

## 基于狭缝波导的聚合物基微环折射率传感器研究

吕桓林<sup>1,2</sup>, 梁宇鑫<sup>1</sup>, 韩秀友<sup>1</sup>, 谷一英<sup>1</sup>, 武震林<sup>1</sup>, 赵明山<sup>1\*</sup>

(1. 大连理工大学 光电工程与仪器科学学院, 辽宁 大连 116024;  
2. 大连工业大学 基础教学部, 辽宁 大连 116034)

**摘要:** 基于狭缝波导结构, 设计了工作波长在 890 nm 的聚合物基微环。从折射率传感的角度详细分析了狭缝波导的模场特性。分析了波导高度、宽度及狭缝宽度对灵敏度的影响。传统的狭缝波导具有较高的弯曲损耗, 这会影响微环谐振器的品质因子  $Q$  以及消光比。设计了非对称的狭缝结构, 保证波导模式位于波导中央传输, 降低弯曲损耗。为了条形波导与狭缝波导更好的耦合, 设计了基于多模干涉结构的条形-狭缝波导模式转换器。仿真表明设计的微环谐振器的传感灵敏度达到 109 nm/RIU。

**关键词:** 集成光学; 狭缝波导; 聚合物微环; 光学传感

中图分类号: O436 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA202049.0118001

## Study on refractive index sensor of polymeric-based microring based on slot waveguide

Lv Huanlin<sup>1,2</sup>, Liang Yuxin<sup>1</sup>, Han Xiuyou<sup>1</sup>, Gu Yiying<sup>1</sup>, Wu Zhenlin<sup>1</sup>, Zhao Mingshan<sup>1\*</sup>

(1. School of Optoelectronic Engineering and Instrumentation Science, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;  
2. Department of General Education, Dalian Polytechnic University, Dalian 116034, China)

**Abstract:** Based on slot waveguide structures, a polymer-based microring operating at around 890 nm wavelength was proposed and designed. A detailed analysis of modal characteristics of the slot waveguides were carried out from refractive index sensing. The relationships between the sensitivity and the waveguide height, width and slot width were analyzed. Conventional bend slot waveguide had a large propagation loss, which had a bad influence on the quality factor  $Q$  and the extinction ration of the microring. An asymmetric slot waveguide was designed which could make the mode propagate in the middle of the waveguide and then decrease the bending loss. A strip-slot mode converter based on multimode interference (MMI) structure was designed for better coupling between strip and slot waveguides. Simulations show that the sensitivity of the designed microring resonator could reach 109 nm/RIU.

**Key words:** integrated optics; slot waveguide; polymeric microring; optical sensing

收稿日期: 2019-08-05; 修订日期: 2019-09-15

基金项目: 科技部国际科技合作专项项目(2014DFG32590); 国家自然科学基金(61875028, 61704017);

“十三五”装备预研领域基金重点项目(61404130403); 大连市科技创新基金项目(2018J11CY006)

作者简介: 吕桓林(1980-), 男, 副教授, 博士生, 主要从事聚合物光子学方面的研究。Email: lvhl@dlpu.edu.cn

导师简介: 赵明山(1960-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事集成光子技术与器件和微波光子技术与应用方面的研究。

Email: mszhao@dlut.edu.cn

## 0 引言

近年来,集成光波导传感器在临床诊断、化学与传感监测等方面显示出了巨大的应用价值与发展潜力,具有高灵敏度、免标记和实时监控等诸多优点<sup>[1]</sup>。传统的传感基于消逝波原理,当外部环境发生改变时,波导传输模式的有效折射率也随之改变,进而实现对外界特定参数的传感。2004年,康奈尔大学的Lipson课题组提出了一种新型的狭缝(Slot)波导结构<sup>[2]</sup>,光场会在狭缝中增强,这增加了光场与外界环境的相互作用,从而会极大地增加传感灵敏度。至今,有众多报道用于传感的基于狭缝波导结构的光波导器件,例如杨氏干涉传感器<sup>[3]</sup>、微环谐振器<sup>[4]</sup>和等离子体结构<sup>[5]</sup>等。在这些结构中,微环谐振器由于谐振效应备受关注,较小的尺寸能够实现较高的传感灵敏度。

早期狭缝波导的研究主要集中在绝缘体硅(Silicon-On-Insulator, SOI)材料上<sup>[6]</sup>,该材料折射率差较大,光场能够在狭缝中得到较大的增强。但是基于SOI的狭缝波导结构并不适用于折射率传感,因为传感需要工作于水溶液环境中,而SOI波导的工作波长(通讯波段 1 310 nm 与 1 550 nm)范围内水溶液具有较强的吸收损耗,这使得光的传输损耗很大。并且,基于SOI的狭缝间距约为 100 nm,如此狭小的缝隙会造成流体浸润困难<sup>[7]</sup>。而新兴的聚合物光子材料则能够有效解决此问题,在可见光及近红外波段具有较低的吸收损耗,且此波段在水溶液中的吸收损耗远低于通讯波段的吸收损耗<sup>[8]</sup>。聚合物材料折射率相对较低,狭缝间距相比SOI要大一些。聚合物材料还具有制备成本低、可旋涂成膜、折射率易调控等优势<sup>[9]</sup>。因此,聚合物基狭缝波导成为传感领域的研究热点。韩笑男等<sup>[4]</sup>研究了聚合物基狭缝波导结构对传感灵敏度的影响,优化后的微环谐振器传感灵敏度达到 75 nm/RIU。Hiltunen 等<sup>[10]</sup>对可见光波段基于聚合物 Ormocore 的狭缝波导杨氏干涉传感器进行了设计和制备,并进行了葡萄糖溶液浓度的传感检测。

文中设计了基于非对称狭缝波导结构的聚合物基 Ormocore 微环传感器,工作波长选择在水溶液环境中具有较低的吸收损耗的 890 nm 波段。计算了狭

缝波导的单模条件,并根据波导结构对传感灵敏度的影响,进一步优化了狭缝波导的结构参数。设计了非对称的狭缝波导结构,保证了光波模式在波导中央传输,降低了波导弯曲损耗。设计了直波导与狭缝波导之间的模式转换结构,减小狭缝波导的长度,降低芯片损耗,并且便于与输入输出光纤对接。根据优化和设计的结果,计算了微环传感器的灵敏度及探测极限。

## 1 狭缝波导微环传感器的基本理论

基于狭缝波导的微环谐振器结构如图 1 所示,由微环和输入和输出直波导组成。

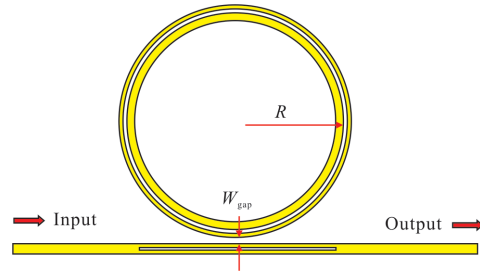


图 1 基于狭缝波导结构的微环谐振器俯视图

Fig.1 Top view of the slot waveguide microring resonator

微环谐振器的归一化光功率传输函数为<sup>[11]</sup>:

$$T = \frac{|t|^2 - 2\alpha|t|\cos\theta + \alpha^2}{1 - 2\alpha|t|\cos\theta + \alpha|t|^2} \quad (1)$$

式中: $t$ 为耦合区的传输系数; $\alpha$ 为微环的周损耗因子; $\theta = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} L$ 为光在微环传播一周累积的相位, $\lambda$ 为自由空间中的波长, $L$ 为微环周长, $n_{\text{eff}}$ 为波导的有效折射率。

微环谐振器的自由光谱范围(Free Spectral Range, FSR)表示为:

$$\text{FSR} = \lambda^2 / L n_g \quad (2)$$

式中: $n_g$ 为狭缝波导内模式的群折射率;FSR表征的是两谐振峰之间的间距,对于用于传感的微环谐振器,FSR过小会影响对光谱漂移的追踪,因此,需要较大的FSR。

微环谐振器输出光谱的消光比(Extinction Ratio, ER)表示为:

$$\text{ER} = 10 \log_{10} (|P|_{\text{max}}^2 / |P|_{\text{min}}^2) = 20 \log_{10} \left( \frac{1 - \alpha|t|}{1 + \alpha|t|} \right) \cdot \left( \frac{|t| + \alpha}{|t| - \alpha} \right) \quad (3)$$

从上式中可以看出:微环谐振器的消光比在 $|t|=\alpha$ 时达到正无穷大,此条件为临界耦合,此时消光比极大,有利于传感的光谱漂移检测。

微环的品质因子  $Q$ (Quality factor)是衡量微环谐振器的重要参量,其表达式为:

$$Q = \frac{\lambda_m}{\Delta\lambda_{FWHM}} \quad (4)$$

式中: $\lambda_m$  为微环的谐振波长; $\Delta\lambda_{FWHM}$  为谐振峰的半高全宽,表示为:

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{\lambda^2}{L\pi n_g} \frac{1-\alpha|t|}{\sqrt{\alpha|t|}} \quad (5)$$

## 2 狭缝波导微环谐振器的仿真与优化

由于光场需要在微环与直波导之间相互耦合,为保证微环内光场分布与直波导内光场分布的一致性,直波导耦合部分采用了常规的对称性狭缝波导结构。而环内狭缝波导,设计了非对称型狭缝波导结构,降低弯曲导致的模场辐射,从而减小弯曲损耗。

### 2.1 狭缝波导的单模条件

芯层材料选择在短波长具有较低传输损耗的聚合物光子材料 Ormocore,其在 890 nm 波长的折射率为 1.543。下包层为  $\text{SiO}_2$  材料,在此波长下的折射率为 1.453,上包层设定为折射率传感常用的水溶液,折射率为 1.333。

在进行其他模拟之前,使用 Lumerical MODE Solutions 计算狭缝波导的单模条件。对称型狭缝波导的横截面如图 2(a)所示,图中  $W$ 、 $H$ 、 $W_g$  与  $W_s$  分别表示狭缝波导总宽度、单波导的高度与宽度、两个单波导之间狭缝的宽度。对于不同的狭缝宽度  $W_g$ ,单模条件也不相同。因此,首先固定狭缝波导狭缝宽度  $W_g$ ,设定单波导高度  $H$  为  $1\ \mu\text{m}$ ,改变波导宽度  $W$ ,计算此宽度下的单模条件。在狭缝宽度为 50 nm 时,狭缝波导内两模式  $\text{TE}_0$  与  $\text{TE}_1$  的有效折射率随波导宽度的变化关系如图 2(b)所示。从图中看出:此时狭缝波导的单模条件为  $0.8 \leq W \leq 1.6\ \mu\text{m}$ 。当波导宽度  $W$  小于  $0.8\ \mu\text{m}$  时,波导内不存在稳定传输的模式。当波导宽度  $W$  大于  $1.6\ \mu\text{m}$  时,波导内存在稳定传输的一阶高阶模式  $\text{TE}_1$ 。波导内两模式  $\text{TE}_0$  与  $\text{TE}_1$  的光场分布如图 3(a)与(b)所示,从图中可以看出:当波导宽度较大时,产生的一阶高阶模式  $\text{TE}_1$  光场主要分布于狭缝两侧光波导中,而非狭缝区域内。

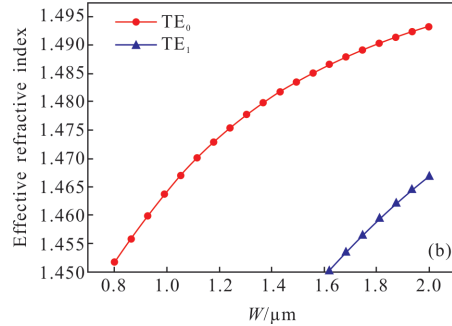
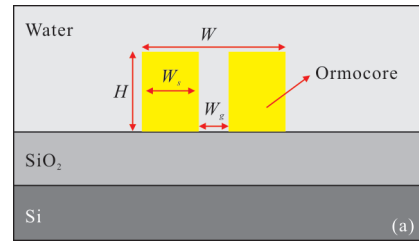


图 2 (a)对称型狭缝波导结构横截面;(b)  $\text{TE}_0$  与  $\text{TE}_1$  模式的有效折射率随波导宽度的变化关系

Fig.2 (a) Cross-section of symmetric slot waveguide; (b) dependence of the effective refractive index of  $\text{TE}_0$  and  $\text{TE}_1$  on the slot waveguide width

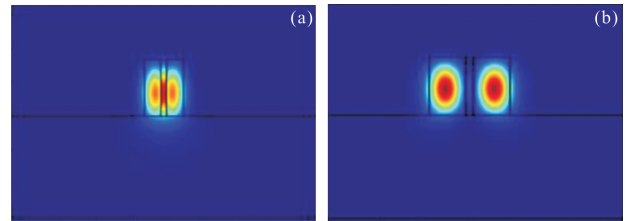


图 3 (a)狭缝波导基模  $\text{TE}_0$ ;(b)狭缝波导一阶高阶模式  $\text{TE}_1$   
Fig.3 (a)  $\text{TE}_0$  mode of the slot waveguide; (b)  $\text{TE}_1$  mode of the slot waveguide

采用上述计算方法计算狭缝波导在不同狭缝宽度下的单模条件,总结如表 1 所示。可以看出:随着狭缝宽度  $W_g$  的增大,满足单模传输的范围越来越小。这是因为随着狭缝宽度的增加,狭缝波导结构更接近两波导平行放置,更容易产生的光场主要分布于狭缝两侧波导结构内的一阶高阶模式,如图 3(b)所示。

表 1 不同狭缝宽度下波导的单模条件

Tab.1 Single mode conditions for different slot widths

$W_g/\text{nm}$	Single mode condition/ $\mu\text{m}$
50	$0.8 \leq W \leq 1.60$
100	$0.9 \leq W \leq 1.50$
150	$1.0 \leq W \leq 1.46$
200	$1.1 \leq W \leq 1.40$
250	$1.1 \leq W \leq 1.36$

### 2.2 传感灵敏度的计算

前面计算了狭缝波导的单模条件, 但为了确定狭缝波导结构参数, 还需要进一步考虑波导结构对传感灵敏度(Sensitivity)的影响。用于传感的微环谐振器, 对外界环境的检测是通过谐振波长漂移的追踪来实现的, 其传感灵敏度定义为谐振波长随外界环境的折射率变化, 表示为:

$$S = \frac{\partial \lambda_m}{\partial n_{en}} = \frac{\partial \lambda_m}{\partial n_{eff}} \frac{\partial n_{eff}}{\partial n_{en}} = \frac{\lambda}{n_g} \frac{\partial n_{eff}}{\partial n_{en}} \quad (5)$$

式中:  $\lambda$  为谐振波长;  $n_{en}$ ,  $n_{eff}$  和  $n_g$  分别表示外界环境的折射率、模场的有效折射率及其在波导中传输的群折射率。波导总宽度  $W$ 、单波导高度  $H$ 、宽度  $W_s$  及狭缝宽度  $W_g$  是影响传感灵敏度的重要参数。由图 4(a) 可以看出: 随着单波导宽度  $W_s$  的减小, 传感灵敏度增加; 单波导高度越高, 传感灵敏度越高, 但波导高度的增加, 使得单波导高宽比随之增大, 将进一步增大聚合物波导制备的难度, 根据所在课题组前期成功制备多种聚合物 Ormocore 基光波导的经验<sup>[12-13]</sup>, 选定单波导高度  $H=1 \mu\text{m}$ 。图 4(b) 给出了对于不同狭缝

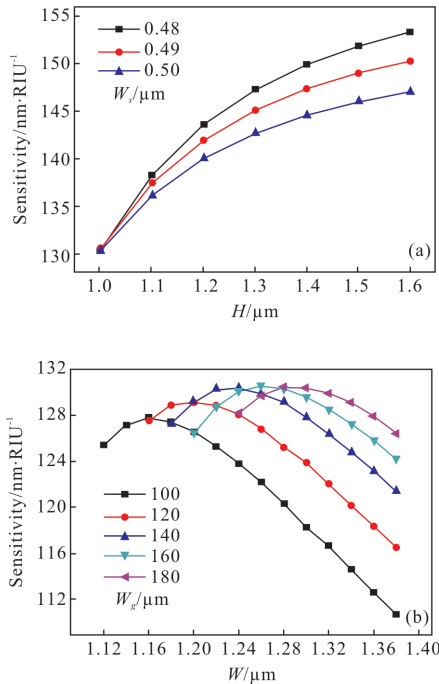


图 4 (a)不同单波导宽度下传感灵敏度随波导高度的变化;  
(b)不同狭缝宽度下传感灵敏度随波导宽度的变化

Fig.4 (a) Relationships between the sensitivity and the waveguide height with different single waveguide widths;  
(b) relationships between the sensitivity and the waveguide width with different slot widths

宽度  $W_g$  条件下, 传感灵敏度随波导宽度  $W$  的变化关系。从图中可以看出: 在特定的狭缝宽度  $W_g$  条件下, 灵敏度随着波导宽度  $W$  的增加, 先增大后减小, 存在最大值。而对于不同的狭缝宽度  $W_g$ , 狭缝宽度为  $160 \text{ nm}$  时, 最优值达到最大, 所对应的波导总宽度为  $1.26 \mu\text{m}$ 。

### 2.3 非对称狭缝波导的设计

上述计算都是基于狭缝直波导结构, 而对于微环谐振器, 波导成环形, 其模场分布如图 5(a)所示。由于波导的弯曲, 模场分布会向微环外侧偏移, 造成波导限制模场能力减弱, 增加弯曲损耗, 进而会影响微环谐振器的品质因子  $Q$  以及消光比, 因此, 需要减小弯曲损耗。对于常规微环谐振器, 降低弯曲损耗的主要方法是增加弯曲半径, 但这种方法增大了器件的尺寸, 还减小了微环谐振器的自由光谱范围 FSR, 进而增加了光谱追踪的难度。因此, 文中设计了非对称狭缝波导结构, 其模场分布如图 5(b)中的所示。

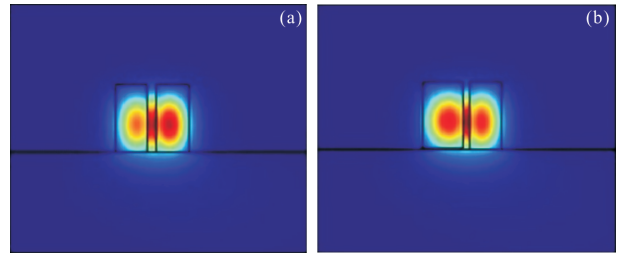


图 5 (a)对称型狭缝弯曲波导的模场分布;(b)非对称型狭缝弯曲波导的模场分布  
Fig.5 (a) Mode distribution of symmetric slot bent waveguide;  
(b) mode distribution of asymmetric slot bent waveguide

设计中保持微环波导宽度  $W$  不变, 将狭缝位置向微环外侧移动, 增加内侧波导宽度  $W_{in}$ , 减小外侧波导宽度  $W_{out}$ , 从而达到拖拽模场向内偏移, 降低弯曲传输损耗的目的。在计算中, 选取了所在课题组聚合物基微环谐振器所采用的微环半径  $R=220 \mu\text{m}$ <sup>[13]</sup>。

图 6 给出了传感灵敏度以及弯曲损耗随着内侧波导宽度的变化关系。从图中可以看出: 随着内侧波导宽度  $W_{in}$  的增加, 弯曲损耗先急速降低然后趋于平缓, 这是由于当内侧波导足够大时, 能够将模场很好地控制在波导中间位置, 甚至模式会偏向内侧, 模场不再因弯曲而向外辐射, 因此, 降低了弯曲损耗。但是, 灵敏度也随着内侧波导宽度  $W_{in}$  的增加而减小, 这是因为与外界环境相互作用的光场不仅包括狭缝

内的加强光场,还包含位于波导侧壁的消逝波光场。当内侧波导宽度增大时,侧壁的消逝波则会降低,从而影响传感灵敏度。从图中看出,传感灵敏度随内侧波导宽度的增加呈线性降低。综合考虑两参量随内侧波导宽度的变化,选取内侧波导宽度  $W_{in}=610\text{ nm}$ ,此时外侧波导宽度  $W_{out}=490\text{ nm}$ ,总波导宽度  $W$  依然保持  $1.26\text{ }\mu\text{m}$ 。此条件下传感灵敏度为  $109\text{ nm/RIU}$ ,弯曲损耗为  $0.8\text{ dB/cm}$ 。

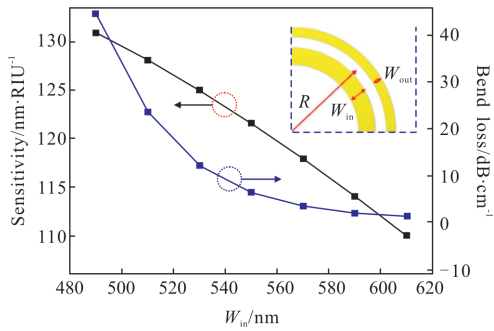


图 6 灵敏度以及波导弯曲损耗随狭缝内侧波导宽度的变化关系 (插图为微环结构内非对称型狭缝波导俯视图)

Fig.6 Relationships between the sensitivity, bend loss and the inner waveguide width of slot waveguide(Inset is the top view of the asymmetric slot waveguide of the ring)

### 2.4 模式转换设计

因为狭缝波导模式为完全非高斯型,与光纤或锥形光纤的模场差异较大,耦合损耗较高,在实验中,狭缝波导不适合直接与光纤或锥形光纤对接。另外,狭缝波导的传输损耗高于常规波导,需要设计模式转换器,将狭缝波导模式转换成常规波导模式,从而减少狭缝波导长度。近年来,一种基于多模波导(MMI)结构的新型模式转换器受到了广泛关注<sup>[14]</sup>。其结构如图 7(a)所示,由条形波导、多模波导、渐变波导及狭缝波导组成。

其原理基于自映像效应<sup>[15]</sup>,常规波导模式由输入波导进入多模波导,在多模波导区内会形成单个或多个输入模场的像,当设计的多模波导足够小,形成两个像的模场分布与狭缝模场相似,再通过渐变型狭缝波导结构,将两镜像光场逐渐转变为狭缝波导光场。此种模式转换器具有模式转换效率高、结构紧凑、制备容差高等优势。经过模拟优化计算出模式转换器的最佳结构参数,多模波导长度  $L_{MMI}=4.6\text{ }\mu\text{m}$ ,宽度  $W_{MMI}=2\text{ }\mu\text{m}$ ,渐变波导长度  $L_t=5\text{ }\mu\text{m}$ 。图 7(b)给

出了此参数下模式转换器的模拟图,从图中可以看出,输入光场由 MMI 结构均匀分布到两条形波导内,再经过渐变波导结构后逐渐形成狭缝波导模场。

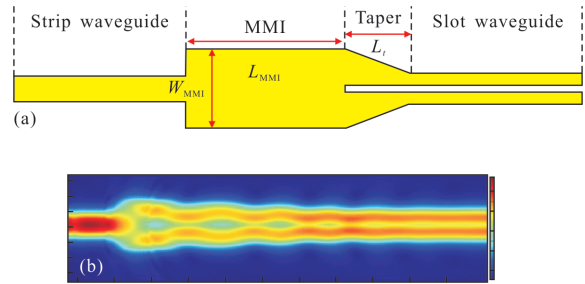


图 7 (a) MMI 型条形波导-狭缝波导的模式转换器;(b)模式转换器的光场模拟图

Fig.7 (a) Schematic of MMI-based strip-slot mode converter; (b) simulated optical field of the mode converter

### 3 结果与分析

以上内容对基于狭缝波导的聚合物基微环的优化设计进行了详细的讨论,微环与波导之间的耦合效率也是影响微环性能的重要参数,微环与波导采用直接耦合的方式,通过控制两者之间的耦合间距  $W_{gap}$ ,来调控两结构之间的耦合效率。根据所在课题组关于聚合物基光波导的相关工作,聚合物基直波导的损耗在  $1.3\text{ dB/cm}$  左右,得到狭缝弯曲波导的传输损耗为  $2.1\text{ dB/cm}$ ,经过计算,耦合效率为  $0.07$  时,即波导与微环之间间距为  $460\text{ nm}$  时,微环谐振器达到临界耦合,此时光谱消光比达到极大值。

根据模拟结果以及公式(1),可以模拟出微环谐振器的输出光谱图,如图 8 所示。经计算输出光谱的自由光谱范围  $\text{FSR}=390\text{ pm}$ ,谐振峰半高  $\Delta\lambda_{\text{FWHM}}=9\text{ pm}$ 。由公式(4)可以计算出微环谐振器品质因子

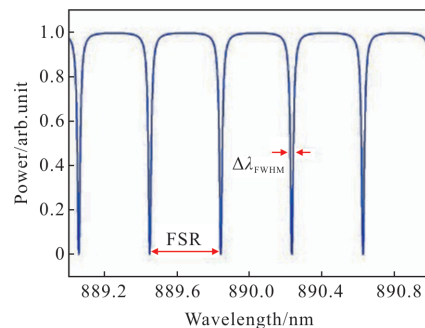


图 8 微环谐振器的输出光谱

Fig.8 Transmission spectra of the microring resonator

$Q$  为  $9.9 \times 10^4$ , 微环传感灵敏度为  $109 \text{ nm}/\text{RIU}$ , 优化后的传感灵敏度比参考文献[16]中 SOI 常规波导微环的  $38.71 \text{ nm}/\text{RIU}$  高出数倍。

#### 4 结 论

对基于非对称狭缝波导的聚合物基微环折射率传感器进行了研究。为降低水溶液的吸收损耗, 微环谐振器的工作波长选择为  $890 \text{ nm}$  近红外波段。以提高传感灵敏度为目标, 在单模条件的前提下, 优化了狭缝波导的结构参数。在微环的设计中, 采用了非对称型狭缝波导结构, 增大内环波导宽度, 减小外环波导宽度, 从而保证模式位于波导中心传输, 减小弯曲损耗。设计了基于 MMI 的模式转换器, 使得芯片能够与输入输出光纤或锥形光纤对接, 并且减小了狭缝波导的长度, 从而降低了芯片损耗。经计算, 所设计的基于狭缝波导的聚合物基微环谐振器的传感灵敏度达到  $109 \text{ nm}/\text{RIU}$ 。文中的研究工作对狭缝波导聚合物基微环折射率传感器的设计和制备提供了有益的参考。

#### 参 考 文 献:

[1] Cui Naidi, Kou Jietao, Liang Jingqiu, et al. Athermal biosensor based on three waveguide microring resonators [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(3): 428–434. (in Chinese)  
崔乃迪, 寇婕婷, 梁静秋, 等. 三环型波导微环谐振器无热化生物传感器[J]. 中国光学, 2014, 7(3): 428–434.

[2] Xu Q, Almeida V R, Panepucci R R, et al. Experimental demonstration of guiding and confining light in nanometer-size low-refractive-index material [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(14): 1626–1628.

[3] Ahmadi L, Hiltunen M, Stenberg P, et al. Hybrid layered polymer slot waveguide Young interferometer [J]. *Optics Express*, 2016, 24(10): 10275.

[4] Han Xiaonan, Han Xiuyou, Shao Yuchen, et al. Study on polymer microring optical biosensor based on slot waveguide [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(4): 0413001. (in Chinese)  
韩笑男, 韩秀友, 邵宇辰, 等. Slot 结构聚合物波导微环光学生物传感器研究. [J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0413001.

[5] Liu Heng, Ma Tao, Yu Chongxiu, et al. Highly sensitive biosensor based on two-layer dielectric-loaded plasmonic microring[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(3): 0322003. (in Chinese)  
刘恒, 马涛, 余重秀, 等. 双层介质加载等离子体微环的高

灵敏生物传感[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(3): 0322003.

[6] Dong Wen, Zou Yu, Du Ying, et al. Ultra-compact bandwidth-tunable microring resonator [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(8): 0823001. (in Chinese)  
董文, 邹雨, 杜颖, 等. 超小型带宽可调谐微环谐振腔[J]. 光子学报, 2018, 47(8): 0823001.

[7] Barrios C A, Sánchez B, Gylfason K B, et al. Demonstration of slot-waveguide structures on silicon nitride/silicon oxide platform[J]. *Optics Express*, 2007, 15(11): 6846–6856.

[8] Ahmadi L, Hiltunen M, Stenberg P, et al. Hybrid layered polymer slot waveguide young interferometer [J]. *Optics Express*, 2016, 24(10): 10275–10285.

[9] Shi F, Bamiedakis N, Vasil'ev P P, et al. Flexible multimode polymer waveguide arrays for versatile high-speed short-reach communication links [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, 36(13): 2685–2693.

[10] Hiltunen M, Hiltunen J, Stenberg P, et al. Polymeric slot waveguide at visible wavelength [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(21): 4449–4451.

[11] Ma Chunsheng, Liu Shiyong. Optical Waveguide Mode Theory [M]. Changchun: Jilin University Press, 2006: 335–382. (in Chinese)  
马春生, 刘式庸. 光波导模式理论 [M]. 长春: 吉林大学出版社, 2006: 335–382.

[12] Lv Huanlin, Liang Yuxin, Wu Zhenlin, et al. Polymer-based microring resonator with the multimode interference coupler operating at very-near-infrared wavelengths [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(13): 2715.

[13] Liang Yuxin, Liu Q, Wu Zhenlin, et al. Cascaded-microrings biosensors fabricated on a polymer platform [J]. *Sensors*, 2019, 19(1): 9.

[14] Mere V, Kallega R, Selvaraja S K. Efficient and tunable strip-to-slot fundamental mode coupling [J]. *Optics Express*, 2018, 26(1): 438.

[15] Soldano L B, Pennings E C M. Optical multi-mode interference devices based on self-imaging: principles and applications [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1995, 13(4): 615–627.

[16] Guan Lei, Wang Zhuoran, Yuan Guohui, et al. Sensing performance of micro-ring differential optical biosensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(2): 0222002. (in Chinese)  
管磊, 王卓然, 袁国慧, 等. 微环差分光子生物传感器的传感性能[J]. 红外与激光工程, 2018, 47(2): 0222002.