

任意正弦调制的正弦移相干涉波面测量方法

刘 乾,何建国,岳晓斌

(中国工程物理研究院机械制造工艺研究所,四川 绵阳 621999)

摘要:针对正弦移相干涉(SinPSI)中位相调制无法精确控制的问题,提出了一种从时域频谱提取波面信息的任意正弦调制 SinPSI 方法(ASM-SinPSI)。首先,根据 SinPSI 信号频谱的第一、三个谱峰强度关系确定调制幅度,并采用空间随机点的方法避免了分母零值的问题,然后从 SinPSI 信号的前三个谱峰中获得波面位相的正切数值与符号信息,最后以反正切计算波面位相。数值仿真表明:在未知调制信息情况下,ASM-SinPSI 的波面位相提取误差为 0.016 rad。在调制幅度为 1.6、2、2.5、3 rad 时的测量实验中,ASM-SinPSI 均可精确提取波面位相,与真实波面偏差的最大值为 0.058 7 rad。在 1.5~3.5 rad 区间内的任意调制幅度下,ASM-SinPSI 无需精确预知调制信息即可高精度提取波面位相,放宽了对移相器的严苛要求。

关键词:波面测量; 正弦移相干涉; 位相调制

中图分类号: TH744.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0317002

Sinusoidal phase-shifting interferometry with arbitrary sinusoidal modulation for wavefront measurement

Liu Qian, He Jianguo, Yue Xiaobin

(Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China)

Abstract: Sinusoidal phase-shifting interferometry (SinPSI) suffered from modulation error. To cope with this problem, an arbitrary sinusoidal modulation SinPSI (ASM-SinPSI) method was proposed, which extracted wavefront phase from Fourier spectrum of the interferometric signal. In ASM-SinPSI, firstly the modulation amplitude was determined from the strength ratio of the first and third spectrum peaks. To avoid being divided by zero in calculating the ratio, a spatially random sampling strategy was adopted. Then the absolute values and signs of sine and cosine of wavefront phase were determined from the first three spectrum peaks, and the phase was calculated with arctangent. Simulations demonstrated that the wavefront phase retrieval error is 0.016 rad without prior knowledge of the modulation. In experiments with modulation amplitudes of 1.6, 2, 2.5 and 3 rad, wavefront phases were accurately measured with ASM-SinPSI, and the maximum deviation from the exact phase was 0.058 7 rad. ASM-SinPSI, having the benefit of extracting wavefront phase with arbitrary unknown modulation amplitude between 1.5~3.5 rad, relaxed the demanding requirement on the phase shifter of interferometers.

Key words: wavefront measurement; sinusoidal phase-shifting interferometry; phase modulation

收稿日期:2018-11-10; 修订日期:2018-12-10

基金项目:国家核科学挑战计划(JCKY2016212A506-0107);国家自然科学基金(51605454);中国工程物理研究院超精密加工实验室基金(ZZ15008);中国工程物理研究院院长基金(YZJLX2017007)

作者简介:刘乾(1983-),男,高级工程师,博士,主要从事光学检测方面的研究。Email: liuqian@caep.cn

0 引言

干涉是获得光波面位相信息的重要手段,近年来广泛应用于测量光学面形^[1-2]、表面微观形貌^[3]、折射率^[4]等领域。为了获得更精确的结果和更高的空间分辨率,移相方法在 20 世纪 70 年代被引入干涉测量^[5]。移相干涉(Phase-shifting interferometry, PSI)采集随光程差(或位相)变化的干涉光强,然后从时域干涉信号计算出空间各点的位相信息,位相的高精度由移相器和位相算法保证^[3]。

通常所说的 PSI 指线性移相,即位相在时域上线性变化,则相应的干涉光强呈余弦函数变化。经过多年的发展,线性 PSI 已经成为国际上通用的波面测量方法。线性 PSI 需要位相在同一方向上连续变化,而由于移相器(如压电陶瓷驱动器, PZT)无法保持长距离的高精度移相^[6],因此在需要返回起点才能开始新的测量。随着移相算法的发展,为降低测量误差需采集更多的干涉数据^[7],此时移相器的有限行程成为了制约因素。另外,为消除散斑常采用短相干光源^[8],但大范围的移相将导致干涉信号对比度变化,进而影响测量精度^[3]。

意识到线性 PSI 的不足,日本的 O. Sasaki 等提出了正弦移相干涉 (Sinusoidal phase-shifting interferometry, SinPSI)的方法^[9]。SinPSI 中移相器只需要按照正弦方式调制位相,即可实现移相干涉测量,这样在有限的移相范围内就能获得无限多的移相干涉数据。SinPSI 的位相调制幅度一般小于 π ,大幅减小了对移相器行程的依赖。因此, SinPSI 引起了研究者的兴趣,被应用于波长调谐快速干涉测量^[10]、多波长薄膜厚度测量^[11]、条纹投影测量^[12-13]等。在上述研究中, SinPSI 的正弦调制信号均是预先设定并严格受控的;若调制幅度偏离预设值,则会引入测量误差^[14-15]。若能发展出对正弦调制不敏感的位相提取方法,则有利于放宽对移相器的精度要求、降低仪器设计难度。虽然 O. Sasaki 指出了 SinPSI 具备这种可能性,但未给出具体方法,在实验中也采用了已知调制幅度的位相提取方法^[9]。

根据 SinPSI 信号特点,文中提出了一定范围内任意正弦信号调制下的位相提取方法 ASM-SinPSI,放宽了对 SinPSI 中正弦调制频率、幅度与初

位相的要求,然后通过数值仿真和实验证实了方法的有效性。

1 SinPSI 特点与 ASM-SinPSI 原理

1.1 SinPSI 信号的频谱分析

双光束干涉光强为:

$$I(t)=A+B\cos[\varphi+\delta(t)] \quad (1)$$

式中:背景 A 、空间调制度 B 、波面位相 φ 的空间坐标 (x,y) 均被省略; $\delta(t)$ 为位相调制信号。若 $\delta(t)=2\pi f_0 t$, 为线性 PSI; 若 $\delta(t)=u\sin(2\pi f_0 t+\theta)$, 则为正弦位相调制, u 为调制幅度, f_0 为频率, θ 为正弦初位相。SinPSI 的光强表达式为:

$$I(t)=A+B\cos[\varphi+u\sin(2\pi f_0 t+\theta)] \quad (2)$$

将公式(2)进行贝塞尔函数展开,并利用贝塞尔函数的性质,得到:

$$I(t)=A+B\cos\varphi J_0(u)-2B\sin\varphi \sum_{q=1,3,\dots} J_q(u)\sin(2\pi qf_0 t+q\theta)+2B\cos\varphi \sum_{q=2,4,\dots} J_q(u)\cos(2\pi qf_0 t+q\theta) \quad (3)$$

式中: J_q 表示第一类 q 阶贝塞尔函数。可以看出, SinPSI 光强信号可以看做以 f_0 为基频的一系列简谐信号的叠加。对公式(3)做傅里叶变换,有:

$$i(f)=[A+BJ_0(u)\cos\varphi]\delta(f)+jB\sin\varphi \sum_{q=1,3,\dots} J_q(u)[\exp(jq\theta)\delta(f-qq_0)-\exp(-jq\theta)\delta(f+qq_0)]+B\cos\varphi \sum_{q=2,4,\dots} J_q(u)[\exp(jq\theta)\delta(f-qq_0)+\exp(-jq\theta)\delta(f+qq_0)] \quad (4)$$

公式(4)表明, SinPSI 信号的频谱为一系列在 $\pm qf_0$ 频率处的分立谱峰(如图 1 所示)。这与线性移相信

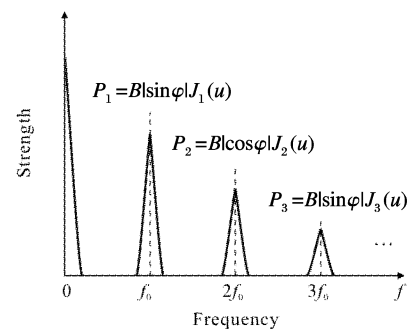


图 1 SinPSI 信号的频谱强度分布示意图
Fig.1 Schematic of spectrum strength of SinPSI signal

号频谱仅在 $\pm f_0$ 处有谱峰的特点不同。SinPSI 的另一个特点是：奇数倍基频处的频谱强度与 $\sin\varphi$ 成正比；偶数倍基频处的频谱强度与 $\cos\varphi$ 成正比。SinPSI 中波面位相 φ 表现在频谱强度上，而不是像线性 PSI 表现在频谱位相角上。从公式(4)可知，如果调制幅度 u 已知，则可以从谱峰的强度中得到 $\sin\varphi$ 和 $\cos\varphi$ 的值(或其比值)，进而求解波面位相 φ 。

1.2 ASM-SinPSI 的原理

在未知正弦调制参数(幅度 u 、频率 f_0 、初位相 θ) 时,ASM-SinPSI 求取波面位相信息 φ 的基本步骤是：

(1) 确定正弦调制的参数

首先要确定调制频率 f_0 。这可以通过在频域搜索峰值位置而直接确定。假设 qf_0 频率处的峰值强度为 P_q 。由于第一、三个谱峰都含有系数 $B|\sin\varphi|$ ，因此可以先计算 $r=P_1/P_3$ 得到 $J_1(u)/J_3(u)$ ，再反向解算得到调制幅度 u 。但应当注意的是，若 φ 在 0 或 π 附近，比值的分母为极小值，则计算比值 r 时容易放大误差。为避免该问题，采用空间多点平均方法，在干涉图上随机取多像素点的频谱强度之和，并计算比值：

$$r = \frac{\sum_{x,y} P_1(x,y)}{\sum_{x,y} P_3(x,y)} = \frac{J_1(u) \sum_{x,y} |\sin\varphi(x,y)|}{J_3(u) \sum_{x,y} |\sin\varphi(x,y)|} = \frac{J_1(u)}{J_3(u)} \quad (5)$$

由于随机取点， $|\sin\varphi|$ 在空间上之和大于零，避免了分母趋于零的问题。此外，多点数据求和在一定程度上还可抑制噪声。由于无法从 $J_1(u)/J_3(u)$ 直接求解 u ，文中研究采用多项式拟合的方法，从比值 r 反向计算 u ，即

$$u = \sum_{n=0}^N a_n r^n \quad (6)$$

兼顾拟合精度与计算量，取 5 阶多项式， a_n 的系数分别为 1.214e-5、-4.37e-4、6.536e-3、-5.35e-2、0.2716、-0.9816、3.813。在实际应用中要取 $J_1(u)$ 、 $J_3(u)$ 均为正值且比值 r 单调的区间，大致是 $J_3(u) \in [1.5, 3.5]$ 。在此区间内的 $r \sim u$ 曲线及拟合误差如图 2 所示，采用 5 阶多项式拟合 u 的误差小于 $5e-3$ 。理论计算表明该误差对应的位相 φ 的误差最大仅为 $1e-3$ rad。

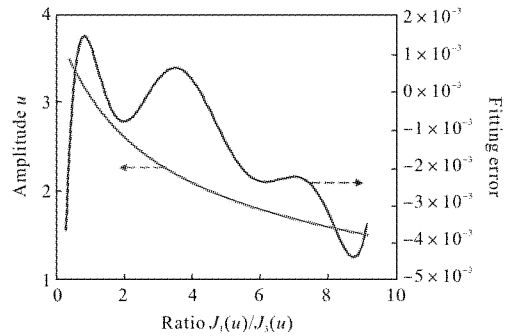


图 2 $J_1(u)/J_3(u)$ 与 u 的关系曲线及拟合误差

Fig.2 Function of u versus $J_1(u)/J_3(u)$ and its fitting error

(2) 确定波面位相的数值与符号

理论上，得到了调制幅度 u 之后，可从谱峰强度得到的 $\sin\varphi$ 、 $\cos\varphi$ 计算波面位相 φ 。然而，从频谱模值得到的强度是 $|\sin\varphi|$ 、 $|\cos\varphi|$ ，即：

$$\begin{cases} B|\sin\varphi| = \frac{P_1 + P_3}{J_1(u) + J_3(u)} \\ B|\cos\varphi| = \frac{P_2}{J_2(u)} \end{cases} \quad (7)$$

这样， φ 的符号则无法确定。ASM-SinPSI 从频谱确定正弦初位相 θ ，用于辅助判断波面位相 φ 的符号。原理如下。

从 f_0 、 $2f_0$ 、 $3f_0$ 频率谱峰提取的位相角分别为 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 ，根据公式(4)，其组成分别为：

$$\theta_1 = \theta + \begin{cases} 0, & \sin\varphi \geq 0 \\ \pi, & \sin\varphi < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\theta_2 = 2\theta + \begin{cases} 0, & \cos\varphi \geq 0 \\ \pi, & \cos\varphi < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\theta_3 = 3\theta + \begin{cases} 0, & \sin\varphi \geq 0 \\ \pi, & \sin\varphi < 0 \end{cases} \quad (10)$$

θ_1 和 θ_3 中的 $\pi/2$ 源自于虚数单位 j 。确定 $\cos\varphi$ 符号的方法比较简单：计算 $\theta_3 \sim \theta_1$ 得到 2θ 后，再与 θ_2 比较就可得到 θ_2 的附加角度，进而根据公式(9)可确定 $\cos\varphi$ 的符号。确定 $\sin\varphi$ 的符号时需要梳理 θ 、 θ_1 和 φ 之间的关系，如表 1 所示，从 $\cos\theta$ 、 $\sin\theta_1$ 的符号可推断 $\sin\varphi$ 的符号。因此，在确定 $\sin\varphi$ 符号的同时还需要已知正弦初位相 θ 的分布区间，即 $\cos\theta$ 的符号。在物理意义上， $\cos\theta$ 的符号表示了公式(1)中调制信号 $\delta(t)$ 在 $t=0$ 时刻的运动方向。这与线性移相干涉中必须已知线性移动方向的要求类似，初始运动方向相反将引起测量位相的反号。

表 1 θ 、 θ_1 和 φ 之间的符号关系
Tab.1 Relationship of signs of θ , θ_1 and φ

$\cos\theta$	$\sin\theta_1$	$\sin\varphi$
1	1	1
1	-1	-1
-1	-1	1
-1	1	-1

(3) 计算波面位相

确定波面位相 φ 的正弦与余弦后, 采用反正切计算 φ 。

ASM-SinPSI 的流程见图 3。在傅里叶变换之前可以加窗函数以抑制频谱泄漏, 这样得到的频谱与公式(4)类似, 只是分立的谱峰由 Dirac 函数变成了窗函数频谱, 并不影响实际处理过程。另外, 如果相机曝光时间较长, 还需要对提取的谱峰强度进行简单修正^[15]。

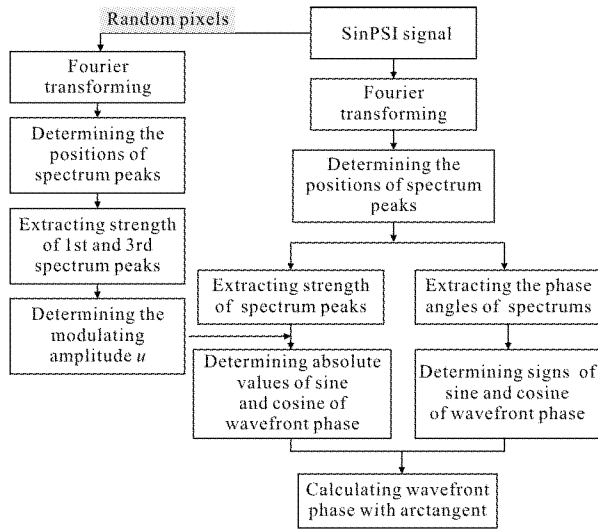


图 3 ASM-SinPSI 的流程

Fig.3 Flowchart of ASM-SinPSI

2 数值仿真分析

2.1 仿真验证

通过数值仿真对提出的 ASM-SinPSI 进行验证。仿真中, 波面位相 $\varphi(x,y)=3\pi(x^2+y^2)$, 背景 $A(x,y)=140\exp[-0.2(x^2+y^2)]$, 调制度 $B(x,y)=110\exp[-0.9(x^2+y^2)]$, $-1<x,y<1$ 。正弦调制频率为 11 Hz, 幅度为 3 rad, 初位相为 -0.5 。为模拟移相器的定位误差, 在正弦调制信号上随机加入标准差为 0.05 rad(对应光程约为

5 nm×633 nm) 的噪声。采样频率为 90 Hz, 共采集 128 帧干涉图。干涉图分辨率为 64×64, 并加入了标准差为 4 的白噪声, 其中一帧干涉图如图 4(a)所示。干涉图上波面位相为 3.32 rad 的某点对应的干涉信号如图 4(b)所示, 可以看出由于受正弦信号调制, SinPSI 的信号周期和振幅并不恒定。

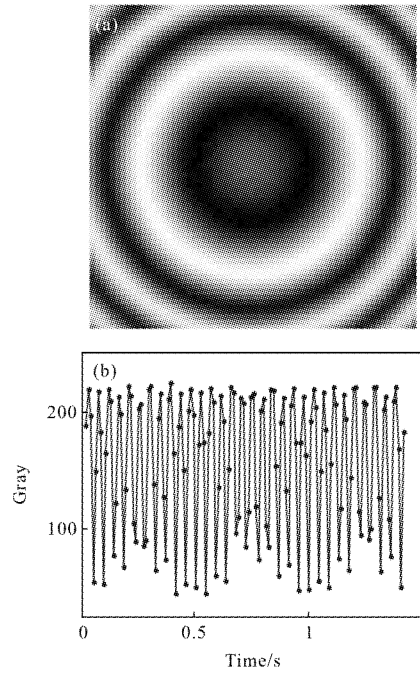


图 4 仿真中的一幅干涉图(a)和某点的 SinPSI 干涉信号(b)

Fig.4 One of the generated interferograms (a) and SinPSI signal of a selected pixel (b)

计算调制幅度 u 时, 随机选择的空点共有 40 个, 计算得到的 u 为 3.010 5, 与实际值仅相差 0.01, 这表明所提出的调制幅度计算方法具有很高的精度。对于图 4(b)的干涉信号, 其频谱强度和位相角如图 5 所示。图中 $\theta_1=-1.73$ rad, 正弦调制初位相

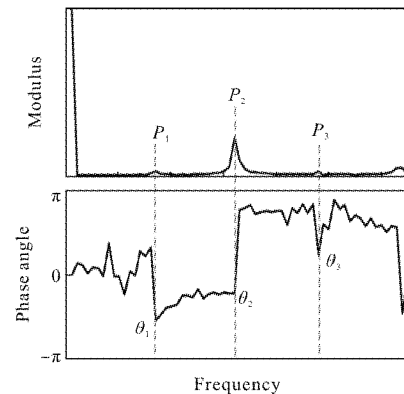


图 5 某点频谱的强度与位相角

Fig.5 Strength and phase angle of signal spectrum of a selected pixel

为 -0.5 rad ，则可判断该点波面位相正弦为负值；计算出 $\theta_2 - (\theta_3 - \theta_1) = 3.1 \text{ rad}$ ，表明该点波面位相余弦为负值。这与该点的实际波面位相 (3.32 rad) 是相符的。复原波面的误差分布如图 6 所示，其均方根值为 0.016 rad 。该仿真证明，ASM-SinPSI 可在未知正弦调制参数时精确复原波面位相。

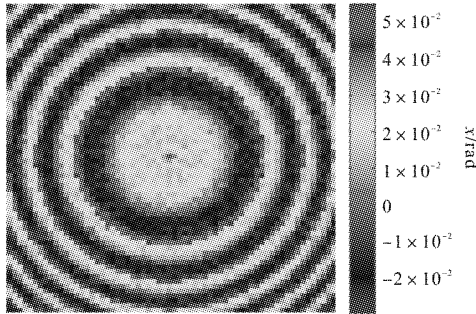


图 6 复原波面位相的误差分布图

Fig.6 Error map of the retrieved wavefront phase

2.2 误差分析

虽然在 ASM-SinPSI 中很多参数 (如数据长度、采样频率与调制频率等) 的选取都有很大宽容度，但为获得优化的参数仍需了解这些参数与位相复原误差之间的关系。通过数值仿真研究了复原误差与上述参数之间的关系。研究某个特定的参数时，计算机生成 32 组 SinPSI 数据，各组数据的正弦调制初位相随机，以 32 组数据复原误差均方根的平均值衡量该参数对波面位相复原的影响。

仿真得到调制幅度与位相复原误差之间的关系如图 7 所示。可见，虽然未知调制信息，但调制幅度为 $[1.5, 3.5]$ 内任意值时，ASM-SinPSI 的位相复原误差均不超过 0.04 rad 。调制幅度的最优化区间在 $2.2 \sim 2.7$ 之间，这与文献中调制幅度在 $2.45 \sim 2.63$ 之

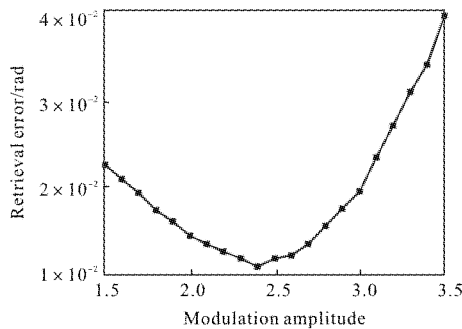


图 7 调制幅度与位相复原误差的关系曲线

Fig.7 Phase retrieval error with respect to the modulation amplitude

间的选择相吻合^[9-13]。因为在此区间内， $J_1(u)$ 与 $J_2(u)$ 近似相等，频谱中的正弦与余弦具有较好的信噪比，从而降低了误差。

研究采样频率对复原波面的影响时，由于要用到傅里叶变换，并对 $3f_0$ 频率处的谱峰进行信息提取，因此采样频率至少大于 2 倍的 $3f_0$ 。归一化采样频率 (采样频率与正弦调制频率之比) 与位相复原误差之间的曲线如图 8 所示。由图可见，复原误差与采样频率之间并无明显的规律，但归一化采样频率应避免 7、9.5、11、12.2 等数值，这可能是不同级次的频谱叠加而引起的显著误差。

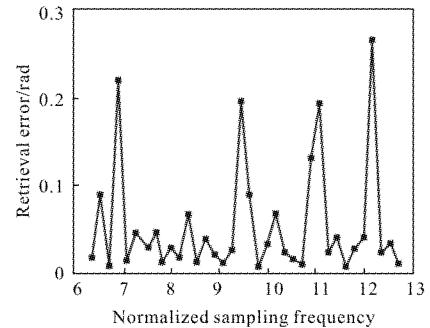


图 8 采样频率与位相复原误差的关系曲线

Fig.8 Phase retrieval error with respect to the sampling frequency

数据长度与复原误差之间的曲线如图 9 所示。虽然采样频率不同，但位相复原误差在数据长度大于 90 之后基本上就趋于常数。因此，ASM-SinPSI 的干涉图帧数在 100 左右就可获得较精确的复原结果。

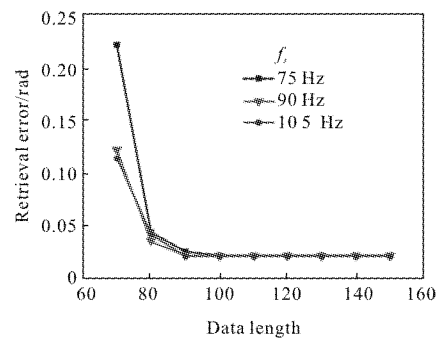


图 9 采样长度与位相复原误差的关系曲线

Fig.9 Phase retrieval error with respect to the data length

3 实验验证

在光学平台上搭建了 M-Z 型干涉光路对 ASM-SinPSI 进行了验证。使用 PZT 进行机械式移相，选用 632.8 nm 波长激光器作为光源，相机分辨

率为 640×480。实验时在测量光路中插入一个长焦距透镜作为测试对象。先采用四步移相法(线性 PSI)对透镜的透射波前进行检测,得到其波面位相作为参考结果。为了验证方法的有效性,采用了四种不同幅度的正弦信号驱动 PZT,其幅度分别为 80、100、126、151 nm,分别对应于 1.6、2、2.5、3 rad 的位相调制幅度。正弦调制频率为 11 Hz,相机的采样频率为 80 Hz。四种调制幅度下的 SinPSI 信号如图 10 所示。

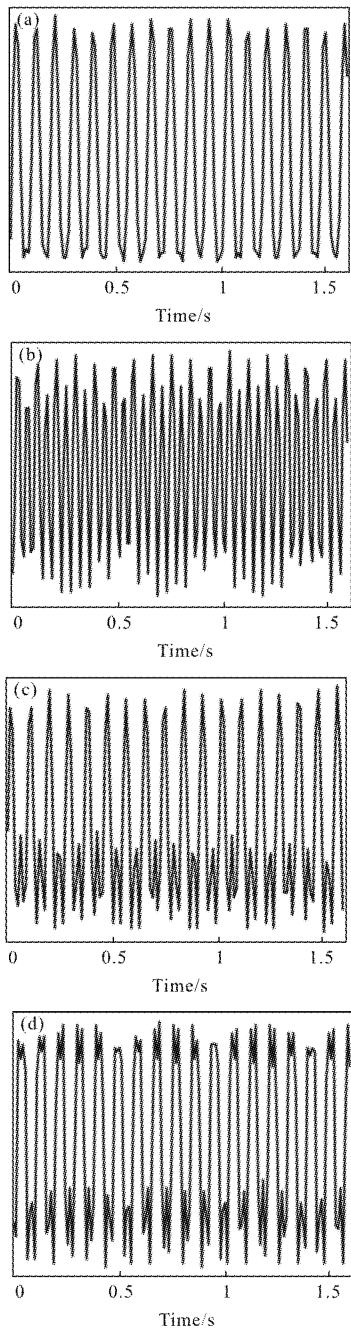
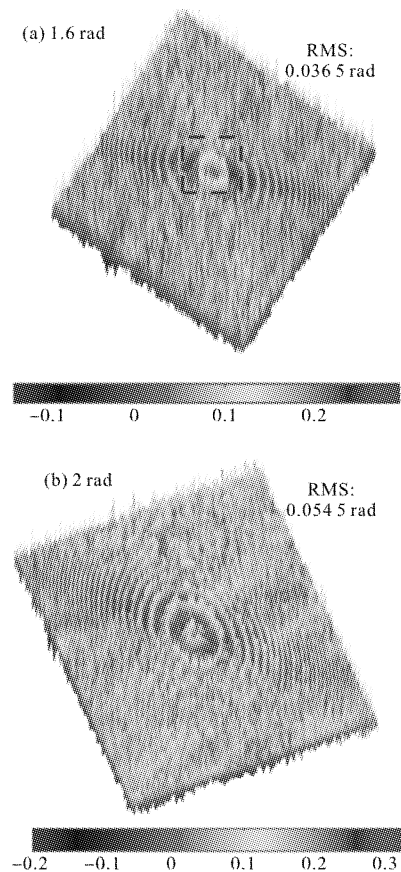


图 10 不同正弦调制下的 SinPSI 信号

Fig.10 Collected SinPSI signals with different sinusoidal modulations

使用 ASM-SinPSI 对采集的 SinPSI 干涉图进行位相提取,辨识出的正弦信号幅度分别为 1.478、1.749、2.189、2.636 rad,与预设值有一定偏差,可能与 PZT 定位误差以及机械装置响应频率不足有关。这也在一定程度上印证了 SinPSI 中正弦调制难以精确控制的现实问题。与参考结果相比,ASM-SinPSI 复原的波面位相偏差如图 11 所示,其均方根值分别为 0.036 5、0.054 5、0.058 7、0.057 4 rad。从图 11 来看,位相偏差分布与干涉条纹分布相类似,表明线性与正弦移相干涉还存在微小差别。此外,图 11 中还有一些离散点的误差较大(如图 11(a)中的方框内),分析发现这些误差主要集中在波前位相为 0 或 $\pm\pi$ 的区域。这是因为当 φ 接近 0 或 $\pm\pi$ 时, $\sin\varphi \approx 0$,此时干涉频谱中的第一、三个尖峰强度极弱,其频谱容易受到噪声干扰,因此在计算波面位相时出现了较明显的误差。图 12(a)给出了图 11(a)中心部分的放大图,图 12(b)给出了相应区域的波前位相。比对表明,图 12(a)中的显著误差点与图 12(b)中 $\varphi=0, \pm\pi$ 的点具有非常高的吻合度。这是 SinPSI 自身原理所导致的无法避免的误差。



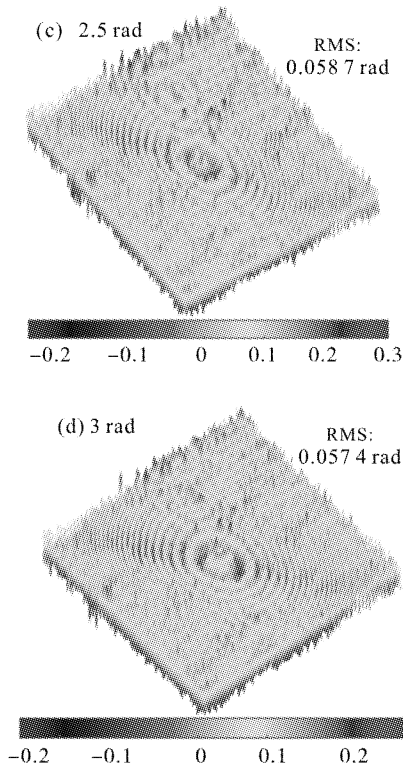


图 11 四种正弦调制下复原波面位相的误差分布
Fig.11 Deviations of retrieved wavefront phases under four sinusoidal modulation

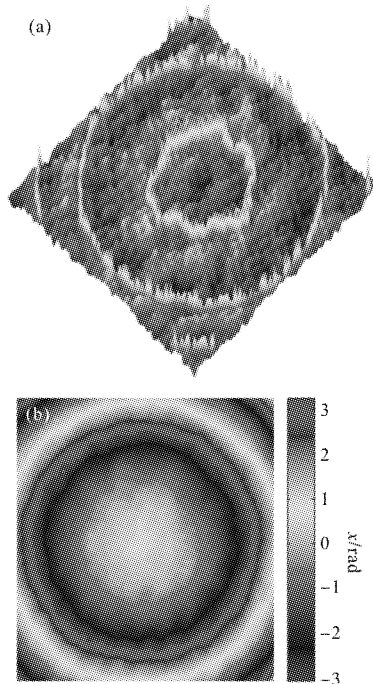


图 12 (a) 图 11(a) 的误差分布放大图;
(b) 对应区域的波前位相分布
Fig.12 (a) Error distribution of Fig.11(a) enlarged diagram;
(b) wavefront phase in corresponding area

4 结论

文中研究了正弦移相干涉的波面位相检测方法,提出了未知正弦调制时提取波面位相的 ASM-SinPSI 方法。数值仿真和实验证实,在 1.5~3.5 rad 区间内的任意调制幅度下,无需精确预知调制参数,采用 ASM-SinPSI 方法可正确提取波面位相。数值仿真与实验中提取波面偏差分别小于 0.02 rad 与 0.06 rad,表明该方法具有较高的精度。虽然文中的调制幅度在 [1.5,3.5] 区间,但也可根据实际需求与贝塞尔函数性质将此区间扩充到更宽的范围。所提出的方法可以放宽 SinPSI 对正弦调制的要求,对于提升测量精度、降低仪器设计难度具有一定意义。

参考文献:

- [1] Wang Xiaokun. Fabrication and testing of an off-axis aspheric surface with abnormal shape [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(9): 2959-2963. (in Chinese)
- [2] Zhang Liqiong, Wang Shaopu, Hu Yao, et al. Retrace error elimination for partial compensation digital Moire phase shifting interferometry [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(1): 0117005. (in Chinese)
- [3] Han Zhigang, Chen Lei. Eight-step phase shifting algorithm for broadband light interferometry insensitive to envelop variation and phase shifting error [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(4): 1236-1242. (in Chinese)
- [4] Wu Ting, Zou Yan, Li Zhitong, et al. Novel approach for high-precision measurement of micro refractive index difference of two transparent mediums [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(4): 0417005. (in Chinese)
- [5] Bruning J H, Herriott D R, Gallagher J E, et al. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses [J]. *Applied Optics*, 1974, 13(11): 2693-2703.
- [6] Deng Yong, Liu Ning, Cao Hongbei, et al. Nd:YAG laser feedback interference effects based PZT precision measurement technology and system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(10): 3434-3438 (in Chinese)
- [7] Liu Q, Yue X, Li L, et al. Robust phase-shifting interferometry resistant to multiple disturbances [J]. *Journal of Optics*, 2018, 20(4): 045701.
- [8] Sun Qinyuan, Chen Lei, Zheng Donghui, et al. Dynamic

- Fizeau interferometer using low-coherence light source [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(2): 0220001. (in Chinese)
- [9] Sasaki O, Okazaki H. Sinusoidal phase modulating interferometry for surface profile measurement [J]. *Applied Optics*, 1986, 25(18): 3137–3140.
- [10] He Guotian, Wang Xiangchao, Zeng Aijun. Real-time surface profile measurement using sinusoidal phase-modulating interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(11): 1997–2002. (in Chinese)
- [11] Sasaki O, Xin J, Choi S, et al. Profile measurement of thin films by backpropagation of multiple-wavelength optical fields with two sinusoidal phase-modulating interferometers [J]. *Optics Communications*, 2015, 356: 578–581.
- [12] Feng F, Duan F J, Bo E, et al. Surface profile measuring system based on fringe projection and sinusoidal phase modulation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3762–3768.
- [13] Lv C, Duan F, Fu X, et al. Three-dimensional shape measurement with sinusoidal phase-modulating fiber-optic interferometer fringe[J]. *Optical Fiber Technology*, 2016, 29: 20–27.
- [14] Sasaki O, Okazaki H. Analysis of measurement accuracy in sinusoidal phase modulating interferometry [J]. *Applied Optics*, 1986, 25(18): 3152–3158.
- [15] De Groot P. Design of error-compensating algorithms for sinusoidal phase shifting interferometry [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(35): 6788–6796.