## 激光三维成像中双光楔扫描参数的确定及优化

李硕丰1,2,徐文东1,赵成强1

(1. 中国科学院上海光学精密机械研究所 强场激光物理国家重点实验室,上海 201800;2. 中国科学院大学 材料与光电研究中心,北京 100049)

**摘 要:**在激光三维成像雷达中,双光楔扫描是一种常用的扫描方式,具有能耗小、精度高、抗震性好 等优点,并可有效减小系统的体积。但其扫描轨迹复杂,扫描点存在较大的冗余。首先基于一级近似 公式研究了扫描轨迹的规律,随后分析了扫描轨迹间距和扫描点间距的变化特征,最终确定了全视场 覆盖时的双光楔扫描参数,并由轨迹分布特征给出了降低冗余的方案。结果表明,全视场覆盖时,反向 旋转和同向旋转具有相同的最小冗余 2π,除旋转方向外,其他扫描参数完全相同。有效扫描视场和分 辨率一定时,特定转速对下,部分覆盖的反向旋转可减小 1/4 的冗余;半周期的同向旋转可减小 1/2 的 冗余。冗余降低的同时提升了成像的帧频。

关键词:激光扫描系统;双光楔;冗余度;图像分析 中图分类号:TN820 文献标志码:A DOI:10.3788/IRLA20190508

# Determination and optimization of Risley prisms scanning parameters in laser 3D imaging

Li Shuofeng<sup>1,2</sup>, Xu Wendong<sup>1</sup>, Zhao Chengqiang<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of High Field Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

2. Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Risley prisms in laser 3D imaging radar can effectively reduce the size and weight of the system, which have the advantages of low energy consumption, high precision, and vibration insensitivity. However, the scanning trajectory is complicated, and there is a large amount of redundancy in the scanning points. Firstly, the distribution law of scanning trajectories was studied based on the first-order approximation formula. The variation characteristics of the distance between the scanning trajectories and the distance between the discrete scanning points were then analyzed. Finally, the system scanning parameters for full field of view coverage were obtained. The results show that when full field of view is covered, the counter-rotation and co-rotation have the same system scanning parameters and both have the same minimum redundancy  $2\pi$  and identical scanning parameters except for the direction of rotation. When the effective scanning field of view and resolution are fixed, at specific speed pair, the partial coverage of the counter-rotation can reduce 1/4 of the redundancy and half-period corotation can reduce half of the redundancy. The reduction of redundancy means that the imaging frame rate is

收稿日期:2019-12-07; 修订日期:2020-01-06

Email: xuwendong@mail.siom.ac.cn

**基金项目:**国家自然科学基金 (61501435)

作者简介:李硕丰 (1993-), 女, 硕士生, 主要从事扫描成像方面的研究。Email: lishuofeng@siom.ac.cn

导师简介:徐文东 (1966-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事光学系统设计和成像方面的研究。

increased.

Key words: laser scanning system; Risley prisms;

0 引 言

三维激光雷达具有精度高、抗干扰能力强、全天 时工作等优点,在地形测绘、森林调查、环境监测等 方面均有成熟的应用。单次激光发射探测仅可获取 单一视场的点信息,激光扫描仪使激光雷达可快速获 取物面上不同视场的点的三维信息,是激光雷达的关 键部件[1]。光学扫描装置按照原理机制可分为反射扫 描、折射扫描以及衍射扫描。反射扫描中若实现二维 扫描,一般为双振镜或多面转镜,往往所需扫描镜口 径较大,导致系统体积增大[2]。衍射扫描能量损耗较 大,衍射能量较低。折射扫描中双光楔扫描基于单光 轴匀速旋转即可获得二维扫描图案,具有结构紧凑、 体积小、能耗低、速度快、精度高<sup>[3]</sup>和抗震性好等优 点,应用较为广泛。麻省理工学院林肯实验室构建的 三维成像雷达系统性能优良,采用的光学扫描装置经 历了三次改进,从双振镜<sup>[4]</sup> 到双光楔<sup>[5-6]</sup>,最后采用双 光楔和全息光学元件 (HOE) 器件组合<sup>[7]</sup>。2016年, 中国科学院光电研究院研制的机载激光雷达也采用 双光楔扫描方式,实现了视场 32.03°,指向精度优于 50 µrad 的有效扫描<sup>[8]</sup>。

实际应用中,由于双光楔扫描轨迹复杂,在确定 合适的参数时具有一定难度,已经有很多专门关于双 光楔扫描成像性能的研究。Warger II 等<sup>[9]</sup> 通过仿真 分析扫描过程中扫描点的分布特征,以50000、 11830 r/min的转速反向旋转双光楔,在0.2 s内采集 了一幅包含约340万个扫描点的图像,另外,图像包 含的离散扫描点数是光栅式扫描图像扫描点数的 13倍,扫描点的冗余很大。2014年,Lu等<sup>[10]</sup> 通过转 速比值和瓣间距对成像雷达中双光楔扫描进行帧频 预测。然而双光楔扫描冗余较大,会存在效率低的问 题,上述研究中均没有涉及冗余的分析。为进一步提 高扫描效率,文中基于一级傍轴近似对周期扫描轨迹 和扫描点分布进行了分析,明确了转速、激光脉冲频 redundancy; image analysis

率等扫描参数间的关系,并在此基础上提出降低冗余 的具体方案。

## 1 双光楔扫描轨迹的规律

双光楔扫描如图 1 所示, 一般采用两个完全相同 的光楔沿光轴匀速旋转。单光楔使入射的光向量产 生一定的偏折, 易知单光楔绕轴旋转的扫描轨迹为圆 形。由光向量的矢量叠加可知, 双光楔绕同轴旋转即 可获得二维扫描轨迹。扫描轨迹如图 2 所示, 图 2(a) 是反向旋转的扫描轨迹, 图 2(b) 是同向旋转的扫描轨 迹, 不同转速下的轨迹分布差异较大。多采用一级近 似公式分析扫描轨迹的分布规律, 物面上轨迹<sup>[10]</sup> 可表 征为:

$$\begin{cases} x = L\delta \left[ \cos \left( 2\pi f_1 t + \theta_{10} \right) + \cos \left( 2\pi f_2 t + \theta_{20} \right) \right] \\ y = L\delta \left[ \sin \left( 2\pi f_1 t + \theta_{10} \right) + \sin \left( 2\pi f_2 t + \theta_{20} \right) \right] \end{cases}$$
(1)

式中: L 为双光楔与物面的距离;  $\delta=(n-1)\alpha$  为单光楔产 生的偏转角, n 为光楔的折射率,  $\alpha$  为光楔的楔角;  $f_1 与 f_2$  分别为两光楔的旋转角速度;  $\theta_{10} 与 \theta_{20}$  分别为 两光楔的初始角度。 $f_1 与 f_2$  同号表示同向旋转, 反号 表示反向旋转。



图 1 双光楔扫描示意图 Fig.1 Schematic diagram of Risley prisms scanning

在极坐标下,公式(1)可转化为:

$$R = 2L\delta \left| \cos \left[ \pi (f_1 - f_2) t + (\theta_{10} - \theta_{20})/2 \right] \right|$$
(2a)

$$\Theta = \begin{cases} \pi (f_1 + f_2) t + (\theta_{10} + \theta_{20})/2 - 2k\pi & \pi (f_1 - f_2) t + (\theta_{10} - \theta_{20})/2 + \pi/2 \in [2k\pi, (2k+1)\pi)] \\ \pi (f_1 + f_2) t + (\theta_{10} + \theta_{20})/2 + \pi - 2k\pi & \pi (f_1 - f_2) t + (\theta_{10} - \theta_{20})/2 + \pi/2 \in [(2k+1)\pi, 2(k+1)\pi)] \end{cases}$$
(2b)

式中:*k* 为整数,确保 Θ∈[0,2π]。

当两光楔转速可表示为f1=N1/T,f2=N2/T,其中

*T*为大于 0 的实数, *N*<sub>1</sub> 和 *N*<sub>2</sub> 为互质的整数时, 就可产 生周期为 *T*的图案。由公式 (2a) 和 (2b) 可知, 当扫描



图 2 双光楔扫描轨迹 (a)  $f_1/f_2 = -8/5$ ; (b)  $f_1/f_2 = 8/5$ Fig.2 Risley prisms scanning trajectory. (a)  $f_1/f_2 = -8/5$ ; (b)  $f_1/f_2 = 8/5$ 

点从扫描中心开始再回归到扫描中心的一个周期  $1/f_1-f_2|$ 内,角度 $\Theta$ 随时间变化是线性连续的。为便于 对整体的扫描轨迹进行分析,定义该周期 $1/f_1-f_2|$ 内的 扫描轨迹为一个瓣叶。图2中瓣叶上的序号为随时 间变化的瓣叶的序数,图2(b)中虚线轨迹为同向旋转 的一个单瓣叶,角度范围大于2 $\pi$ 。设 $N_d = |N_1-N_2|$ 、  $N_s = N_1+N_2$ ,由公式(2a)和(2b)可证一个周期T内的 扫描图案包含了 $N_d$ 个均布的瓣叶。周期扫描图案可 由初始瓣叶旋转 $N_d$ -1次、每次旋转2 $\pi/N_d$ 而得。

当初始角度分别为 θ<sub>10</sub> = -0.5π, θ<sub>20</sub> = 0.5π 时, 由 公式 (2a) 和 (2b) 可知起始点的半径值和角度值均为 0。初始瓣叶的扫描轨迹可表示为:

$$R(t_{\rm m}) = R_{\rm M} \sin\left(\pi t_{\rm m}\right), \qquad (3a)$$

$$\Theta(t_{\rm m}) = N_{\rm s} \pi t_{\rm m} / N_{\rm d} - 2k\pi, \qquad (3b)$$

式中:  $R_{\rm M} = 2L\delta$ 为扫描视场的半径;  $t_{\rm m} = t/(T/N_{\rm d}) \in$ [0,1]为单个瓣叶内扫描点 t关于单瓣叶周期  $T/N_{\rm d}$ 的 比值。周期 T内的图案只与  $N_{\rm d}$ 和  $N_{\rm s}$ 有关, 与 $f_1$ 与 $f_2$ 具体大小无关。文中图例中采用较小的数值是为了 突出单个瓣叶的形状。

## 2 扫描参数的确定

实际雷达工作中,激光器以固定频率发射光脉冲,物面上实际产生的是对连续轨迹等时间间隔采样的离散扫描点。扫描过程中主要控制参数包括转速大小*f*<sub>1</sub>,*f*<sub>2</sub>和脉冲发射频率*F*。由前述分析可知,周期内扫描轨迹分布只与由转速大小*f*<sub>1</sub>,*f*<sub>2</sub>延伸的参量*N*<sub>d</sub>和*N*<sub>s</sub>有关。而扫描轨迹是不均匀的,因此需明确

参量 N<sub>d</sub>和 N<sub>s</sub>与轨迹间距的关系。此外由公式(3a) 和(3b)可知轨迹上扫描点的分布也是不均匀的,即还 需明确脉冲发射频率 F 对扫描点间距的影响。当轨 迹间距和扫描点间距的极大值均小于瞬时视场的大 小(面阵探测器在物面上的像)时,就可实现无间隙的 覆盖扫描。

#### 2.1 轨迹间距的极大值和参数的关系

由图 3 可知,轨迹交点间距是一定区域的轨迹间 距极值,可分为周向和径向两类交点间距,如弧矢线 段 *P*<sub>22</sub>*P*<sub>32</sub> 和线段 *P*<sub>21</sub>*P*<sub>33</sub>。





周期扫描图案具有旋转对称特性,且由公式 (3a)和(3b)可知单瓣叶具有轴对称特性,因而仅分析 如图3所示的黑色区域内的间距即可。该区域由两 相邻瓣叶t<sub>m</sub>∈[0,1/2]上的轨迹形成,相对时间t<sub>m</sub>相同 时, 空间相邻瓣叶的角度相差 2π/N<sub>d</sub>。由公式 (3a) 和 (3b) 可得交点的相对时间为:

$$t_{\rm m}(j) = 1/2 - j/N_{\rm s} \tag{4}$$

式中: $j \in [1, floor(N_s/2)]$ 为交点序数, floor(N\_s/2)为单 瓣叶 $t_m \in [0,1/2]$ 上的轨迹的交点数。定义视场外围 半径为 $R_M$ 的点也是一个交点,此时j=0。由公式 (3a)和(4)可以得到交点的半径值 $R_j=R_M \cos(j\pi/N_s)$ 。 周向交点间距可表示为 $2\pi R_j/N_d$ , j=0时有最大值  $2\pi R_M/N_d$ , 仅与 $N_d$ 有关。

相邻瓣叶上交点序数 *j* 间隔为 2 的交点具有相同的角度值,位于同一半径上,如图 3 中点 *P*<sub>21</sub> 和点 *P*<sub>33</sub> 所示。径向交点间距为同一半径上的相邻交点的

半径差,  $R_j - R_{j+2}$ 。由公式 (3a) 和 (4) 可知, 当  $N_s$  的奇 偶性不同时, 径向交点间距最大值的表示略有不同, 但均可近似表示为  $2\pi R_M/N_s$ , 其中  $N_s \ge 4$ 。径向交点间 距的最大值仅与  $N_s$  有关。

反向旋转中 N<sub>s</sub><N<sub>d</sub>, 径向交点间距大于周向交点 间距, 单瓣叶呈径向分布, 轨迹间距考虑周向间距极 大值即可。同理, 同向旋转的单瓣叶呈周向分布, 轨 迹间距考虑径向分布即可。

### 2.2 扫描点间距的极大值和参数的关系

如图 4(a) 所示,反向旋转的单瓣叶呈径向分布, 扫描点间距可表征为两点半径的差值。如图 4(b) 所 示,同向旋转的单瓣叶呈周向分布,扫描点间距可表 征为两点之间的圆周距离。





首个瓣叶的扫描点的相对时间 tm 可表示为:

$$t_{\rm m} = (m-1)/(M/N_{\rm d})$$
 (5)

式中: m 为单瓣叶上扫描点的序数; M 为周期内的扫描点的总点数, 可知 F=M/T。由公式 (3a) 和 (5) 可知, 反向旋转中初始两点的半径差最大, 约为  $R_M N_d \pi/M$ 。由公式 (3b) 可知, 单瓣叶内扫描点是等角度间隔分布的, 角度间隔为  $N_s \pi/M$ 。同向旋转中, 扫描点间距可表征为  $R_M sin(t_m \pi) N_s \pi/M$ , 最外围的扫描点间距有极大值  $R_M N_s \pi/M$ 。

## 2.3 扫描参数的确定

反向旋转的轨迹间距的极大值为 2πR<sub>M</sub>/N<sub>d</sub>, 位于 视场边缘; 扫描点间距的极大值为 R<sub>M</sub>N<sub>d</sub>π/M, 位于视 场中心。同向旋转的轨迹间距的极大值为 2πR<sub>M</sub>/N<sub>s</sub>, 位于视场中心;扫描点间距的极大值为 R<sub>M</sub>N<sub>s</sub>π/M,位 于视场边缘。当瞬时视场大小 I、轨迹间距极大值和 扫描点间距极大值相等时,由间距的极大值可获得单 帧图像的扫描参数: N<sub>d</sub>, N<sub>s</sub>, M。

反向旋转中

$$N_{\rm d} = 2\pi R_{\rm M}/I, M = ceil(N_{\rm d}/2)N_{\rm d},$$
 (6)

式中: ceil()为向上取整。可知当参数 N<sub>d</sub>一定时,不同 N<sub>s</sub>具有相同的总点数 M, N<sub>s</sub>=1 时的 N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>最小。同向旋转中

$$N_{\rm s} = 2\pi R_{\rm M}/I, M = ceil(N_{\rm s}/2)N_{\rm s}, \tag{7}$$

当参数 N<sub>s</sub> 一定时, N<sub>d</sub>=1 时的 N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> 最小。 已知单帧图像的扫描参数 N<sub>d</sub>, N<sub>s</sub> 和 M, 再根据实 际的转速条件或脉冲发射频率条件确定合适的周期 T,继而获得具体的转速f<sub>1</sub>,f<sub>2</sub>和脉冲发射频率F。

将总点数 *M* 和理想无重叠所需的最小点数定义 为冗余度 *r*<sub>e</sub>,其中理想无重叠所需的最小点数为当扫 描点按光栅式扫描紧密排列时所需的点数,可近似为 总扫描面积和瞬时视场面积的比值 π(*R*<sub>M</sub>)<sup>2</sup>/*P*,此处忽 略了边缘点的影响。由公式 (6) 和 (7) 可知,反向旋转 和同向旋转的冗余度 *r*<sub>e</sub>都可简化为:

$$r_{\rm e} = M / \left(\pi R_{\rm M}^2 / I^2\right) \approx 2\pi \tag{8}$$

由公式 (6)~(8) 可知,相同条件下,反向旋转的 N<sub>d</sub>与同向旋转的 N<sub>s</sub>是相等的,后需确定的扫描参数 也是相等的。即全视场覆盖时,同向旋转和反向旋转 的扫描点分布虽有差异,但除了旋转方向不同外具有 相同的扫描参数和扫描冗余。

## 3 降低冗余度的优化方案

周期扫描图案在全视场覆盖时具有固有冗余度 r<sub>e</sub>≈2π,扫描点相互存在较多的重叠,可根据双光楔扫 描点的分布特征采取特定方式降低冗余,提高扫描效 率。反向旋转中轨迹间距的最大值和同向旋转中扫 描点间距的最大值均位于视场边缘,可通过减少瓣叶 数或单瓣总点数,进而降低扫描点的冗余。特殊地, 同向旋转 N<sub>d</sub>=1时只有一个瓣叶,可发现半个瓣叶轨 迹即可布满整个视场。

### 3.1 部分视场覆盖

由图 4 可知,反向旋转中保持单瓣叶扫描点数不 变可确保视场中心覆盖,减少瓣叶数 N<sub>d</sub> 将使扫描图 案呈部分视场覆盖,视场边缘产生间隙,但同时将降 低无间隙区域内的扫描点的重叠。为确定合适的无 间隙区域的范围,对轨迹间距随半径变化的特征进行 探究。

如图 3 中弧矢线段 D<sub>in</sub>和 D<sub>out</sub> 所示, t<sub>m</sub>相同时相 邻瓣叶的周向间距总是被相交的瓣叶轨迹一分为 二。由瓣叶的对称性和均匀分布特征以及公式 (3a) 和 (3b) 可得:

$$\begin{cases} D_{\rm in}(t_{\rm m}) = [N_{\rm s}(1-2t_{\rm m})-2j]\sin(\pi t_{\rm m})\pi R_{\rm M}/N_{\rm d}\\ D_{\rm out}(t_{\rm m}) = [2(j+1)-N_{\rm s}(1-2t_{\rm m})]\sin(\pi t_{\rm m})\pi R_{\rm M}/N_{\rm d} \end{cases}$$
(9)

式中:  $t_m \in [t_m(j+1), t_m(j)], j \in [0, floor(N_s/2)-1]$ 。将  $t_m$ 时的轨迹间距的极大值与全视场覆盖时轨迹间距极大值  $2\pi R_M/N_d$  的比值记为  $\eta$ , 由公式 (9) 可得:

$$\eta = \begin{cases} [N_{\rm s}(1-2t_{\rm m})-2j]\sin(\pi t_{\rm m})/2 & D_{\rm in}(t_{\rm m}) > D_{\rm out}(t_{\rm m}) \\ [2(j+1)-N_{\rm s}(1-2t_{\rm m})]\sin(\pi t_{\rm m})/2 & D_{\rm in}(t_{\rm m}) < D_{\rm out}(t_{\rm m}) \end{cases}$$
(10)

由公式 (9) 和 (10) 可知, 轨迹间距随 t<sub>m</sub>(半径) 变 化的变化特征仅与参数 N<sub>s</sub> 相关。

记  $r=R/R_{\rm M}=\sin(\pi t_{\rm m})$  为归一化半径,  $r\in[0,1]$ , 并将 (0, r) 内比值  $\eta$  的极大值记为  $\max(\eta)$ 。部分视场覆盖 时, 无间隙区域内的轨迹间距的极大值可表征为  $\max(\eta) 2\pi R_{\rm M}/N_{\rm dp}$ ,  $N_{\rm dp}$  为部分视场覆盖时的总瓣数。 无间隙区域内的轨迹间距的极大值和全视场覆盖时 的轨迹间距的极大值  $2\pi R_{\rm M}/N_{\rm d}$ 应当相等, 可得总瓣数 和总点数各自的比值为:

$$N_{\rm dp}/N_{\rm d} = M_{\rm p}/M = \max\left(\eta\right) \tag{11}$$

式中: M<sub>p</sub>为部分视场覆盖时的总点数。由公式(11) 可知,相对于全视场覆盖,半径 r 一定时, max(η) 可表 征部分视场覆盖时冗余降低的程度, max(η) 越小, 冗 余降低效果越好。max(η) 的最小值对应的 N<sub>s</sub> 即为部 分覆盖时的参数 N<sub>sp</sub>。由此可获得部分覆盖时单帧扫 描图像的参数: N<sub>dp</sub>、N<sub>sp</sub>和 M<sub>p</sub>。 图 5 显示了  $N_s$  分别为 1~8 时, 比值  $\eta$  随半径 r 的 变化特征。图 5 中有两条斜率分别为 1 和 1/2 的直 线, 可知  $r/2 \le \eta \le r$ 。其中曲线与斜率为 1 的直线相交 的点表征交点, 交点处比值  $\eta$  有极大值。由图 5 可 知,  $N_s$  越大, 交点越多, 无间隙区域内的 max( $\eta$ ) 越 大。可由公式 (9)、(10) 论证, 当  $r \in (0.6, 0.84)$  时,  $N_s$ = 2, 有最小的 max( $\eta$ )。当  $r \in (0.85, 0.96)$  时,  $N_s$ =3, 有最 小的 max( $\eta$ )。

由图 5(a) 可知, η 极大值处对应的最大半径处有 冗余极小值。N<sub>s</sub>=3 时, max(η)=0.55, r≈0.92, 效果最 优。但当按设定参数仿真时发现内部可能存在空隙, 如图 6 所示。这是由于瞬时视场在扫描面上的投影 的方形的四边总是水平或竖直的, 当瓣叶位于非坐标 轴方向时, 竖直或水平方向的间距将增大, 扫描图案 可能存在空隙, 45°方向上的间距最大。

由公式 (3) 和 (5) 可得相邻扫描点的径向间距约 为 *I*cos(*t*<sub>m</sub>π),周向间距可表征为 *I*(η/max(η))。则 45°方



图 5 不同 N<sub>s</sub> 下 η 随归一化半径 r 的变化特征。(a) N<sub>s</sub>=1~4; (b) N<sub>s</sub>=5~8

Fig.5 Variation characteristics of  $\eta$  with normalized radius r at different  $N_s$ . (a)  $N_s = 1-4$ ;(b)  $N_s = 5-8$ 



Fig.6 Internal void when partial field of view is covered

向上竖直间距D可表征为:

 $D = 0.707I \left[ \cos(t_{\rm m} \pi) + (\eta / \max(\eta)) \right]$  (12)

全视场覆盖时,  $\max(\eta)=1, \forall \eta \leq r=\sin(t_m\pi), 由公式$ (12) 可知  $D \leq I$ , 即全视场内部不存在空隙。

由图 5 可知,  $N_s = 2$  或 3 时, 比值 η 于  $r \approx 0.65$  处 有极值, 此时 cos( $t_m \pi$ )≈0.75。由公式 (12) 和图 5(a) 可 论证, 竖直距离 D 和比值 η 关于  $t_m$  具有相同的单调 性。若确保视场内部不存在空隙, 则比值 η 的极值处 确保 D ≤ I, 由公式 (12) 可得 η/max(η) ≤ 0.66。

由图 5(a) 可知,  $N_s = 2$  时,  $r \approx 0.65$  处  $\eta \approx 0.37$ , 可得 max( $\eta$ )  $\geq 0.55$ 。max( $\eta$ )  $\approx 0.55$  时, 由图 5(a) 可知半径  $r \approx 0.86$ 。当总瓣数和总点数取值全视场覆盖时的 0.55 倍时,  $r \leq 0.86$ 范围内不存在空隙。同理  $N_s = 3$  时, 当总瓣数  $N_d$  和总点数取值全视场覆盖时的 0.85 倍时,

r ≤ 0.99 范围内不存在空隙, 冗余降低较少。

由于空隙的存在,部分视场覆盖下反向旋转  $N_s = 2$ 时在 r = 0.86 处有较低的冗余。此时  $max(\eta) \approx 0.55$ ,与全视场覆盖相比较,冗余约降低了一半。

由公式 (6) 可知全视场覆盖时,参数  $N_d$ 和半径  $R_M$  呈正比; 扫描总点数 M和半径  $R_M$  的平方呈正比。当有效扫描范围和瞬时视场大小保持不变时, 可通过修正双光楔的折射率或楔角, 使得修正后扫描范围是原来的 1/0.86 倍。全视场覆盖时, 修正后所需的参数  $N_d$  为原来的 1/0.86 倍; 总点数 M 为原来的 (1/0.86)<sup>2</sup> 倍, 则  $N_s = 2$  的部分视场覆盖时所需的总点数是修正前全视场覆盖总点数的 0.55×(1/0.86)<sup>2</sup> ≈ 0.74 倍。即当调节总视场范围, 使得有效扫描视场和分辨率保持不变时, 冗余仍可降低 1/4, 同时增大了扫描范围。

同向旋转可通过减少单瓣叶的扫描点数目实现 部分覆盖。由扫描点间距分析可知,比值  $M_p/M = r$ , 相当于图 5 中  $\eta = r$ 的斜线,同向旋转通过缩小视场 降低冗余的程度低于反向旋转。

#### 3.2 半周期的同向旋转

仿真可发现,当扫描起始点总是位于扫描中心或 视场边缘,即初始角度  $\theta_{10}$ , $\theta_{20}$ 的差值为  $\pi$ 的整数倍 时, $N_d$ =1的同向旋转在半周期内可实现全视场覆盖。

N<sub>d</sub>=1时,周期扫描图案只有一个瓣叶。由瓣叶 的轴对称性质可知,半个周期内扫描点即可遍历整个 扫描范围。如图 4(b)所示, '\*'表征前半个瓣叶的扫 描点, 'Δ'表征后半个瓣叶的扫描点。当总点数 M 如 公式 (7)取值时,扫描点位于不同的半径上。由扫描 点等角度分布可知,半周期内同一半径上相邻点间隔 了 2*ceil*(N<sub>g</sub>/2)个扫描点。由公式 (5)可知,径向两点 之间的时间差为  $2/N_s$ ,由公式 (3) 可得径向间距约为  $I\cos(t_m\pi)$ 。周向的相邻扫描点的间距可表征为  $I\sin(t_m\pi)$ 。则 45°方向上的竖直距离  $D=0.707(I\cos(t_m\pi)+I\sin(t_m\pi)) \leq I$ ,即半周期内扫描图案全覆盖时视场内 部不存在空隙。

将半个瓣叶可定义为一帧,相对于全视场覆盖, 扫描点冗余降低一半,帧频提高一倍。

## 3.3 参数确定示例

设探测器的面阵单元为 32×32, 并要求总视场达 512×512, 则瞬时视场大小和总视场的比值  $I/2R_M$  为 1/16。假设脉冲发射频率  $F \leq 50$  kHz。

若视场角要求为 10°,则双光楔的偏转角 2 $\delta$  为 5°,光楔的折射率 n = 1.5,可知光楔的楔角  $\alpha = 5^\circ$ 。

由公式 (6) 可得反向旋转中全视场覆盖时的参数:  $N_{\rm d} \ge 51$ ,取 $N_{\rm s} = 1$ 时,可得 $N_126$ , $N_2 = 25$ 。随后可得 总点数 $M \ge 1326$ ,其中单瓣总点数为26。则帧频F/M可达 37 frame/s,所需的转速 $f_1 = 962$  r/s, $f_2 = 925$  r/s。

半周期的同向旋转具有相同的参数 $f_1, f_2 和 F, 但$ 帧频相对提升了1倍,可达74 frame/s。

反向旋转部分覆盖时有效覆盖范围为 $r \le 0.86$ 。 若保持有效视场为 10°, 实际扫描视场应达到 11.6°。 若光楔折射率 n 保持为 1.5, 则楔角  $\alpha$  需增至 5.8°。全 视场覆盖时,  $N_d \ge 51/0.86=59$ ,  $M \ge 1770$ 。当  $N_s = 2$  的 部分覆盖时,  $max(\eta) \approx 0.55$ , 由公式 (11) 可得,  $N_{dp} \ge 32$ ,  $M_p \ge 974$ 。可得  $N_1 = 17$ ,  $N_2 = 15$ , 帧频可达 51 frame/s。 所需的转速  $f_1 = 867$  r/s,  $f_2 = 765$  r/s, 此时 10°内的视场 无空隙存在。

全视场覆盖、半周期的同向旋转和部分覆盖的反向旋转的帧频依次为 37、74、51 frame/s。两个方案均可有效提高扫描效率。

## 4 结 论

文中分析了扫描轨迹的分布规律以及扫描点间 距的变化特征,获得了全视场覆盖时系统扫描的具体 参数,并提出了进一步降低扫描点冗余的方案。下述 结论对于确定最佳扫描参数具有指导意义:

(1) 全视场覆盖时系统扫描参数具有简单而确定 的关系,由此确定的参数与仿真优化的结果相差甚少。

(2)一般情况下全视场覆盖时双光楔扫描具有固

有冗余度2π。特殊情况下,同向旋转N<sub>d</sub>=1时,在半个 周期内就可实现全视场覆盖,冗余度减少一半。

(3) 允许视场外围存在空隙时,反向旋转 N<sub>s</sub>= 2时,总瓣数降为全视场覆盖时的 0.55 倍,可实现视 场半径 r≤0.86 的无间隙覆盖,冗余度减少约一半。 可进一步修正光楔参数,使有效视场完全覆盖,此时 仍可减少 1/4 的冗余。

### 参考文献:

- Li Menglin, Zhu Jingguo, Meng Zhe, et al. Design of lightweight and small sized airborne laser scanner [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 1426-1431. (in Chinese)
  李孟麟, 朱精果, 孟柘, 等. 轻小型机载激光扫描仪设计[J]. 红 外与激光工程, 2015, 44(5): 1426-1431.
- [2] Duma V, Rolland J, Podoleanu A. Perspectives of optical scanning in OCT[C]// SPIE, 2010, 7556: 75560B.
- [3] Li A H, Sun W S, Yi W L, et al. Investigation of beam steering performances in rotation Risley-prism scanner [J]. *Optics Express*, 2016, 24(12): 12840-2850.
- [4] Albota M A, Heinrichs R M, Kocher D G, et al. Threedimensional imaging laser radar with a photon-counting avalanche photodiode array and microchip laser [J]. *Applied Optics*, 2002, 41(36): 7671-7678.
- [5] Marino R, Davis W. Jigsaw: a foliage-penetrating 3D imaging laser radar system [J]. *Lincoln Laboratory Journal*, 2005, 15(1): 23-36.
- [6] Vaidyanathan M, Blask S, Higgins T, et al. Jigsaw phase III: A miniaturized airborne 3-d imaging laser radar with photoncounting sensitivity for foliage penetration[C]//Proceedings of SPIE, 2007, 6550: 65500N.
- [7] Clifton W E, Steele B, Nelson G, et al. Medium altitude airborne Geiger-mode mapping LIDAR system[C]//SPIE, 2015, 9465: 946506.
- [8] Zhu Jingguo, Li Feng, Huang Qitai, et al. Design and realization of an airborne LiDAR dual-wedge scanning system [J]. *Infrared* and Laser Engineering, 2016, 45(5): 0502001. (in Chinese) 朱精果, 李锋, 黄启泰, 等. 机载激光雷达双光楔扫描系统设计 与实现[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(5): 0502001.
- [9] Warger II W, Guerrera S, Eastman Z, et al. Efficient confocal microscopywithadual-wedgescanner[C]//SPIE,2009,7184:71840M.
- [10] Lu Y F, Zhou Y, Hei M, et al. Frame frequency prediction for Risley-prism-based imaging laser radar [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(16): 3556-3564.