

偏振信息传输理论及应用进展 (特约)

郭忠义¹, 汪信洋¹, 李德奎¹, 王鹏飞¹, 张 宁², 胡天伟¹, 张 曼¹, 高 隽¹

(1. 合肥工业大学 计算机与信息学院, 安徽 合肥 230009;
2. 北京机电工程研究所, 北京 100074)

摘 要: 光的偏振态是电磁波的基本属性, 偏振信息是使用光的偏振态作为信息表现形式的工程科学应用技术, 需要合适的表征方法对其进行描述。由于大气散射特性, 光在地球表面存在一种特殊的偏振分布模式, 可以用于近地空间自主导航, 同时, 不同的偏振态在各种散射介质中传输也具有特定的变化规律。因此, 研究光的偏振信息在不同分散介质中的传输特性, 对在现代军事、航空、海洋等领域的广泛应用具有重要的参考价值。近年来, 偏振光学成像技术广泛应用于雾霾、水下及其他散射介质中的清晰成像, 并取得了很多优秀的研究成果。文中主要介绍了光的偏振态的各种表征形式、偏振信息在不同分散介质中的传输特性、经过散射介质后的偏振信息恢复算法、以及偏振去雾技术的应用等, 并在最后展望了偏振信息应用的未来发展趋势。

关键词: 偏振信息; 散射; 偏振传输; 偏振成像; 偏振恢复

中图分类号: TN29 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20201013

Advances on theory and application of polarization information propagation(*Invited*)

Guo Zhongyi¹, Wang Xinyang¹, Li Dekui¹, Wang Pengfei¹, Zhang Ning², Hu Tianwei¹, Zhang Man¹, Gao Jun¹

(1. School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;
2. Beijing Electro-Mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China)

Abstract: The polarization state of light is the basic attribute of electromagnetic wave. Polarization information is an engineering science and applying technology, which uses the polarization states of light as the information representation, requiring proper characterizing methods to be described. Due to the scattering characteristics of atmosphere, light has a special polarization distribution pattern on the earth surface, which can be used for autonomous navigation in near-earth space. At the same time, the transmissions of different polarization states in various scattering media also have some specific transmission characteristics. Therefore, the investigations on the transmission characteristics of polarization information in different dispersive media have important values for its wide applications in modern military, aviation, marine and other fields. Meanwhile, in recent years, the optical polarization imaging has been widely applied for achieving clear imaging in haze, underwater and other scattering media systems, in which many excellent research results have been obtained. In this paper, various presentation forms of the polarization states of light, transmission characteristics of polarization information in different dispersion media systems, polarization information recovery algorithm, and application of polarization dehazing

收稿日期:2020-03-20; 修订日期:2020-04-08

基金项目:国家自然科学基金(61775050); 中央高校基本研究经费(PA2019GDZC0098)

作者简介:郭忠义(1981-),男,教授,博士生导师,主要从事包括偏振智能信息处理、先进光通信技术、涡旋雷达系统、智能传感系统、纳米光子学等方面的研究。Email: guozhongyi@hfut.edu.cn

technology were mainly introduced. Lastly, the future-development trends for the applications of polarization information was prospected.

Key words: polarization information; scattering; polarization propagation; polarization imaging; polarization retrieve

0 引言

太阳光穿过大气层给地球上万物提供能量,因此光在大气中的传输与人们的生活息息相关。当太阳光经过大气层照到地面时,光会与大气中的微粒发生各种各样的复杂作用及光学效应,其中最为重要的就是散射。早在 17 世纪,很多顶尖科学家都把光的本质作为研究对象,然而,当时的科学家对光波的研究存在诸多问题,且无法利用当时的理论予以合理的解释,其中一个问题便是光的偏振。偏振是光的基本属性,早在 1669 年,丹麦科学家巴塞林那斯 (E. Bartholinus) 就发现光具有偏振现象^[1],他无意中通过冰洲石观察到了书本上字的双像现象,但是当时他无法给出解释。随后,经过荷兰物理学家惠更斯 (C. Huygens) 和法国工程师马吕斯 (E. L. Malus) 研究,揭示这种现象是由于光的偏振引起的,同时也是马吕斯第一次用 Polarization 来描述光的这一特性^[2]。次年,阿拉果 (Arago) 发现天空中也存在特殊的偏振现象。在近半个世纪之后的大量研究中,研究人员开始对散射介质中的偏振理论进行探析,并取得诸多重要的成果。例如,爱尔兰物理学家丁达尔 (Tyndall) 于 1869 年通过实验证实天空出现蓝色是由天空中粒子散射效应造成的^[3]。1871 年,英国物理学家瑞利 (Rayleigh) 通过研究大量的光散射现象提出著名的瑞利散射理论^[4]。为了解决粒子散射中所涉及到的尺寸问题,著名的德国物理学家米 (G. Mie) 于 1908 年提出了适用于大尺寸球形散射粒子的米散射理论^[5],如图 1 所示。该理论解决了均匀球形粒子的散射问题,并揭示出粒子散射后的光强分布以及粒子相对折射率、粒子尺寸大小和入射波长三者之间的复杂关系。此外,应用米散射理论求解球形粒子散射问题时,不仅能够得到精确的解析结果,而且还便于对结果进行定量和定性的分析。正是由于米散射理论精准模型的优点,使其自 20 世纪 50 年代以来一直被广泛使用。

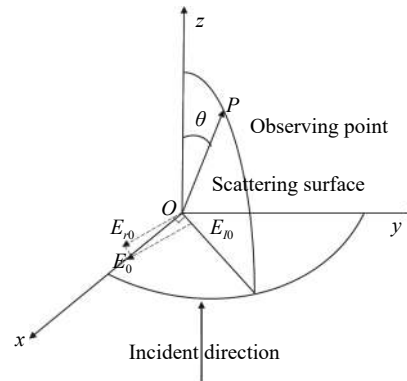


图 1 米散射模型

Fig.1 Mie scattering model

经过一系列研究,人们对于散射体系内光线的传播及其光学特性有了深入的了解。光的散射是一种复杂的物理现象,因为它不仅与散射粒子的尺度有关,还与散射粒子的种类、形状、粒子数密度以及尺寸分布等诸因素有关。光波在散射体系中传输是一个复杂的过程,并根据传输的散射体系不同呈现出相应的变化规律。早在 1976 年, Bickel 等人通过分析经过生物样品散射的出射光信息,提出光波的偏振特性含有重要的散射介质信息^[6]。但是,当时偏振信息在生物组织中的应用并没有得到人们的广泛关注,直到 80 年代末至 90 年代初,偏振信息才引起学者的浓厚兴趣。1989 年, Merwe 等人利用出射光的偏振信息检测活体组织中细菌的平均大小^[7];随后, Bickel 等人主张把散射光的偏振特性应用到生物组织荧光测量中^[8]。1997 年, Hielscher 等人探讨了散射介质中粒子浓度和大小对后向散射光退偏的影响^[9]。2000 年, Chenault^[10] 研究偏振光在不同散射介质 (如牛奶、烟雾等) 中的成像,相比于传统的强度成像,实验结果表明偏振成像能够明显提高目标在浑浊介质中的对比度。2002 年, V. Sankaran 等人^[11] 探究了偏振光在生物组织的穿透特性,并利用后向反射光揭示生物组织表层和深层的信息。2008 年, Gurton 和 Felton 等人利用不同材质的目标表面进行偏振成像,结果表明不同目标表面对偏振光的退偏程度不同^[12]。随着研究的

开展,如图 2 所示,偏振光已经在生物组织成像、目标检测、图像处理等领域有着广泛的应用。

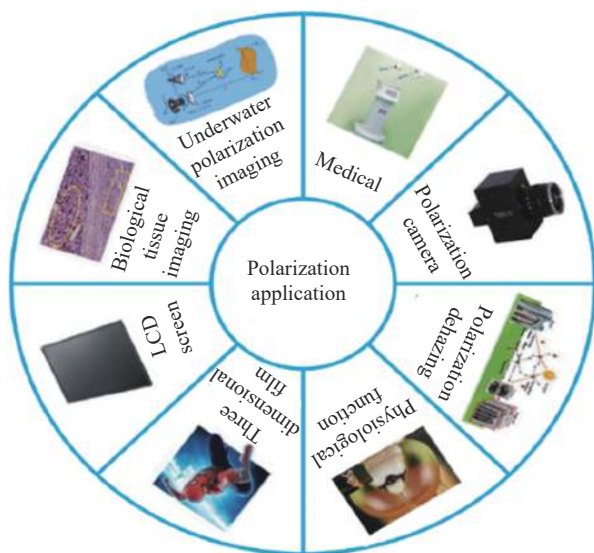


图 2 偏振特性的应用领域

Fig.2 Application fields of polarization characteristics

事实上由于不同环境中(大气中和水下)都存在着多种复杂散射粒子(气体分子、固态或液态颗粒等),当偏振光波穿过介质环境时,偏振光与散射系统中的微粒相互作用,将会造成光波信息的衰减,导致探测偏振信息的有效性降低,造成成像模糊,对比度下降,丢失大量的有用信息^[13-14]。因此,探究偏振光在分散介质体系中的传输特性,运用偏振信息实现高效和高保真的信息传输是近年来研究的热门问题^[15-19],这也就相应要求对分散介质的退偏机理要有更充分的认识、探究。

为了实现受散射系统影响的偏振信息恢复,人们提出了许多方法。近年来,为了实现图像复原、提高成像清晰度,人们提出图像处理复原技术和光学复原技术^[20-23]。其中基于数字图像处理的复原技术主要通过生成图像进行处理,实现场景信息的复原^[23-26],主要包括图像增强技术和图像复原技术,例如典型的暗通道先验技术^[24]、直方图均衡技术^[21]、高斯金字塔^[26]等。基于光学手段的图像复原技术侧重于光学成像系统及光学信息的获取和处理,近年来,徐强、陶强强等人提出偏振恢复方法实现对偏振信息图像复原^[27-32]。偏振信息成像恢复是图像恢复典型的方法,如主动偏振成像、被动偏振成像等技术,可以有效抑制背向散

射光,实现图像清晰度的提升。

文中首先概括了偏振信息的多种描述方法,其中包括琼斯矢量法、斯托克斯矢量法、庞加莱球表示法以及偏振纯度指数(IPP)方法等;然后,介绍了偏振信息在不同散射环境下的传输理论,及相关仿真与实验研究;对于光波在介质中传输将导致偏振信息的严重丢失,介绍了基于偏振恢复(PR)算法对受散射介质影响的偏振信息进行恢复的研究工作;同时,基于偏振去雾模型,讨论了国内外学者对于不同分散介质下偏振成像恢复所做的工作。

1 偏振信息的表示

根据电场矢量 E 末端的运动轨迹,偏振光可分成三大类:圆偏振光、线偏振光、椭圆偏振光。其中,椭圆偏振光最为常见,且任何其他的偏振光都可通过椭圆偏振光通过线性叠加进行表示。相比传统的几何表示法,解析法容易被人理解和使用,如琼斯矢量法、斯托克斯矢量法和庞加莱球法,近年来偏振纯度指数用来探究光的偏振态演变也成为新的研究热点。

1.1 琼斯矢量法

1941年,美国物理学家琼斯(R. C. Jones)引入了一个矢量表达式,即用两个相互正交分量构成的矩阵表示一个平面矢量,其可以用来描述入射光波的偏振态,即表示为如下形式^[33]:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{j\beta_x} \\ E_{0y}e^{j\beta_y} \end{bmatrix} \quad (1)$$

尽管琼斯方法表示形式简单,物理意义明确,但是它只适用于入射光波为完全偏振光的情况,而对于非偏振光入射并不适用。另外,琼斯方法关于电场矢量计算中存在复数运算,使电场矢量计算的难度提升。鉴于自然界中的大多数光波都是非偏振光,且强度容易获取,因此,研究偏振光在散射体系中的传输特性时,不宜采用此种方法。

1.2 斯托克斯矢量法

为了更好的描述并计算光的偏振信息,1852年英国著名物理学家 G. G. Stokes(斯托克斯)提出用一个四维矢量 (I, Q, U, V) 表示光波的偏振态,称为 Stokes 矢量法^[34-35]。与琼斯矢量方法相比,斯托克斯矢量的四个参量不仅具有相同的量纲,而且可以直接

通过光电探测器探测光强数值进行计算来直接确定其大小。光波的任意一种偏振态 (偏振光或者非偏振光) 都可以用斯托克斯的四个参量 I 、 Q 、 U 、 V 表示, 其定义式为^[27-29]:

$$S = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_{0x}E_{0x}^* + E_{0y}E_{0y}^* \rangle \\ \langle E_{0x}E_{0x}^* - E_{0y}E_{0y}^* \rangle \\ \langle E_{0x}E_{0y}^* + E_{0y}E_{0x}^* \rangle \\ i \langle E_{0x}E_{0y}^* - E_{0y}E_{0x}^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{0^\circ} + I_{90^\circ} \\ I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \\ I_{45^\circ} - I_{135^\circ} \\ I_{R^\circ} - I_{L^\circ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

为了确定测量光的偏振程度, 提出了偏振度 (DoP) 的概念, 用以表示纯偏振强度占总光强的百分比, 其表达式为^[36-37]:

$$DoP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (3)$$

其中偏振度的取值范围在 0 到 1 之间变化即 $DoP \in [0, 1]$, 当 $DoP = 0$ 时, 为完全非偏振光, 即自然光; 当 $0 < DoP < 1$ 时, 为部分偏振光; 当 $DoP = 1$ 时, 为完全偏振光。基于公式 (3), 线偏振度 (DoLP) 可以表示为:

$$DoLP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \quad (4)$$

同样, 圆偏振度 (DoCP) 可以表示为:

$$DoCP = \frac{|V|}{I} \quad (5)$$

斯托克斯矢量描述的是纯强度值的叠加, 运算较为简单, 而且是探测器可以直接探测的量。因此, 相比琼斯矢量而言斯托克斯矢量的适用性更强, 并且其也是目前偏振信息的主要表征形式。

1.3 庞加莱球表示法

1892 年, 著名的法国数学家庞加莱 (Poincare) 在斯托克斯理论的基础之上, 提出用单位球形象地描述光波的偏振态, 也就是对斯托克斯矢量的四个分量进行归一化处理, 使入射光的总强度 $I=1$ 。这个描述光波偏振态的单位球被称为庞加莱球^[38], 如图 3 所示, 球面上的点代表偏振度为 1 的偏振信息, 如线偏振光 (赤道)、圆偏振光 (两极)、椭圆偏振光 (两极及赤道以外的球面上的点), 部分偏振光 (偏振度小于 1 且大于 0) 在球内, 完全非偏振光或自然光 (偏振度为 0) 在球心处, 这种表示方法可以很直观地反映出偏振态的情况。

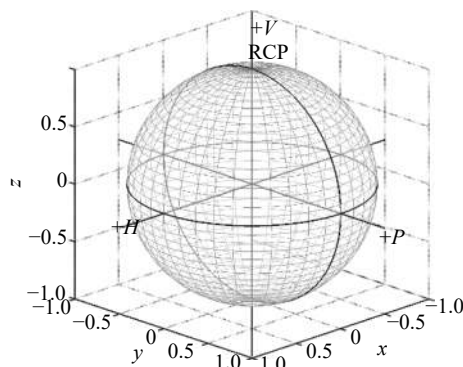


图 3 光波偏振态的庞加莱球表示

Fig.3 Description of polarization states using Poincare sphere

1.4 偏振纯度指数表征法

入射光矢量和出射光矢量分别包含入射光偏振态和散射光偏振态, 他们之间的关系可以由一个穆勒矩阵的 4×4 个实元素矩阵表示, 该矩阵可以完全刻画介质的所有偏振变化特性。为了解码这些变化性质, 将介质的穆勒矩阵进一步转化或分解为具有物理意义的参数或矩阵^[39-54], 其中一组参数被称为偏振纯度 (IPPs), 它可以由穆勒矩阵的协方差矩阵计算得到^[42-43]。还有一个综合参数被称为偏振纯度指数 (P_Δ), 可以从穆勒矩阵元素的平方值得到^[44-45], 或者由偏振纯度指数得到^[46-47]。IPPs 提供了偏振纯度的详细结构, 并且可以构成一个纯度空间, 由 P_1 、 P_2 、 P_3 三个相互正交的轴组成的一个四面体^[46]。

首先, 利用 4×4 穆勒矩阵的协方差矩阵 H 的特征值, 将介质分解成几个纯介质的线性凸和的形式^[48-50]。

$$H = \sum_{i=0}^3 \frac{\lambda_i}{\text{tr}H} H_i, \quad H_i = (\text{tr}H)(u_i \otimes u_i^*) \quad (6)$$

式中: $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$, 则 IPPs 可以由以下公式定义:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\text{tr}H} \\ P_2 = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 - 2\lambda_2}{\text{tr}H} \\ P_3 = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 - 3\lambda_3}{\text{tr}H} \end{cases} \quad (7)$$

偏振纯度的表征 (P_Δ) 与纯度的三个指标 (P_1 、 P_2 、 P_3) 的二次关系为:

$$P_\Delta^2 = \frac{1}{3} \left(2P_1^2 + \frac{2}{3}P_2^2 + \frac{1}{3}P_3^2 \right) \quad (8)$$

其中 P_Δ 越大, 显示介质的保偏能力越好。

2 偏振信息传输理论

由于大气散射,太阳光将在地球表面呈现出特定的偏振分布模式,这种特定偏振模式可以被用来在近地空间实现自主导航。在现代军事、航空、海洋、生物等研究领域内,偏振光的应用已经越来越广泛,比如自主导航、目标探测、星地之间通信、隐藏目标成像等等。但是,目标的偏振信息在从目标传输到探测设备的过程中会受到传输介质的影响,这就造成探测设备探测到的信息失真,因此,研究光的偏振信息在不同分散介质中的传输特性具有重要的理论意义和应用价值。从理论仿真的角度来说,需要根据基本理论,建立仿真系统,对偏振信息在传输过程中受到的影响进行模拟,探究不同介质参数对在其中传输的偏振信息的影响机理。蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)算法又称统计模拟法,是一种以概率统计理论为指导的数值计算方法。MC算法程序首先由 Metropolis 和 Ulam^[55]提出, Kattawar 和 Plass 是第一次使用 MC 方法^[56]计算散射光的偏振状态的,从那时起,许多关于 MC 模型及其应用的论文相继发表。2005 年, Ramella-Roman 的团队比较了三种不同的 MC 程序^[57](子午面 MC、欧拉 MC 和四元数 MC)的优劣,并比较了三种方法处理后向散射光的偏振状态的优劣。在生物领域,MC 方法已经被用来模拟光与组织之间的相互作用^[58-63];在遥感领域,MC 方法已经被用来模拟光与大气分子之间的相互作用^[64-68]等。

2.1 瑞利散射体系和米散射体系

偏振信息传输理论主要表现在光偏振信息在不同分散介质中的传输特性,国内外很多学者都对此领域进行了详尽研究,主要包含两个方面,一是不同入射偏振态作用于相同介质体系,并比较他们所受到的影响;二是比较相同入射偏振态作用于不同介质体系,并研究系统响应的差异。对于不同介质体系,根据散射体系中粒子的大小,散射系统可分为瑞利散射、米氏散射以及几何散射^[69]。瑞利散射、米氏散射理论为均匀球形散射粒子的散射问题提供了严格解,对于研究浑浊大气、雾、霾、云、胶体、海水和悬浮液等对入射光的散射,具有重要的实用价值。几何散射理论主要应用于光照射到尺度比较大的目标物体。多年来,国内外很多学者研究了瑞利散射和米散射环

境下,入射不同偏振光时,出射光的保偏情况。张倩倩等人^[70]根据实际大气环境设计仿真模型,对不同偏振态的入射光在传输过程中偏振度的纵向统计传输特性进行分析研究,结果如图 4(a1)~(a2) 所示。图 4(a1) 显示水平线偏振入射光在不同长度的传输介质中的线偏振度变化曲线,开始线偏振度会随着传输距离的增加而减小,但是随着距离的不断增加,线偏振度又逐渐增大,并且趋于稳定。图 4(a2) 展示了右旋圆偏振光入射在不同长度的传输介质中的圆偏振度变化趋势,从中可看出,圆偏振度随着传输距离的增加而增大且与粒子尺寸成正相关;相比于线偏振光,圆偏振光在经过长距离的传输后,能够保持其自身的偏振状态,并且趋于稳定。根据米氏散射理论可知,大尺度散射粒子的散射光强度主要集中在前向小角度,而前向小角度散射时光子能更好的保持其偏振度;偏振度由于多次散射开始会有消偏现象,从原先的偏振度 1 减小到较小的数值,随后由于多次散射导致起偏效应,偏振度逐渐增大,直至趋于稳定。John 等人^[71]研究了圆偏振光在米散射和瑞利散射环境下的偏振持久性和偏振记忆特性,并首次详细介绍了圆偏振态和线偏振态在不同散射环境中的演化过程。仿真结果如图 4(b1)~(b2) 所示,在所有前向散射环境中,圆偏振光比线偏振光在更多的散射事件中保偏性能持续的时间更长。合肥工业大学的陶强强^[69]利用 MC 仿真对瑞利散射体系和米氏散射体系的传输特性做了系统分析,结果如图 4(c1)~(c2) 所示,展示了粒子直径为 0.1 μm (Rayleigh 区域), 0.26 μm (过渡散射区域) 和 2.0 μm (Mie 区域) 三种粒子组成的散射系统,在入射圆偏振光和线偏振光条件下,前、后向散射的偏振度随着相应散射次数的变化情况。图 4(c) 中数据表明,对于前向散射和后向散射,散射粒子直径为 0.1 μm 时,经过相同的散射次数,线偏振光的偏振度要比圆偏振光大;随着粒子增大,当粒子直径为 0.26 μm 时,线偏振光的偏振度开始比圆偏振大,随着散射次数增加,经历相同散射次数圆偏振光的偏振度比线偏振光的偏振度要大;然而,当粒子为 2.0 μm 时,圆偏振光的偏振度要比线偏振光的大。由此可以看出,对于 Mie 散射环境下,不管前向散射还是后向散射,圆偏振光的偏振保持特性要比线偏振光好。然而,对于 Rayleigh 散射环境下,结果相反。

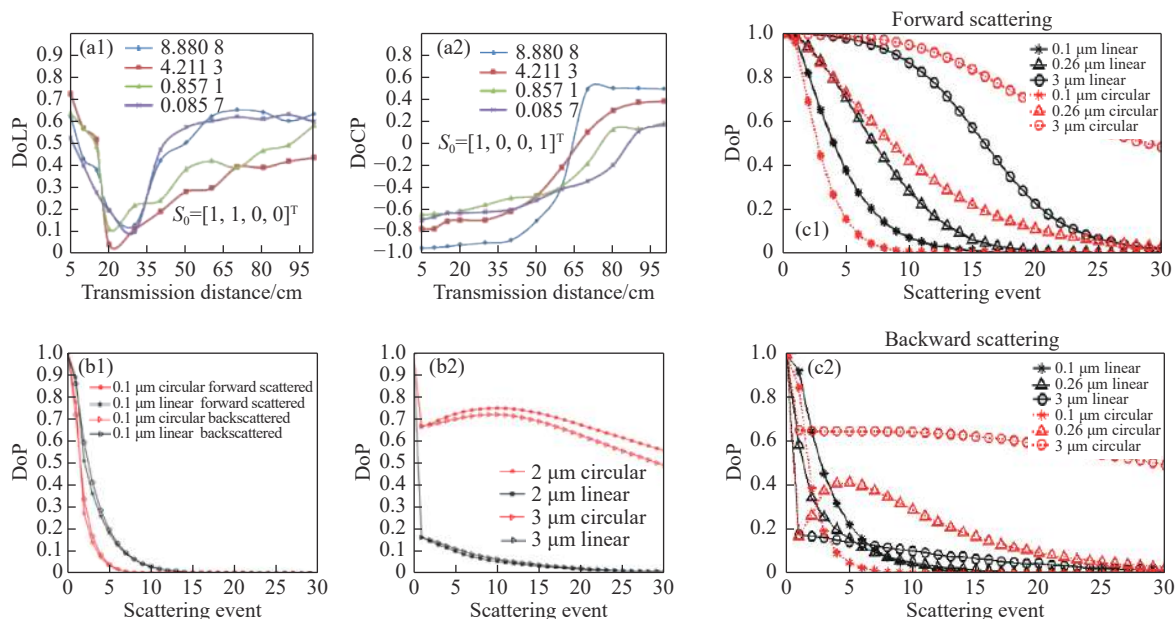


图 4 (a1)~(a2) 水平线偏振光和右旋圆偏振光在不同传输长度的介质传播时相应偏振度的变化曲线^[70]; (b1)~(b2) 线、圆偏振光在不同散射介质中传播时相应偏振度随散射事件的变化情况^[71]; (c1)~(c2) 不同散射体系内偏振度随散射次数演化。(c1) 前向散射, (c2) 后向散射^[69]

Fig.4 (a1)-(a2) Transmitted DoLP and DoCP changes for the horizontally polarized and right-handed circularly polarized incidences in different transmission media^[70]; (b1)-(b2) DoP variation with scattering event under the incidences of circularly and linearly polarized light in different scattering media^[71]; (c1)-(c2) Obtained DOP as the function of scattering event for the linearly polarized and circularly polarized incidences. (c1) Forward scattering, (c2) backward scattering^[69]

2.2 球形粒子散射体系、柱形粒子散射体系、双折射性和旋光性散射体系

上述瑞利散射理论和米氏散射理论都是针对球形粒子, 然而对于现实世界中的散射体系, 散射系统中除了球形粒子, 还得考虑椭球粒子、柱形粒子以及周围介质中的双折射性及旋光性等因素, 例如生物组织中的纤维呈现柱状结构^[59,60,72-75], 血液组织中的葡萄糖会产生旋光特性^[73,76-77]等。Wang 等基于 MC 算法, 详细研究了偏振光在双折射浑浊介质中的传播特性^[78]。由纤维结构引起的线性双折射将改变单次散射矩阵, 从而剧烈影响在生物组织中传播的光子偏振态, 与非双折射各向异性浑浊介质相比, 经过双折射各向异性浑浊介质后向散射光的穆勒矩阵元素将呈现出非寻常的强度模式, 他们同时提出了葡萄糖在浑浊介质中对偏振光影响的单散射模型和 MC 模型^[79], 研究发现葡萄糖分子会旋转线性偏振光的偏振面, 从而改变后向、前向散射光的穆勒矩阵模式, 且通过改变仿真中介质的葡萄糖浓度, 得到穆勒矩阵元素

S_{12} 和 S_{21} 的旋转角度与葡萄糖浓度呈线性关系, 如图 5(a) 所示。Wood 等人利用 MC 模型和实验方法研究了偏振光在具有线性双折射和旋光性的多重散射介质中的传播特性^[80], 利用琼斯 N 矩阵, 解决了散射介质中双折射效应与光学活性效应相结合的问题, 解决了光子在散射事件间传播时复合效应。清华大学的马辉等人根据生物组织有关特性, 综合球形粒子、圆柱形粒子、双折射特性以及旋光性逐步构造了球柱-双折射旋光偏振散射模型 (SCBM)^[81-85], 并发展了相应的 MC 模拟程序来仿真偏振光在该模型中的散射传播过程, 可以通过设定散射体和周边介质的参数来模拟不同结构的生物组织, 并用仿真实验验证了 MC 模拟程序中各个模块的可靠性。马辉等人^[86]还考虑模型中不同直径圆柱体的双折射与延迟的关系, 得到双折射圆柱体对延迟的贡献很大程度上取决于它们的直径和密度, 而且延迟与圆柱体固有的双折射性有正线性关系, 结果如图 5(b) 所示。

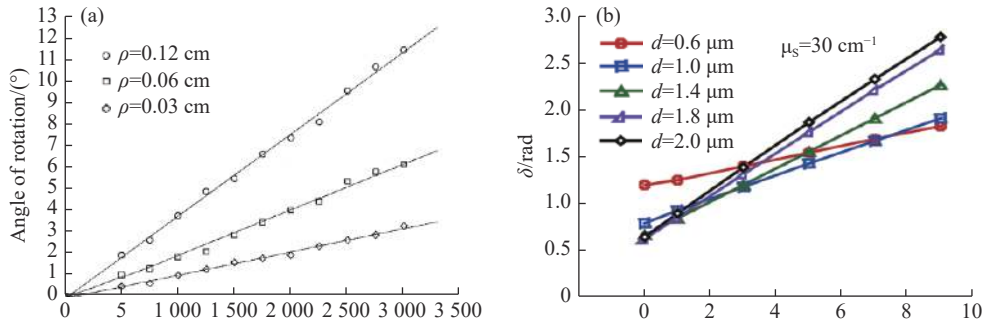


图 5 (a) MC 仿真中包含葡萄糖高散射介质的后向散射穆勒矩阵的旋转角随蔗糖浓度的变化^[79]; (b) 圆柱体的双折射性与延迟 δ 的关系^[86]

Fig.5 (a) Rotation angle of the backscattering mueller matrix containing high scattering medium of glucose varies with the concentration of sucrose in MC simulation^[79]; (b) Relationship between the birefringence of the cylinders and the retardance δ ^[86]

2.3 单分散体系和多分散体系

由于真实散射介质的复杂性,可以将散射介质分为单分散体系和多分散体系来探究偏振信息的传输。合肥工业大学郭忠义研究团队^[54,69,87]详细研究了偏振信息在单分散和多分散体系中的传输特性。在单分散体系下,探究偏振光入射不同散射环境时,出射光偏振度与相对折射率和散射事件的关系,结果如图 6 所示。从图 6(a)可以看出,对于由小粒子($X=0.77$)组成的单分散散射介质,出射光子的 DoP 仅是散射事件的函数,与相对折射率无关。说明在瑞利散射环境

中,光的退偏主要受散射次数的影响。对于米氏散射环境,从图 6(b)可以看出,当散射粒子相对折射率比较小时,在偏振光经历了较多次的散射事件后,入射光的偏振态依然保持不变。然而,对于高相对折射率的散射环境,偏振光经历很少次的散射事件,DoP 的值就开始迅速减小。上述仿真结果表明,在米氏散射环境中,散射粒子的相对折射率是一个影响入射光波退偏行为的重要因素,而散射微粒的相对折射率主要通过改变粒子单次散射矩阵和相函数来实现。接着,团队人员用新的表征方法 IPPs 研究单分散介质的退

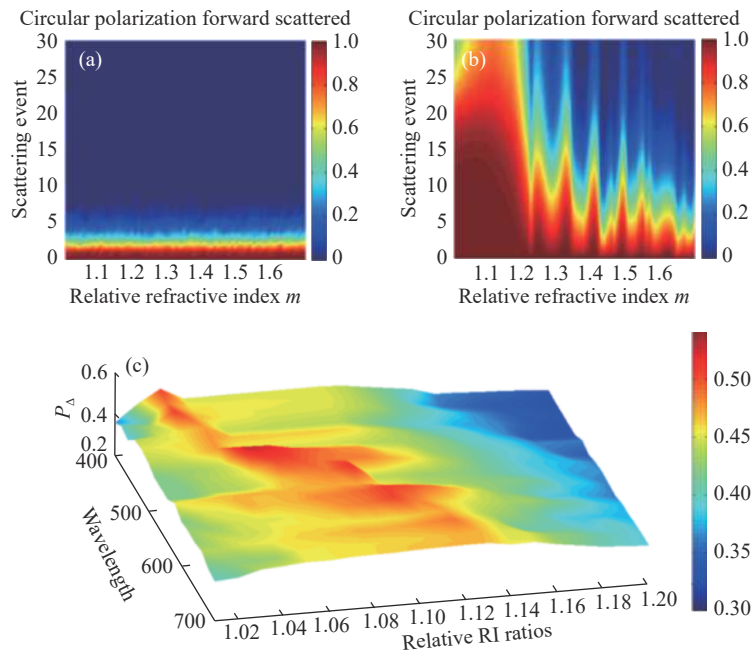


图 6 不同散射环境下偏振度与相对折射率和散射事件的关系。(a) 瑞利散射环境; (b) 米散射环境^[87]; (c) 不同相对折射率下,入射波长变化对系统退偏能力的影响^[54]

Fig.6 Relation between DoP and relative RIs, scattering events in different scattering environments. (a) Rayleigh scattering environment; (b) Mie scattering environment^[87]; (c) Cumulative P_{Δ} of a medium, as a function of wavelength and relative RI ratios^[54]

偏特性与入射光波长及相对折射率 (RIs) 的关系^[54]。结果如图 6(c) 所示, 在入射相同波长的偏振光条件下, 随着散射介质相对 RIs 比值的增大, 介质的退偏性能先增大后减小, 且在不同的相对 RIs 处达到最大值。换句话说, 随着入射波长的增加, 体系的偏振纯度最大值会向更大的相对 RIs 值移动, 这与系统微观的散射效应变化是相应的。

另外, 为了完成对均匀多分散体系的探究, 研究团队从介质中大小粒子混合比及散射微粒服从某种分布两个方面进行仿真, 分析偏振光在混合介质中的偏振态变化情况^[87] 以及不同参数体系的退偏特性^[54]。首先研究了由两种尺寸粒子组成的混合介质, 其尺寸参数分别是 $X = 1.3$ 和 $X = 50$, 探究不同偏振光入射后的偏振态变化情况, 仿真结果如图 7(a1)~(a3) 所示^[87], 前向散射光子的偏振态变化取决于瑞利散射微粒的混合比、光子经历的散射次数和入射光的偏振态。仔细观察可以知道, 对于一个由大小粒子组成的混合散射系统, 入射光波偏振态的变化主要是由瑞利散射微粒的混合比所控制。接着, 他们在此基础上研究不同大小粒子混合比对介质体系的退偏效应影响, 结果如

图 7(b) 所示^[54]。仿真结果与之前的研究相一致, 混合介质中瑞利散射粒子的混合比决定着体系的退偏能力。实际大气中, 气溶胶种类繁多、形态各异, 粒子群尺度分布复杂多变, 且随地域变化很大, 汪杰君等人研究偏振光在气溶胶中的传输特性^[88], 根据实测数据, 常用一些经验公式来描述粒子的尺度分布, 其中对数正态分布函数可以很好地描述粒子尺度分布的概率。合肥工业大学郭忠义研究团队^[54,87] 建立了服从对数正态分布的多种粒子组成的散射体系, 这些粒子的折射率相同, 通过改变分布的均值和方差, 模拟不同的散射环境, 探究出射光偏振度与粒子分布的关系以及不同散射环境的退偏能力。模拟结果如图 7(c1)~(c2) 和表 1 所示, 散射微粒尺寸分布方差 σ 的增加将导致粒子的尺寸越来越分散, 光波与散射粒子之间的相互作用增强, 也就是光子与散射微粒之间的碰撞概率增大, 这就造成散射体系的退偏能力增大, 出射光的偏振度有所下降。为了充分研究不同偏振态的入射光在多分散体系中的传输特性, 研究团队的胡天伟等人^[89] 基于 MC 算法, 模拟了不同类型的偏振光在雾环境中从可见光到红外的宽带范围内的演化

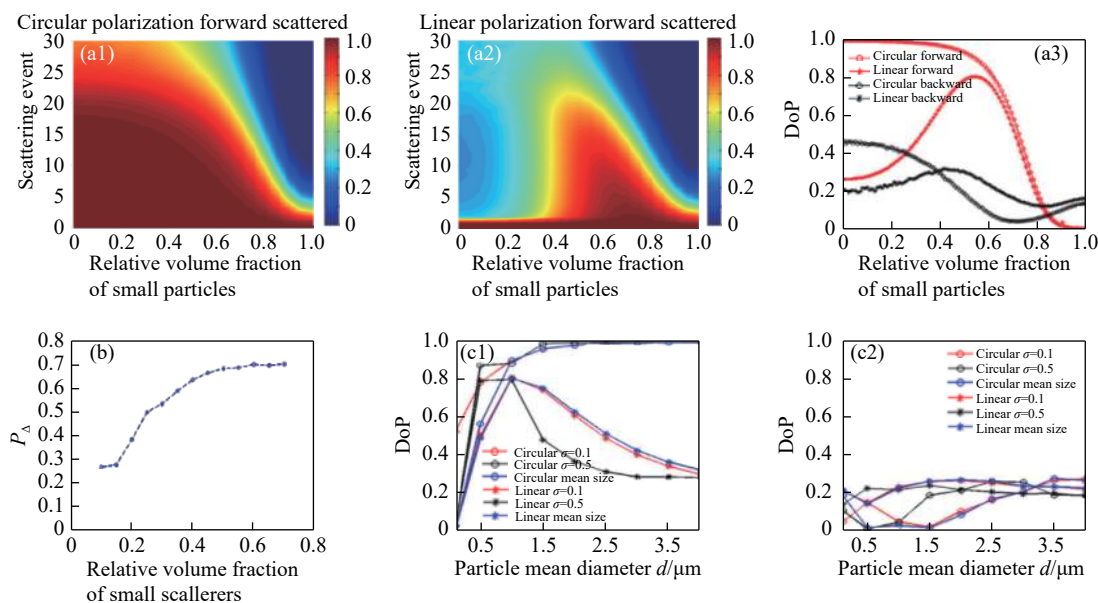


图 7 (a1)~(a3) 在双分散体系中前后向散射光子的偏振度随小粒子比例的变化^[87]; (b) 退偏指数随粒子比例变化情况^[54]; (c1)~(c2) 服从对数正态分布的多分散体系中, 不同方差的体系前后向散射光子的偏振度随粒子平均直径的变化^[87]

Fig.7 Obtained DoP for Circular polarization. (a1) Linear polarization, (a2) in forward scattered photons (a3) the total DoP variation for forward and backward scattered photons^[87]; (b)The polarimetric purity (P_A) varies with the proportion of small particles^[54]; (c)In the poly-dispersion system with a lognormal distribution, the DoP of forward (c1) and backward (c2) scattered photons varies with the average particle diameter of the system with different variances^[87]

表 1 多分散体系中粒子均值 $\nu = 0.1 \mu\text{m}$, 标准差不同时 (0-0.65) 系统 IPPs 和 P_{Δ} 变化

Tab.1 IPPs and P_{Δ} of the poly-dispersion scattering system with mean value of $\nu = 0.1 \mu\text{m}$ (standard deviations range: 0-0.65)

Standard deviation	P_1	P_2	P_3	P_{Δ}
0		0.678 0	0.817 9	0.614 4
0.01	0.546 8	0.677 4	0.819 1	0.613 1
0.05	0.491 7	0.662 5	0.863	0.584 4
0.25	0.488 9	0.661 9	0.854 1	0.581 2
0.45	0.481 2	0.659 3	0.850 9	0.575 7
0.65	0.476 8	0.660 0	0.849 7	0.573 2

情况, 其中就假设了雾粒子服从对数正态分布, 结果表明对于线偏振光入射, 通过粒子分布标准差越大的介质, 其出射光 DoLP 与单一散射环境的相比, 随标准差的逐渐增大差别越来越明显。对于圆偏振光入射, 在多分布介质中传输光的 DoCP 与单一分布的差

异并不明显, 但还是存在一定的差异。这也进一步验证了圆偏振光的保偏特性。

2.4 单层均匀散射体系和多层非均匀散射体系

为了研究大气传输, 或者多层皮肤组织等实际散射环境, 单层均匀模型已不能满足模拟现实的条件, 为此, 许多学者利用微分的思想将非均匀传输环境根据固有特性构造出了多层模型, 即每一层是均匀散射介质。Takahashi 等人^[90]利用多层皮肤组织模型, 采用蒙特卡罗模拟 (MC) 方法研究了光在人体皮肤组织中的传播, 仿真结果如图 8(a1)~(a2) 所示。Pierangelo 等人^[91]对人类健康结肠样本在体外用多光谱成像米勒偏振仪进行分析, 这些测量是在两种不同的衬底下进行的, 依次放置在每个样品的下方, 从而合理准确地评估了不同层对整体背向散射光的贡献, 其结果如图 8(b) 所示, 对于较短的研究波长 (500~550 nm), 主要贡献来自粘膜和粘膜下层, 而对于较长的波长 (650~700 nm), 肌肉组织和脂肪也有显著贡献。Antonelli

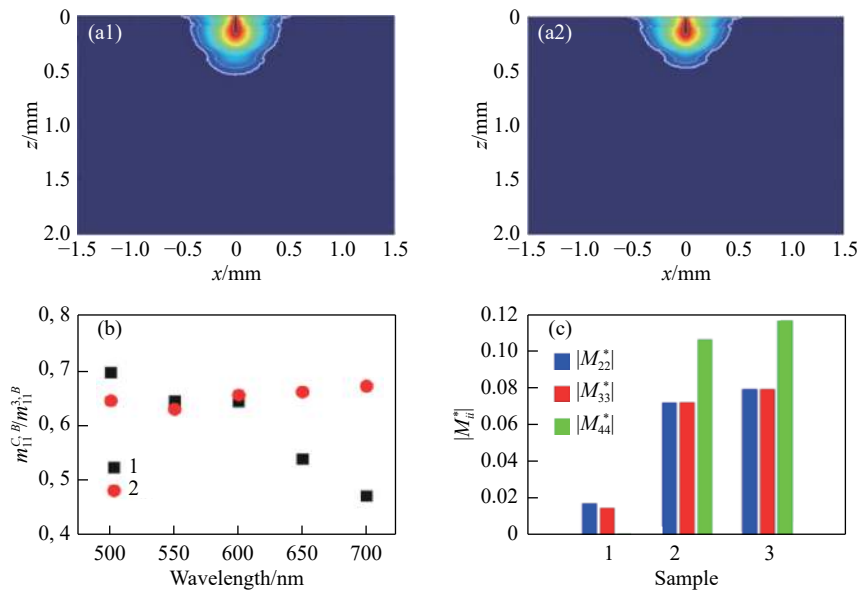


图 8 (a1)~(a2) 波长为 550 nm 的穿透光的二维分布^[90]。(a1) 全部光子, (a2) 扩散的反射光子; (b) 1 层 (粘膜和粘膜下层) 和 2 层 (粘膜、粘膜下层和肌肉组织) 模型的背散射强度^[91]; (c) 波长为 633 nm 时, 单层、多层介质的背向散射穆勒矩阵的归一化对角元素 M_{11} 的绝对值^[92]: (1) 单层代表粘膜下层, 底层为反照率为 0 的吸收层, (2) 两层分别代表粘膜和粘膜下层, 底层为反照率为 0.1 的朗伯衬底, (3) 与 (2) 相同, 衬底反照率为 0.3

Fig.8 (a1)~(a2) Two-dimensional distributions of light penetration in wavelength of 550 nm. (a1) All photons^[90], (a2) diffusely reflected component; (b) Intensities backscattered from layers 1 (mucosa and submucosa) and 2 (mucosa, submucosa, and muscular tissue) normalized by backscattered intensity from whole colon^[91]; (c) Absolute values of the diagonal elements of the backscattering Mueller matrix normalized by $|M_{11}|$ simulated at $\lambda = 633 \text{ nm}$ ^[92]: (1) Single layer representing the submucosa on absorbing substrate with albedo $a=0$, (2) two layers representing the submucosa and mucosa on Lambertian substrate of albedo $a = 0.1$, (3) same as (2), but with $a = 0.3$

等人提出了代表多层结构结肠组织样品的蒙特卡罗模型^[92],模型参数包括层数、层的厚度和形态、散射体的大小和浓度、散射体与周围介质的折射率比值和朗伯反射率等,其结果如图 8(c) 所示,对于单层结构和双层结构,该模型得到的结果非常相似。

合肥工业大学郭忠义研究团队的王驰等人^[93]提出了一种新的 MC 模型,追踪入射光在多层介质中的传播,详细分析了表层数、表面几何形状、入射波长和入射偏振态对多层表面反射偏振的影响,用于获取任意层和剖面的粗糙表面的反射偏振信息。团队的徐强^[27,94]研究偏振光在 10 km 距离的星地非均匀大气中的传输,根据在不同的高度上含有的粒子种类、尺寸以及密度都是不相同的,对整个 10 km 的大气进

行分层处理。随后,团队的王开鹏等人利用分层思想,构建了分层 MC 算法模型,重点研究了云层环境下(水云和冰云)偏振信息的传输特性^[95],从偏振度值以及 2 维径向分布上研究了线和圆偏振光的穿透特性。模拟结果如图 9 所示,从图 9(a) 我们可以发现在水云层中传输,圆偏振光保持明显较好,并且红外波段下 4.5 μm 处偏振信息的穿透能力较好,因此在中红外探测过程中可以通过波段的优化选择和圆偏振光的入射提高穿云能力;从图 9(b) 可以观察到冰云层下的 2 维分布情况,存在与水云层相同的径向分布特征,但水云层和冰云层相比,冰云层偏振传输下不同波长入射受到的影响程度变化较小,而水云层更显著,同时,冰云层相比较而言去偏振效应更小。

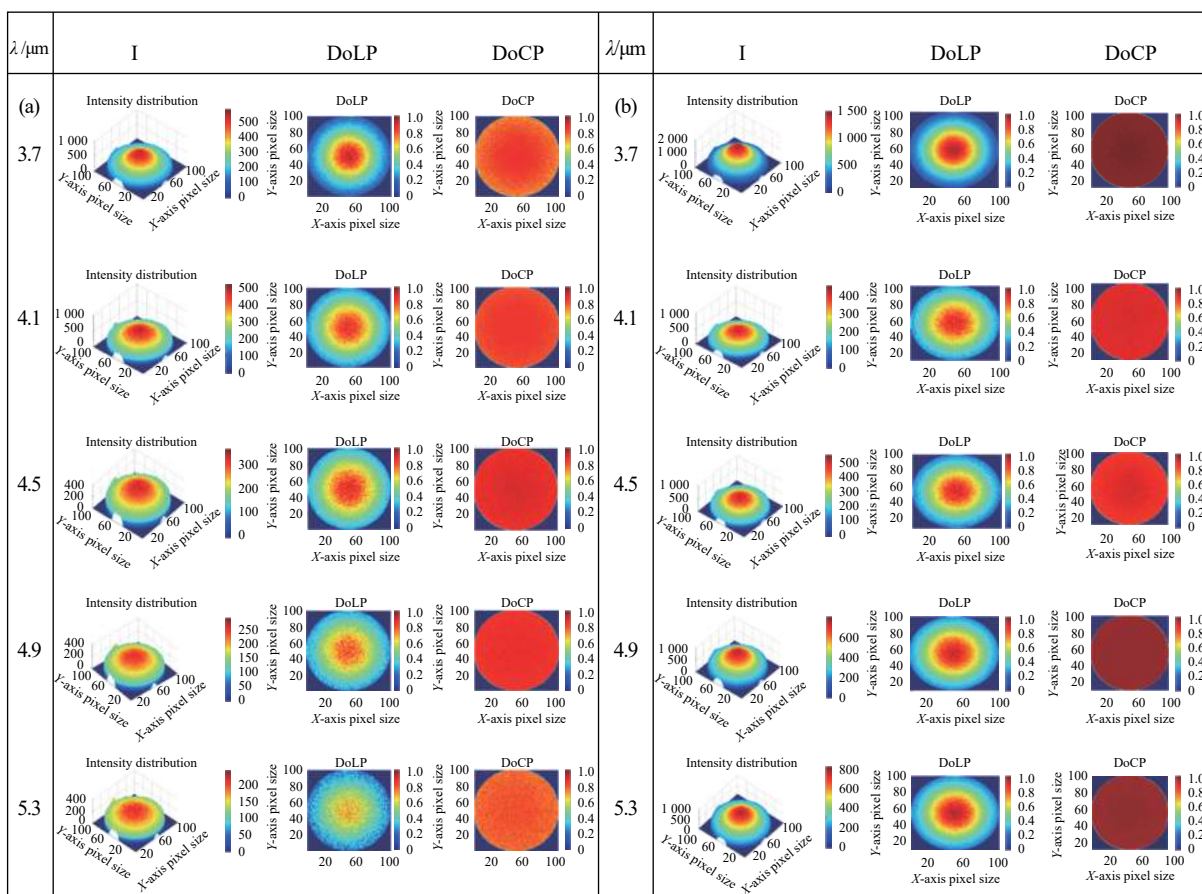


图 9 不同波长下 2 维强度和偏振度分布。(a) 水云层; (b) 冰云层^[95]

Fig.9 Two-dimensional intensity and polarization distribution under different wavelength. (a) Water clouds; (b) Ice clouds^[95]

3 偏振信息恢复

随着人类对空间资源的需求日益增多,信息的高效传输对遥感探测、星地通信等十分重要,传统的光

强信息已经不能满足信息的高效和高保真的传输需求。因此,基于偏振散射模型,来探究偏振光在复杂分散介质中的传输特性,是近年来运用偏振信息实现

高保真传输研究的关键。为实现偏振信息的高保真传输, Bartolini 等人^[96]使用交叉线偏振光使得探测深度增加两个衰减长度;接着, Mullen 等人^[97]利用圆偏振光的保偏优势,通过调节激光的相位实现了水下信息传输中散射光的有效抑制。随后,研究者发现利用两个正交偏振分量做差(PD)可以提高总光强的偏振分量^[98-105],因为它去除了大量散射导致的退偏光,但是同时也使得总光强大量流失。近年来,随着对偏振传输理论研究的深入,合肥工业大学郭忠义团队提出了偏振信息恢复(PR)算法,这种算法不依赖特定的

散射模型,基于先验的介质特征穆勒矩阵就能有效的恢复原始偏振信息^[27-32,69]。其原理可以表示为:

$$S_i = M^{-1}S_{out} \quad (9)$$

S_i 和 S_{out} 分别表示入射和出射光的 Stokes 矢量, M^{-1} 表示介质特征穆勒矩阵的逆。他们基于大气散射模型构建了单分散和多分散体系,利用 PR 算法将恢复的结果与理论值即入射光斯托克斯矢量作对比,分析偏振度(DoP)和偏振角(AoP)的误差。结果如图 10 所示,在不同的分散介质中 PR 法得到的 DoP 和 AoP 都比 PM 法得到的要准确,而且还具有更好的稳定性^[69]。

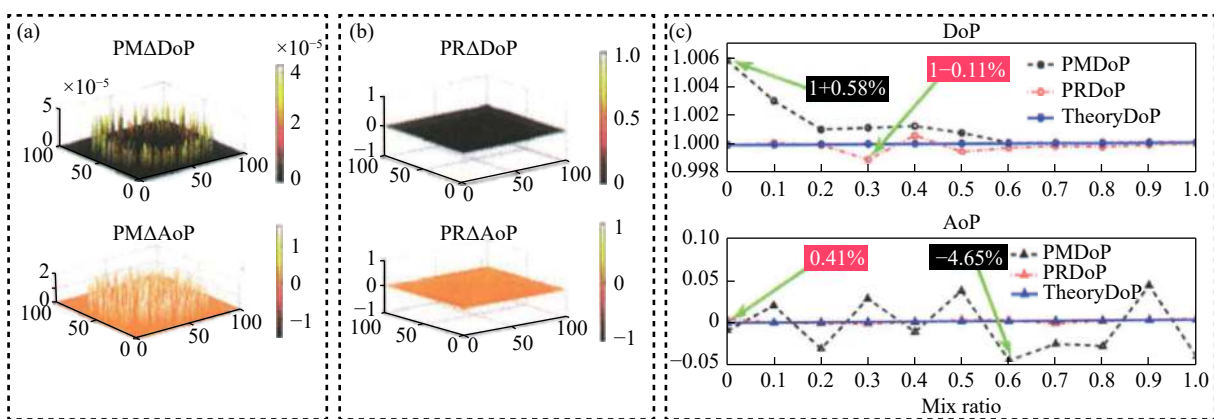


图 10 (a)~(b) 均匀单分散介质中用 PM (a) 和 PR (b) 方法恢复得到的 DoP 和 AoP^[28,94]; (c) 均匀混合介质中用 PM 和 PR 方法恢复得到的 DoP 和 AoP^[28,94]

Fig.10 (a)-(b) DoP and AoP retrieved by PM (a) and PR (b) methods in homogeneous monodisperse media^[28,94]; (c) DoP and AoP retrieved by PM and PR methods in homogeneous mixed media^[28,94]

为了解决星地之间通信难的问题,郭忠义团队考虑将 PR 算法应用到 10 km 大气空间的偏振光传输中。实际上,大气在垂直方向上的分布通常是非均匀的^[106],即在不同的高度上含有的粒子种类、尺寸以及数密度都是不相同的,因此他们将整个 10 km 的大气分为 10 层,每一层都可以看成一个均匀的分散体系。基于 Mie 散射理论构建了 MC 仿真模型,模型参数全部来自于相关大气参数数据库^[107-109]。仿真结果表明,由 PR 法得到的结果基本上接近于理论值,且比 PM 法得到的结果更加稳定。此外,他们还发现星地之间的上行链路和下行链路不是一个可逆的过程,其最主要的原因就是介质分布的非均匀性导致了穆勒矩阵的非对称性。

基于 PR 算法,郭忠义团队成员重点研究了不同类型水体和传输距离下偏振光传输特性的恢复^[30],利

用蒙特卡罗(MC)算法模拟光子在三种不同浑浊度水体中传输,仿真结果如图 11(a)所示,在水下传输过程中,线偏振光的偏振度随着传输距离的增加而急剧减小,但圆偏振入射光的偏振度仍然保持较大的数值。为了进一步减小粒子散射对入射光偏振度的影响,采用偏振恢复(PR)方法对数据进行处理,结果表明偏振恢复方法减小了散射对入射光偏振度的影响。同时,还提出基于不同距离传输通道的改良 PR 算法(使用不同距离 L 导出不同恢复穆勒矩阵,对偏振信息进行恢复),如图 11(b)所示,模拟结果表明,所有传输距离 L 上的偏振度(LDoP)都增加了,并且随着传输距离的增加,恢复精度也将进一步得到提高。这种改良 PR 算法由于其创新性和准确性,对水下光传输系统,特别是远程光通信的研究具有重要意义^[29]。参考文献[30]还提出了一种基于偏振恢复(PR)的浑浊介质

系统主动成像方法^[30]。成像目标选取了三个不同的材料,分别具有不同的偏振效应,通过改变介质浑浊度来探究基于 PR 方法的主动成像恢复效果。仿真中分别入射线偏振光和圆偏振光,为了提高计算效率,采用移位叠加原理来获取面光源的有效穆勒矩阵,得到如图 11(c) 所示的蒙特卡罗 (MC) 仿真结果,随着传

输距离的增加,相比较于 PD 成像,PR 成像方法可以进一步减小浑浊介质对目标成像的影响;另外当粒子尺度参数增加时,其前向散射概率增加,成像效果也更好。总的来看,无论是 PD 成像还是 PR 成像,圆偏振的恢复效果总是优于线偏振的,这与理论结果是相符合的。

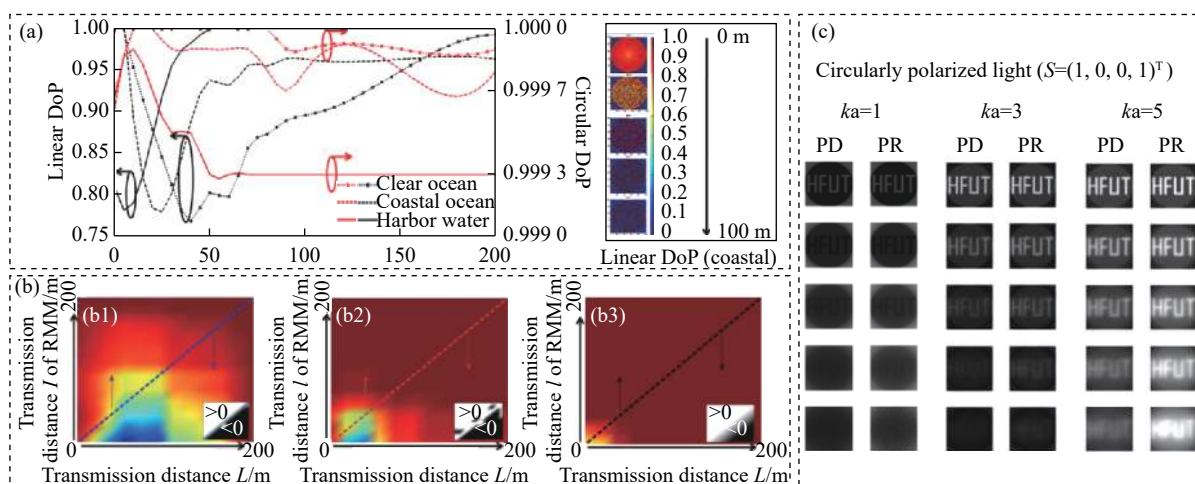


图 11 (a) 三种不同类型海水中的偏振度演化^[30]; (b) 用改良 PR 算法使用不同传输距离 L 的穆勒矩阵在三种不同海水: (b1) 深海水、(b2) 近海水和 (b3) 海港海水中的偏振度恢复效果^[30]; (c) 圆偏振光入射下 PD 和 PR 成像对比结果^[31,69]

Fig.11 (a) Linear DoP and circular DoP in three kinds of ocean water^[30]; (b) Polarization retrieved for LDoP by the modified PR method in three types of seawater: (b1) Clear ocean, (b2) coastal ocean and (b3) harbor water^[30]; (c) PD and PR imaging results under the circularly polarized light incidence^[31,69]

4 偏振信息成像及去雾技术

4.1 大气去雾

通常复杂分散介质对光的吸收和散射导致了成像质量的严重退化,出现图像的对比度低,细节丢失等问题。如何去除雾霾和水下环境对图像质量的影响,提高图像对比度,准确获取目标的信息是当下研究的热点问题^[110-111]。提高成像的清晰度,实现图像恢复的方法大致分为两种:第一,不考虑图像的传输过程,只对生成的图像进行处理,利用图像处理的方法提高图像的清晰度。这种方法不需要复杂的计算,处理速度较快,对光学系统的要求也较低。然而这种方法处理的图像真实度相对不高,目前典型的图像处理技术有直方图均衡化技术^[112]、图像融合技术^[113]及小波变换技术^[114]等;第二,相对于图像处理技术,基于物理模型的偏振恢复方法是实现在大气和水下环境中清晰成像的有效方法之一。将探测的偏振信息

和散射介质有效结合,针对不同散射环境改进偏振恢复算法,可以实现简单快速的复原,尤其是在高浓度的散射介质中的恢复效果更好。这里主要介绍国内外很多专家学者在大气和水下两种散射环境中,考虑散射对图像退化的影响,而对图像恢复做的大量研究。

2001 年,由以色列研究学者 Schechner 等^[115]首次提出的算法,可以轻松消除被动获取图像的雾霾效应。一般来说,透射率与介质的衰减系数和传输距离有关,到达探测器的直射光随传输距离呈指数衰减,而到达探测器的散射光随传输距离呈指数增加,通过利用不同方向的偏振图像,选取天空区域来计算大气散射光偏振度进而估计出大气散射光强,最后计算目标表面反射光强得到处理后的清晰图像。随后,他们又提出了基于图像数据 DoP 的盲估计方法,该方法是基于独立分量分析 (ICA) 来估计背景散射光强^[116],得到清晰的图像结果如图 12(a1)~(a3) 所示。

近年来,国内研究学者对于偏振去雾方面也做了大量的工作。任立勇等^[117-120]研究发现,由于直接接收的透射光的偏振信息是非常小的,而偏振角 $\theta_A = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1}$ 只与 S_1 、 S_2 有关,与 S_0 无关。也就是说基于斯托克斯矢量计算偏振角来估计大气散射光的方法,可以最大程度的抑制直接透射光的影响,从而估计大气散射光偏振部分强度 A_p :

$$A_p = \frac{I(0) - S_0(1-p)/2}{\cos^2\theta_A} = \frac{I(90) - S_0(1-p)/2}{\sin^2\theta_A} \quad (10)$$

根据 $A = A_p/p_A$ 结合公式 (10), 计算出大气散射光

强,进而得到更清晰的去雾图像^[120]。他们还提出了一种基于偏振成像技术的快速去雾方法,实现去雾的同时利用白斑视网膜的方法对图像颜色的畸变进行了校正^[119]。并且考虑到红外辐射具有较好的穿透特性,提出了将可见光与红外光融合的方法,提高了图像的可视性^[113]。传统的偏振去雾方法都是建立在只具有线偏振特性的基础上,圆偏振通常被忽略,任立勇^[121]提出了一种考虑光的全偏振效应的新型偏振去雾方法,去雾效果如图 12(b1)~(b3) 所示,结果表明,基于偏振角估计并且考虑圆偏振效应的去雾效果更好,且细节信息更加清晰。

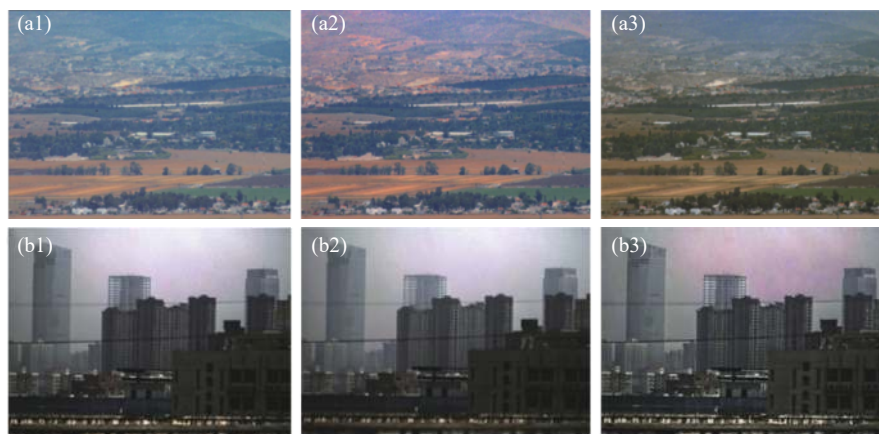


图 12 (a1) ICA 协助基于特征的去雾图像, (a2) ICA 协助以距离为基础的去雾图像, (a3) 基于距离的结果图像^[116]; (b1) 线偏振去雾图像, (b2) 圆偏振去雾图像, (b3) 全偏振去雾图像^[121]

Fig.12 (a1) Feature-based dehazing assisted by ICA, (a2) distance-based dehazing assisted by ICA, (a3) distance-based result^[116]; (b1) Removing-haze image by linear polarized light, (b2) removing-haze image by circularly polarized light, (b3) removing-haze image by full polarized light^[121]

4.2 水下图像恢复

事实上, Schechner 等提出的大气去雾算法同样适用于水下散射模型^[122],将偏振复原技术运用到水下环境中,对图像的恢复有显著的效果。近年来,国内专家学者对 Schechner 等提出的方法进行拓展,相比于传统偏振恢复方法,他们提出的方法更加有效,解决了在高浓度散射、非均匀光场环境下恢复效果差以及场景中包含高偏振物体难以恢复等问题。

传统的偏振技术一般解决的是对低偏振度的物体恢复,高偏振物体可能导致水下透过率估计值出现负数。对此,胡浩丰课题组^[123]提出了一种基于透射率校正的偏振图像恢复方法,通过曲线拟合得到拐点平滑化的透过率函数,利用校正后的透过率实现了图像恢复。接着,他们又考虑了圆偏振的保偏效应是优

于线偏振的,通过使用圆偏振光入射可能比使用线偏振光图像恢复的质量更佳^[124]。利用圆偏振光这种特性,胡浩丰课题组^[125]将圆偏振和线偏振相结合,实现联合恢复,进一步提升了图像对比度。另外,在传统偏振方法的基础上,他们提出了结合直方图拉伸法和偏振图像恢复方法改进水下成像恢复模型^[21]。在保持正交偏振图像之间的偏振关系的同时,通过将图像偏振分量值进行基于像素点的拉伸,也能得到很好的恢复效果。最近他们考虑到水下主动光源照射导致了光场的不均匀性,传统上用常量代替全局的方法已不再适用。在 2019 年,胡浩丰等^[126]基于多项式拟合方法,进行了局部到全局的透射率估计,最终恢复得到的效果如图 13(a1)~(a3) 所示,可以很明确的看出基于多项式拟合方法恢复的图像效果最佳。

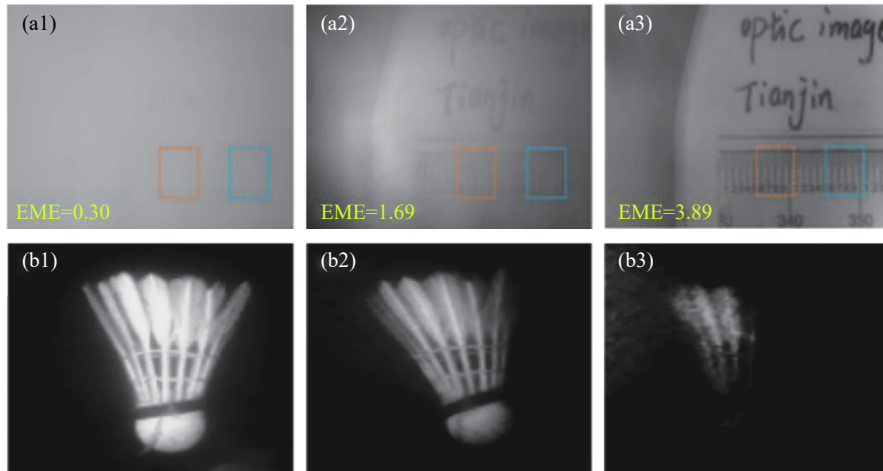


图 13 (a1) 强度图像, (a2) 传统偏振恢复图像, (a3) 多项式拟合恢复图像^[126]; (b1)~(b3) 不同浑浊度下基于相关法的水下偏振恢复图像^[14]

Fig.13 (a1) Intensity image, (a2) recovered image by the traditional polarization, (a3) recovered image by polynomial matching ^[126]; (b1)-(b3) Underwater polarization recovery image by image correlation method with turbidity increasing^[14]

为了解决高浑浊水体中偏振成像恢复的难题,邵晓鹏课题组^[14]提出了一种基于光散射依赖和光相关理论相结合的偏振成像方法,引入浑浊度的量化模型,准确估计后向散射分布,实现了高浑浊水体中偏振图像的有效恢复。研究发现目标和背景的关联度与介质的浑浊程度有关,利用 Vanderlugt Correlator (VLC) 关联算法,计算目标信息图像与后向散射图像的相关性,再经过傅里叶逆变换可以得到清晰的恢复图像。基于图像相关法的水下偏振恢复图像如图 13(b1)~(b3) 所示,从图像恢复结果可以看出,无论光强成像还是相关偏振恢复技术,图像的质量总是随着浑浊度的增加呈下降的趋势。同时相比较于传统的强度成像,基于图像相关法的偏振恢复技术在介质浑浊度较高时,仍能保持良好的成像结果。

5 总结与展望

文中从偏振基本理论出发,综述了偏振信息的多种描述方法及具体表征形式;当光波在散射介质中传输时,光波会与介质中散射粒子相互作用,使其偏振态发生改变,详细概括了国内外学者对于偏振光在不同分散体系下的传输特性研究方法与分析方法。为了有效抑制后向散射光,保证信息的高效传输,一种基于穆勒矩阵先验的 PR 方法具有很好的效果;另一方面,相比较于传统的 DoP 表示法,偏振纯度指数在表征介质退偏能力上也具有较为全面的能力;同时,对于偏振去雾及水下偏振图像恢复的热点问题,总结

了国内外相关课题组的工作及研究进展,基于偏振散射模型恢复的去雾图像能够在物理上使图像的清晰度明显提高。总之,偏振技术在理论上已经较为成熟,实验和仿真同时证实了偏振技术的优势和可靠性。在今后的发展中,如何将其更好的应用于实际是一个重要的研究方向。传统的偏振技术仅仅在基于物理模型分析上考虑散射光的去除,将偏振技术与图像处理相结合将是另一个重要的突破点。同时,近年来随着神经网络的学科交叉成为热门,考虑将偏振技术与智能信息处理相结合,或许可以解决现有去雾方法散射模型构建复杂、计算难度大等问题。

参考文献:

- [1] Galileo Galilei. Dialogues concerning two new sciences[M]. New York: Macmillan, 1914.
- [2] Euene Frankel. Corpuscular optics and the wave theory of light: the science and politics of a revolution in physics [J]. *Social Studies of Science*, 1976, 6(2): 141-184.
- [3] John Tyndall. On the blue color of the sky, the polarization of sky light, and on the polarization by cloudy matter in general [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1869, 88(2): 114-120.
- [4] Rayleigh Lord. On the light from the sky its polarization and color [J]. *Philosophical Magazine*, 1871, 61: 107-279.
- [5] Gustav Mie. Beitrage zur Optik trueber Medien, speziell kolloidaler Metalloesungen [J]. *Annalen Der Physik*, 1908, 25(3): 377-445.
- [6] William Bickel. Application of polarization effects in light

- scattering: a new biophysical tool [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1981, 73(2): 486–490.
- [7] Willem Van De Merwe, Donald Huffman, Burt Bronk. Reproducibility and sensitivity of polarized-light scattering for identifying bacterial suspensions [J]. *Applied Optics*, 1989, 28(23): 5052–5057.
- [8] William Bickel, Mary Stafford. Polarized light scattering from biological systems: a technique for cell differentiation [J]. *Journal of Biological Physics*, 1989, 9(2): 53–66.
- [9] Andreas Hielscher, Judith Mourant, Irving Bigio. Influence of particle size and concentration on the diffuse backscattering of polarized light from tissue phantoms and biological cell suspensions [J]. *Applied Optics*, 1997, 36(1): 125–135.
- [10] David Chenault, Larry Pezzaniti. Polarization imaging through scattering media[C]//Polarization Analysis, Measurement, and Remote Sensing III. International Society for Optics and Photonics, 2000, 4133: 124–133.
- [11] Vanitha Sankaran, Joseph Walsh, Duncan Maitland. Comparative study of polarized light propagation in biologic tissues [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2002, 7(3): 300–306.
- [12] Kristan Gurton, Melvin Felton, Robert Mack, et al. MidIR and LWIR polarimetric sensor comparison study[C]//Proceedings of SPIE, 2010, 7672(1): 501–542.
- [13] Piero Bruscaioni, Giovanni Zaccanti, Qingnong Wei. Transmission of a pulsed polarized light beam through thick turbid media: numerical results [J]. *Applied Optics*, 1993(32): 6142–6150.
- [14] Liu Fei, Han Pingli, Wei Yi, et al. Deeply seeing through highly turbid water by active polarization imaging [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(20): 4903–4906.
- [15] Liu Cheng, Gao Jun, Fan Zhiguo. Influence of atmospheric visibility on polarization property of light [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2018, 316(6): 31–34. (in Chinese)
刘成, 高隽, 范之国. 大气能见度对光偏振特性的影响[J]. *传感器与微系统*, 2018, 316(6): 31–34.
- [16] Sun Xianming, Wang Haihua, Shen Jin. Study on polarized light scattering by aerosol over ocean [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(4): 10–17. (in Chinese)
孙贤明, 王海华, 申晋. 海洋背景下气溶胶的偏振光散射特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(4): 10–17.
- [17] Ti Rufang, Sun Xiaobing, Li Shu. Simulation and validation of atmospheric polarized radiative transfer in horizon orientation near ground [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(11): 1111001. (in Chinese)
提汝芳, 孙晓兵, 李树. 近地面水平方向大气偏振辐射传输仿真与验证[J]. *红外与激光工程*, 2018, 47(11): 1111001.
- [18] Mauro Biagi, Tarik Borogovac, Thomas Little. Adaptive receiver for indoor visible light communications [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2013, 31(23): 3676–3686.
- [19] Wang Yuanquan, Yang Chao, Wang Yiguang, et al. polarization division multiplexing in visible light communication [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(7): 1823–1826.
- [20] Xu Yong, wen Jie, Fei Lunke, et al. Review of video and image defogging algorithms and related studies on image restoration and enhancement [J]. *IEEE Access*, 2016, 4: 165–188.
- [21] Li Xiaobo, Hu Haofeng, Zhao Lin, et al. Polarimetric image recovery method combining histogram stretching for underwater imaging [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 12430.
- [22] Yang Fan, Wang Chunyan, Pang Guangning. Optical system design for underwater polarization detector [J]. *Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2018, 41(1): 56–59.
- [23] Simon Emberton, Lars Chittka, Aanrea Cavallaro. Underwater image and video dehazing with pure haze region segmentation [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2018, 168: 145–156.
- [24] He Kaiming, Sun Jian, Tang Xiaoou. Single image haze removal using dark channel prior [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(12): 2341–2353.
- [25] Lu Huimin, Li Yujie, Shota Nakashima, et al. Underwater image super-resolution by descattering and fusion [J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 670–679.
- [26] Chai Jinyan, Huang Zhao, Chen Chun. Resolution enhancement algorithm based on infrared digital holography imaging through flame [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2019, 46(4): 180418. (in Chinese)
柴金燕, 黄晔, 陈春. 透火焰红外数字全息图像的分辨率增强算法[J]. *光电工程*, 2019, 46(4): 180418.
- [27] Xu Qiang, Guo Zhongyi, Tao Qiangqiang, et al. Multi-spectral characteristics of polarization retrieve in various atmospheric conditions [J]. *Optics Communications*, 2015, 339: 167–170.
- [28] Xu Qiang, Guo Zhongyi, Tao Qiangqiang, et al. A novel method of retrieving the polarization qubits after being transmitted in turbid media [J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3): 035606.
- [29] Tao Qiangqiang, Guo Zhongyi, Xu Qiang, et al. Retrieving the polarization information for satellite-to-ground light communication [J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(8): 085701.
- [30] Xu Qiang, Guo Zhongyi, Tao Qiangqiang. Transmitting

- characteristics of polarization information under seawater [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(21): 6584.
- [31] Tao Qiangqiang, Sun Yongxuan, Shen Fei, et al. Active imaging with the AIDS of polarization retrieve in turbid media system [J]. *Optics Communications*, 2016, 359: 405–410.
- [32] Shen Fei, Wang Kaipeng, Tao Qiangqiang, et al. Polarization imaging performances based on different retrieving Mueller matrixes [J]. *Optik- International Journal for Light and Electron Optics*, 2018, 153: 50–57.
- [33] Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 2008. (in Chinese)
郁道银, 谈恒英. 工程光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
- [34] Thomson William. Mathematical and Physical Papers[M]. London: Cambridge University Press, 2011.
- [35] Subrahmanyam Chandrasekhar. Radiative Transfer[M]. New York: Dover Publications, 1960.
- [36] James Hansen, Travis Larry. Light scattering in planetary atmospheres [J]. *Space Science Reviews*, 1974, 16(4): 527–610.
- [37] Witt Adolf. Multiple scattering in reflection nebulae. I - A Monte Carlo approach [J]. *Astrophysical Journal Supplement*, 1977, 35(1): 1–6.
- [38] Liao Yanbiao. Polarized Optics[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [39] Shih-Yau Lu, Russell Chipman. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition [J]. *JOSA A*, 1996, 13(5): 1106–1113.
- [40] He Honghui, Zeng Nan, Du E, et al. A possible quantitative Mueller matrix transformation technique for anisotropic scattering media [J]. *Photonics and Lasers in Medicine*, 2013, 2(2): 129–137.
- [41] Razvigor Ossikovski, Antonello De Martino, Steve Guyot. Forward and reverse product decompositions of depolarizing Mueller matrices [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(6): 689–691.
- [42] Jose Jorge Gil, Mueller Matrices. Light Scattering from Microstructures[M]. Berlin: Springer-Verlag Berlin, 2000.
- [43] Jose Jorge Gil. Polarimetric characterization of light and media physical quantities involved in polarimetric phenomena [J]. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2007, 40(1): 1–47.
- [44] Jose Jorge Gil, Razvigor Ossikovski. Polarized Light and the Mueller Matrix Approach[M]. Boca Raton: CRC press, 2016.
- [45] Jose Jorge Gil, Eusebio Bernabeu. Depolarization and polarization indices of an optical system [J]. *Opt. Acta*, 1986, 33(2): 185–189.
- [46] Ignacio San José, Jose Jorge Gil. Invariant indices of polarimetric purity: generalized indices of purity for $n \times n$ covariance matrices [J]. *Optics Communications*, 2011, 284(1): 38–47.
- [47] Fernando Moreno, Francisco Gonzalez. Light scattering from microstructures [J]. *Lecture Notes in Physics*, 1998, 534: 1–19.
- [48] Jose Jorge Gil. Polarimetric characterization of light and media: physical quantities involved in polarimetric phenomena [J]. *The European Physical Journal-Applied Physics*, 2007, 40(1): 1–47.
- [49] Ignacio San José, Jose Jorge Gil. Polarimetric subtraction of Mueller matrices [J]. *JOSA A*, 2013, 30(6): 1078–1088.
- [50] Jose Jorge Gil. Structure of polarimetric purity of a Mueller matrix and sources of depolarization [J]. *Optics Communications*, 2016, 368: 165–173.
- [51] Albert Van Eeckout, Angel Lizana, Enric Garcia-Caurel, et al. Polarimetric imaging of biological tissues based on the indices of polarimetric purity [J]. *Journal of Biophotonics*, 2017: e201700189.
- [52] Albert Van Eeckout, Angel Lizana, Enric Garcia-Caurel, et al. Synthesis and characterization of depolarizing samples based on the indices of polarimetric purity [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(20): 4155–4158.
- [53] He Honghui, Li Pengcheng, Ma Hui. Purity-depolarization relations and the components of purity of a Mueller matrix [J]. *Optics Express*, 2019, 27(16): 22645–22662.
- [54] Shen Fei, Zhang Man, Guo Kai, et al. The depolarization performances of scattering systems based on the Indices of Polarimetric Purity (IPPs) [J]. *Optics Express*, 2019, 27: 28337–28349.
- [55] Nicholas Metropolis, Stanislaw Ulam. The monte carlo method [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1949, 44(247): 335–341.
- [56] George Kattawar, Gilbert Plass. Radiance and polarization of multiple scattered light from haze and clouds [J]. *Applied Optics*, 1968, 7(8): 1519–1527.
- [57] Jessica Ramella-Roman, Scott Prah, Steve Jacques. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: part I [J]. *Optics Express*, 2005, 13(12): 4420–4438.
- [58] Hamed Mohamed Abubaker. Study of Scattering and Polarization of Light in Biological Tissues[M]. Brno: Brno University of Technology, 2013.
- [59] He Chao, He Honghui, Chang Jintao, et al. Characterizing

- microstructures of cancerous tissues using multispectral transformed Mueller matrix polarization parameters [J]. *Biomedical Optics Express*, 2015, 6(8): 2934–2945.
- [60] Liu Teng, Sun Tao, He Honghui, et al. Comparative study of the imaging contrasts of Mueller matrix derived parameters between transmission and backscattering polarimetry [J]. *Biomedical Optics Express*, 2018, 9(9): 4413–4428.
- [61] Wang Ye, He Honghui, Chang Jintao, et al. Differentiating characteristic microstructural features of cancerous tissues using Mueller matrix microscope [J]. *Micron*, 2015, 79: 8–15.
- [62] Guo Yihong, Zeng Nan, He Honghui, et al. A study on forward scattering Mueller matrix decomposition in anisotropic medium [J]. *Optics Express*, 2013, 21(15): 18361–18370.
- [63] Sergei Gangnus, Stephen John Matcher, Igor Victorovich Meglinski. Monte Carlo modeling of polarized light propagation in a biological tissue[C]//Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2002, 4619(6): 281-288.
- [64] Dave Collins, Wolfram Blättner, Michael Wells, et al. Backward Monte Carlo calculations of the polarization characteristics of the radiation emerging from spherical-shell atmospheres [J]. *Applied Optics*, 1972, 11(11): 2684–2696.
- [65] Guri Ivanovich Marchuk, Gennadi Alekseevich. The Monte Carlo methods in atmospheric optics[M]. Springer, 1980.
- [66] Jia Honghui, Chang Shengli, Yang Jiankun, et al. Monte Carlo simulation of atmospheric transmission characteristics in non-line-of-sight ultraviolet communication [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(5): 955–960. (in Chinese)
贾红辉, 常胜利, 杨建坤, 等. 非视线紫外通信大气传输特性的蒙特卡罗模拟[J]. *光子学报*, 2007, 36(5): 955–960.
- [67] Gilbert Plass, George Kattawar. Monte Carlo calculations of light scattering from clouds [J]. *Applied Optics*, 1968, 7(3): 415–419.
- [68] Han Dahai, Fan Xing, Zhang Kai, et al. Research on multiple-scattering channel with Monte Carlo model in UV atmosphere communication [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(22): 5516–5522.
- [69] Tao Qiangqiang. Research of the polarization retrieve imaging based on the Mueller matrix of scattering system[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2017. (in Chinese)
陶强强. 基于偏振恢复的主动成像系统研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.
- [70] Zhang Qianqian. Propagation properties of polarized light after multiple scattering through a discrete media[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2013. (in Chinese)
张倩倩. 离散介质中偏振光多次散射的传输特性分析[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013.
- [71] John van der Laan, Jeremy Wright, David Scrymgeour, et al. Evolution of circular and linear polarization in scattering environments [J]. *Optics Express*, 2015, 23(25): 31874–31888.
- [72] He Chao, He Honghui, Chang Jintao, et al. Characterizing microstructural changes of skeletal muscle tissues using spectral transformed Mueller matrix polarization parameters[C]//SPIE BiOS. International Society for Optics and Photonics, 2016.
- [73] Hien Thi-Thu Pham, Anh Le-Trang Nguyen, Toi-Van Vo, et al. Optical parameters of human blood plasma, collagen, and calfskin based on the Stokes-Mueller technique [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(16): 4353.
- [74] Sun Minghao, He Honghui, Zeng Nan, et al. Characterizing the microstructures of biological tissues using Mueller matrix and transformed polarization parameters [J]. *Biomedical Optics Express*, 2014, 5(12): 4223.
- [75] Sanaz Alali, Alex Vitkin. Polarized light imaging in biomedicine: emerging Mueller matrix methodologies for bulk tissue assessment [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2015, 20(6): 061104.
- [76] Pal Gunnar Ellingsen, Magnus Lilledahl, Lars Martin Sandvik Aas, et al. Quantitative characterization of articular cartilage using Mueller matrix imaging and multiphoton microscopy [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2011, 16(11): 116002.
- [77] Sandeep Manhas, Mahesh Kumar Swami, Nirmalya Ghosh, et al. Mueller matrix approach for determination of optical rotation in chiral turbid media in backscattering geometry [J]. *Optics Express*, 2006, 14(1): 190–202.
- [78] Wang Xueding, Wang Lihong. Propagation of polarized light in birefringent turbid media: A Monte Carlo study [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2002, 7(3): 279.
- [79] Wang Xueding, Yao Gang, Wang Lihong. Monte Carlo model and single-scattering approximation of the propagation of polarized light in turbid media containing glucose [J]. *Applied Optics*, 2002, 41(4): 792–801.
- [80] Michael F G Wood, Guo Xinxin, Alex Vitkin. Polarized light propagation in multiply scattering media exhibiting both linear birefringence and optical activity: Monte Carlo model and experimental methodology [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2007, 12(1): 014029.
- [81] He Honghui, Zeng Nan, Li Wei, et al. Two-dimensional backscattering Mueller matrix of sphere-cylinder scattering medium [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(14): 2323–2325.
- [82] Chen Dongsheng, Zeng Nan, Liu Celong, et al. A method of

- simulating polarization-sensitive optical coherence tomography based on a polarization-sensitive Monte Carlo program and a sphere cylinder birefringence model[C]//Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2012, 855320: 1-12.
- [83] He Honghui, Zeng Nan, Guo Yihong, et al. Two-dimensional and surface backscattering Mueller matrices of anisotropic sphere-cylinder scattering media: a quantitative study of influence from fibrous scatterers [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2013, 18(4): 046002.
- [84] Guo Yihong, Zeng Nan, He Honghui, et al. Mueller matrix decomposition study on anisotropic medium including cylindrical scatterers and birefringent effect[C]//Proceedings of SPIE, 2014, 8952(10):2458-2462.
- [85] Du E. A study on quantitative polarization characterization of tissues for diagnosis application[D]. Beijing: Tsinghua University, 2014. (in Chinese)
杜娥. 偏振散射特征定量检测与组织病变诊断机理研究[D]. 北京: 清华大学, 2014.
- [86] Guo Yihong, Liu Celong, Zeng Nan, et al. Study on retardance due to well-ordered birefringent cylinders in anisotropic scattering media [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2014, 19(6): 065001.
- [87] Shen Fei, Zhang Bianmei, Guo Kai, et al. The depolarization performances of the polarized light in different scattering media systems [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 99: 1-1.
- [88] Wang Jiejun, Liu Xiaoyan, Zhang Yuting. Transmission characteristics of polarized light in aerosol [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(8): 080103. (in Chinese)
汪杰君, 刘小燕, 张玉婷. 偏振光在气溶胶中的传输特性研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(8): 080103.
- [89] Hu Tianwei, Shen Fei, Wang Kangpeng, et al. Broad-Band transmission characteristics of polarizations in foggy environments [J]. *Atmosphere*, 2019, 10(6): 342.
- [90] Syoki Takahashi, Takaaki Maeda, Hideki Funamizu. Quantitative evaluation on the depth and spread of light propagation in skin tissue using Monte Carlo simulation[C]//Biomedical Imaging and Sensing Conference. International Society for Optics and Photonics, 2017, 10251: 1025110.
- [91] Angel Pierangelo, Sandeep Manhas, Abdelali Benali. Exvivo photometric and polarimetric multilayer characterization of human healthy colon by multispectral Mueller imaging [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2012, 17(6): 066009.
- [92] Maria-Rosaria Antonelli, Angelo Pierangelo, Tatiana Novikova, et al. Impact of model parameters on Monte Carlo simulations of backscattering Mueller matrix images of colon tissue [J]. *Biomedical Optics Express*, 2011, 2(7): 1836-1851.
- [93] Wang Chi, Gao Jun, Yao Tingting, et al. Acquiring reflective polarization from arbitrary multi-layer surface based on Monte Carlo simulation [J]. *Optics Express*, 2016, 24(9): 9397.
- [94] Xu Qiang. Research on transmission performance of polarization information in various disperse systems[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2015. (in Chinese)
徐强. 偏振信息在不同分散体系中的传输性能研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2015.
- [95] Wang Kaipeng. Research on transmission characteristics of polarizations in a complex dispersion system of cloud and fog[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2019. (in Chinese)
王开鹏. 云雾复杂分散体系下偏振信息传输特性研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2019.
- [96] L Bartolini, L De Dominicis, G Fornetti, et al. Improvement in underwater phase measurement of an amplitude-modulated laser beam by polarimetric techniques [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(11): 1402-1404.
- [97] Linda Mullen, Brandon Cochenour, William Rabinovich, et al. Backscatter suppression for underwater modulating retroreflector links using polarization discrimination [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(2): 328-337.
- [98] Tali Treibitz, Schechner. Active polarization descattering [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(3): 385-399.
- [99] John Walker, Peter Chang, Keith Iain Hopcraft. Visibility depth improvement in active polarization imaging in scattering media [J]. *Applied Optics*, 2000, 39(27): 4933-4941.
- [100] Darren Alexis Miller, Eustace Lous Dereniak. Selective polarization imager for contrast enhancements in remote scattering media [J]. *Applied Optics*, 2012, 51(18): 4092-4102.
- [101] Matthieu Boffety, Frédéric Galland, Anne-Gaëlle Allais. Influence of polarization filtering on image registration precision in underwater conditions [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(15): 3273-3275.
- [102] Zhu Yongchao, Shi Jianhong, Yang Ying, et al. Polarization difference ghost imaging [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(6): 1279-1284.
- [103] Kudn Turpin, John Walker, Peter Chang, et al. The influence of particle size in active polarization imaging in scattering media [J]. *Optics Communications*, 1999, 168(5): 325-335.
- [104] Guan Jinge, Zhu Jingping, Tian Heng, et al. Real-time

- polarization difference underwater imaging based on Stokes vector [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(22): 1–7. (in Chinese)
- 管今哥, 朱京平, 田恒, 等. 基于Stokes矢量的实时偏振差分水下成像研究[J]. *物理学报*, 2015, 64(22): 1–7.
- [105] Stephen Morgan, Qun Zhu, Ian Stockford, et al. Rotating orthogonal polarization imaging [J]. *Optics Letters*, 2008, 33(13): 1503–1505.
- [106] Li Ming, Lu Pengfei, Yu Zhongyuan, et al. Vector Monte Carlo simulations on atmospheric scattering of polarization qubits [J]. *JOSAA*, 2013, 30(3): 448–454.
- [107] Diran Deirmendjian. Electromagnetic scattering on spherical polydispersions[R]. The Rand Corporation Santa Monica CA, 1969.
- [108] Louis Elterman. Vertical-attenuation model with eight surface meteorological ranges 2 to 13 kilometers[R]. Air Force Cambridge Research Labs Hanscom AFB Ma, 1970.
- [109] Frederic Volz. Infrared refractive index of atmospheric aerosol substances [J]. *Applied Optics*, 1972, 11(4): 755–759.
- [110] Ma Zhongli, Wen Jie, Zhang Cheng, et al. An effective fusion defogging approach for single sea fog image [J]. *Neurocomputing*, 2016, 173: 1257–1267.
- [111] Guo Fan, Cai Zixing, Xie Bin, et al. Review and prospect of image dehazing techniques [J]. *Journal of Computer Applications*, 2010, 30(9): 2417–2421.
- [112] Liu Jun, Wang Xing, Chen Min, et al. Thin cloud removal from single satellite images [J]. *Optics Express*, 2014, 22(1): 618–632.
- [113] Liang Jian, Zhang Wenfei, Ren Liyong, et al. Polarimetric dehazing method for visibility improvement based on visible and infrared image fusion [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(29): 8821–8226.
- [114] Fabrizio Russo. An image enhancement technique combining sharpening and noise reduction [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2002, 51(4): 824–828.
- [115] Yoav Schechner, Srinivasa Narasimhan, Shree Nayar. Instant dehazing of images using polarization[C]//CVPR, 2001, 1: 325–332.
- [116] Einav Namer, Sarit Shwartz, Schechner. Skyless polarimetric calibration and visibility enhancement [J]. *Optics Express*, 2009, 17(2): 472–493.
- [117] Liang Jian, Ren Liyong, Ju Haijuan, et al. Visibility enhancement of hazy images based on a universal polarimetric imaging method [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 116(17): 173107.
- [118] Liang Jian, Ren Liyong, Qu Enshi, et al. Method for enhancing visibility of hazy images based on polarimetric imaging [J]. *Photonics Research*, 2014, 2(1): 38–44.
- [119] Zhang Wenfei, Liang Jian, Ren Liyong, et al. Fast polarimetric dehazing method for visibility enhancement in HSI colour space [J]. *Journal of Optics*, 2017, 19(9): 095606.
- [120] Liang Jian, Ren Liyong, Ju Haijuan, et al. Polarimetric dehazing method for dense haze removal based on distribution analysis of angle of polarization [J]. *Optics Express*, 2015, 23(20): 26146–26157.
- [121] Zhang Wenfei, Liang Jian, Ren Liyong. Haze-removal polarimetric imaging schemes with the consideration of airlight's circular polarization effect [J]. *Optik*, 2019, 182: 1099–1105.
- [122] Schechner Y Y, Karpel N. Recovery of underwater visibility and structure by polarization analysis [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2005, 30(3): 570–587.
- [123] Huang Bingjing, Liu Tiegeng, Hu Haofeng, et al. Underwater image recovery considering polarization effects of objects [J]. *Optics Express*, 2016, 24(9): 9826–9838.
- [124] John van der Laan, Jeremy Wright, David Scrymgeour, et al. Detection range enhancement using circularly polarized light in scattering environments for infrared wavelengths [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(9): 2266–2274.
- [125] Hu Haofeng, Zhao Lin, Li Xiaobo, et al. Polarimetric image recovery in turbid media employing circularly polarized light [J]. *Optics Express*, 2018, 26(19): 25047–25059.
- [126] Hu Haofeng, Zhao Lin, Li Xiaobo, et al. Underwater image recovery under the nonuniform optical field based on polarimetric imaging [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2018, 10(1): 6900309.