基于分层异构模型的机载激光测深波形拟合算法

亓超¹, 宿殿鹏¹, 王贤昆¹, 王明伟¹, 石波^{1,2}, 阳凡林^{1,2}

(1. 山东科技大学 测绘科学与工程学院,山东 青岛 266590;

2. 海岛(礁)测绘技术国家测绘地理信息局重点实验室,山东 青岛 266590)

摘 要:波形拟合是机载激光测深数据处理的关键环节,能够为水下地形测量、海底底质分类和水体 浑浊度分析等应用领域提供数据基础。针对传统机载激光测深波形拟合算法受噪声干扰严重、对复杂 波形形状拟合不准确的问题,提出一种基于分层异构模型的机载激光测深波形拟合算法。针对波形不 同组成部分的相应特性,采用异构函数(水面-高斯函数、水体-双指数函数及水底-B样条函数)构建 分层异构模型,分别进行拟合,从而实现对各部分波形信号的拟合。采用南海实测数据对所提算法进 行了验证,结果表明:该算法拟合波形的平均运行时间 T 为 0.019 4 s,相比于 RL(Richardson-Lucy)去 卷积算法提高 0.328 6 s;平均均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)为 6.222 4,相比于双高斯函 数拟合算法平均均方根误差 RMSE、平均决定系数 (Coefficient of determination, R²)、平均相关系数 (Correlation Coefficient, CORR)和相关系数标准差(Standard Deviation, STD)分别提高 65.11%、2.83%、 1.01%和 86.61%,保证了拟合效率和拟合精度。算法具有良好的鲁棒性,能够有效满足机载激光测深 科学研究和工程应用的技术需求。

关键词:机载激光测深; 波形拟合; 分层异构模型; 双指数函数拟合; B 样条函数拟合 中图分类号: P229 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201948.0206004

Fitting algorithm for airborne laser bathymetric waveforms based on layered heterogeneous model

Qi Chao¹, Su Dianpeng¹, Wang Xiankun¹, Wang Mingwei¹, Shi Bo^{1,2}, Yang Fanlin^{1,2}

(1. College of Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;

 Key Laboratory of Surveying and Mapping Technology on Island and Reef, National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Qingdao 266590, China)

Abstract: Waveform fitting is a key point in data processing of airborne laser bathymetry (ALB), which can provide the foundation data for water depth calculation, submarine sediment classification and water turbidity analysis. Traditional waveform fitting algorithms are often disturbed by noise. In addition, the problem of the present algorithms is that the fitting of complex waveform is not accurate. Therefore, a new waveform fitting algorithm for ALB based on layered heterogeneous model was proposed in this paper. According to the

基金项目:国家重点研发计划项目(2017YFC1405006,2018YFF0212203,2016YFB0501705,2016YFC1401210);

收稿日期:2018-09-17; 修订日期:2018-10-26

国家自然科学基金(11704225,41471331);山东省重点研发计划项目(2018GHY115002)

作者简介: 亓超(1994-), 男, 硕士生, 主要从事机载激光测深及其数据处理方面的研究。Email:qichoice@foxmail.com 导师简介: 阳凡林(1974-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事海底地形测量和海洋定位导航方面的研究。Email:flyang@126.com 通讯作者: 宿殿鹏(1988-), 男, 博士生, 主要从事机载激光测深及其数据处理方面的研究。Email: sudianpeng@126.com

corresponding characteristics of different components of waveform, the ALB waveforms were fitted to a combination of three functions: a Gaussian function for the water surface contribution, a B–spline function for the water bottom contribution, and a Double-exponential function to fit the water column contribution. The performance of the proposed fitting model was verified by the measured data from the South China Sea, compared with three classical waveform processing algorithms: the Double-Gaussian, Generalized-Gaussian, and Richardson-Lucy (RL) deconvolution. The experimental results demonstrate that the proposed fitting model performs best in terms of waveform fitting accuracy and efficiency. The average running time T of the proposed fitting model is 0.019 4 s, saving 0.328 6 s than RL deconvolution. The proposed fitting model performs significantly better than the Double-Gaussian algorithm by reducing 65.11%, 2.83%, 1.01% and 86.61% of their average root mean square error (RMSE), average coefficient of determination (R^2), average correlation coefficient(CORR) and average correlation coefficient standard deviation(STD), respectively. The proposed fitting model has the great robustness and can effectively meet the technical requirements of the scientific research and engineering application for ALB.

Key words: airborne laser bathymetry (ALB); waveform fitting; layered heterogeneous model; double-exponential function fitting; B-spline function fitting

0 引 言

机载激光测深是近二三十年发展起来的一种主动、非接触式海洋测深技术^[1-3],在浅于 50 m 的沿岸 水域,其具有测量精度高、覆盖面广、周期短以及高 机动性等优点。该系统利用具有较强透水能力的蓝 绿色波段(532 nm)激光进行探测,其激光接收器记录 激光脉冲在不同目标处的反射信号,根据检测到回 波强度的差异^[4],可用于提取如峰值、波宽、面积及 峭度等波形特征信息,从而进行水下地形测量、海底 底质分类和水体浑浊度分析等应用。因此,如何精 确、有效地拟合机载激光测深波形数据已成为一个 新的研究热点。

目前,国内外学者相继开展了全波形机载激光测 深回波信号拟合的研究。已有的波形处理算法大体可 以分为三类:峰值探测、波形分解和去卷积算法^[5-6]。对 于峰值探测算法,其目的是探测目标的位置,未考虑 波形振幅的特征。常用的方法有极大值检测和一阶导 数检测,该算法的处理效率较高,但易受噪声的影响, 精度较低^[7-8]。波形分解算法认为波形数据可利用数学 函数的组合来拟合波形,相应的数学函数主要包括: 高斯分布函数、对数常态分布函数和广义高斯分布函 数等^[9-10]。其中,高斯分解法是最典型的波形分解算法 之一,由于其易于实现、拟合性能较好等优点,目前得 到广泛应用^{III}。然而,高斯波形分解法假定激光脉冲 回波波形符合高斯分布,导致难以对水体后向散射部 分等不对称波形进行精确拟合,因此,该算法不易实 现波形数据的理想拟合。去卷积算法将接收波形看作 是激光发射脉冲与目标横截面之间的卷积[6.10,12],常用 的去卷积算法包括盲源去卷积、维纳滤波去卷积、RL (Richardson-Lucy)去卷积和 B 样条去卷积等^[5,13-14]。其 中,RL 去卷积和 B 样条去卷积考虑了激光传输的物 理过程,相比峰值探测和波形分解算法,算法精度相 对较高,适应性更强,且能够提高浅水混叠信号以及 海底较弱回波的分辨率,更适用于测深信号的提取。 但是,RL去卷积迭代计算耗费时间较长,且目前提取 结果只能精确到单位采样间隔,精度受限于数据的采 样频率,因此会丢失一部分重要信息^{15]}。B 样条去卷积 灵活性较强,能够拟合任意曲线,但会产生过度分割 的问题,容易获得含有粗差的回波参数,需要进行相 应的滤波[16]。

针对目前机载激光测深波形拟合算法中受噪声 干扰严重以及复杂回波拟合精度不理想等问题,文 中根据水面反射回波、水体散射回波以及水底反射 回波的相应特性,提出了一种基于分层异构模型的 机载激光测深波形拟合算法。原始回波信号经小波 自适应阈值算法平滑滤波后,构建异构模型(水面-高斯函数、水体-双指数函数及水底-B 样条函数)进 行拟合,实现对各部分回波信号的理想拟合。

1 波形特征及波形去噪

1.1 机载激光测深波形特征

机载激光测深系统的回波波形(图 1)由水面反射回波、水体散射回波、水底反射回波以及噪声四部分组成^[17],可用公式(1)来描述:

 $y=f(t)=f_{s}(t)+f_{c}(t)+f_{h}(t)$ (1) 式中: $f_{s}(t)$ 表示水面反射回波; $f_{c}(t)$ 表示水体散射回 波; $f_{b}(t)$ 表示水底反射回波; $f_{N}(t)$ 表示原始波形的噪 声;y为t时刻回波的振幅。







其中,噪声包括背景噪声和传感器内部噪声,其 存在可能会产生水面高斯函数初始参数估计不准以 及水底 B 样条函数过度分割等问题,容易获得含有 粗差的拟合波形,影响拟合精度,需要进行相应的滤 波去噪处理。

1.2 小波自适应阈值去噪

为减少噪声的干扰,得到高质量的波形信号,文 中利用小波自适应阈值算法对原始波形进行平滑滤 波。首先,对机载激光测深原始波形信号进行小波分 解,得到相应的小波分解系数 x;然后,对分解后的 高频系数利用可导阈值函数和自适应阈值 λ 进行阈 值量化处理,旨在保证阈值函数的伸缩性和连续可 导性,可根据实际波形数据进行灵活调节,若小波系 数的绝对值小于 λ,则去除。其中,可导阈值函数如 公式(2)所示:

$$\eta(x,\lambda,m) = \begin{cases} mx + (1-m)\operatorname{sign}(x) \left(\frac{|x| - \frac{2\lambda}{1+e^{m(|x|-\lambda)^2}} \right) |x| > \lambda \\ 0 \qquad |x| \le \lambda \end{cases}$$
(2)

式中: $\eta(x, \lambda, m)$ 为阈值函数去噪后的小波系数;x为原始小波系数;m为尺度调节因子($m \in [0, 1]$), λ 为阈值。

通过调整阈值函数中的尺度因子 m, 以信噪比

(Signal-to-Noise Ratio, SNR)作为衡量指标来寻找最优尺度因子¹⁸¹,得到去噪后的小波系数。

$$SNR=10lg\left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}}\right)$$
(3)

式中:SNR为信噪比; P_{signal}为有效回波信号; P_{noise}为 噪声。

最后,对去噪后的小波系数进行小波重构,从而 实现波形信号去噪,得到预处理后的波形。

2 基于分层异构模型的波形拟合算法

波形拟合是机载激光测深数据处理的重要环 节,基于分层异构模型的波形拟合算法利用水面反 射回波、水体散射回波以及水底反射回波的相应特 性,使用异构函数将各部分信号的拟合效果达到最 优,以用于精确提取波形特征信息。该拟合算法的步 骤为:首先,采用峰值探测确定水面和水底反射回波 的初始峰值及其位置;然后,通过高斯函数和B样条 函数分别拟合水面、水底反射回波;最后,剔除去噪 后波形数据中的水面及水底反射回波的拟合结果, 得到水体散射回波,并利用双指数函数对其进行拟 合。文中算法具体流程如图2所示。



图 2 文中算法流程图

Fig.2 Flow diagram of the new algorithm

2.1 峰值探测

为准确确定水面和水底反射回波信号,利用极 大值检测法对去除噪声 $f_{M}(t)$ 的回波波形数据进行峰 值探测。对于离散的机载激光测深波形数据,极大值 点位置 k=find(diff(sign(diff(w)))<0+1),其中,w为波 形数据,diff 为差分运算,sign 为符号函数,find 指查 找满足条件的数据编号。

将所得极大值点的采样值按大小进行排序,选 取最大的 2 个极大值点 P₁和 P₂(其中,P₁>P₂),以及 所对应的采样位置 k₁和 k₂。若 k₁<k₂,则 P₁、k₁分别为 水面反射回波的初始峰值和峰值位置,P₂、k₂分别为 水底反射回波的初始峰值和峰值位置;若 k₁>k₂,则 P₁、k₁分别为水底反射回波的初始峰值和峰值位置, P₂、k₂分别为水面反射回波的初始峰值和峰值位置。

为得到有效的波形数据,保证算法正常运行,需 判断激光脉冲回波信号初始峰值是否大于一定阈 值。文中选取波形尾端 20 个采样点(经验尝试选择 20 个采样点能够代表回波信号的背景噪声,且可避 免水底反射回波影响),取其平均值作为阈值。当水 面反射回波初始峰值小于阈值时,则舍弃该激光点; 当水面反射回波初始峰值大于阈值、水底反射回波 初始峰值小于阈值时,激光点仅存在水面回波部分 或为陆地回波信号,则只进行高斯函数拟合;当水 面、水底反射回波峰值都大于阈值时,激光点为完整 测深回波信号,则正常运行程序。

2.2 水面反射回波高斯拟合

Hofton 等¹⁰认为激光回波脉冲信号可分解为一个 或多个高斯函数,水面反射回波可用高斯函数进行拟 合。根据水面反射回波信号特性分析:在到达水面之前, 激光脉冲信号未受到水体衰减作用的影响,该部分波形 信号(图 3红色实线)可认为符合高斯分布;在到达水面



图 3 水面反射回波采样范围

Fig.3 Sampling range of water surface contribution

之后,水面反射回波包含水体散射回波^[20],该部分波 形信号(图3绿色实线)不参与水面反射回波数据的 拟合过程。

因此,文中采用高斯函数^[21](公式(4))对水面反 射回波 A 进行拟合,得到水面波形拟合结果。

$$f_{s}(t) = A_{s} e^{-(t-\mu_{s})^{2}/2\sigma_{s}^{2}}$$
(4)

式中:A_s、µ_s和 σ_s分别为水面高斯拟合函数的波峰 值、波峰位置和半幅波宽。

进行水面波形拟合的重点是确定水面高斯函数 的 3 个初始参数{ A_s , μ_s , σ_s }。利用峰值探测计算得到 初始峰值 A_s 及其初始位置参数 μ_s , 计算水面反射回 波 A 峰值一半处所对应的点 x_1 , 则初始半幅波宽 $\sigma_s=2(\mu_s-x_1)$ 。采用 Levenberg–Marquardt 算法^[22–23]对所 得 3 个初始参数进行优化, 以求解参数的精确值。最 终,将优化后的参数代入公式(4), 得到精确的水面 反射回波的拟合结果。

2.3 水底反射回波 B 样条拟合

根据水底反射回波信号的特性分析,水底反射 回波受水底底质及水体衰减作用的双重影响,回波 波形较复杂。如果使用高斯函数拟合,拟合结果效果 不佳。由于 B 样条函数具有拟合任意曲线的灵活 性^[5],因而文中使用 B 样条函数(公式(5))对水底反 射回波进行波形拟合。

$$f_b(t) = \sum_{i=0}^{t_{max}} c_i b_{i,p}(t)$$
 (5)

式中:*c_i*为控制系数;*t_i*为节点;*b_{i,p}(t)为p*次B样条 基函数(文中选取样条次数*p*=3),采用Cox-deBoor 递推公式来表示:

$$b_{i,p} = \frac{t - t_i}{t_{i+p} - t_i} b_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1} - t}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} t_{i+1,p-1}(t)$$
(6)

$$b_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$
(7)

确定水底反射回波的采样范围是进行水底波形 拟合的前提。利用峰值探测计算得到水底反射回波 的初始峰值 A_d 及其位置参数 μ_a ;通过求取去噪后波 形数据的一阶导数,分别选取左、右两边与 μ_a 距离 最近且一阶导数等于 0 所对应的两个采样点 x_1 和 x_2 (其中, $x_1 < x_2$),即水底反射回波的采样范围为 $x_1 < x_2$, 如图 4 所示。

利用水底反射回波相应的采样范围确定 B 样条 拟合的节点 t_i,通过采样位置及其所对应的信号幅度 构成二维矩阵作为控制系数 *c*,采用 Cox-deBoor 递 推公式表示 B 样条基函数 *b*_{*i*,*p*}(*t*)。最终得到相应水底 反射回波的 3 次 B 样条拟合结果。



图 4 水底反射回波采样范围

Fig.4 Sampling range of water bottom contribution

2.4 水体散射回波双指数拟合

从预处理后的波形数据中剔除水面及水底反射 回波的拟合结果,即可得到水体散射回波,如图5所 示。激光脉冲在水体中传播时,其能量衰减严重。根 据水体散射回波信号的特性分析,将其分为两部分: 水体散射回波 A(图5红色实线)和水体散射回波 B (图5绿色实线)。文中仅研究水体散射回波 B,其被 称为水体后向散射部分,该部分脉冲强度在水体中 呈指数衰减。



图 5 水体散射回波采样范围

Fig.5 Sampling range of water column contribution

水体后向散射回波可通过指数函数进行拟合^[24]。 由于水体浑浊度在垂直剖面上非均匀分布导致激光 脉冲的衰减程度不同^[55],使用单一指数函数拟合水 体后向散射回波效果不理想,因此可利用多指数拟 合水体回波信号。但是,针对大批量波形数据进行多 指数拟合会遇到诸多困难,例如运行时间长、不能得 到有效结果等。为简单起见,文中将水体沿垂直剖面 分为两层^[26],即将水体散射回波 B 的衰减过程分为 急剧衰减初始阶段和缓慢衰减阶段两部分,对其采 用双指数函数拟合,可按照公式(8)来描述:

$$f_c(t) = a_c e^{-b_c t} + c_c e^{-d_c t}$$
(8)

式中: a_c 、 b_c 表示第一部分指数函数的系数; c_c 和 d_c 表示第二部分指数函数的系数。

非线性拟合需要预设初值,以降低迭代次数,提高拟合速度。因此,首先随机选取4个水体后向散射 采样点代入上式,利用各方程消元计算得到相应的 4个初始参数 $\{a_{\alpha}, b_{\alpha}, c_{\alpha}, d_{\alpha}\}$;然后,采用 Levenberg-Marquardt 算法对所得初始参数进行迭代优化,直到 拟合偏差达到最小为止;最后,将优化后的参数代入 公式(8),得到最优水体散射回波的拟合结果。

3 实验与分析

为了检验文中算法的性能,将其应用到 2012 年 12 月三亚蜈支洲岛机载激光测深实验的波形处理 中。实验采用 Optech Aquarius 机载激光测深系统,该 系统是一款全波形 (Full Waveform Light Detection And Ranging, FWL)LiDAR 系统,激光脉冲频率为 70 kHz,以1 GHz 的高采样率记录全数字化散射激 光脉冲信号。数据采集期间,实验海域水质较好,海 面风速为 5 m/s,飞机航高约为 300 m,激光脉冲扫描 天底角设为 15°。实验所用波形数据每一光束回波的 采样间隔为 1 ns,采样点数为 288。

3.1 实验结果

3.1.1 波形去噪结果

采用小波自适应阈值算法对原始回波信号进行 滤波去噪,得到预处理后的波形如图6所示。可以看 出,噪声信号得到明显的滤除,去噪效果理想。



Fig.6 Effect diagram of denoising

3.1.2 波形处理结果

为验证该方法的有效性,选取双高斯函数拟合[27]、

广义高斯函数拟合¹⁹以及 RL 去卷积¹¹⁵¹3 种波形处理 算法与文中算法进行比较。图 7 为通过以上 4 种算法 对同一波形数据进行处理的结果,其中图中黑色实心 圆点表示去噪后信号,实线为波形处理结果。



可以看出,图 7(a)和图 7(b)中水面和水底反射 回波信号得到较好的拟合,而中间水体散射信号部 分拟合效果相对较差;图 7(c)和图 7(d)中 RL 去卷积 结果和本文算法拟合结果相似,均具有较好的处理 效果。

3.2 性能评定

3.2.1 性能评定指标

为了分析分层异构模型的算法性能,文中选取 5个评定指标进行定量分析,具体定义如下:

(1) 均方根误差 RMSE

指原始回波信号与处理后的拟合信号之间差值 的平方和与信号采样数之比值的平方根。RMSE 越 接近 0,说明处理效果越好。

RMSE=
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (f(t_i) - y_i)^2}$$
 (9)

式中:N、f(ti)和 yi 分别表示信号采样数、拟合信号和

原始回波信号。

(2) 决定系数 R²

也称为拟合优度,用 R² 表示。R² 的值越接近 1, 说明处理效果越好。

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (f(t_{i}) - y_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{N} (y_{i} - \overline{y_{i}})^{2}}$$
(10)

式中:yi表示原始回波信号的均值。

(3) 相关系数 CORR

指回波信号 y_i 与拟合信号 f(t_i)的相关系数,用 于衡量算法精度。CORR 越接近 1,说明处理后结果 与原始回波信号之间相关性越好,处理效果也越好。

$$\text{CORR} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (f(t_i) - \overline{f(t_i)})(y_i - \overline{y_i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (f(t_i) - \overline{f(t_i)})^2 \sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{y_i})^2}}$$
(11)

式中: f(ti) 表示拟合信号的均值。

(4) 相关系数标准差 STD

指相关系数 CORR 的标准差,反映算法的稳健 性。STD 越接近 0,说明算法鲁棒性越好。

$$\text{STD} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (\text{CORR}_i - \overline{\text{CORR}})^2}{n}}$$
(12)

式中:n表示用于实验的波形数目。

(5) 运算时间 T

相同条件下,处理每一波形所需时间,反映算法的运算效率。

利用 RMSE 等评定指标比较算法性能时,需进行综合对比分析。

3.2.2 性能分析

通过 3.1.2 节所述 4 种算法分别对 100 组不同 的波形信号进行处理,利用处理后结果与去噪后信 号对比计算得到 *T*、RMSE、*R*²、CORR 以及 STD 等相 关评定指标,从而对文中算法性能加以验证。具体如 图 8 和表 1 所示,表中 *T*、RMSE、*R*²、CORR 为 100 个 不同结果的平均值。

通过图 8 和表 1 对比分析,可以看出:双高斯函 数拟合算法拟合效率最高,但其仅针对水面和水底反 射信号叠加的极浅水域,忽略了水体散射的影响^[27], 该算法拟合较深水域回波信号时,精度和稳定性会



(c) Coefficient of determination(R²) (d) Correlation coefficient (CORR)图 8 不同波形处理算法性能指标

Fig.8 Performance indexes of different waveform processing algorithms

表1不同波形处理算法性能指标对比

Tab.1 Comparison of performance indexes of different waveform processing algorithms

| | | | - | - | - |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|--------------------------|
| Name of algorithm | RMSE | R^2 | CORR | T/s | STD |
| Double Gaussian | 17.8328 | 0.971 0 | 0.9894 | 0.0096 | 1.3170×10^{-4} |
| Generalized Gaussian | 12.3558 | 0.9863 | 0.994 5 | 0.035 5 | 1.3068×10^{-4} |
| RL deconvolution | 6.8110 | 0.9971 | 0.9988 | 0.3480 | 4.317 5×10 ⁻⁵ |
| Layered heterogeneous model | 6.2224 | 0.9985 | 0.9994 | 0.0194 | 1.762 9×10 ⁻⁵ |

不理想;相比于双高斯函数拟合算法,广义高斯函数 拟合算法的精度和稳健性得到了小幅度的提高,但 是增加了运算时间;RL去卷积算法处理效果较佳、 稳定性较好,但处理波形所需时间最长且不能有效 提取水面反射回波信号中水体散射回波部分(图 3), 无法反演计算水体漫射衰减系数,进而影响后续机 载激光测深能力评估等工作的开展; 文中算法的拟 合效果和稳定性最好, 计算时间仅次于双高斯函数 拟合算法,且非常接近,而相比于 RL 去卷积算法, 有较大的提升。综上所述,文中算法精度高、适用性 强,且能够高效地拟合回波信号,为波形特征参数的 提取提供了准确、可靠的条件。

4 结 论

针对机载激光测深数据,文中提出了一种基于 分层异构模型的波形拟合算法。利用小波自适应阈 值算法进行滤波去噪,可有效削弱噪声对算法的影 响;根据波形不同组成部分的相应特性,构建分层异 构模型(水面-高斯函数、水体-双指数函数及水底-B 样条函数),对去噪后信号进行分层拟合。利用南 海实测数据进行验证,相比于双高斯函数拟合算法, 文中算法的平均均方根误差 RMSE、平均决定系数 *R*²、平均相关系数 CORR 和相关系数标准差 STD 分 别提高 65.11%、2.83%、1.01%和 86.61%,拟合精度 高、适应性强,可精确拟合机载激光测深回波信号, 从而保证后续波形特征参数提取的可靠性。此外,漫 衰减系数、底部反射率、噪声以及水深均对机载激光 测深回波信号拟合算法的精度和鲁棒性存在相应影 响,因此,算法应根据实际应用具体分析来选取。

参考文献:

- Baltsavias E P. Airborne laser scanning: existing systems and firms and other resources [J]. *Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 1999, 54(2–3): 164–198.
- [2] Glennie C L, Carter W E, Shrestha R L, et al. Geodetic imaging with airborne LiDAR: the earth's surface revealed
 [J]. *Reports on Progress in Physics*, 2013, 76(8): 086801.
- [3] Nelson R. How did we get here? An early history of forestry LiDAR [J]. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 2013, 39 (sup1): S6–S17.
- [4] Rees W G. Physical Principles of Remote Sensing [M] Cambridge: Cambridge University Press, 2001: 372.
- [5] Roncat A, Bergauer G, Pfeifer N. B-spline deconvolution for differential target cross-section determination in fullwaveform laser scanning data [J]. *Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 2011, 66(4): 418–428.
- [6] Wang C, Li Q, Liu Y, et al. A comparison of waveform processing algorithms for single-wavelength LiDAR

bathymetry [J]. Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 2015, 101(101): 22-35.

- [7] Roncat A, Wagner W, Melzer T, et al. Echo detection and localization in full-waveform airborne laser scanner data using the averaged square difference function estimator [J]. *Photogrammetric Journal of Finland*, 2008, 21: 62–75.
- [8] Wagner W, Ullrich A, Melzer T, et al. From single-pulse to full-waveform airborne laser scanners: potential and practical challenges [C]//International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2014:201– 206.
- [9] Chauve A, Mallet C, Bretar F, et al. Processing fullwaveform LiDAR data: modelling raw signals [J]. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing* and Spatial Information Sciences, 2007, XXXVI (Part 3/ W52): 102-107.
- [10] Mallet C, Bretar F. Full-waveform topographic LiDAR: stateof-the-art [J]. *Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 2009, 64(1): 1–16.
- [11] Slota M. Decomposition techniques for full-waveform airborne laser scanning data [J]. Geomatics and Environmental Engineering, 2014, 8(1): 61–74.
- [12] Wagner W, Ullrich A, Ducic V, et al. Gaussian decomposition and calibration of a novel small-footprint fullwaveform digitising airborne laser scanner [J]. *Isprs Journal* of Photogrammetry & Remote Sensing, 2006, 60(2): 100–112.
- [13] Jutzi B, Stilla U. Range determination with waveform recording laser systems using a wiener filter [J]. *Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 2006, 61 (2): 95–107.
- [14] Wu J, Aardt J A N V, Asner G P. A comparison of signal deconvolution algorithms based on small-footprint LiDAR waveform simulation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing*, 2011, 49(6): 2402-2414.
- [15] Wang Dandi, Xu Qing, Xing Shuai, et al. Comparison of signal extraction method for airborne LiDAR bathymetry based on deconvolution [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2018, 47(2): 161–169. (in Chinese)
- [16] Lin Yushan, Zhang Zhi'an. Waveform analysis and landcover

classification using airborne full-waveform LiDAR data [J]. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2014, 19
(2): 75–91. (in Chinese)

- [17] Abdallah H, Baghdadi N, Bailly J S, et al. Wa-LiD: a new LiDAR simulator for waters[J]. *IEEE Geoscience & Remote* Sensing Letters, 2012, 9(4): 744-748.
- [18] Sun Lei, Zhang Zhili, Tan Lilong, et al. Denoising method of dynamic grating Moiré signal based on wavelet threshold
 [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39 (3): 576-580. (in Chinese)
- [19] Hofton M, Minster J B, Blair J B. Decomposition of laser altimeter waveforms [J]. *IEEE Transactions on Geoscience* & *Remote Sensing*, 2000, 38(4): 1989–1996.
- [20] Wong H, Antoniou A. Characterization and decomposition of waveforms for Larsen 500 airborne system [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 1991, 29 (6): 912-921.
- [21] Zhou Hui, Li Song, Wang Liangxun, et al. Influence of noise on range error for satellite laser altimeter [J]. *Infrared* and Laser Engineering, 2015, 44(8): 2256–2261. (in Chinese)
- [22] Li Pengcheng, Xu Qing, Xing Shuai, et al. Full-waveform LiDAR data decomposition method based on global convergent LM [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(8): 2262–2267. (in Chinese)
- [23] Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory [J]. *Lecture Notes in Mathematics*, 1978, 630: 105–116.
- [24] Guenther G C. Airborne laser hydrography: system design and performance factors [R]. MD: National Ocean Service 1, National Oceanic and Atmospheric Administration, 1985.
- [25] Klett J D. Stable analytical inversion solution for processing LiDAR returns [J]. *Appl Opt*, 1981, 20(2): 211–220.
- [26] Billard B, Abbot R H, Penny M F. Airborne estimation of sea turbidity parameters from the WRELADS laser airborne depth sounder [J]. *Applied Optics*, 1986, 25(13): 2080.
- [27] Yao Chunhua, Chen Weibiao, Zang Huaguo, et al. Study of the capability of minimum depth using an airborne laser bathymetry [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(10): 1406– 1410. (in Chinese)