

## 超表面中的奇异点

齐慧欣, 王晓晓, 胡小永, 龚旗煌

(北京大学 物理学院, 北京 100871)

**摘要:** 奇异点是非厄米系统中的特殊点, 奇异点附近的参数空间会出现很多新奇的物理现象。超表面是物理学近年来兴起的一个研究热点, 人们基于超表面的平台已经设计实现了大量性能优越的器件。超表面的出现为研究奇异点提供了一个易操作的平台, 通过精确控制超表面的结构参数, 可以方便地研究奇异点周围的参数空间。研究超表面中的奇异点也为研究新的物理规律提供了基础的平台, 文中首先介绍了奇异点和超表面中的奇异点的基本理论, 之后介绍了超表面中奇异点的最新研究进展, 最后对目前该领域亟待解决的问题进行了分析总结, 对该领域的发展进行了展望。

**关键词:** 奇异点; 非厄米系统; 超表面

中图分类号: O431 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA20201029

## Exceptional points in metasurface

Qi Huixin, Wang Xiaoxiao, Hu Xiaoyong, Gong Qihuang

(Institute of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** Exceptional points are special points in non-Hermitian systems, and there are many novel physical phenomena in the parameter space near the exceptional points. In recent years, metasurface has been a popular topic in physics. A large number of devices with superior performance have been designed based on metasurface platform. The appearance of the metasurface provides an easy platform for the study of exceptional points. By precisely controlling the structural parameters of the metasurface, it is convenient to study the parameter space of the exceptional points. The research on exceptional points in non-Hermitian metasurface also provides a foundation platform for studying new laws of physics. Firstly, the basic theory of exceptional points and the exceptional point in metasurface was introduced. Secondly, the recent research on the exceptional points in metasurface was introduced. Finally, the current problems needing to be solved were analyzed and the development of the field in the future was prospected.

**Key words:** exceptional points; non-Hermitian systems; metasurface

收稿日期: 2020-06-02; 修订日期: 2020-08-29

基金项目: 国家重点研究开发项目 (2018YFB2200403); 国家自然科学基金 (61775003, 11734001, 91950204, 11527901); 北京市科技计划课题 (Z191100007219001)

作者简介: 齐慧欣 (1998-), 女, 博士生, 主要从事光子信息处理芯片方面的研究工作。Email: 16271138@bjtu.edu.cn

王晓晓 (1998-), 女, 博士生, 主要从事拓扑光子学方面的研究工作。Email: 15910573295@163.com

导师简介: 胡小永 (1973-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光子信息处理芯片和拓扑光子学方面的研究工作。

Email: xiaoyonghu@pku.edu.cn

## 0 引言

大数据和云计算等信息技术的发展迫切需求超高速和大容量信息处理能力<sup>[1]</sup>,以电子作为信息载体实现的信息处理的计算能力在计算速率、能耗、带宽等方面受到限制。近年来,以光子作为信息载体的超表面已经成为物理学、信息学以及相关交叉学科的研究热点<sup>[2-4]</sup>。超表面在光的振幅、相位和偏振的局部操控方面表现出巨大的优势,相较于超材料,超表面具有低损耗、易集成、制备工艺简单等优势,具有广阔的应用前景。

超表面是由单层或多层亚波长金属或介电材料人工结构组成的平面超材料,通过调整人工结构的参数,可以在亚波长范围内对器件的光学特性进行局部修改,操纵电磁波的传播和散射,来设计实现多种功能。人们基于超表面,在超薄的维度中发现了许多新奇物理现象和新规律,实现了许多新应用,如广义斯涅尔折射定律和光子自旋霍尔效应,并设计实现了大量的性能优越的器件,包括平面超透镜,偏振光束分束器,超表面全息等。2014年, Lin 等人<sup>[5]</sup>实现了介电常数梯度变化的超表面光学元件的实验操作,该超表面能够在可见光光谱中实现高效率的传输模式。通过将 100 nm 厚的硅层制成密集排列的硅纳米天线实现了超薄光栅、透镜等器件。2017年, Li 等人<sup>[6]</sup>提出了一种基于一位编码超表面的可编程全息图,通过控制加载的二极管,编码超表面的每个单元的状态可以在“1”和“0”之间切换,为实现具有可重构性、高效率和相位、振幅控制的超表面提出了新的思路。同年, Wang 等人<sup>[7]</sup>提出了一种消色差超表面器件的设计原理,该消色差器件在 1200~1680 nm 的连续波长范围内成功地消除了圆偏振入射时的色差。对超表面的研究,有利于器件的小型化和系统集成度的提高,为设计和制备平面高度集成的光子器件铺平了道路。

当研究能量严格遵守守恒定律的封闭系统时,哈密顿量被假定为厄米形式。物理学中的许多系统是开放系统,这些系统可以通过与环境的相互作用获得或失去能量,从而产生复能量本征值。当研究不遵守能量守恒定律的开放系统时,哈密顿量被假定为非厄米形式,通常定义该系统为非厄米系统。奇异点是非厄米系统中的特殊点,系统的参数空间中两个或更多

个特征值及其对应的特征向量发生简并,就会产生奇异点。在数学上,复参数空间形成自交黎曼曲面,其中交点为奇异点。在光学中,在奇异点附近的相变已被证明会导致许多有趣的现象,如单向不可见性<sup>[8]</sup>、拓扑手性<sup>[9-10]</sup>和激光模式选择性<sup>[8,11]</sup>等。

人们常采用具有时间反演对称性的系统构建非厄米系统研究奇异点的参数空间,并且已经证明奇异点是时间反演对称性系统相变的点。构造时间反演对称性系统为寻找奇异点提供了一个简单的途径。超表面的出现为探究奇异点和时间反演对称系统的物理机制提供了一个有趣的平台,因为它们可以精确控制影响谐振器性能的结构参数,并使用标准的光学反射或透射测量方法进行探测。然而,奇异点不仅出现在时间反演对称系统中,许多有趣的特性与时间反演对称性破坏没有直接关系。单纯的研究具有时间反演对称性的超表面系统也限制了探究奇异点周围的全参数空间。改变超表面的阵列参数、单元参数或者入射光的参数可以方便地研究奇异点周围的参数空间。

文中首先详细阐述了超表面和超表面中的奇异点的基本原理,之后介绍了超表面中的奇异点的最新研究进展,最后分析总结了目前该领域亟待解决的问题,展望了该领域的发展趋势。

## 1 基本原理

### 1.1 超表面基本原理

超表面是一种亚波长尺度下的超薄二维阵列平面,由超材料结构单元组成。超材料是在亚波长尺度下按照某种规律排列的人工微结构,可实现任意地等效介电常数和磁导率<sup>[12]</sup>。超材料比自然材料具有更丰富的电磁调控能力,其独特的电磁响应主要来自于设计的结构。超表面可视为二维超材料,其厚度远小于入射波长。相比于超材料,超表面的制作相对简单、损耗相对较低、集成度高,通过人工微结构的改变可以灵活地控制电磁波的振幅和相位、传播模式、偏振态等特性<sup>[13]</sup>。

2011年哈佛大学 Yu 等人<sup>[14]</sup>首次设计了在硅上的光学薄金属天线阵列,观察到沿界面线相位变化的异常反射和折射现象,这与由费马原理导出的广义斯涅耳定律一致。如图 1 中红色和蓝色的两条光路所

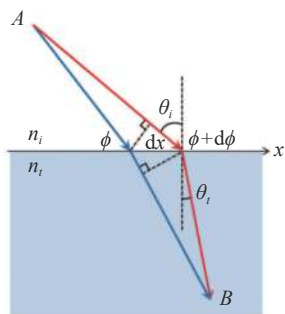


图 1 推导广义斯涅尔折射定律的原理图<sup>[14]</sup>

Fig.1 Schematics used to derive the generalized Snell's law of refraction<sup>[14]</sup>

示,在两种介质之间的界面引入突变线性相位变化,根据费马原理(光线传播的路径是需时最少的路径),入射角为 $\theta_i$ 的平面波入射,两条光路都无限接近实际光路,两者总相位变化相同。省略相同的光程引起的相位变化,可以得到公式(1):

$$k_0 n_t \sin(\theta_t) dx + (\phi + d\phi) = k_0 n_i \sin(\theta_i) dx + \phi \quad (1)$$

式中:  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$ 是真空中波长;  $\theta_i$ 是折射角;  $rdm$ 是两光路与界面交点之间的距离;  $n_i$ 和 $n_t$ 分别是两种介质的折射率,等式两边的第一项代表光程引入的相位差,  $\phi$ 和 $\phi + d\phi$ 分别为两光路在界面上的相位突变,改变公式(1)的形式得到公式(2):

$$n_t \sin(\theta_t) - n_i \sin(\theta_i) = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\phi}{dx} \quad (2)$$

同理,反射情况下可以得到公式(3):

$$\sin(\theta_r) - \sin(\theta_i) = \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\phi}{dx} \quad (3)$$

式中:  $\theta_r$ 是反射角。

公式(2)和公式(3)合称广义斯涅耳定律。由此,可以设计相位变化梯度 $\frac{d\phi}{dx}$ ,实现光束任意角度的折射和反射。

### 1.2 宇称-时间对称

通常用哈密顿量  $H$  来描述系统的总能量,  $H$  包含系统的所有特性。宇称-时间 (PT) 对称性指系统的哈密顿量经过一次宇称变换 (parity) 和时间反演变换 (time reversal) 后形式不变,  $[PT, H] = PTH - HPT = 0$ , 其中  $P$  和  $T$  操作算符满足  $P^2 = 1, P = P^+, T^2 = 1, T = T^+, [P, T] = 0$ 。宇称变换利用空间反转算符  $\hat{P}$  表示:  $\hat{P} \rightarrow -\hat{P}, \hat{x} \rightarrow -\hat{x}, i \rightarrow -i$ , 时间反演变换利用时间反演算

符  $\hat{T}$  表示:  $\hat{p} \rightarrow -\hat{p}, \hat{x} \rightarrow \hat{x}, i \rightarrow -i$ , 其中  $\hat{x}$  和  $\hat{p}$  分别是位置算符和动量算符, 满足  $[x, p] = xp - px = i\hbar$ ,  $i$  是虚数单位<sup>[15]</sup>。

在经典量子力学中,哈密顿量一般要求为厄米形式,  $H = H^+$ , 其中+代表厄米共轭,此时系统不具有增益或者损耗,且不与外界发生能量交换,即封闭系统,其满足宇称时间对称性且能量本征值为实数;如果系统具有增益或者损耗,或者与外界发生能量交换,即开放系统,系统的能量不再守恒,  $\hat{H}$  为非厄米哈密顿量,  $H \neq H^+$ 。1998年, Carl M. Bender 和 Stefan Boettcher 提出非厄米哈密顿量在满足宇称时间对称性时本征值为实数,并发现非厄米哈密顿量的宇称时间对称性被破坏时会导致本征值由实数变为复数<sup>[16]</sup>。

满足 PT 对称的一个必要条件(但不是充分条件)是系统哈密顿量中的势函数满足  $V^*(-x) = V(x)$ , 将势函数写成复数的形式,  $V(x) = V_r(x) + iV_i(x)$ ,  $V^*(-x) = V_r(-x) - iV_i(-x)$ , 其中  $V_r$  和  $V_i$  分别代表势函数的实部和虚部,从而可以推导出  $V_r(x) = V_r(-x)$ ,  $V_i(x) = -V_i(-x)$ 。在这种伪厄米构型中,本征函数不再正交,  $\langle m | n \rangle \neq \delta_{mn}$ , 矢量空间是扭曲的,在奇异点处系统会发生明显的对称性破坏的现象。在破坏机制下,系统的哈密顿量和 PT 操作算符不再具有相同的本征函数,系统的本征值不再是实数,转变为共轭复数。

量子力学中的薛定谔方程(4)与亥姆霍兹方程(5)具有同构等价性<sup>[17]</sup>,所以光学可作为探索 PT 对称的理想平台<sup>[18]</sup>。

$$i \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = [-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r})] \Psi(\vec{r}, t) \quad (4)$$

$$i \frac{\partial E(x, z)}{\partial z} = -\frac{1}{2nk_0} \frac{\partial^2 E(x, z)}{\partial x^2} + k_0 n(x) E(x, z) \quad (5)$$

式中:  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$ 是真空中波长;  $n(x) = n_R(x) + im_1(x)$ 是复折射率,又称为系统的光学势能,容易看出,  $V(\vec{r})$ 和 $k_0 n(x)$ 等价,所以 PT 对称的光学系统的复折射率满足  $n^*(-x) = n(-x)$ , 更具体的形式是  $n_R(x) = n_R(-x)$ ,  $n_i(x) = -n_i(-x)$ , 复折射率实部偶对称,虚部奇对称,函数图像如图 2 所示。

在光学材料和结构中,折射率实部  $n_R(x)$  表示色

散, 折射率虚部 $n_i(x)$ 表示光能的增益和损耗, PT 对称系统就是具有完全平衡的增益和损耗的开放物理系统<sup>[19-20]</sup>。

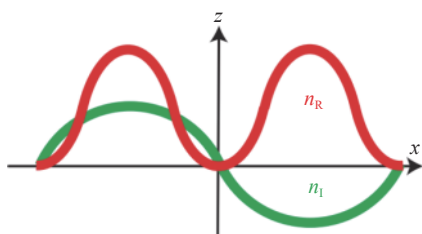


图 2 折射率的实部(虚部)是关于 x 轴的偶(奇)函数<sup>[18]</sup>

Fig.2 Real (imaginary) part of refractive index is an even (odd) function of the x axis<sup>[18]</sup>

### 1.3 奇异点

具有非厄米哈密顿量的系统存在奇异点, 特点是两个或多个本征值简并, 并且对应的本征态也合并成一个量子态。以具有增益或损耗的两个耦合谐振单元组成的二能级系统为研究对象, 如图 3 所示, 它的  $2 \times 2$  非厄米哈密顿量为:

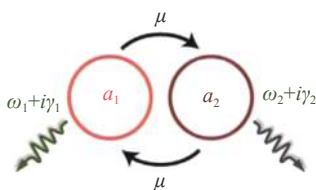


图 3 由两个耦合实体组成的二级系统的示意图<sup>[21]</sup>

Fig.3 Schematic representation of a generic two-level system composed of two coupled entities<sup>[21]</sup>

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \omega_1 - i\gamma_1 & \mu \\ \mu & \omega_2 - i\gamma_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  分别是两个耦合谐振单元的共振频率;  $\mu$  是两者之间的耦合系数;  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  是增益或者损耗系数。哈密顿量的本征值为:

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - i \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \pm \sqrt{\mu^2 + (\omega_{\text{dif}} + i\gamma_{\text{dif}})^2} \quad (7)$$

式中:  $\omega_{\text{dif}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ ,  $\gamma_{\text{dif}} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}$ 。

当  $\sqrt{\mu^2 + (\omega_{\text{dif}} + i\gamma_{\text{dif}})^2} = 0$  时, 两本征值相同, 本征态共线, 出现奇异点, 解为  $(\omega_{\text{dif}}=0, \mu=\pm\gamma_{\text{dif}})$  或者  $(\gamma_{\text{dif}}=0, \mu=\pm i\omega_{\text{dif}})$

当  $\gamma_1 + \gamma_2 = 0$  且  $\mu^2 + (\omega_{\text{dif}} + i\gamma_{\text{dif}})^2 \geq 0$  时, 本征值为实数, 是 PT 对称的, 解为  $(\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma, \omega_1 = \omega_2 = \omega)$ , 此时具有 PT 对称性的哈密顿量为:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \omega_1 - i\gamma_1 & \mu \\ \mu & \omega_2 + i\gamma_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

本征值为:

$$\omega_{\pm} = \omega \pm \sqrt{\mu^2 - \gamma^2} \quad (9)$$

在具有相同增益和损耗平行放置的双波导系统中<sup>[22]</sup>, 如图 4 所示,  $g_1$  是波导的增益/损耗系数,  $\kappa$  是两波导间的耦合系数, 也称为增益或损耗的阈值。可以改变增益/损耗的大小改变系统的本征值  $\omega_{\pm} = \omega \pm \sqrt{\kappa^2 - g_1^2}$ , 如图 5 所示, 当  $g_1 < \kappa$  时, 本征值为两个不同的实数, 系统具有 PT 对称性, 在双波导系统中能量守恒; 当  $g_1 > \kappa$  时, 本征值为两个不同的复数, 系统 PT 对称性被打破, 光在双波导系统中能量指数增长或衰减; 当  $g_1 = \kappa$  时, 本征值和本征态都简并, 该点为系统由 PT 对称性到 PT 对称打破的相变点, 称为奇异点 (Exceptional Points)。在此点会发生很多新奇独特的物理性质, 比如奇异点附近灵敏度会大大增强, 可应用于探测器<sup>[23]</sup> 和传感器<sup>[25]</sup> 的研究, 利用奇异点处发生自发 PT 对称性打破的特点, 产生非互易性, 可应用于隔离器<sup>[25]</sup> 和二极管<sup>[20]</sup> 的研究, 此外还可实现拓

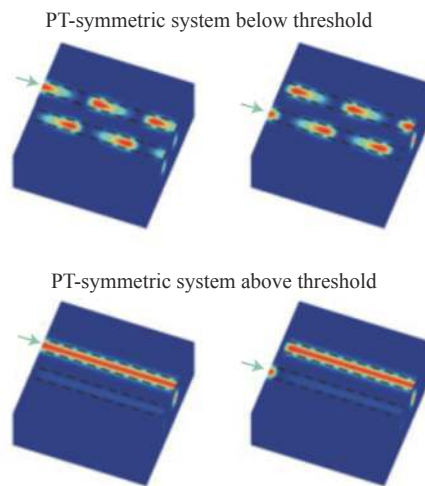


图 4 光分别从端口 1 和端口 2 输入时在 PT 对称 (增益/损耗在阈值以下) 和发生 PT 对称破缺 (增益/损耗在阈值以上) 时光非互易传输情况<sup>[22]</sup>

Fig.4 Optical wave propagation when the system is excited at either channel 1 or channel 2 in a PT-symmetric system light propagates in a non-reciprocal manner both below and above threshold<sup>[22]</sup>

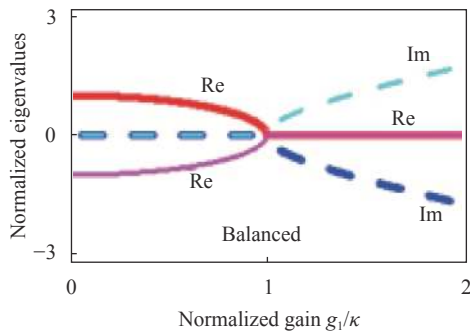


图 5 具有相同增益和损耗的耦合双波导系统和本征值随增益/损耗系数变化情况。两个本征值的实部 (“Re”实线) 和虚部 (“Im”虚线) 以及 EP 点的位置<sup>[29]</sup>

Fig.5 Eigenvalues of coupled dual waveguide systems with the same gain/loss and the eigenvalue varies with the gain/loss coefficient. Real parts (“Re”, solid lines) and imaginary parts (“Im”, dashed lines) of the two normalized eigenvalues, and the position of the exceptional points<sup>[29]</sup>

扑手性<sup>[26]</sup>、激光模式选择<sup>[27-28]</sup>等。

### 1.4 高阶奇异点

2017 年, Hossein 等人<sup>[24]</sup>发现在以上介绍的二阶奇异点附近, 扰动强度  $\epsilon$  引起的本征频率分裂正比于  $\epsilon^{1/2}$ ,  $N$  阶奇异点附近,  $\epsilon$  引起的本征频率分裂正比于  $\epsilon^{1/N}$ , 在外界扰动强度足够小时, 高阶奇异点的灵敏性明显增强。一般是通过构建多组元结构实现高阶奇异点的, 如图 6 的结构是由损耗-中性-增益的三个环

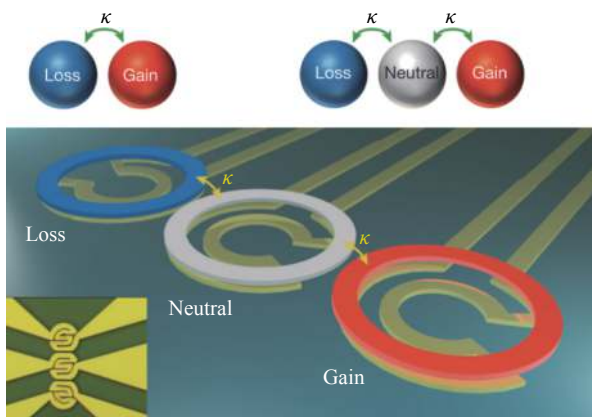


图 6 具有宇称-时间对称性的三微环系统, 微腔在空间上等距离分布。两侧的微腔具有平衡的增益和损耗, 中间的微腔是中性的<sup>[24]</sup>

Fig.6 A parity-time-symmetric ternary micro-ring system with equidistantly spaced cavities. The side resonators experience balanced gain and loss whereas the middle one is neutral<sup>[24]</sup>

形谐振腔组成的非厄米系统, 当损耗和增益相等, 且增益/损耗与耦合的比例  $g/\kappa = \sqrt{2}$ , 外界扰动强度  $\epsilon=0$  时, 出现三阶 EP 点, 此时三个本征值都简并到一点, 在  $g/\kappa < \sqrt{2}$ 、 $\epsilon=0$  时, 系统处于 PT 对称的状态, 本征值为实数; 在  $g/\kappa > \sqrt{2}$ 、 $\epsilon=0$  时, 系统处于 PT 对称破缺的状态, 本征值成为复数, 如图 7 所示。

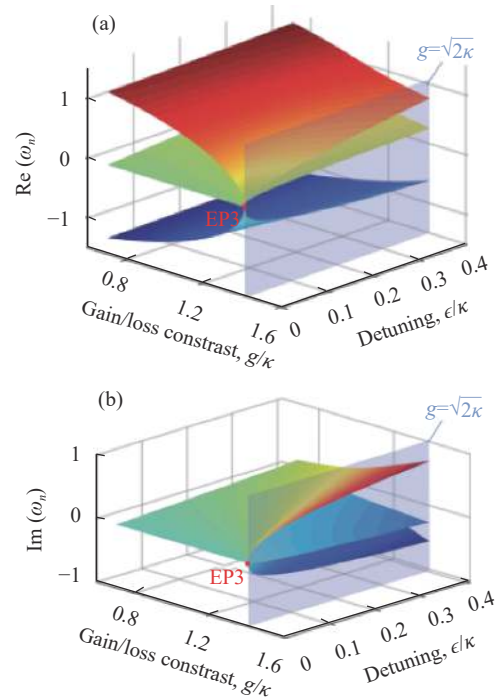


图 7 关于增益/损耗与耦合强度的比例  $g/\kappa$  和扰动强度与耦合强度的比例  $\epsilon/\kappa$  的具有宇称-时间对称性的三微环系统的本征值的实部 (左) 和虚部 (右)<sup>[24]</sup>

Fig.7 Real parts (left) and the imaginary parts (right) of the eigenfrequencies of the ternary parity-time-symmetric system as a function of the normalized gain/loss contrast  $g/\kappa$  and the detuning  $\epsilon/\kappa$

### 1.5 超表面中的奇异点

超表面为探索 PT 对称和奇异点的物理学提供了平台, 因为既可以精确控制结构参数, 调整谐振性能来制造超表面, 也能使用光学反射或透射测量进行探测<sup>[30]</sup>。PT 对称性一般通过系统完全平衡的增益和损耗实现, 但也可以从本征值中提取一个定值, 来实现等效的 PT 对称系统, 此类 PT 对称性可以发生在无源系统中, 由纯损耗构成的系统, 没有增益, 使得制造和表征的 PT 结构更简单<sup>[31]</sup>。

以具有各向异性吸收特性, 具有镜面对称分布的

开口谐振环 (Split Ring Resonators , SRR) 为例介绍超表面上出现 EP 点的原理, 在硅衬底上两个正交方向的开口谐振环组成的阵列如图 8 所示, 开口谐振环的共振频率由其几何结构决定, 两个开口谐振环的结构参数完全相同, 两种金属分别是铅 (青绿色或深灰色) 和银 (黄色或浅灰色), 铅的欧姆损耗比银大, 所以两个环有相同的共振频率和不同的线宽。每个开口谐振环都可以被入射电磁场  $\vec{E}_{x,y} = (\vec{E}_x, \vec{E}_y)e^{i\omega t}$  激发, 等效成两个垂直方向的电偶极矩  $\vec{p}_{x,y} = \vec{p}_{x,y}(\omega)e^{i\omega t}$ , 电偶极矩和入射电磁场之间由极化矩阵  $\vec{P}$  联系, 如公式 (10) 所示:

$$g \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta + i\gamma_x + G_{xx} & G_{xy} \\ G_{xy} & \delta + i\gamma_y + G_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{p}_x \\ \vec{p}_y \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中:  $G_{xx}=G_{yy}$  是同一方向的偶极子中其他偶极子对其中一个偶极子作用的延迟耦合总和;  $G_{xy}$  是所有  $y(x)$  方向的偶极子对一个  $x(y)$  方向的偶极子作用的延迟场总和。

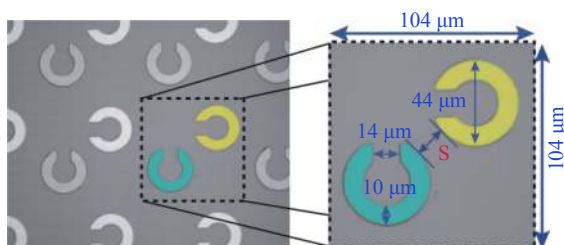


图 8 在硅衬底上由 300 nm 厚的银 (黄色或浅灰色) 和铅 (蓝绿色或深灰色) 组成的 PT 对称超表面的示意图<sup>[32]</sup>

Fig.8 Photograph of PT symmetric metasurface composed of 300 nm thick silver (yellow or light gray) and lead (turquoise or dark gray) SRRs on silicon substrate<sup>[32]</sup>

两个开口谐振环通过近场耦合相互作用, 相互作用强度与两个开口谐振环之间的距离  $s$  有关。如图 9 所示, 在  $y=-x$  平面遵循 PT 对称, 通过改变两个开口谐振环之间的距离改变两个谐振环的耦合强度, 就会产生相变。透过超表面传输的电磁场可以用具有等效 PT 对称哈密顿量形式的传输矩阵描述, 如公式 (11) 所示:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_{tx} \\ \vec{E}_{ty} \end{pmatrix} = \vec{M} \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} + \frac{I\omega\eta_0}{2a^2} \begin{pmatrix} \vec{p}_x \\ \vec{p}_y \end{pmatrix} \quad (11)$$

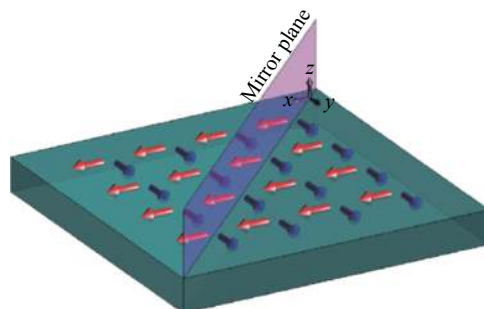


图 9 关于  $y=-x$  镜面对称的带有较少损耗的偶极子 (蓝色) 和较多损耗的偶极子 (红色) 的 PT 对称超表面的原理图

Fig.9 Schematic of PT symmetric metasurface with less lossy dipoles (blue) and more lossy dipoles (red) that is symmetric about  $y$  equals minus  $x$

从以上两式可以看出传输矩阵和极化矩阵  $\vec{M}, \vec{P}$  相同, 公式 (11) 中可以把极化矩阵  $\vec{P}$  拆成两项, 右边两项分别是各向异性 PT 对称部分和各向同性损耗部分, 如公式 (12) 所示:

$$g \begin{pmatrix} \vec{E}_x \\ \vec{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta + G_{xx} + i\frac{\gamma_x + \gamma_y}{2} & 0 \\ 0 & \delta + G_{yy} + i\frac{\gamma_x + \gamma_y}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{p}_x \\ \vec{p}_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -i\frac{\gamma_y - \gamma_x}{2} & G_{xy} \\ G_{xy} & i\frac{\gamma_y - \gamma_x}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{p}_x \\ \vec{p}_y \end{pmatrix} \quad (12)$$

这种两个偶极子都带有损耗的等效 PT 对称结构也可以看作具有平衡损耗和增益的二元模型 (左边第二项) 嵌入在带有损耗的背景介质中 (左边第一项), 具有平衡损耗和增益的等效系统哈密顿量是:

$$\begin{pmatrix} -i\frac{\gamma_y - \gamma_x}{2} & G_{xy} \\ G_{xy} & i\frac{\gamma_y - \gamma_x}{2} \end{pmatrix} \quad (13)$$

如图 10 所示, 当  $2G_{xy} > |\gamma_x - \gamma_y|$  时满足 PT 对称, 此时距离  $s$  小, 两个偶极子强耦合, 有两个实数本征值, 通过透射率发现共振频率分裂现象; 有两个本征态, 超表面的本征极化态为  $\hat{x} \pm e^{i\theta}\hat{y}$ , 对应于沿  $\pm 45^\circ$  方向旋转的两个椭圆, 其中  $\theta = \arcsin[(\gamma_x - \gamma_y)/2G_{xy}]$ 。

当  $2G_{xy} < |\gamma_x - \gamma_y|$  时 PT 对称破缺, 此时两个开口谐振环的距离  $s$  较大, 两个偶极子弱耦合, 有两个复数本征值, 即两个模态具有相同共振频率, 不同衰减率; 有两个本征态, 超表面的本征极化态为  $\hat{x} \mp ie^\theta\hat{y}$ , 对

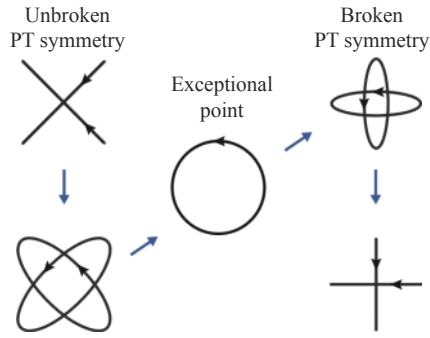


图 10  $G_{xy}$  变化时通过理想的 PT 对称超表面传输的本征极化态  
Fig.10 Eigenpolarization states of transmission through an ideal PT symmetric metasurface when  $G_{xy}$  changes

应于沿着  $0^\circ$  和  $90^\circ$  方向旋转的两个椭圆，其中  $\theta = \cosh^{-1}[(\gamma_x - \gamma_y)/2G_{xy}]$ 。

当  $2G_{xy} = |\gamma_x - \gamma_y|$  出现 EP 点，本征值简并，只存在一个左旋圆偏振的本征态。

## 2 研究进展

### 2.1 超表面中奇异点的实现

奇异点已经被证明是具有 PT 对称性的超表面的 PT 对称性打破点。然而，时间反演对称性的条件限制了超表面的参数空间。改变超表面的阵列参数或单元参数可以设计通用的超表面研究奇异点的全参数空间。Mark 等人<sup>[32]</sup> 利用各向异性吸收的超表面研究了偏振空间中的时间反演对称性的打破，超表面的基本单元由两个共振频率相同但损耗系数不同的正交超原子组成，如图 8 所示。通过改变它们的耦合强度，直接观察到系统本征偏振态的相变，其中本征偏振椭圆的长轴发生了  $45^\circ$  的突然旋转。虽然超表面缺乏旋转对称性，但恰好在相变，即奇异点处，本征模式合并成单个圆偏振态。该工作在实验上实现了太赫兹频率的时间反演对称超表面。

Kang 等人<sup>[30]</sup> 探讨了奇异点在超表面中的实现。该超表面的每个单元由一对损耗耦合的线性天线组成，如图 11 所示。对超表面的频率、耦合和损耗进行调整，使得奇异点出现在传输矩阵的特征向量中。每个奇异点都与圆偏振透射本征态的出现有关，因此在系统的参数空间内，奇异点沿具有明显手性特征的曲线对分布。

Sang 等人<sup>[33]</sup> 设计了一个通用的非厄米超表面，

观察到了拓扑鲁棒奇异点和相位奇点。该超表面的单位单元包含两个具有共振重叠但散射率和辐射效率不同的正交定向开口环谐振器，开口环谐振器的几何结构和阵列结构如图 12 所示。开口环谐振器的几何结构和材料决定了谐振器的谐振频率、衰减速率和有效偶极矩的辐射耦合强度。通过叠加入射场和由于振荡偶极子产生的向前辐射的场，可以得到透射场。由于传输矩阵是非厄米矩阵，该设计可以观察到传输的本征值和本征态中的非厄米现象。改变入射光的频率和开口环谐振器之间的耦合可以研究奇异点周围的参数空间。改变入射辐射频率和入射角也

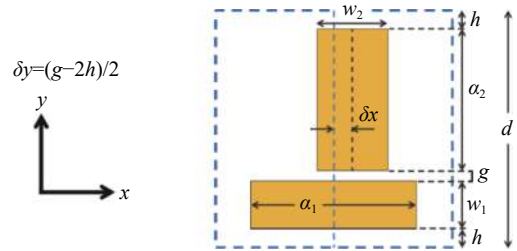


图 11 超表面设计原理图。每个单超包含两个面外方向厚度为  $t=30$  nm、长度为  $a_1=401.75$  nm、长度为  $a_2=435$  nm、宽度为  $w_1=50$  nm、 $w_2=100$  nm 的条形天线。两个天线都是独立的，晶格周期  $d=600$  nm

Fig.11 Schematic of the metasurface design. Each unit cell contains two strip antennas with thickness  $t=30$  nm in the out-of-plane direction, lengths  $a_1=401.75$  nm and  $a_2=435$  nm, and widths  $w_1=50$  nm and  $w_2=100$  nm. Both antennas are free-standing, with a lattice period  $d=600$  nm

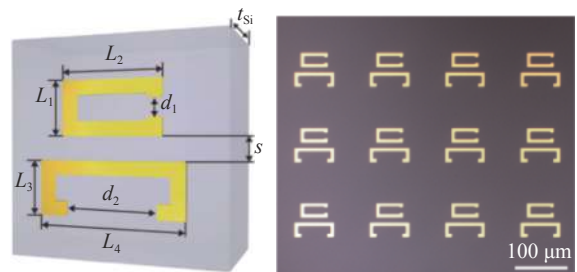


图 12 超表面单个单元的几何结构和阵列结构。单个单元的尺寸设置为  $L_1=L_3=30$   $\mu\text{m}$ ， $L_2=55$   $\mu\text{m}$ ， $L_4=80$   $\mu\text{m}$ ， $d_1=10$   $\mu\text{m}$ ， $d_2=50$   $\mu\text{m}$ ， $t_{Si}=525$   $\mu\text{m}$

Fig.12 Schematic of the metasurface unit cell geometry. The dimensions of each unit are set to  $L_1=L_3=30$   $\mu\text{m}$ ， $L_2=55$   $\mu\text{m}$ ， $L_4=80$   $\mu\text{m}$ ， $d_1=10$   $\mu\text{m}$ ， $d_2=50$   $\mu\text{m}$ ， $t_{Si}=525$   $\mu\text{m}$

可以观测到奇异点。通过观察圆偏振光在包络和非对称传输下的水平交叉现象、特征态的转换,验证了奇异点的存在性。

## 2.2 超表面中的奇异点在传感方面的应用

### 2.2.1 有源超表面中的奇异点

从 PT 对称性的定义出发,增益和损耗平衡的 PT 对称系统是人们广泛研究的系统。在奇异点附近工作的传感器被认为优于那些远离奇异点工作的传感器。这种灵敏度增强被归因于变化系统参数形成的特征值曲面的  $n$  根拓扑。Maryam 等人<sup>[34]</sup>利用非厄

米系统特有的奇异点,研究了遵循时间反演对称性的有源超表面及其传感应用。从理论上分析,与传统的基于超材料/超表面谐振器的无源传感器相比,具有时间反演对称性的超表面传感器可能具有更高的灵敏度,因为奇异点的存在导致光的单向零反射,这可能显著地调制散射响应或共振偏移。Maryam 等人用石墨烯超表面实现了能同时提供太赫兹光学增益和生物化学传感功能的传感器,如图 13 所示,该系统是具有增益和损耗超表面对构成的时间反演对称系统。

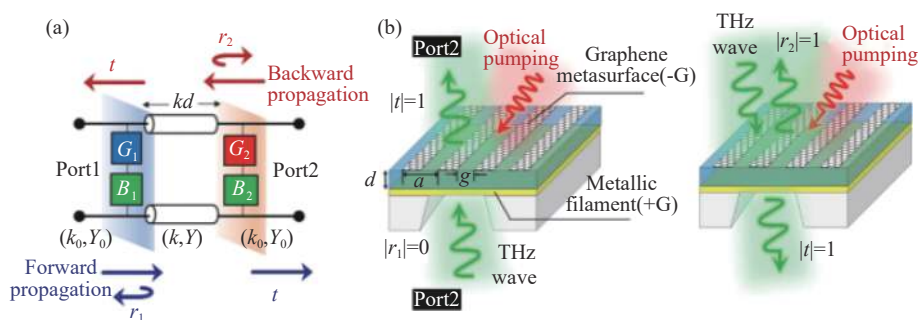


图 13 原理图 (a) 基于一对放大和衰减超表面的 PT 对称系统和 (b) 它允许互易性和单向无反射透明性。PT 对称满足的条件:  $G_2 = -G_1 = -\gamma Y_0$ ,  $B_2 = B_1 = \chi Y_0$ , 其中  $G_i$  和  $B_i$  为第  $i$  个超表面的表面电导和电纳; 如果增益-损失参数  $\gamma > 0$ , 超表面 1 和 2 分别提供损失和增益, 反之亦然。在太赫兹状态下, 光学泵浦石墨烯超表面代表有源超表面 ( $G_2 < 0$ ), 而金属丝代表电阻片 ( $G_1 > 0$ )

Fig.13 Schematics of (a) the PT-symmetric system based on a pair of amplifying and attenuating metasurfaces, and (b) its enabled reciprocal and unidirectional reflectionless transparency. PT symmetry is satisfied with constrains:  $G_2 = -G_1 = -\gamma Y_0$  and  $B_2 = B_1 = \chi Y_0$ , where  $G_i$  and  $B_i$  are the surface conductance and susceptance of the  $i$ th metasurface; if the gain-loss parameter  $\gamma > 0$ , metasurface 1 and 2 provide loss and gain, respectively, and vice versa. In the THz regime, the optically pumped graphene metasurface represents an active metasurface ( $G_2 < 0$ ), while the metallic filament represents a resistive sheet ( $G_1 > 0$ )

### 2.2.2 无源超表面中的奇异点

通过推广 PT 对称的定义,使系统仅包含有损耗,打破了增益与损耗平衡的严格要求,将这种系统定义为不涉及增益的损耗型 PT 对称系统。不涉及增益的损耗型 PT 对称系统与增益和损耗平衡的 PT 对称系统在形式上是等价的。在实验制备与测量研究中,纯损耗型的 PT 对称系统具有一定的优越性。

传统的拉曼光谱和傅里叶变换红外光谱可以获得太赫兹频率的块状、粉末和薄膜分子内和分子间振动的信息。然而,由于缺乏高质量的太赫兹源和检测器,太赫兹传感器具有的灵敏度远不能达到检测少量样品(如单层生物分子)所需的水平。Jin 等人<sup>[35]</sup>

提出了一种理论设计方法,利用双层超表面构造一个由两个谐振环耦合构成的系统,如图 14 所示,该系统遵循损耗型的时间反演对称性并且存在奇异点。通过设计具有正交激励方向的耦合谐振器,并在偏振空间中寻找本征频率,可以区分小于共振线宽的本征频率的分裂的情况,从而获得超高的太赫兹灵敏度。假设目标生物分子位于双层结构的一个表面,该分子选择性地对一个谐振器施加微扰,原本在特殊点合并的特征频率分裂。电磁模拟表明,灵敏度可以达到  $800 \text{ GHzRIU}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$ , 比之前报道的高一个数量级。这种高灵敏度的方法可以在太赫兹频率下检测单层分子,可以用来进行超灵敏的生物传感。



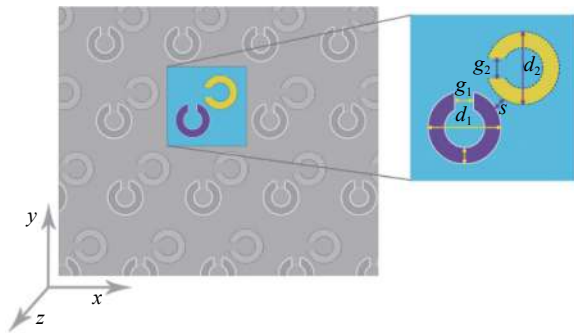


图 14 PT 对称的超表面的示意图。右边的图像显示了超表面的顶部和侧面。两种颜色分别代表两种金属 (紫色:钛, 黄色:金), 从而获得高的电导率损失对比。SRR 的外径和谐振环的开口间距的大小分别用  $d_m$  和  $g_m(m=1, 2)$  表示, 弧的宽度用  $w$  表示,  $s$  表示两个外弧之间的距离, 其中一个 SRR 被投影到另一个 SRR 所在的平面上

Fig.14 Schematic illustration of a PT-symmetric metasurface. The images on the right show the top and side views of the metasurface. Two colors represent, respectively, two kinds of metal (purple: titanium, yellow: gold) to obtain a high loss-contrast of conductivity. The outer diameter and the gap size of the SRR is denoted by  $d_m$  and  $g_m$  ( $m=1, 2$ ), respectively, and the width of the arc is denoted by  $w$ .  $s$  represents the distance between the two outer arcs as one SRR is projected in the plane where the other SRR is

### 2.3 超表面中的奇点在光束控制方面的应用

对纯损耗型系统和平衡增益与损耗系统之间的关系的研究, 也激发了对非厄米系统中仅有损耗光学结构的波传输的研究, 实现了单向无反射传播或单向不可见性的研究。以往的研究试图将反射型和透射型声元表面损失的影响降到最低。同济大学 Wang 等人<sup>[36]</sup> 研究发现, 通过将声学超表面视为非厄米系统并利用损耗, 可以发现非无损超表面中不存在的非常规波行为。Wang 等人利用梯度折射率功能基元及其中粘滞损耗效应构造了非厄米声学超构表面系统, 并在奇点处实现了非对称声反射镜。在理论和实验上证明了非厄米声学超表面镜在奇点上具有非常不对称的反射, 如图 15 所示, 超表面反射镜的设计是当波从一侧来的时候具有高效的反反射, 当波从另一侧来的时候具有近乎完美的吸收。这项工作将传统的梯度指数超表面与非厄米系统的奇点结合起来, 为确定波操作的新机制和新功能铺平了道路。

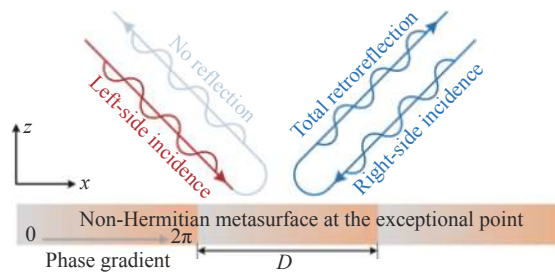


图 15 在 EP 点的非厄米超表面显示极不对称的反射现象示意图

Fig.15 Schematic of the non-Hermitian metasurface showing extremely asymmetrical reflections at the EP

Gu 等人<sup>[37]</sup> 设计了一种无增益的非理想 PT 亚波长纳米超表面系统, 该系统由两个嵌入在光聚合物中的银谐振器组成, 如图 16 所示。Gu 等人研究了该系统在奇点下基于远场耦合的单向无反射传播特性。数值模拟和解析计算的结果一致表明, 通过调整入射波的角度和两个银谐振器之间的距离, 可以控制银谐振器的单向无反射传播, 入射波的角度在  $25^\circ$  的大范围内, 入射波可以实现单向无反射传播。由于两个银谐振器结构的特性, 该系统是偏振独立的。此外, 该非理想 PT 亚波长纳米超表面系统在奇点附近可以作为一个吸收体, 其吸收率为 96%, 品质因子为 41。

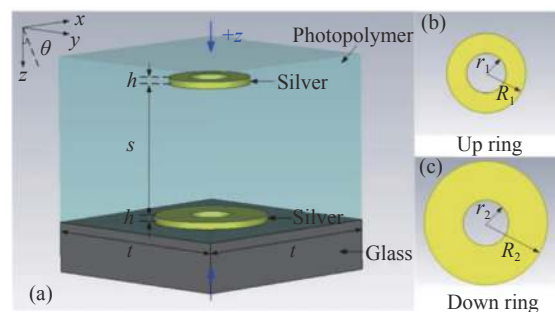


图 16 非理想 PT 超表面结构的单位单元示意图。参数分别为  $h=20$  nm,  $r_1=61$  nm,  $R_1=122$  nm,  $r_2=63$  nm,  $R_2=170$  nm,  $t=640$  nm。距离  $s$  是可变的。入射波在  $x-z$  平面上, 与  $+z$  轴成反射角  $\theta$

Fig.16 Schematic of unit cell of the non-ideal PT metasurface structure. The parameters are  $h=20$  nm,  $r_1=61$  nm,  $R_1=122$  nm,  $r_2=63$  nm,  $R_2=170$  nm and  $t=640$  nm, respectively. The distance  $s$  is variable. The incident wave is in  $x-z$  plane and has an angle  $\theta$  with  $+z$  axis

Leung 等人<sup>[38]</sup> 发现一个特制的有损耗光学系统中的奇点可以以反直觉的方式改变光学性质。在

可调谐等离子体器件的背景下, 奇异点可以作为一个驱动机制来提高可调谐性。Leung 等人通过实验证明了等离子体奇异点可以并入超表面 Q 板中, 通过改变结构参数来调谐产生的涡旋光束。结构上的金的顶层有正交方向的矩形槽, 而底层有相同形状的金条, 形成巴比涅互补图样<sup>[39]</sup>, 两个金棒有相同的形状, 大小不完全一样, 可以控制两个槽/条之间的损耗比, 所以有等效的镜面 (45°) 对称性。两个正交棒/槽之间的耦合程度与距离  $s$  有关, 交叉极化透射率  $t_{+-}$  ( $t_{+-}$ ) 也会发生相应变化,  $t_{+-}$  是右旋圆偏振光入射时透射的左旋圆偏振光的投射系数,  $t_{-+}$  是左旋圆偏振光入射时透射的右旋圆偏振光的投射系数。如图 17 所示, EP 点出现在交叉极化透射率  $t_{+-}$  或  $t_{-+}$  为 0, 相位  $\arg(t_{+-}/t_{-+})$  变化最明显的  $s=270$  nm 处。研究观察到, 在穿越奇异点时, 远场的轨道旋转了 45°。该研究利用在特殊点处的巨大灵敏度有利于研究偏振控制、光束结构和全息图方面的新一代可调谐等离子体器件。

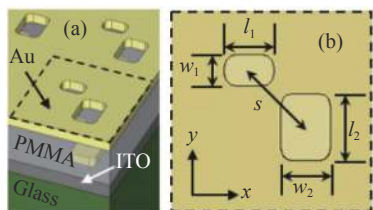


图 17 超表面单个结构的示意图, 在基板上用黑色实线表示。金层、PMMA 层和 ITO 层的厚度分别为 45 nm、180 nm 和 65 nm。 $s$  表示长度  $l_1=140$  nm,  $l_2=170$  nm, 宽度  $w_1=98$  nm,  $w_2=110$  nm 的两个正交槽/杆的间距

Fig.17 Schematic diagram of the unit cell, highlighted by black dotted line, on a glass substrate. Thicknesses of gold, PMMA, and ITO layers are 45 nm, 180 nm, and 65 nm, respectively.  $s$  denotes the separation between the two orthogonal slots/bars with lengths  $l_1=140$  nm,  $l_2=170$  nm and widths  $w_1=98$  nm,  $w_2=110$  nm

这种借助镜面对称的结构实现 PT 对称超表面, 改变几何参数进而发生相变产生 EP 点的结构还有很多, Li 等人<sup>[40]</sup>研究了太赫兹频率下手性超表面的奇异点, 该超表面由两个正交定向石墨烯带组成的周期阵列组成, 如图 18 所示。通过调整几何参数和入射波长, 当传输矩阵的两个特征值简并, 奇异点出现。两个垂直石墨烯条带的周期排列组成的手性超表面,

通过调整几何参数和入射波长, 使结构具有关于  $x$  轴或  $y$  轴的镜面对称。同一个波长, 会在两个适当的结构参数下出现手性相反的两个 EP 点, 如图 19 所示, 出现在  $\lambda=111.5$   $\mu\text{m}$ ,  $\delta x=\pm 235$  nm, 此时传输矩阵的本征值和本征向量都简并。由于输出光完全是左旋或右旋圆偏振 (LCP 或 RCP), 奇异点具有一定的手性。奇异点的手性由石墨烯带在水平和垂直方向的两次位移的正负号决定, 即相同符号为右旋圆偏振和不同符号为左旋圆偏振。此外, 当光从超表面的相反方向入射时, 奇异点的手性发生反转。该研究利用系统的非厄密性, 在极化检测、操作和超灵敏传感等方面具有潜在的应用前景。

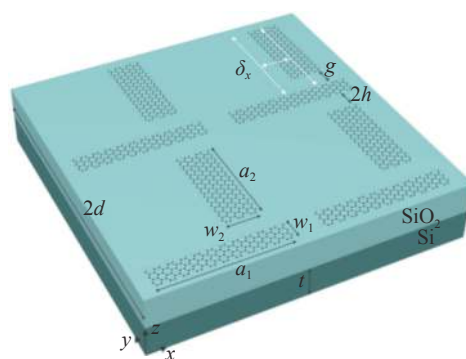


图 18 石墨烯超表面示意图。每个单元格包含两条正交的石墨烯条纹

Fig.18 Schematic of graphene metasurface. Each unit cell contains two orthogonal graphene stripes

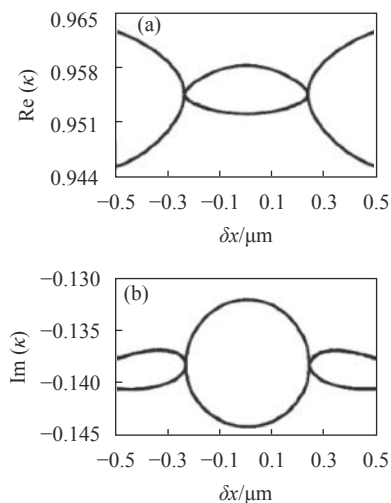


图 19 传输矩阵的特征值  $\kappa$  的实部和虚部在波长  $\lambda=111.5$   $\mu\text{m}$  下关于结构参数  $\delta x$  的函数曲线

Fig.19  $\text{Re}(\kappa)$  and  $\text{Im}(\kappa)$  as a function of  $\delta x$  at  $\lambda=111.5$   $\mu\text{m}$

### 3 总结与展望

综上所述,超表面是研究非厄米系统物理特性的重要平台,具有非厄米哈密顿量的系统存在奇异点,特点是两个或多个本征值简并,并且对应的本征态也合并成一个量子态。改变超表面的阵列参数、单元参数或者入射光的参数可以方便地研究奇异点周围的参数空间。将传统的超表面与非厄米系统的奇异点结合起来,为研究偏振控制、光束结构、单向无反射传播和超灵敏传感等方面的新一代可调谐光子器件提供了新的研究思路。

然而,对于超表面中的奇异点的研究还未实现片上可集成的应用,超表面与非厄米系统的拓扑光子学相结合为研究新型光子器件提供了可能性。目前,拓扑光子学已成为物理学中发展最快的领域之一,与包围奇异点相关的效应已经是拓扑的,它们依赖于在奇异点处自交黎曼曲面的特定拓扑。以超表面为研究平台,对非厄米系统的拓扑物理进行研究,为新一代的片上可集成的拓扑光子学器件提供了新的研究平台。对超表面中的奇异点的研究还是局限在传统的二维材料或者人工设计的构型,未来的研究可以结合智能优化算法设计超表面构型,探索新型材料,如有机材料、小分子材料或者聚合物材料提高超表面构型的物理性能,并可以设计多层超表面构型或者设计可重构超表面构型实现功能复杂,性能优越的光子学器件。

#### 参考文献:

- [1] Chen Y, Cheng Y K, Zhu R B, et al. Nanoscale all-optical logic devices [J]. *Science China-Physics Mechanics & Astronomy*, 2019, 62(4): 044201.
- [2] Li P N, Dolado I, Alfaro-Mozaz F J, et al. Infrared hyperbolic metasurface based on nanostructured van der Waals materials[J]. *Science*, 2018, 359(6378): 892.
- [3] Li S Q, Xu X W, Veetil R M, et al. Phase-only transmissive spatial light modulator based on tunable dielectric metasurface[J]. *Science*, 2019, 364(6445): 1087.
- [4] Wang K, Titchener J G, Kruk S S, et al. Quantum metasurface for multiphoton interference and state reconstruction [J]. *Science*, 2018, 361(6407): 1104-1107.
- [5] Lin D M, Fan P Y, Hasman E, et al. Dielectric gradient metasurface optical elements [J]. *Science*, 2014, 345(6194): 298-302.
- [6] Li L, Jun Cui T, Ji W, et al. Electromagnetic reprogrammable coding-metasurface holograms [J]. *Nat Commun*, 2017, 8(1): 197.
- [7] Wang S, Wu P C, Su V C, et al. Broadband achromatic optical metasurface devices [J]. *Nat Commun*, 2017, 8(1): 187.
- [8] Longhi S, Feng L. Unidirectional lasing in semiconductor microring lasers at an exceptional point [Invited] [J]. *Photonics Research*, 2017, 5(6): B1-B6.
- [9] Hassan A U, Galmiche G L, Harari G, et al. Chiral state conversion without encircling an exceptional point [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(5): 052129.
- [10] Wang C Q, Jiang X F, Zhao G M, et al. Electromagnetically induced transparency at a chiral exceptional point[J]. *Nature Physics*, 2020, 16(3): 334.
- [11] Hodaei H, Miri M A, Hassan A U, et al. Parity-time-symmetric coupled microring lasers operating around an exceptional point [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(21): 4955-4958.
- [12] Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K. Metamaterials and negative refractive index [J]. *Science*, 2004, 305(5685): 788-792.
- [13] Holloway C L, Dienstfrey A, Kuester E F, et al. A discussion on the interpretation and characterization of metafilms/metamaterials: The two-dimensional equivalent of metamaterials [J]. *Metamaterials*, 2009, 3(2): 100-112.
- [14] Yu N F, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction [J]. *Science*, 2011, 334(6054): 333-337.
- [15] Özdemir Ş K, Rotter S, Nori F, et al. Parity-time symmetry and exceptional points in photonics [J]. *Nature Materials*, 2019, 18(8): 783-798.
- [16] Bender C M, Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(24): 5243-5246.
- [17] Gupta S K, Zou Y, Zhu X Y, et al. Parity-time symmetry in non-Hermitian complex optical media [J]. *Advanced Materials*, 2019, 32(27): 1903639.
- [18] Klaiman S, Guenther U, Moiseyev N. Visualization of branch points in PT-symmetric waveguides [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(8): 080402.
- [19] Bender C M. PT symmetry in quantum physics: From a mathematical curiosity to optical experiments [J]. *Europhysics News*, 2016, 47(2): 18-20.
- [20] Peng B, Ozdemir S K, Lei F C, et al. Parity-time-symmetric whispering-gallery microcavities [J]. *Nature Physics*, 2014,

- 10(5): 394-398.
- [21] Miri M A, Alu A. Exceptional points in optics and photonics[J]. *Science*, 2019, 363(6422): 42.
- [22] Ruter C E, Makris K G, El-Ganainy R, et al. Observation of parity-time symmetry in optics [J]. *Nature Physics*, 2010, 6(3): 192-195.
- [23] Zhang N, Gu Z Y, Liu S, et al. Far-field single nanoparticle detection and sizing [J]. *Optica*, 2017, 4(9): 1151-1156.
- [24] Chen W J, Ozdemir S K, Zhao G M, et al. Exceptional points enhance sensing in an optical microcavity[J]. *Nature*, 2017, 548(7666): 192.
- [25] Laha A, Dey S, Gandhi H K, et al. Exceptional point and toward mode-selective optical isolation [J]. *ACS Photonics*, 2020, 7(4): 967-974.
- [26] Xu H, Mason D, Jiang L Y, et al. Topological energy transfer in an optomechanical system with exceptional points [J]. *Nature*, 2016, 537(7618): 80-83.
- [27] Feng L, Wong Z J, Ma R M, et al. Single-mode laser by parity-time symmetry breaking [J]. *Science*, 2014, 346(6212): 972-975.
- [28] Hodaei H, Miri M A, Heinrich M, et al. Parity-time-symmetric microring lasers [J]. *Science*, 2014, 346(6212): 975-978.
- [29] Lupu A, Benisty H, Degiron A. Switching using PT symmetry in plasmonic systems: positive role of the losses [J]. *Optics Express*, 2013, 21(18): 21651-21668.
- [30] Kang M, Chen J, Chong Y D. Chiral exceptional points in metasurfaces [J]. *Physical Review A*, 2016, 94(3): 033834.
- [31] Guo A, Salamo G J, Duchesne D, et al. Observation of PT-symmetry breaking in complex optical potentials [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(9): 093902.
- [32] Lawrence M, Xu N, Zhang X, et al. Manifestation of PT symmetry breaking in polarization space with terahertz metasurfaces [J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 113(9): 093901.
- [33] Park S H, Lee S-G, Baek S, et al. Observation of an exceptional point in a non-Hermitian metasurface [J]. *Nanophotonics*, 2020, 9(5): 1031-1039.
- [34] Sakhdari M, Farhat M, Chen P-Y. PT-symmetric metasurfaces: wave manipulation and sensing using singular points [J]. *New Journal of Physics*, 2017, 19(6): 065002.
- [35] Jin B B, Tan W, Zhang C H, et al. High-performance terahertz sensing at exceptional points in a bilayer structure [J]. *Advanced Theory and Simulations*, 2018, 1(9): 1800070.
- [36] Wang X, Fang X, Mao D, et al. Extremely asymmetrical acoustic metasurface mirror at the exceptional point [J]. *Phys Rev Lett*, 2019, 123(21): 214302.
- [37] Gu X T, Bai R P, Zhang C, et al. Unidirectional reflectionless propagation in a non-ideal parity-time metasurface based on far field coupling [J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11778-11787.
- [38] Leung H M, Gao W S, Zhang R R, et al. Exceptional point-based plasmonic metasurfaces for vortex beam generation [J]. *Optics Express*, 2020, 28(1): 503-510.
- [39] Falcone F, Lopetegui T, Laso M A G, et al. Babinet principle applied to the design of metasurfaces and metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(19): 197401.
- [40] Li J Y, Fu J, Liao Q, et al. Exceptional points in chiral metasurface based on graphene strip arrays [J]. *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics*, 2019, 36(9): 2492-2498.