基于匹配滤波的 Gm-APD 激光雷达三维重构算法研究

马 乐[1],陆 威[1],姜 鹏[2*], 刘 迪[1],王鹏辉[3],孙剑峰[1]

(1. 哈尔滨工业大学 光电子技术研究所 可调谐激光技术国家级重点实验室,黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 复杂系统控制与智能协同技术重点实验室,北京 100074;
3. 中国空空导弹研究院,河南 洛阳 471009)

摘 要: Geiger mode Avalanche Photo Diode(Gm-APD)激光成像雷达三维重构常用的峰值法对于异常峰会提取到错误的目标位置,阈值选取整数会造成重构三维像信噪比不高及目标缺失等。针对此问题,提出了基于加权一阶类高斯匹配滤波算法,通过对脉冲回波触发频数直方图的拟合归一化得到权重窗口平滑直方图再次选取峰值位置进行重构。应用基于 Poisson 分布的 Gm-APD 触发模型理论推导得到该算法的探测率及虚警率表达式并与峰值法对比, 理论结果为使用基于加权一阶类高斯匹配滤波算法提取到目标的概率更高,通过 Monte Carlo 仿真验证了理论推导结果。最后使用两种算法对真实实验数据进行三维重构,主观及客观对比其重构得到的三维距离像,基于加权一阶类高斯匹配滤波算法在复原效果上较峰值法有了明显提升。结果表明,基于加权一阶类高斯匹配滤波算法在处理低信噪比、实时三维重构等方面具有良好的实际应用前景。

关键词: Gm-APD; 激光成像雷达; 三维重构

中图分类号: TN958.98 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA202049.0205006

Research on 3D range reconstruction algorithm of Gm-APD lidar based on matched filter

Ma Le[1], Lu Wei[1], Jiang Peng[2*], Liu Di[1], Wang Penghui[3], Sun Jianfeng[1]

(1. National Key Laboratory of Science and Technology on Tunable Laser, Institute of Opto-Electronic, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. Science and Technology on Complex System Control and Intelligent Agent Cooperation Laboratory, Beijing 100074, China;
3. China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

Abstract: The peak-picking method which is commonly used in Gm-APD laser radar 3D reconstruction always gets the wrong target position when there is an abnormal peak, and the reconstructed image has low signal-to-noise ratio and target missing because the threshold can only be integer. To solve these problems, a weighted Gaussian-like matched filtering algorithm was proposed. Fitting the echo firing histogram and normalizing can get the weight. Then the weighted window smoothing histogram was used and the peak position was selected again for reconstruction. According to the Poisson distribution of Gm-APD, the detection probability and false-alarm probability expression of the algorithm can be obtained,

收稿日期: 2019-10-05; **修订日期:** 2019-11-03

作者简介: 马乐(1994-),女,硕士生,主要从事激光雷达方面的研究。Email:17S021026@stu.hit.edu.cn

导师简介: 陆威(1967-),男,副教授,硕士生导师,主要从事激光技术应用方面的研究。Email:hit_luwei@163.com

then compared with the peak method. The result show that the weighted Gaussian-like matched filter algorithm is better for the target in the middle of the gate. The theoretical derivation results are verified by Monte Carlo simulation. At last, by using the real experimental data and reconstructing data with two kinds of algorithms, the consequence shows that the weighted Gaussian-like matched filtering algorithm has a significant improvement on the restoration subjective and objective compared with the peak method. The results show that this algorithm has a good practical application prospect in dealing with low SNR and real-time 3D reconstruction.

Key words: Gm-APD; Lidar; 3D reconstruction

0 引 言

三维距离像在很多领域上都有应用，如地形测绘、机器人视觉、目标识别等[1-3]。过去获取三维距离像通常采用扫描方式激光成像雷达，成像实时性不佳，而面阵 Gm-APD 激光成像雷达可以通过非扫描方式获得目标三维像，同时其具有激光能量要求低、探测灵敏、体积小易于集成等优点[4-5]，因此其具有一定的研究价值。

目前对于 Gm-APD 的三维重构算法普遍采用峰值法[6-7]，但其存在一定局限性，首先对于少帧数，信号及噪声触发次数相同时为概率下选中目标值；其次对于异常峰情况下会选中异常峰位置错过目标位置；最后对于后续采用阈值处理时整数选取往往无法区分信号与噪声。均值法及质心法少帧数会造成较大的重构误差，造成目标严重失真。时间相关算法通过识别两个触发间隔小于脉宽来判定信号位置进行重构，此算法对于超过五帧数据时重构会存在较大的误差[8]。邻域方法认为邻域距离值与中心像素点相近，将其参与直方图的统计，针对单像素的各种重构算法都可以与邻域相结合进行重构达到提升目标重构效果，但对于信噪比较高的回波数据成像时，邻域会对目标造成边缘模糊现象[9-10]。极大似然估计，贝叶斯估计通过触发概率模型进行参数估计，使用蒙特卡洛马尔科夫链等搜索目标位置，信号强度进行重构，这两种算法十分依赖触发模型且对于帧数的要求较高，难以满足少帧数情况[11-12]。使用方程反推矫正触发频数直方图方法对于触发频数与触发分布模型存在差异时易造成矫正失败现象导致重构效果差[13]。因此针对少帧数，脉宽占据多个时间间隔的回波数据，目标回波峰触发频数与噪声触发频数相同或更低时，无法提取目标位置，考虑其触发直方图密度利用平滑窗处理，同时在窗口设置上参考其激光波形利用其相关性，提出基于加权一阶类高斯匹配滤波算法。

1 算法原理

算法基于触发直方图进行信号提取及目标距离值重构，多脉冲触发时序图得到触发直方图过程如图 1 所示。时序图中激光脉冲的时间间隔为 T_D，在

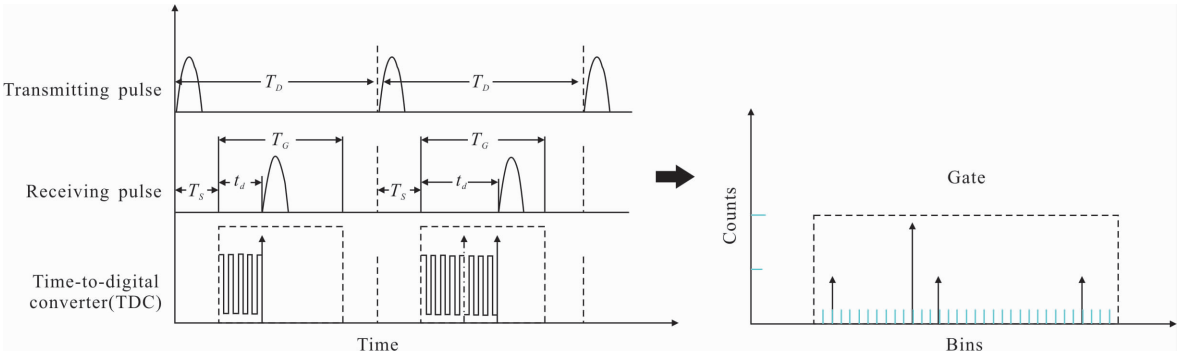


图 1 多脉冲触发时序图经统计得到触发直方图

Fig.1 Firing histogram obtained by multi-pulse firing timing diagram

上位机的控制下，激光发射后经延时 T_S 后计时器及探测器开始工作，t_d 时间后探测器发生触发，探测器停止工作并记录此时的时间，得到第一次探测的时间值，多脉冲下重复此过程统计得到触发频数直方图[5,14]。

针对触发直方图，峰值法选取触发频数最高的时间间隔并通过飞行时间法计算距离值进行重构。表达式为：

$$\text{pos}=\text{argmax}_{\text{pos}}(u(i_{\text{pos}})) \tag{1}$$

式中：$u(i_{\text{pos}})$为触发频数直方图中每个间隔的触发频数。

基于加权一阶类高斯匹配滤波算法对触发直方图进行窗口平滑，窗口选择激光脉宽占据选通门的间隔数，通过对窗内频数加权，达到去噪及提取目标处理。算法示意图如图 2 所示。

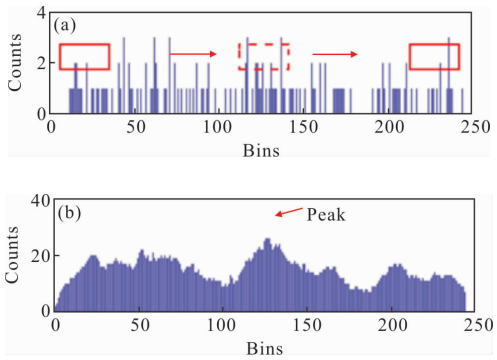


图 2 基于匹配滤波算法的示意图

Fig.2 Schematic of matched filter algorithm

图 2(a)为未处理直方图，目标位置与噪声触发频数相等，峰值法无法提取目标位置信息，图 2(b)使用窗口平滑后，此时目标位置再次变为峰值，提取峰值位置进行重构。匹配滤波算法算法表达式为：

$$K(i)=q(i)$$

$$U(i_{\text{pos}})=\sum_{i=1}^{\text{bins}-r+1}\sum_{j=i}^{i+r}u(i_{\text{pos}})\cdot q(j-r+1)$$

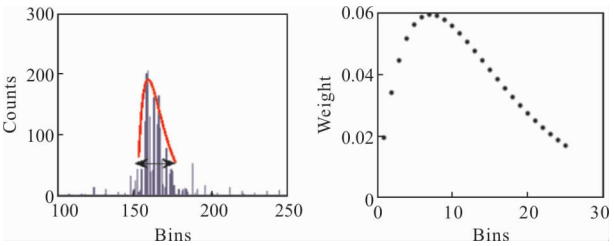
$$\text{pos}=\text{argmax}_{\text{pos}}(U(i_{\text{pos}})) \tag{2}$$

式中：$K(i)$为窗口核函数；$u(i_{\text{pos}})$为触发频数直方图中每个间隔的触发频数；$U(i_{\text{pos}})$为窗口平滑后每个大间隔对应的触发频数。在矩形窗口的基础上，根据激光波形为类高斯波形，当脉宽 t_{pul}=20 ns，选通门内每个时间间隔即 TDC 计时间隔 t_{bins}=0.8 ns 时，脉宽 $t_{\text{pul}}=25t_{\text{bins}}$，占据 r=25 个时间间隔，统计多帧触发结果，使用一阶类高斯波形进行拟合，一阶类高斯表达式为[15]：

$$f(t)=\beta\frac{t}{\tau^2}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3}$$

式中：β 为幅值；$\tau=t_{\text{pul}}/3.5$，得到的结果如图 3 所示。

由图 3 可以看到一阶类高斯波形可以较好的拟合触发直方图的包络，将其前 r 个值进行归一化处理，得到 r 个权重值，且 $\sum_{i=1}^{r}q(i)=1$。基于加权一阶类高斯匹配滤波算法峰值即对应相关性最好的回波信号的前沿位置，峰值法需要根据激光波形向前推进得到前沿位置。



(a) 触发直方图拟合结果 (b) r 个权重值

(a) Fitting result of firing histogram (b) r weight value

图 3 原始触发频数直方图拟合结果及权重示意图

Fig.3 Fitting result of original firing histogram and schematic of weight

2 探测率、虚警率的理论分析及验证

Gm-APD 的触发服从 Poisson 分布，假设回波初始位置在第 f+1 个间隔，每个像元选通门内总噪声光子数为 N，时间上噪声均匀分布，则每个间隔的噪声光子数为 $n=N/\text{bins}$，各间隔的回波信号光子数分别为 $s_1\sim s_b$，$\sum_{i=f+1}^{f+r}s_i=S$，其他位置为 0，因此各时间间隔的触发概率为[6]：

$$P_{\text{tr}}(i)=\left[\prod_{j=1}^{i-1}\exp(-n-s_j)\right]\cdot[1-\exp(-n-s_i)] \tag{4}$$

对于峰值法，探测概率为信号回波脉宽内间隔的触发概率和 $P_D=\sum_{i=f+1}^{f+r}P_{\text{tr}}(i)$。对于匹配滤波算法，从统计来说，当脉冲次数趋于无穷，触发次数与总脉冲数的比值可近似为该间隔的触发概率，重新分配弱化了选通门前后端口的触发频数对重构的影响，基于重新分配的数值可以得到处理后每个间隔的等效触发概率。假设总脉冲数为 N_{total}，加权重窗前每个间隔的理论触发次数为 $n(j)=P_{\text{tr}}(i)\times N_{\text{total}}$，加权重窗后每个间隔触发次数为：

$$N(i)=\sum_{j=i}^{i+r} q(i)\cdot n(i)=\sum_{j=i}^{i+r} q(i)\cdot P_{\mathrm{tr}}(i)\cdot N_{\mathrm{total}} \quad (5)$$

由统计次数及重新分配每个大间隔的触发概率可以得到：

$$P_{\mathrm{tr1}}(i)=\frac{\sum_{j=i}^{i+r-1} q(j)\cdot P_{\mathrm{tr}}(i)\cdot N_{\mathrm{total}}}{\sum_{k=1}^{\mathrm{bins}-r+1}\sum_{l=k}^{l+r-1} q(l)\cdot P_{\mathrm{tr}}(l)\cdot N_{\mathrm{total}}}\cdot\sum_{h=1}^{n} P_{\mathrm{tr}}(h)=$$

$$\frac{\sum_{j=i}^{i+r-1} q(j)\cdot P_{\mathrm{tr}}(i)}{\sum_{k=1}^{\mathrm{bins}-r+1}\sum_{l=k}^{l+r-1} q(l)\cdot P_{\mathrm{tr}}(l)}\cdot\sum_{h=1}^{n} P_{\mathrm{tr}}(h) \quad (6)$$

大间隔中包含信号脉宽回波即视为目标探测，由公式(5)可以得到目标探测概率为：

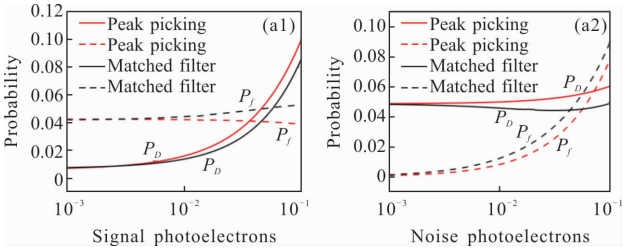
$$P_{D1}=\sum_{i=\max(1,f-r+2)}^{\min(f+r,\mathrm{bins}-r+1)} P_{\mathrm{tr1}}(i)=$$

$$\sum_{i=\max(1,f-r+2)}^{\min(f+r,\mathrm{bins}-r+1)}\frac{\sum_{j=i}^{i+r-1} q(j)\cdot P_{\mathrm{tr}}(i)}{\sum_{k=1}^{\mathrm{bins}-r+1}\sum_{l=k}^{l+r-1} q(l)\cdot P_{\mathrm{tr}}(l)}\cdot\sum_{h=1}^{n} P_{\mathrm{tr}}(h) \quad (7)$$

此时可发现对于目标在选通门前端或后端会使得触发概率稍有降低，原因为重新分配弱化了选通门前后端口的触发频数。

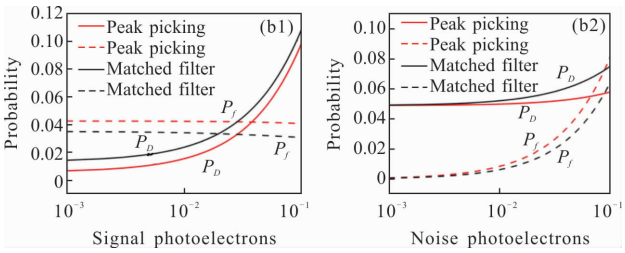
设定选通门总间隔数 bins=200，激光波形为类高斯，脉宽为 t_{pul}=20 ns，选通门每个时间间隔为 t_{bins}=0.8 ns。对峰值法及基于加权一阶类高斯匹配滤波算法进行探测率及虚警率的分析。分别将目标设定在选通门前端，中端及末端；首先保持噪声光子数为 0.05 不变，改变信号光子数，其次保持信号光子数为 0.2 不变，改变噪声光子数，得到的探测概率及虚警率曲线如图 4 所示。

由图 4 可以看到，随着信号光子数的增加，两种算法的探测概率都在增加；随着噪声光子数的增加，两种算法的虚警率都在升高。其中目标位于中端时，基于加权一阶类高斯匹配滤波算法探测率始终高于峰值选取法，虚警率始终低于峰值法。目标位于前端及末端时，峰值法更佳，原因为重新分配对前后端的弱化导致其对应信号及噪声触发频数的减弱。在以上条件的基础下，通过改变信噪比，得到其探测率及虚警率变化曲线如图 5 所示。



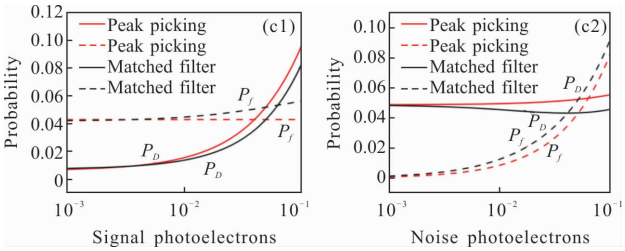
(a) 目标位于选通门前端

(a) Target is at the front of the gate



(b) 目标位于选通门中端

(b) Target is in the middle of the gate



(c) 目标位于选通门末端

(c) Target is at the end of the gate

图 4 探测率、虚警率随信号、噪声光电子数变化曲线

Fig.4 Probabilities of detection and false alarm versus *S* and *N*

由图 5 可以看到目标位于中端时，固定信噪比时，随着信号光的增加，虚警率持续增大，探测概率

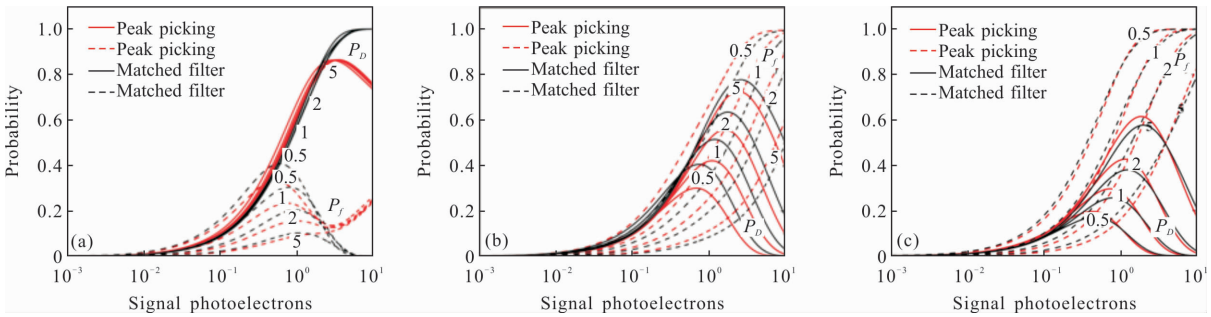


图 5 探测率、虚警率随信噪比的变化曲线

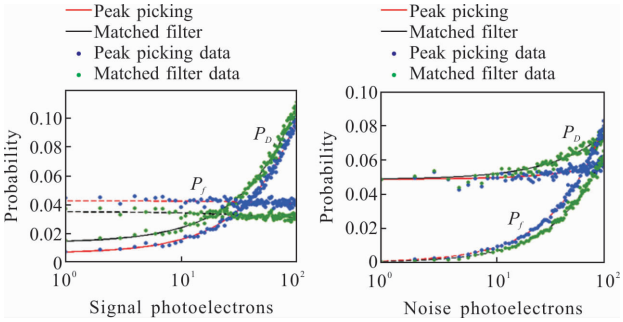
Fig.5 Probabilities of detection and false alarm versus *S*/*N*

先增大后减小，可以说明在固定信噪比时当信号增大一定值后继续会使得探测结果更差，这个信号值与选通门间隔数 bins，目标位置前间隔数 f，脉宽间隔数 r 及信噪比 $C=S/N$ 有关，当 $r=1$ 时，其探测率曲线峰值对应的信号值为：

$$S=\left(\frac{C\cdot \text{bins}}{C\cdot \text{bins}+1}\right)\cdot \ln\left(1+\frac{C\cdot \text{bins}}{f}+\frac{1}{f}\right) \tag{8}$$

对比不同信噪比曲线，可以看到随着信噪比的增大，探测概率增大且虚警率降低，因此提高信噪比可以得到更好的探测结果。对于目标位于前端及末端的结果可以看到，同样信噪比越高，其探测率越高，虚警率越低。目标位于前端，信噪比分别为 0.5、1、2、5，信号光对应为 2.06、2.33、2.24、1.51 后匹配滤波算法的探测概率高于峰值算法，原因为峰值法受噪声水平的影响更高。目标位于末端，信噪比分别为 0.5、1、2、5，信号光对应为 1.04、1.87、2.83、4.05 后匹配滤波算法的探测概率高于峰值算法，原因为信号水平较高时，固定信噪比下噪声水平也较高，此时信号前脉宽内的部分噪声也包含在信号统计中。

由于实际中大多选择将目标位于选通门中端进行探测，对理论推导得到的探测率，虚警率随信号及噪声的变化使用 Monte Carlo 在 Poisson 触发概率模型下进行回波数据的仿真验证，对于目标位于选通门中端仿真得到多组回波数据，峰值法统计信号脉宽范围内出现的次数，对于基于加权一阶类高斯匹配滤波算法，需要对选通门内的触发次数重新分配，再次统计包含信号的大间隔内的触发次数，该次数与总脉冲数的比值为触发概率的估计值。将数值散点与理论推导的曲线放在一起进行验证。结果如图 6 所示。



(a) 探测概率和虚警率随信号水平变化

(a) Probabilities of detection and false alarm versus S

(b) 探测概率和虚警率随噪声水平变化

(b) Probabilities of detection and false alarm versus N

图 6 目标位于选通门中端，概率变化曲线仿真及理论结果

Fig.6 Probabilities of detection and false alarm versus S and N when the target in the middle of the gate

由图6 可以看到，Monte Carlo 仿真的概率曲线与理论推导的曲线基本一致，由此可以得到结论，理论上证明目标位于中端时，基于加权一阶类高斯匹配滤波算法目标探测优于峰值法。

3 客观评价指标

客观评价指标如表 1 所示。目标还原度 K_1 评价算法对于目标像素点的复原比例值，其结果越接近 1 越好；平均测距误差 K_2 评价算法中，经判断确认为目标像素点的平均测距误差值，越小越好；图像信噪比 $1/K_3$ 评价算法复距离三维像中目标像素点与噪声像素点个数的比例值，越大越好，其对应的 K_3 越小越好。

表 1 三种客观评价指标

Tab.1 Three objective evaluation indicators

Objective evaluation indicator	Expression	Physical meaning of symbols
Target reduction degree	$m=\begin{cases}1, \lvert d-d_s\rvert<d_b\\ 0, \lvert d-d_s\rvert\geqslant d_b\end{cases}$ $K_1=\frac{m}{n}$	d is range obtained by algorithms d_s is the standard range d_b is the allowable error distance value n is the target total number of pixels m is the number of pixels inside of d_b
Relative average ranging error	$K_2=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(d_i-d_{si})^2}{m}}$	d_i is the range of target pixels obtained by algorithms d_{si} is the standard range of target pixels
The pixel signal to noise ratio of image	$\frac{1}{K_3}=\frac{m}{p}$	p is the sum of the number of two kinds of pixels, whose target pixels difference from the standard distance value is greater than the allowable error distance value, and whose background pixel points not filtered by the threshold value

4 真实实验数据验证

使用真实实验数据进行对比验证，两个不同场景下的实验参数如表 2 所示，场景图及使用多帧处理，手动还原得到距离像如图 7 所示。

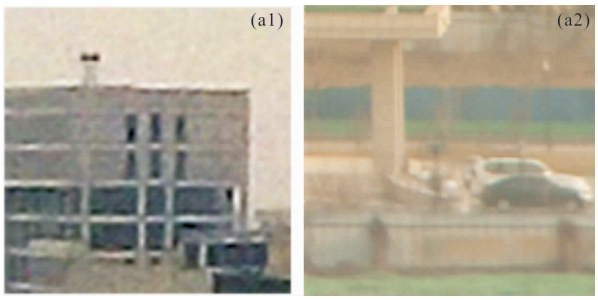
使用 20 帧回波数据，峰值法及匹配滤波算法重构得到的距离三维像如图 8 所示。

由图 8 可以看到与峰值法相比，匹配滤波算法目标像素复原更多，更为完整。为了更具体比较其效果，

表 2 实验参数

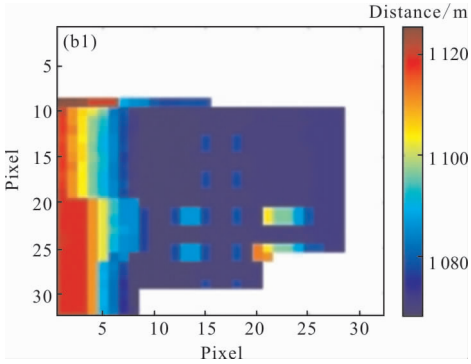
Tab.2 Experimental parameters

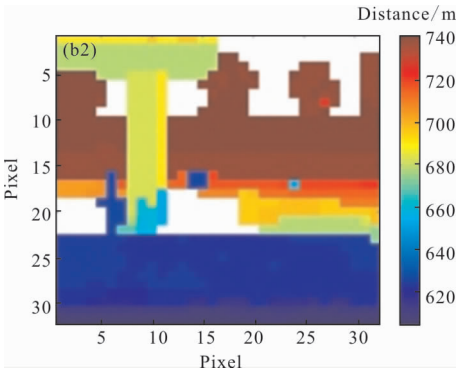
Target	Range of target	Delay/μs	Gate/s	Pulse width/ns	bin/ns
Building	About 1.082 km	7	0.5	About 20	0.8
Yard on the left side of the road	Wall at the front of yard is about 634 m, and the wall at the back of yard is about 751 m	4	1		



(a) 实验场景图

(a) Experimental scene



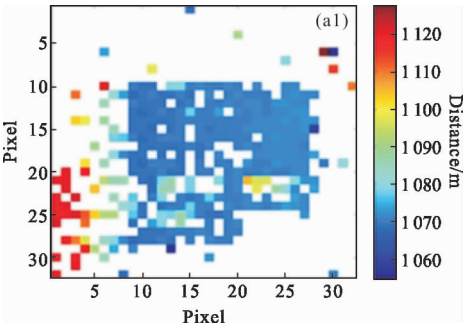


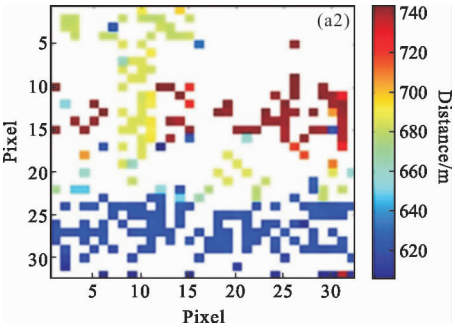
(b) 对应参考距离像

(b) Reference range image

图 7 实验场景及多帧修复的参考距离像

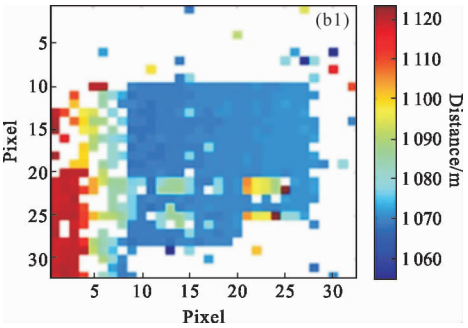
Fig.7 Experimental scene and multi-frame modified reference range image

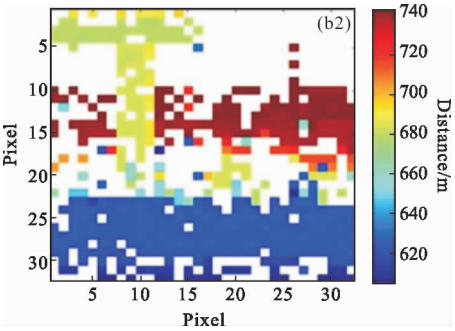




(a) 峰值法

(a) Peak picking method





(b) 匹配滤波算法

(b) Matched filter algorithm

图 8 20 帧数下重构距离三维像结果

Fig.8 Range image of the targets using 20 frames

取 100 组不同 20 帧数据进行客观评价，由于目标距离较远，无法准确测量距离值，两种算法多帧重构得到的结果有微小差距，但每种方法的复原结果对于距离真值存在绝对误差值，因此使用每种方法相对于各自复原结果计算相对误差，评价结果如表 3 所示。

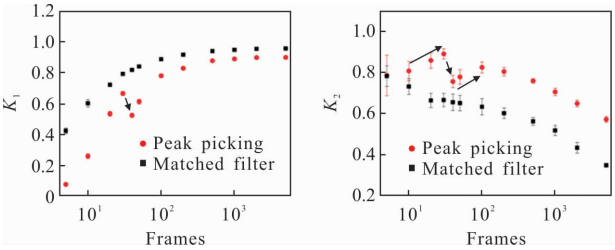
表 3 真实数据客观评价

Tab.3 Objective evaluation of real data

	Peak picking method			Matched filter algorithm		
	K_1	K_2/m	K_3	K_1	K_2/m	K_3
1	0.53 ±0.02	0.78 ±0.04	0.05 ±0.01	0.73 ±0.01	0.45 ±0.05	0.08 ±0.01
2	0.28 ±0.01	0.77 ±0.04	0.03 ±0.01	0.53 ±0.01	0.44 ±0.04	0.06 ±0.01

调整阈值使主观效果最佳，同时使 K_3 保持在 0.1 以下，调整阈值时控制两种算法间差距较小，因此不再分析 K_3 变化，此时观察不同帧数下，K_1 及 K_2 的变化如图 9 所示。

结合图 8，图 9 及表 3 可以看到真实数据的主观结果及客观评价指标与理论分析及 Monte Carlo 仿真结果基本一致，其中图 9 中箭头处的变化原因为峰值法阈值只能选取整数，更换阈值会导致指标发生较大变化，综上可以得到结论基于加权一阶类高斯匹配滤波算法的重构结果优于峰值法。



(a) 目标还原度随帧数变化

(a) Target reduction degree versus frames

(b) 平均测距误差随帧数变化

(b) Relative average ranging error versus frames

图 9 不同帧数下两种算法的客观评价指标变化

Fig.9 Objective valuation of real data versus frames

5 结 论

针对异常峰现象及相关思想提出了基于加权一阶类高斯匹配滤波算法，通过统计重新分配思想进行理论分析，得到目标位于中端时基于加权一阶类高斯匹配滤波算法的探测率更高，虚警率更低。应用 MonteCarlo 对概率公式进行仿真验证，仿真结果与概率公式曲线基本一致。最后应用两种算法对两个场景下多组真实实验数据进行处理，两个场景 100 组结果表明，其 20 帧数下重构结果目标的还原度较峰值法提高量≥0.20，综上得到结论，基于加权一阶类高斯匹配滤波算法优于峰值法。优点主要体现在以下：首先，对于异常峰存在抑制效果；其次，具有更好的相关性，可以更准确的提取信号位置；最后，阈值上比峰值法的选取具有更多的选择且更加灵活。

目前仍然存在的问题为对于极低信噪比情况下虽然基于加权一阶类高斯匹配滤波算法仍然优于峰值法，但复原效果不够理想且阈值法无法较好为高噪声数据的重构结果进行去噪，因此还需要进一步研究。

参考文献：

[1] Michael E, O′Brien, Daniel G Fouche. Simulation of 3D laser radar systems [J]. ***Lincoln Laboratory Journal***, 2005, 15(1): 37-60.

[2] Lee K J, Park Y, Bunkin A, et al. Helicopter-based lidar system for monitoring the upper ocean and terrain surface [J]. ***Applied Optics***, 2002, 41(3):401-406.

[3] Bunkin A F, Davydov M A, Rezov A V, et al. Helicopter-based lidar complex for emission and fluorescence remote-sensing of terrain surfaces [J]. ***Laser Physics***, 1994, 4(6): 1198-1201.

[4] Marius A Albota, Richard M Heinrichs, David G Fouche, et al. Three-dimensional imaging laser radar with a photon-counting avalanche photodiode array and microchip laser[J]. ***Applied Optics***, 2002, 41(36): 7671-7678.

[5] Fouche D G. Detection and false-alarm probabilities for laser radars that use Geiger-mode detectors [J]. ***Applied Optics***, 2003, 42(27): 5388-5398.

[6] Wang Fei. Researches on performance and range accuracy of laser imaging system based on Geiger Mode detectors [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010: 81-89. (in Chinese)
王飞. 基于 Geiger 探测器的激光成像性能及测距精度研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010: 81-89.

[7] Zhang Zijing. The performance improvement of the photon counting laser radar based on the statisical property [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 26-34. (in Chinese)
张子静. 基于概率统计的光子激光雷达性能提高的理论与实验研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014: 26-34.

[8] Wallace A M, Sung R C W, Buller G S, et al. Detecting and characterising returns in a pulsed ladar system [J]. ***Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings***, 2006, 153(2): 160-172.

[9] Hernandez-Marin S, Wallace A M, Gibson G J. Bayesian analysis of lidar signals with multiple returns [J]. ***IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence***, 2007, 29(12): 2170.

[10] Henriksson M, Allard L, Jonsson P. Photon counting panoramic 3D imaging [C]//Applications of Lasers for Sensing and Free Space Communications, 2018.

[11] Marino R M, Skelly L. A compact 3D imaging laser radar system using Geiger-mode APD arrays: system and measurements [C]//Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, 2003, 5086: 1-15.

[12] Oh M S, Kong H J, Kim T H, et al. Reduction of range walk error in direct detection laser radar using a Geiger mode avalanche photodiode [J]. ***Optics Communications***, 2010, 283(2): 304-308.

[13] Richard M Marino, William R Davis. Jigsaw: A foliage-penetrating 3D imaging laser radar system [J]. ***Lincoln Laboratory Journal***, 2005, 15(1): 23-36.

[14] Zhang Z, Zhao Y, Zhang Y, et al. A real-time noise filtering strategy for photon counting 3D imaging lidar[J]. ***Optics Express***, 2013, 21(8): 9247-9254.

[15] Steinvall O, Tulldahl M. Laser range profiling for small target recognition [J]. ***Optical Engineering***, 2017, 56(3): 031206.