light beams [J]. *American Journal of Physics*, 1964, 32(12): 919-926.
- [86] Zhang Z, Wang X, Zheng G, et al. Hadamard single-pixel imaging versus Fourier single-pixel imaging [J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19619-19639.
- [87] Edgar M P, Gibson G M, Bowman R W, et al. Simultaneous real-time visible and infrared video with single-pixel detectors [J]. *Scientific Reports*, 2015, 5(1): 1-8.
- [88] Xi M, Chen H, Yuan Y, et al. Bi-frequency 3D ghost imaging with Haar wavelet transform [J]. *Optics Express*, 2019, 27(22): 32349-32359.
- [89] Davenport M A, Wakin M B. Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(9): 4395-4401.
- [90] Zhang Z, Liu S, Peng J, et al. Simultaneous spatial, spectral, and 3D compressive imaging via efficient Fourier single-pixel measurements [J]. *Optica*, 2018, 5(3): 315-319.
- [91] Tao C, Zhu H, Wang X, et al. Compressive single-pixel hyperspectral imaging using RGB sensors [J]. *Optics Express*, 2021, 29(7): 11207-11220.
- [92] Gao W, Yan Q R, Zhou H L, et al. Single photon counting compressive imaging using a generative model optimized via sampling and transfer learning [J]. *Optics Express*, 2021, 29(4): 5552-5566.
- [93] Shin S, Lee K R, Baek Y S, et al. Reference-free single-point holographic imaging and realization of an optical bidirectional transducer [J]. *Physical Review Applied*, 2018, 9(4): 044042.
- [94] Goorden S A, Bertolotti J, Mosk A P. Superpixel-based spatial amplitude and phase modulation using a digital micromirror device [J]. *Optics Express*, 2014, 22(15): 17999-18009.
- [95] Chan W L, Moravec M L, Baraniuk R G, et al. Terahertz imaging with compressed sensing and phase retrieval [J]. *Optics Letters*, 2008, 33(9): 974-976.
- [96] Horisaki R, Ogura Y, Aino M, et al. Single-shot phase imaging with a coded aperture [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(22): 6466-6469.