

## 改进的双频几何约束条纹投影三维测量方法

王玉伟<sup>1</sup>, 陈向成<sup>2</sup>, 王亚军<sup>3\*</sup>

1. 安徽农业大学 工学院, 安徽 合肥 230036;
2. 武汉理工大学 自动化学院, 湖北 武汉 430070;
3. 武汉大学 测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079)

**摘要:** 双频条纹投影已经广泛应用于三维形貌测量, 然而其相位展开的准确性受噪声影响较大。文中提出了一种改进的双频几何约束条纹, 通过提高低频相位的频率, 有效地提升了相位展开的鲁棒性。在三维测量过程中, 首先, 利用五步相移算法计算出双频条纹的高频相位和低频相位。然后, 利用几何约束方法展开低频相位。最后, 采用双频算法展开高频相位, 进而重建出物体的三维形貌。仿真和实验结果均表明, 相对于传统双频条纹, 改进的双频条纹具有更高的鲁棒性和适用性。

**关键词:** 双频条纹; 相移; 几何约束; 相位展开

**中图分类号:** TP391      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.3788/IRLA20200049

## Modified dual-frequency geometric constraint fringe projection for 3D shape measurement

Wang Yuwei<sup>1</sup>, Chen Xiangcheng<sup>2</sup>, Wang Yajun<sup>3\*</sup>

1. College of Engineering, Anhui Agricultural University, Hefei 230036, China;
2. School of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
3. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping, and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Dual-frequency fringe projection methods have been widely used in three-dimensional (3D) shape measurement, but the phase unwrapping is very sensitive to random noises. A modified dual-frequency geometric constraint fringe was presented. The robustness of phase unwrapping can be effectively enhanced by improving the frequency of low-frequency phase. During the 3D shape measurement, firstly, the five-step phase-shifting algorithm was used to extract two wrapped phases. Secondly, the low-frequency phase was unwrapped based on the geometric constraint method. Finally, the dual-frequency algorithm was used to unwrap the high-frequency phase, and then the 3D shape could be reconstructed. Both simulations and experiments demonstrate that the modified dual-frequency fringe is more robust and applicable than the traditional one.

**Key words:** dual-frequency fringe; phase-shifting; geometric constraint; phase unwrapping

收稿日期:2020-03-14; 修订日期:2020-04-20

基金项目:国家自然科学基金(51905005)

作者简介:王玉伟(1991-),男,讲师,博士,主要从事机器视觉等方面的研究工作。Email: wyw@ahau.edu.cn

通讯作者:王亚军(1986-),男,副研究员,博士,主要从事三维测量等方面的研究工作。Email: yjwangisu@whu.edu.cn

## 0 引言

光学三维测量技术具有非接触、精度高、速度快等特点,广泛应用于工业检测、逆向工程、生物医学等领域,主要分为被动式三维测量(如双目视觉)和主动式三维测量(如结构光)两大类<sup>[1]</sup>。数字条纹投影是一种主动式三维测量技术,该技术首先利用投影仪将特定形状的条纹投射至物体表面,同时利用摄像机采集调制后的条纹图像,然后将条纹图像传输至计算机进行条纹分析,便可以恢复出物体的三维形貌,目前已经成为三维测量领域的研究热点<sup>[2]</sup>。数字条纹的形状丰富多样,包括正弦条纹、二值条纹、三角条纹、梯形条纹等,其中正弦条纹应用最为广泛<sup>[3]</sup>。常用的条纹分析方法包括傅里叶变换法和相移法,其中傅里叶变换法只需要一幅条纹图像,测量速度较快;相移法需要多幅条纹图像,更适用于复杂形貌的三维测量。然而,上述两种方法只能计算得到截断相位,需要进一步进行相位展开,恢复出绝对相位<sup>[4]</sup>。目前常用的相位展开方法包括格雷码<sup>[5,6]</sup>、相位编码<sup>[7,8]</sup>、双频<sup>[9-11]</sup>和几何约束<sup>[12]</sup>等。格雷码法和相位编码法计算出的条纹级次容易与截断相位发生错位,引入相位展开误差<sup>[13]</sup>。相比而言,双频法使用低频相位对高频相位进行相位展开,避免了因条纹级次和截断相位的错位而引入的相位展开误差。传统双频法通过使用两组不同频率的相移条纹来计算高频相位和低频相位,因此需要  $2N \geq 6$  幅条纹图像<sup>[11]</sup>。根据双频法原理, Li 等人<sup>[14]</sup>将高频条纹和低频条纹进行融合得到一种双频条纹,同样需要  $2N \geq 6$  幅条纹图像。Liu 等人<sup>[15]</sup>提出一种改进的双频条纹,只需要五幅条纹图像,有效地提高了三维测量速度。与双频法类似,双频条纹相位展开的准确性受噪声影响较大<sup>[16]</sup>。几何约束法则根据条纹投影系统中摄像机与投影仪的几何约束关系,通过建立一个最小相位图实现相位展开,其优势在于无需额外的编码图像,但该方法只适用于深度变化范围较小的物体。

为了提高双频条纹的鲁棒性,文中提出了一种改进的双频几何约束条纹投影三维测量方法,其大致工作流程如下:首先,利用五步相移算法计算出高频相位和低频相位。然后,根据条纹投影系统的几何约束关系展开低频相位。最后,利用低频绝对相位对高频

相位进行展开,重建出物体的三维形貌。仿真和实验结果均表明,改进的双频几何约束条纹具有较强的鲁棒性。

## 1 三维测量原理

### 1.1 传统双频条纹相位展开

传统  $N \geq 5$  步相移双频条纹,可表示为<sup>[15]</sup>:

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B_h(x, y) \cos[\phi_h(x, y) + 2\pi n/N] + B_l(x, y) \cos[\phi_l(x, y) + 4\pi n/N] \quad (1)$$

式中:  $A$  表示图像背景强度;  $B_h$  和  $B_l$  分别表示高频分量和低频分量的条纹调制度;  $\phi_h$  和  $\phi_l$  分别表示高频相位和低频相位,其计算公式如下:

$$\phi_h(x, y) = \arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^N I_n \sin(2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n \cos(2\pi n/N)} \right] \quad (2)$$

$$\phi_l(x, y) = \arctan \left[ \frac{\sum_{n=1}^N I_n \sin(4\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n \cos(4\pi n/N)} \right] \quad (3)$$

上式计算得到的  $\phi_h$  和  $\phi_l$  的取值范围为  $(-\pi, +\pi]$ , 因此  $\phi_h$  和  $\phi_l$  也称为截断相位,需要进行相位展开。假设  $\phi_l$  只有一个周期,则  $\Phi_l = \phi_l$ 。根据低频绝对相位  $\Phi_l$  和高频绝对相位  $\Phi_h$  的数学比例关系,可计算出  $\phi_h$  所对应的条纹级次:

$$K_h(x, y) = \text{round} \left[ \frac{(f_h/f_l) \times \Phi_l - \phi_h}{2\pi} \right] \quad (4)$$

式中:  $f_h$  和  $f_l$  分别表示高频相位和低频相位的频率。进一步地,计算出:

$$\Phi_h(x, y) = \phi_h(x, y) + 2\pi K_h(x, y) \quad (5)$$

图 1 展示了传统双频条纹的相位展开原理,图中

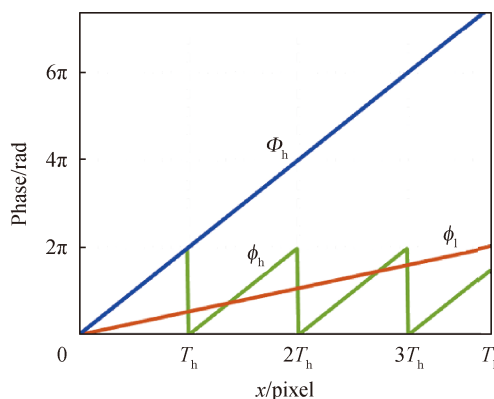


图 1 传统双频条纹相位展开

Fig.1 Phase unwrapping of traditional two-frequency fringe

$T_h$  和  $T_l$  分别表示  $\phi_h$  和  $\phi_l$  的周期。分析公式 (4) 得知,  $\Phi_l$  参与计算时, 需要放大  $\gamma = f_h/f_l$  倍, 这意味着  $\Phi_l$  所包含的误差也放大了  $\gamma$  倍, 容易导致部分 pixel 的  $K_h$  计算错误, 进而引入相位展开误差至  $\Phi_h$ 。因此, 传统双频条纹对噪声较为敏感, 使得其应用范围受到了一定的限制。如何能够有效地降低比值  $\gamma$ , 提高双频条纹的抗噪能力, 是文中所要研究的内容。

### 1.2 几何约束相位展开

对于测量范围内的某一物平面  $z_{min}$ , 根据摄像机和投影仪的几何约束关系, 可以建立该物平面的绝对相位图  $\Phi_{min}$ , 称为最小相位图<sup>[12]</sup>。根据  $\Phi_{min}$ , 可以对截断相位  $\phi$  进行相位展开, 其基本思想如图 2 所示。例如, 在区间  $[A, B]$  内, 满足条件  $0 < \Phi_{min} - \phi < 2\pi$ , 得到  $\Phi = \phi + 2\pi$ ; 在区间  $[B, C]$  内, 满足条件  $2\pi < \Phi_{min} - \phi <$

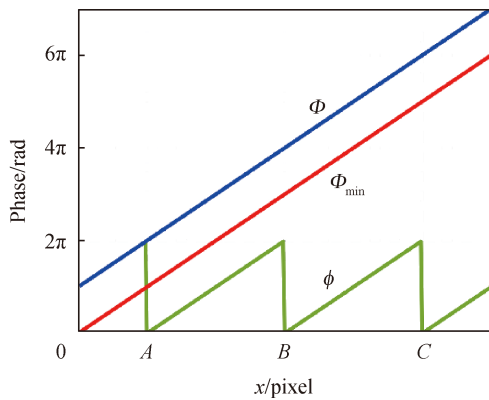


图 2 几何约束相位展开

Fig.2 Phase unwrapping using geometric constraint

$4\pi$ , 得到  $\Phi = \phi + 4\pi$ ; 依此类推, 便可以将  $\phi$  展开为  $\Phi$ 。因此, 根据  $\Phi_{min} - \phi$  的取值范围, 便可以确定条纹级次。

$$K = \text{ceil}\left(\frac{\Phi_{min} - \phi}{2\pi}\right) \quad (6)$$

式中:  $\text{ceil}()$  表示向上取整函数。需要注意, 在相位域中, 上述方法最大可测深度范围仅为  $2\pi$ 。因此在实际测量过程中, 被测物体需要尽可能地靠近物平面  $z_{min}$ 。

### 1.3 双频几何约束条纹相位展开

针对传统双频条纹抗噪能力较差的问题, 文中根据几何约束方法, 对传统双频条纹进行改进, 其相位展开原理如图 3 所示。改进双频条纹通过采用多个周期的低频相位 (即  $f_l > 1$ ), 能够有效地降低比值  $\gamma$ , 提升双频条纹的抗噪能力。由于低频相位包含多个周期, 低频相位  $\phi_l$  将发生截断, 因此需要首先展开  $\phi_l$ , 再用于展开高频相位  $\phi_h$ 。改进双频条纹进行三维测量的具体实现流程如下: 首先, 利用五步相移算法计算出  $\phi_h$  和  $\phi_l$ ; 然后, 根据几何约束关系, 恢复出  $\phi_l$  所对应的最小相位图  $\Phi_{min}$ ; 根据公式 (6) 计算  $\phi_l$  所对应的条纹级次  $K_l$ , 并对  $\phi_l$  进行相位展开得到  $\Phi_l$ ; 最后根据公式 (4) 计算  $\phi_h$  的条纹级次  $K_h$ , 并对  $\phi_h$  进行相位展开得到  $\Phi_h$ 。注意, 若直接采用几何约束方法展开  $\phi_h$ , 将导致高频相位域中的最大可测深度范围仅为  $2\pi$ 。相比而言, 文中首先利用几何约束方法展开  $\phi_l$ , 然后利用  $\Phi_l$  展开  $\phi_h$ , 在低频相位域中的最大可测深度范围为  $2\pi$ , 转换至高频相位域中的最大可测深度范围将达到  $2\pi\gamma$ 。

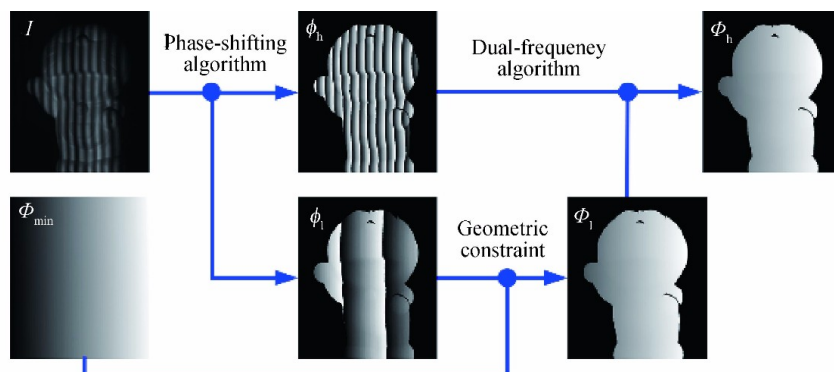


图 3 改进双频条纹相位展开

Fig.3 Phase unwrapping of modified two-frequency fringe

## 2 仿真实验分析

为了对比传统双频条纹和改进双频条纹的抗噪

性能, 文中进行了如下的仿真实验, 其中仿真条纹图像的尺寸均为  $500 \times 500$  pixel。传统双频条纹的参数

为:  $T_h = 25$  pixel,  $T_l = 500$  pixel; 改进双频条纹的参数为:  $T_h = 25$  pixel,  $T_l = 125$  pixel。分别向仿真条纹图像中加入均值为 0, 标准差为  $\sigma = 0.03$  的高斯噪声, 再对两组双频条纹进行相位展开。图 4 展示了传统双频条纹的仿真结果, 图 5 展示了改进双频条纹的仿真结果。从图中可以看出, 传统双频条纹恢复出的高频绝对相位曲线中出现了许多毛刺误差, 主要是因为高斯噪声所引起的低频相位误差被放大了  $500/25 = 20$  倍, 导致高频条纹级次计算错误; 相比而言, 改进双频条

纹首先计算低频绝对相位, 再计算高频绝对相位, 高斯噪声所引起的低频相位误差被放大了  $125/25 = 5$  倍, 保证了高频条纹级次计算的准确性, 得到的高频绝对相位曲线比较光滑。上述仿真结果表明, 与传统双频条纹相比, 改进双频条纹的抗噪性能有了较大的提升。

对于更一般的情况, 通过改变比值  $\gamma$  和高斯噪声的标准差  $\sigma$ , 探究不同噪声水平下, 比值  $\gamma$  对相位展开的影响。图 6 展示了比值  $\gamma$  与错误展开的 pixel 数目

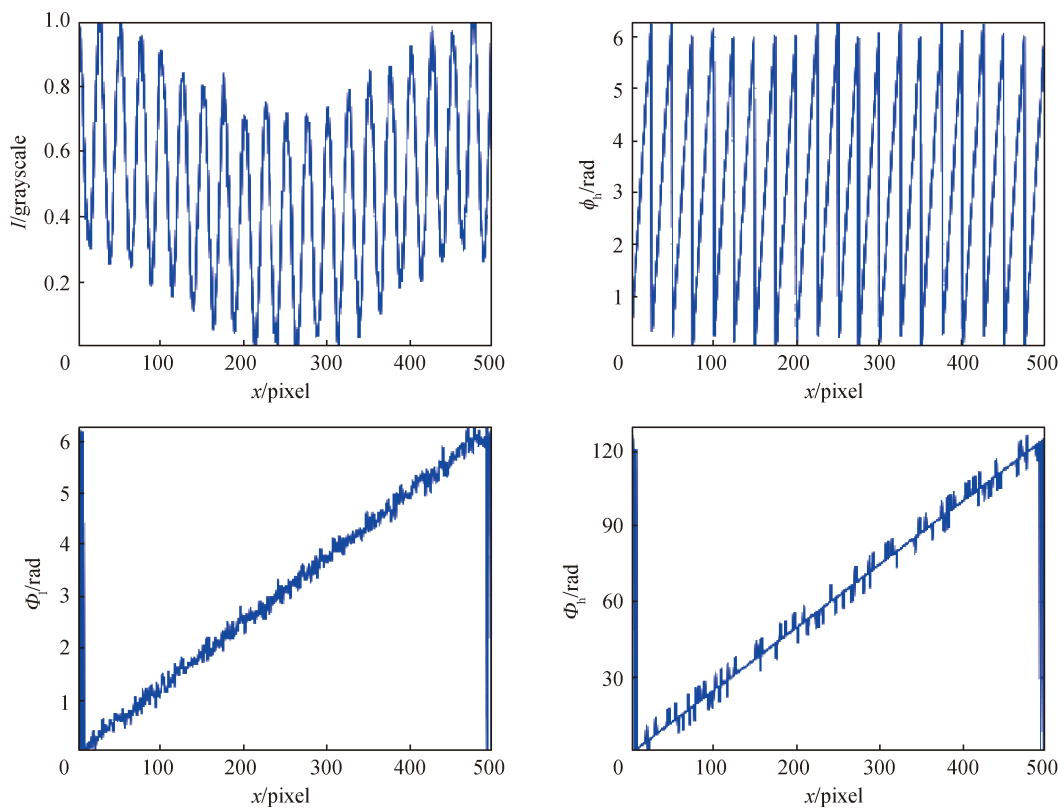
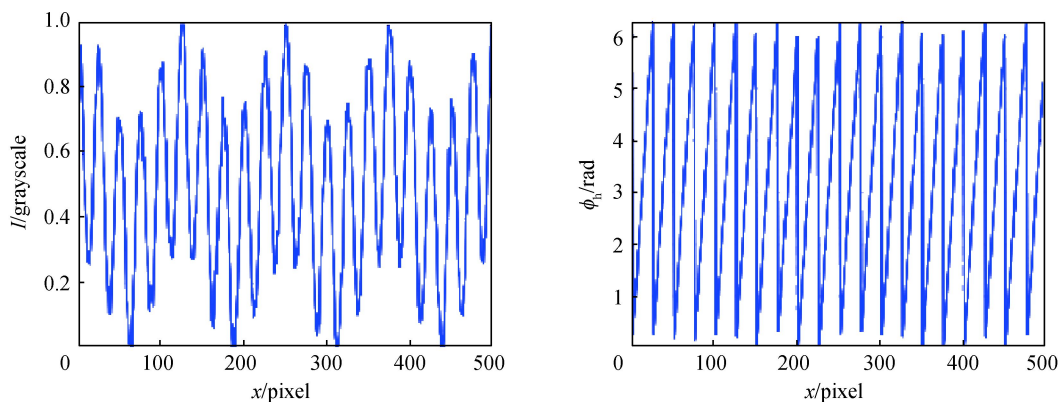


图 4 传统的双频条纹仿真

Fig.4 Phase simulation of traditional two-frequency fringe



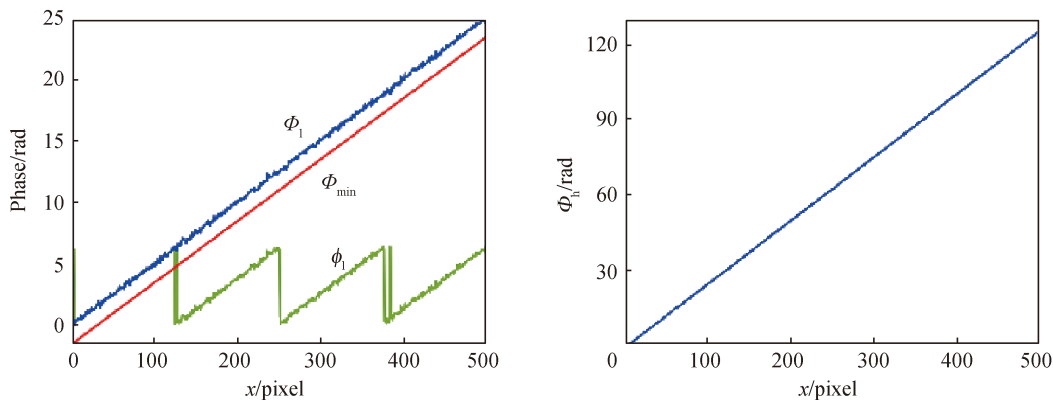


图 5 改进的双频条纹相位仿真

Fig.5 Simulation of modified two-frequency fringe

$M$  的关系曲线。当  $\sigma = 0.02$  时: 若  $\gamma \leq 12$ ,  $M$  趋近于 0; 若  $\gamma > 12$ ,  $M$  随着  $\gamma$  增加而增加。当  $\sigma = 0.03$  时: 若  $\gamma \leq 7$ ,  $M$  趋近于 0; 若  $\gamma > 7$ ,  $M$  随着  $\gamma$  增加而增加。当  $\sigma = 0.04$  时: 若  $\gamma \leq 5$ ,  $M$  趋近于 0; 若  $\gamma > 5$ ,  $M$  随着  $\gamma$  增加而增加。在相同噪声水平下: 当  $\gamma$  取值较小时,  $M$  比较小; 当  $\gamma$  较大时,  $M$  随着  $\gamma$  的增加而增加。因此, 在实际应用中, 需要根据条纹投影系统的噪声水平, 选择合适的比值  $\gamma$ , 保证三维测量的准确性。

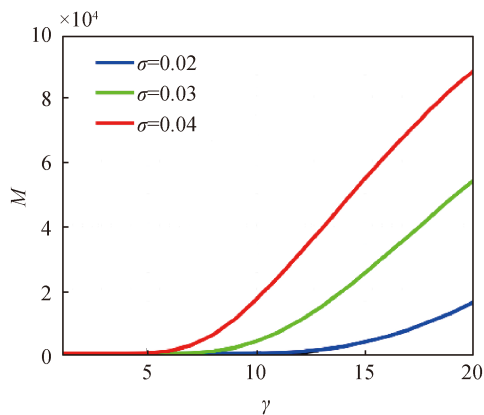


图 6 不同高斯噪声水平 (标准差  $\sigma$ ) 下, 比值  $\gamma$  与错误展开的像素数目  $M$  之间的关系曲线

Fig.6 Relation curves between the ratio  $\gamma$  and the number of wrongly unwrapped pixels  $M$  under different levels (standard deviation  $\sigma$ ) of Gaussian noises

### 3 真实实验分析

为了进一步验证文中改进双频条纹的有效性, 搭建了条纹投影实验平台, 主要包括投影仪 DLP Light-Crafter 4500 和摄像机 Point Grey Chameleon3, 其中投影仪的分辨率为  $912 \times 1140$  pixel, 摄像机的分辨率为

$1280 \times 1024$  pixel。分别生成了传统双频条纹 ( $T_h = 20$ ,  $T_l = 912$ ) 和改进双频条纹 ( $T_h = 20$ ,  $T_l = 100$ ), 用于三维测量实验, 并对比两种方法的测量结果。

首先, 选择一个哆啦 A 梦模型作为测量物体, 利用投影仪分别投射传统和改进的双频条纹至物体表面, 摄像机同步采集被物体调制后的变形条纹图像。图 7 和图 8 分别展示了传统双频条纹实验和改进双频条纹实验的部分图像。传统双频条纹实验中, 直接使用低频绝对相位  $\phi_l = \phi_1$  对高频截断相位  $\phi_h$  进行展开, 恢复出高频绝对相位  $\phi_h$ ; 改进双频条纹实验中, 首先利用最小相位图  $\phi_{min}$  对低频截断相位  $\phi_l$  进行展开得到  $\phi_l$ , 然后再使用  $\phi_l$  对  $\phi_h$  进行展开恢复出  $\phi_h$ 。图 9 展示了哆啦 A 梦的三维测量结果 (相位分布), 可以看出, 传统双频条纹重建出的三维形貌存在比较严重的毛刺误差, 这主要是因为  $\phi_l$  对  $\phi_h$  进行展开时,  $\phi_l$  所包含的相位误差被放大了  $912/20$  倍, 导致条纹级次  $K_h$  计算错误; 相比而言, 改进双频条纹能够准确地重建出物体的三维形貌, 在  $\phi_l$  对  $\phi_h$  进行展开时,  $\phi_l$  所包含的相位误差只被放大了  $100/20$  倍, 有效地保证了  $K_h$  计算的准确性。

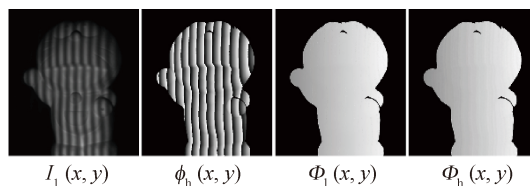


图 7 传统的双频条纹实验

Fig.7 Experiment of traditional two-frequency fringe

进一步地, 选择一个球作为测量物体, 分别采用

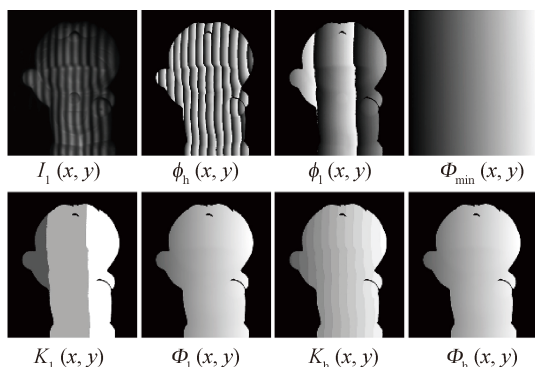


图 8 改进的双频条纹实验

Fig.8 Experiment of modified two-frequency fringe

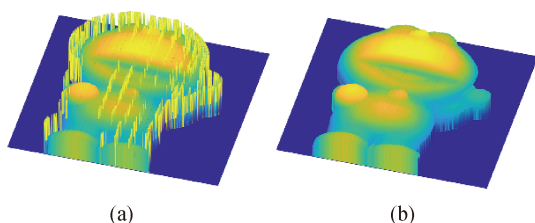


图 9 哆啦 A 梦的三维测量结果。(a) 传统的双频条纹; (b) 改进的双频条纹

Fig.9 3D shape measurement of the Doraemon. (a) Traditional two-frequency fringe; (b) modified two-frequency fringe

传统双频条纹和改进双频条纹对其进行三维测量。图 10 展示了球的三维测量结果(相位分布), 可以看出, 传统双频条纹重建出的球表面存在比较严重的毛刺误差。相比而言, 改进双频条纹重建出的球表面比较光滑。上述两组实验结果均验证了改进双频条纹的有效性, 相对于传统双频条纹, 展现出更强的鲁棒性。

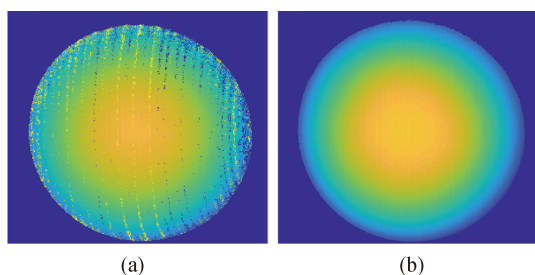


图 10 球的三维测量结果。(a) 传统的双频条纹; (b) 改进的双频条纹

#### 4 结 论

针对传统双频条纹存在抗噪能力差的问题, 文中

提出了一种改进的双频几何约束条纹投影三维测量方法。该改进双频条纹的低频相位包含多个周期, 通过条纹投影系统的几何约束关系展开低频相位, 再用于展开高频相位, 有效地提高了双频条纹的抗噪能力。同时分析了高频相位与低频相位的频率比值对相位展开的影响, 得知频率比值越小, 抗噪能力越强, 但最大可测深度将会降低, 因此在实际应用中应该根据不同场景选择合适的频率比值。仿真和实验结果均表明, 与传统双频条纹相比, 改进双频条纹的鲁棒性更高, 具有更广阔的应用前景。

#### 参考文献:

- [1] Su X, Zhang Q. Dynamic 3-D shape measurement method: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2010, 48(2): 191-204.
- [2] Zhang S. High-speed 3D shape measurement with structured light methods: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 106: 119-131.
- [3] Zuo C, Feng S, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 23-59.
- [4] Zhang S. Absolute phase retrieval methods for digital fringe projection profilometry: A review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 107: 28-37.
- [5] Wu Z, Guo W, Zhang Q. High-speed three-dimensional shape measurement based on shifting Gray-code light [J]. *Optics Express*, 2019, 27(16): 22631-22644.
- [6] He X, Zheng D, Qian K, et al. Quaternary gray-code phase unwrapping for binary fringe projection profilometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 121: 358-368.
- [7] Wang Y, Zhang S. Novel phase-coding method for absolute phase retrieval [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(11): 2067-2069.
- [8] Li Biao, Wu Haitao, Zhang Jiancheng, et al. 3D shape measurement method combining sinusoidal pulse width modulation fringe with phase coding fringe [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 0617006. (in Chinese)
- [9] Zhang M, Chen Q, Tao T, et al. Robust and efficient multi-frequency temporal phase unwrapping: optimal fringe frequency and pattern sequence selection [J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 20381-20400.
- [10] Han Xu, Wang Lin, Fu Yanjun. Phase unwrapping method based on dual-frequency heterodyne combined with phase encoding [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(9): 0913003. (in

- Chinese)
- [11] Hyun J, Zhang S. Enhanced two-frequency phase-shifting method [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(16): 4395–4401.
- [12] An Y, Hyun J, Zhang S. Pixel-wise absolute phase unwrapping using geometric constraints of structured light system [J]. *Optics Express*, 2016, 24(16): 18445–18459.
- [13] Ma M, Yao P, Deng H, et al. A simple and practical jump error removal method for fringe projection profilometry based on self-alignment technique [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2018, 89(12): 123109.
- [14] Li J, Su H, Su X. Two-frequency grating used in phase-measuring profilometry [J]. *Applied Optics*, 1997, 36(1): 277–280.
- [15] Liu K, Wang Y, Lau D, et al. Dual-frequency pattern scheme for high-speed 3-D shape measurement [J]. *Optics Express*, 2010, 18(5): 5229–5244.
- [16] Zuo C, Huang L, Zhang M, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 85: 84–103.