

转轴转角定位误差测量方法与误差分析

李家琨¹, 冯其波¹, 包传辰¹, 杨 婧¹, 赵斌陶²

- (1. 北京交通大学 发光与光信息教育部重点实验室, 北京 100044;
2. 西安应用光学研究所, 陕西 西安 710065)

摘要: 提出了一种基于光纤激光自准直转轴转角定位误差测量的方法, 建立了包含转轴运动误差以及安装误差的误差模型, 仿真分析了 23 项误差对转角定位误差测量的影响, 结果表明仅有参考转轴与待测转轴之间的 4 项安装误差的影响量与转轴旋转角度相关, 且只需精细调整其中两项角度安装误差即可保证影响量小于 0.2"。利用所搭建的测量装置对某分度盘的转角定位误差进行了测量, 三次测量重复性偏差约为 0.9", 与光电自准直仪对比的最大偏差约为 0.6"。结果表明: 利用该测量方法和测量装置可以实现转轴转角定位误差的全周范围高精度测量, 验证了所提出模型的有效性。

关键词: 转角定位误差; 激光自准直; 误差测量; 转轴

中图分类号: TH712 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201948.0217001

Measurement method and error analysis for angular positioning error of rotary axis

Li Jiakun¹, Feng Qibo¹, Bao Chuanchen¹, Yang Jing¹, Zhao Binta²

- (1. Key Laboratory of Luminescence and Optical Information of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2. Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an 710065, China)

Abstract: A measurement method for angular positioning error of a rotary axis based on fiber laser autocollimation was proposed. An error model was established including the motion errors of the rotary axis and the installation errors. By simulating and analyzing the impact of these 23 errors on measuring angular positioning error, the results showed that only four installation errors between the reference and the target rotary axes have influences depending on the rotation angle of the rotary axis. And only the two angular errors need to be made fine adjustments to insure that the influences were less than 0.2". The angular positioning error of an indexing table was measured by the measuring device built. The repeatability value for measuring three times was about 0.9", and the maximum comparison deviation from the optoelectronic autocollimator was about 0.6". The results show that the angular positioning error of rotary axis can be measured high accurately with a full-circle measuring range by using the method and device, and the proposed model is verified.

Key words: angular positioning error; laser autocollimation; error measurement; rotary axis

收稿日期: 2018-09-05; 修订日期: 2018-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(51527806); 北京交通大学人才基金(2016RC019)

作者简介: 李家琨(1986-), 男, 讲师, 博士, 主要从事光电检测技术方面的研究。Email: jkli@bjtu.edu.cn

通讯作者: 冯其波(1962-), 男, 教授, 博士, 主要从事光电检测技术方面的研究。Email: qbfeng@bjtu.edu.cn

0 引言

转角定位精度是评价转轴的重要指标,直接影响转动部件的性能。随着多轴机床、数控加工中心以及机器人等的快速发展,对转轴转角定位精度的要求不断提升。误差补偿是提升转角定位精度的主要途径之一,但误差补偿的关键是误差的准确快速测量和误差模型的建立。

转角定位误差测量方法包括自准直法、干涉法、衍射法和激光跟踪法等,其中,自准直法和干涉法已被 ISO230-1 推荐为标准的转角定位误差测量方法。自准直仪和激光干涉仪本身可以实现小角度误差的高精度测量,与参考转轴或多面棱镜等相配合可以实现转角定位误差的全周测量^[1]。然而,目前大量研究集中于提升自准直仪的性能^[2-4]和发展新型的干涉仪^[5-6],针对如何实现转角定位误差的全周高精度快速测量研究还不充分。激光干涉仪在数控机床旋转轴的误差测量方面应用广泛^[7-9],但角度干涉镜等附件的调整难度较大,整体结构及数据处理复杂,并且为了保证持续记录干涉条纹,整个测量过程必须

防止光线中断,对测量环境要求较高。自准直仪的原理和结构相对简单,一般是与多面棱镜相配合实现转角定位误差测量^[1,10],但受多面棱镜面数的限制,只能测量特定角度的定位误差,并且各个反射面的制造精度和一致性将影响测量精度。

文中利用激光自准直原理和参考转轴实现转角定位误差的全周高精度测量。利用光纤连接不仅提高了准直光束的空间稳定性,改善了光束的能量分布,而且隔绝了作为热源的激光器对系统热稳定性的影响。通过建立测量装置的误差模型,分析了包括转轴运动误差和各组件安装误差在内的 23 项误差对转角定位误差测量的影响,为测量装置的快速安装与调整提供了理论依据,有效保障了转轴转角定位误差的高精度快速测量。

1 测量原理

如图 1 所示,测量装置主要由光源及光纤耦合单元、测量单元、参考转轴和平面反射镜等部分组成。其中,光源及光纤耦合单元输出稳定的准直激光,测量单元记录误差信息。参考转轴驱动平面反射

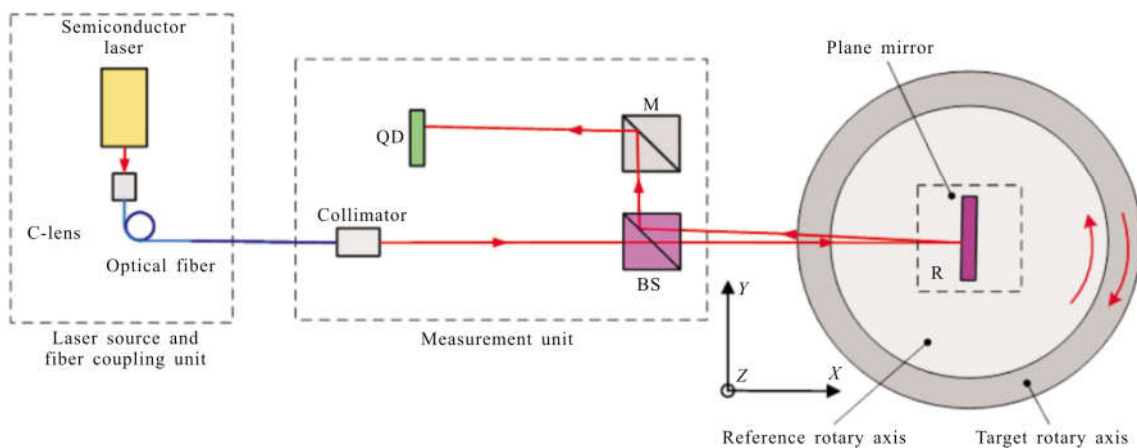


图 1 基于光纤激光自准直的转角定位误差测量原理

Fig.1 Principle of measuring angular positioning error based on fiber laser auto-collimation

镜回转,并高精度的测量回转角度。

具体测量原理为:激光经过透镜耦合进单模光纤,光纤出射光经过准直,透过半反半透镜 BS 后,射向反射镜 R,反射光再经过 BS、反射镜 M 两次反射,照射到四象限光电探测器 QD 上,构成激光自准直系统。待测转轴旋转名义角度 θ_{nominal} ,参考转轴反

向旋转该角度,则测量单元 QD 所测得的角度值 θ_{QD} 即为待测转轴的转角定位误差。

2 误差模型的建立与仿真

2.1 相对运动的矩阵描述

转轴存在 6 个自由度运动误差,如图 2 所示,建

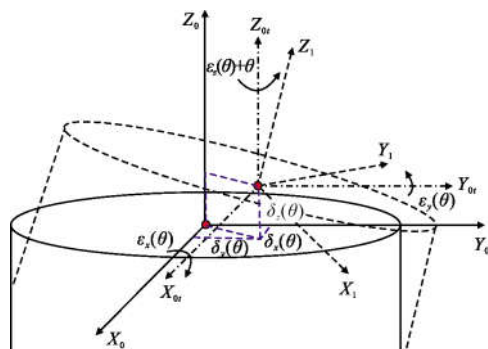


图 2 转轴运动误差与坐标系示意图

Fig.2 Motion errors and coordinate systems of a rotary axis

$$T_0^1 = \text{tans}(\delta_x)\text{tans}(\delta_y)\text{tans}(\delta_z)\text{rot}(\varepsilon_x)\text{rot}(\varepsilon_y)\text{rot}(\varepsilon_z + \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta + \varepsilon_z) & -\sin(\theta + \varepsilon_z) & \varepsilon_y & \delta_x \\ \sin(\theta + \varepsilon_z) & \cos(\theta + \varepsilon_z) & -\varepsilon_x & \delta_y \\ -\varepsilon_y \cos(\theta + \varepsilon_z) + \varepsilon_x \sin(\theta + \varepsilon_z) & \varepsilon_x \sin(\theta + \varepsilon_z) + \varepsilon_y \cos(\theta + \varepsilon_z) & 1 & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中： $\text{tans}(\delta_x)$ 、 $\text{tans}(\delta_y)$ 、 $\text{tans}(\delta_z)$ 为平移矩阵； $\text{rot}(\varepsilon_x)$ 、 $\text{rot}(\varepsilon_y)$ 、 $\text{rot}(\varepsilon_z + \theta)$ 为旋转矩阵。

为了分析待测转轴运动误差和各种安装误差对转角定位误差测量的影响，假设参考转轴的定位精度显著高于所要求的测量精度，即忽略参考转轴自身对测量的影响。根据测量原理，建立如图 3 所示的各个组件的参考坐标系：建立参考转轴 A 的运动坐标系 2，原点位于转台下表面圆心处；建立平面反射

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_{zab} - \theta) & -\sin(\varepsilon_{zab} - \theta) & \varepsilon_{yab} & \delta_{xab} \\ \sin(\varepsilon_{zab} - \theta) & \cos(\varepsilon_{zab} - \theta) & -\varepsilon_{xab} & \delta_{yab} \\ -\varepsilon_{yab} \cos(\varepsilon_{zab} - \theta) + \varepsilon_{xab} \sin(\varepsilon_{zab} - \theta) & \varepsilon_{yab} \sin(\varepsilon_{zab} - \theta) + \varepsilon_{xab} \cos(\varepsilon_{zab} - \theta) & 1 & \delta_{zab} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

以 A、B、C 的小写字母两两组合为下标，表示二者之间的安装误差，例如 δ_{xab} 表示 A 和 B 之间沿 Z 轴方向的平移误差。

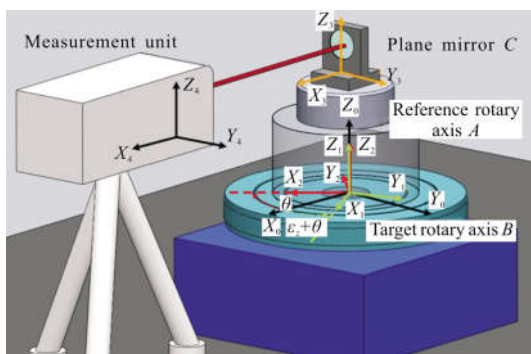


图 3 各组件的位置及坐标系示意图

Fig.3 Positions and coordinate systems of the components

立静止世界坐标系 0 和转轴的运动坐标系 1，原点位于待测转轴初始静止时的上表面圆心处。转轴旋转 θ 角的运动过程，可以看作坐标系 0 先经过沿 X、Y、Z 轴的平移运动变为坐标系 0'，平移量简记为 δ_x 、 δ_y 、 δ_z ；再经过绕 X、Y、Z 轴的旋转运动变为坐标系 1，旋转量简记为 ε_x 、 ε_y 、 $\varepsilon_z + \theta$ 。

根据刚体运动学原理，以 T_n^m 表示从坐标系 m 到坐标系 n 的组件运动齐次坐标变换矩阵，按照上述运动分解过程可以建立待测转轴 B 运动的齐次坐标变换矩阵为：

镜 C 的运动坐标系 3，原点位于平面反射镜的前表面下底边的中心点处；建立测量单元坐标系 4，原点位于测量单元的前表面下底边中心点处。

与齐次坐标变换矩阵 T_0^1 类似，由于参考转轴 A 相对于待测转轴 B 存在六自由度安装误差，简记为 δ_{xab} 、 δ_{yab} 、 δ_{zab} 、 ε_{xab} 、 ε_{yab} 和 ε_{zab} ，当参考转轴反向转动 θ 角，变换矩阵为：

平面反射镜 C 相对于参考转轴 A 存在六自由度安装误差，变换矩阵为：

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zca} & \varepsilon_{yca} & \delta_{xca} \\ \varepsilon_{zca} & 1 & -\varepsilon_{xca} & \delta_{yca} \\ -\varepsilon_{yca} & \varepsilon_{xca} & 1 & \delta_{zca} + H_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中： H_a 为参考转轴的高度。

设测量单元坐标系 4 的原点 P 在坐标系 0 中位置坐标为 $(P_x, P_y, P_z, 1)^T$ ，测量单元相对于坐标系 0 存在的六自由度安装误差记为 δ_{xL} 、 δ_{yL} 、 δ_{zL} 、 ε_{xL} 、 ε_{yL} 和 ε_{zL} ，则变换矩阵为：

$$T_0^4 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zL} & \varepsilon_{yL} & P_x + \delta_{xL} \\ \varepsilon_{zL} & 1 & -\varepsilon_{xL} & P_y + \delta_{yL} \\ -\varepsilon_{yL} & \varepsilon_{xL} & 1 & P_z + \delta_{zL} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

上述齐次坐标变换矩阵描述了各个组件之间的相对运动关系,不仅包含转轴六自由度运动误差,而且包含各个组件的安装误差,通过追踪准直激光在测量单元和平面反射镜之间的传输过程,可以确定光点在 QD 探测器上的位置坐标,最终求得转轴转角定位误差。

2.2 光线追踪

设激光出射光点中心位置 P_1^4 为 $(P_{1x}, P_{1y}, P_{1z}, 1)^T$, 则出射光线方程的矩阵形式为:

$$L_o^4(x^4, y^4, z^4, 1)^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & P_{1y} \\ 0 & 0 & 1 & -P_{1z} \end{bmatrix} (x^4, y^4, z^4, 1)^T = (0, 0)^T \quad (5)$$

式中: L_o^4 表示方程的系数矩阵。

将坐标系 4 下的激光出射光线系数矩阵变换至坐标系 3 进行反射,再将反射光线变换回坐标系 4 下,得到反射光线的系数矩阵 L_R^4 :

$$L_R^4 = L_o^4 T_4^0 T_1^1 T_2^2 R_p T_3^3 T_2^2 T_1^1 T_0^4 \quad (6)$$

式中: R_p 为平面镜反射矩阵,则:

$$R_p = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

则反射光线方程为:

$$L_R^4(x^4, y^4, z^4, 1)^T = (0, 0)^T \quad (8)$$

在坐标系 4 下,假设分束棱镜 BS 和全反镜 M 不引入误差,QD 探测器的敏感面中心位于激光器出射光线所在的直线上,且敏感面垂直于该直线。QD 敏感面方程可表示为:

$$S_{QD}^4(x^4, y^4, z^4, 1)^T = (1, 0, 0, QD_x^4)(x^4, y^4, z^4, 1)^T = 0 \quad (9)$$

式中: S_{QD}^4 为敏感面方程系数矩阵; QD_x^4 为敏感面在 x 方向的位置坐标。

结合反射光线公式(8)与 QD 敏感面公式(9),可求得光点在 QD 上的位置坐标 M^4 。结合出射光线公式(5)与 QD 敏感面公式(9),可求得 QD 中心位置坐标 QD_c^4 。因此,QD 探测器上光点位置的水平方向数值为:

$$Y_{QD} = M_y^4 - QD_y^4 \quad (10)$$

根据测量原理,转角定位误差的表达式为:

$$\varepsilon_z = (M_y^4 - QD_y^4) / 2(QD_x^4 - P_x) \quad (11)$$

可见,QD 上光点的位置坐标 M_y^4 、QD 中心位置坐标 QD_x^4 和 QD_y^4 以及测量单元位置坐标 P_x 等均影响转角定位误差的测量。事实上,上述模型包含了转轴运动误差和各组件安装误差在内的共 23 个误差项,因此,推导展开式相对复杂,暂未给出反射光线方程和光点位置坐标等的具体形式,但利用专业分析软件容易实现模型的仿真分析。

2.3 模型仿真分析

文中利用 MATLAB 专业矩阵运算软件,对所提出的模型进行仿真计算,分析对待测转轴转角定位误差测量的影响量达到 0.2" 时各个误差项的最大值,具体仿真结果如表 1 所示。(仿真参数设定:测量单元坐标系 4 的原点 P 坐标为 $(0.6 \text{ m}, 0, 0.3 \text{ m}, 1)^T$,参考转轴高度 H_a 为 0.2 m,转角定位误差初始数值为 100")

表 1 对转角定位误差测量的影响达到 0.2" 时各个误差项的最大值

Tab.1 Maximum of each error when the influence on the angular positioning error is up to 0.2"

| Errors | Maximum | Errors | Maximum | Errors | Maximum | Errors | Maximum |
|-----------------|----------|---------------------|---------------------|---------------------|----------|--------------------|----------|
| δ_x | 1.2 mm | δ_{xab} | 1.2 mm (θ) | δ_{xca} | 1.2 mm | δ_{xl} | 1.2 mm |
| δ_y | ∞ | δ_{yab} | 1.2 mm (θ) | δ_{yca} | ∞ | δ_{yl} | ∞ |
| δ_z | ∞ | δ_{zab} | ∞ | δ_{zca} | ∞ | δ_{zl} | ∞ |
| ε_x | 13 000" | ε_{xab} | 340" (θ) | ε_{xca} | ∞ | ε_{xl} | 13 000" |
| ε_y | 800" | ε_{yab} | 340" (θ) | ε_{yca} | 2 500" | ε_{yl} | 6 260" |
| ε_z | - | ε_{zab} | 0.2" | ε_{zca} | 0.2" | ε_{zl} | 0.2" |

总结可得如下规律:(1) 转轴运动误差 δ_y 和 δ_z 、组件安装误差 δ_{xab} 、 δ_{yca} 、 δ_{zca} 、 ε_{xca} 、 δ_{xl} 和 δ_{zl} 等 8 个误差项对转角定位误差的测量没有影响(理论上最大值为无穷大);(2) 转轴运动误差 δ_x 、 ε_x 和 ε_y 以及组件安装误差 ε_{zab} 、 δ_{xca} 、 ε_{yca} 、 ε_{zca} 、 δ_{yl} 、 ε_{yl} 、 ε_{yl} 和 ε_{zl} 等 11 个误差项对转角定位误差测量的影响量是常数,不随转轴旋转角度 θ 的变化而变化,因此,在测量初始时,可以通过对 QD 探测器进行初值调零的方式消除常数型影响量;(3) 标准转轴相对于待测转轴的安裝误差 δ_{xab} 、 δ_{yab} 、 ε_{xab} 和 ε_{yab} 等 4 个误差项对转角定位误差测

量的影响量与转轴的旋转角度 θ 相关。如图 4 和图 5 所示, δ_{xab} 和 δ_{yab} 的影响量分别在 $\theta=90^\circ$ 和 $\theta=180^\circ$ 时达到正向最大值, 在 $\theta=270^\circ$ 和 $\theta=0^\circ$ 或 360° 时达到负向最大值, 相位相差 90° , 周期均为 2π ; ε_{xab} 和 ε_{yab} 的影响量分别在 $\theta=230^\circ$ 和 $\theta=140^\circ$ 时达到正向最大值, 在 $\theta=130^\circ$ 和 $\theta=40^\circ$ 时达到负向最大值, 相位相差 100° , 周期均为 2π 。

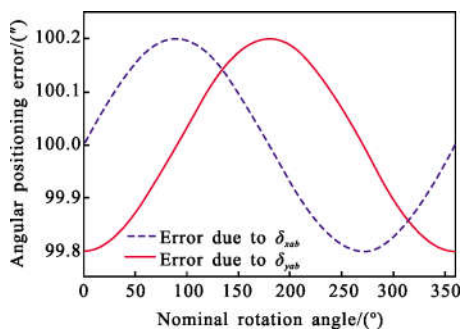


图 4 当 δ_{xab} 和 δ_{yab} 为 1.2 mm 时, 对转角定位误差测量的影响
Fig.4 Influences on measuring angular positioning error when δ_{xab} and δ_{yab} are 1.2 mm

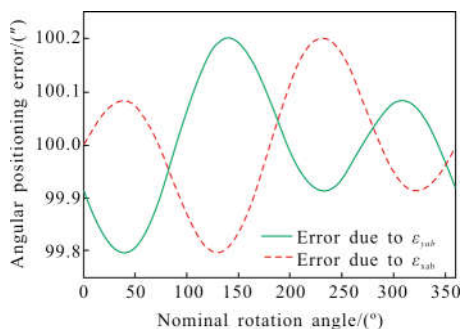


图 5 当 ε_{xab} 和 ε_{yab} 为 $340''$ 时, 对转角定位误差测量的影响
Fig.5 Influences on measuring angular positioning error when ε_{xab} and ε_{yab} are $340''$

事实上, 当前的机械加工和装配工艺水平容易满足安装误差平移量小于 1.2 mm 的要求, 即可以保证安装误差 δ_{xab} 和 δ_{yab} 对转角定位误差测量的影响小于 $0.2''$ 。因此, 为了保证测量精度, 在影响测量的 23 个误差项中, 仅有 ε_{xab} 和 ε_{yab} 两项角度安装误差必须精细调整, 以使二者不超过 $340''$, 从而保证在全周测量范围内对转角定位误差测量的影响量小于 $0.2''$ 。另外, 需要指出的是随着转角定位误差初始值的增大, 各项误差对转角定位误差测量的影响也将随之增大, 具体影响规律有待进一步研究。

3 测量实验

文中选择 HSD-200RT 分度盘作为待测转轴, 测量间隔为 30° , 实施全周测量。将北光世纪仪器有限公司生产的 MRS201 步进转台(分辨率 $0.33''$)与德国 Heidenhain 公司生产的 RON886 角度编码器(系统精度 $\pm 1''$, 分辨率 $\pm 0.2''$)相结合, 作为参考转轴, 此时参考转轴的测量精度在 $\pm 1''$ 以内。测量单元采用 Pacific Silicon Sensor 公司的 QP50-6SD2-DIAG 型号四象限光电探测器研发而成。实验装置如图 6 所示, 所有测量部件安装在光学平台上, 光学平台置于隔震地基上。通过设计制作转接固定件将参考转轴与待测转轴同轴连接, 根据前述模型仿真结果, 为了测量和调整角度安装误差 ε_{xab} 和 ε_{yab} , 将电子水平仪(青岛前哨精密仪器有限公司, WL11 型, 分辨率 $0.2''$)安装于参考转轴上, 分别对待测转轴和参考转轴进行全周测量, 求得角度安装误差, 根据实测结果进行反复调整, 使得 ε_{xab} 和 ε_{yab} 均小于 $340''$, 分别达到 $249.8''$ 和 $56.4''$ 。

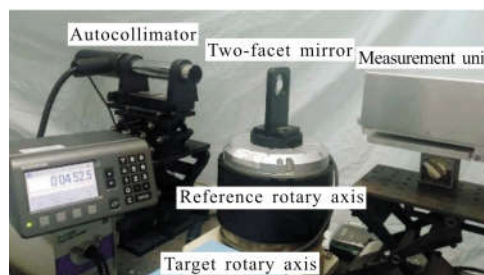


图 6 转轴转角定位误差测量实验装置

Fig.6 Experimental device for measuring angular positioning error of a rotary axis

使用 Collapex-EXP 型光电自准直仪(系统精度 $\pm 0.2''$, 分辨率 $\pm 0.01''$)对 QD 探测器测角范围进行标定, 结果显示判定系数为 0.999 的线性响应范围约 $\pm 60''$, 可以满足测量要求。测量中采用双面反射镜, 将测量单元和自准直仪对向安装, 同时测量, 完成对比实验。实验中, HSD-200RT 分度盘每次旋转 30° 后, 控制参考转轴反向旋转, 直至 QD 探测器上光点进入线性响应范围内, 然后记录 QD 探测器和角度编码器的数值, 根据标定参数容易求得分度盘的转角定位误差。三次重复测量的实验结果如图 7 所示, 所测分度盘的误差范围约为 $-20.2'' \sim 15.0''$ (图 7

实线), 三次测量的重复性偏差约为 0.9" (图 7 虚线)。与光电自准直仪的最大对比偏差约为 0.6"。结果表明, 测量装置能够实现转轴转角定位误差的较高精度测量, 多次测量具有较好的重复性, 与标准仪器对比具有较高的一致性。测量结果仍存在一定的重复性偏差和对比偏差, 主要原因包括: (1) 测量装置和分度盘自身均具有一定的重复性偏差; (2) 测量过程中, 实验室温度变化或气流扰动等将引起激光光线漂移; (3) 测量装置与自准直仪是对向安装, 非完全共路。

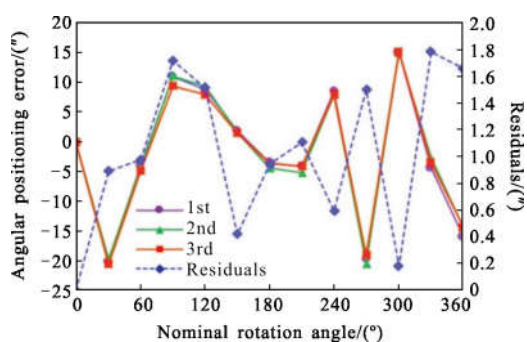


图 7 分度盘转角定位误差测量结果

Fig.7 Results of measuring angular positioning error of an indexing table

4 结论

文中提出了一种基于光纤激光自准直测量转轴转角定位误差的方法, 建立了包含转轴运动误差和各组件安装误差等 23 项误差的分析模型, 仿真结果表明, 仅需精细调整 ε_{sub} 和 ε_{yub} 两项角度安装误差, 即可保证转角定位误差的测量精度, 为仪器的快速调整和高精度测量提供了理论依据。搭建了相应的测量装置, 利用光纤准直隔绝了作为热源的激光器对系统热稳定性的影响, 改善了光斑质量, 对分度盘的转角定位误差进行了三次重复测量, 重复性偏差约为 0.9", 与光电自准直仪的最大对比偏差约为 0.6"。结果表明测量装置具有较好的重复性和较高的一致性。后续通过对参考转轴进行伺服控制, 可望实现转角定位误差的全自动 360° 动态测量, 且不受测量点数的限制, 从而进一步提高测量效率。

参考文献:

- [1] Yang Jing, Feng Qibo, Li Jiakun. Review on multi-degree-of-freedom motion error measurement methods for rotary-axis laser [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53: 090003. (in Chinese)
- [2] Zhu Fan, Tan Jiubin, Cui Jiwen. Common-path design criteria for laser datum based measurement of small angle deviations and laser auto collimation method in compliance with the criteria with high accuracy and stability [J]. *Optics Express*, 2013, 21(9): 11391-11403.
- [3] Shimizu Y, Tan S L, Murata D, et al. Ultra-sensitive angle sensor based on laser autocollimation for measurement of stage tilt motions [J]. *Optics Express*, 2016, 24(3): 2788-2805.
- [4] Hsieh Mengchang, Lin Jiunyou, Chang Chiaou. Using a hexagonal mirror for varying light intensity in the measurement of small-angle variation [J]. *Sensors*, 2016, 16 (8): 16081301.
- [5] Lin J Y, Liao Y C. Small-angle measurement with highly sensitive total-internal-reflection heterodyne interferometer [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(9): 1903-1908.
- [6] Hsieh Hunglin, Lee Juyi, Chen Linyu, et al. Development of an angular displacement measurement technique through birefringence heterodyne interferometry [J]. *Optics Express*, 2016, 24(7): 6802-6813.
- [7] Pi Shiwei, Liu Qiang, Sun Pengpeng. Geometric error detection for rotary feed drive based on laser interferometer [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(10): 2484-2491. (in Chinese)
- [8] He Zhengya, Fu Jianzhong, Zhang Liangchi, et al. A new error measurement method to identify all six error parameters of a rotational axis of a machine tool [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2015, 88(1): 1-8.
- [9] Yang Xingang, Huang Yumei, Shi Wenhao, et al. Development on a measuring system for circular movement errors of rotary feed axis [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2010, 29(3): 369-372.
- [10] Wang Tao, Zhao Jianke, Tian Liude, et al. Influence of parallelism between photoelectric shaft encoder axis and polyhedron one on the rotation angle error [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(2): 0217001. (in Chinese)