

拼接镜成像性能分析

李毅超^{1,2}, 康福增^{1*}, 王昊^{1,2}

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所 瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 拼接误差对拼接镜的成像性能有着重要的影响。基于标量衍射理论推导了单块子镜反射波的复振幅分布, 并使用坐标变换法处理不同子镜间的拼接误差, 建立了拼接误差对拼接镜成像性能影响的分析模型。数值仿真给出不同拼接误差下的点扩散函数以及对应的斯特列尔比曲线。结果表明, 子镜沿 z 轴的平移误差对应的斯特列尔比曲线存在周期性变化。子镜倾斜误差和沿 x, y 轴平移误差对应的斯特列尔比曲线有着相同的结构。得到的结论为拼接镜成像质量分析提供了依据。

关键词: 拼接镜; 像质分析; 标量衍射; 数值模拟

中图分类号: O436.1 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201948.0118006

Imaging property analysis of segmented mirror

Li Yichao^{1,2}, Kang Fuzeng^{1*}, Wang Hao^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Segmented errors have important influence on the image quantity of segmented mirror. The complex amplitude distribution of reflected lightwave corresponding to single segment was given based on the scalar diffraction theory. The analysis model which characterized the impact of segmented errors was established by processing the segmented errors through coordinate transformation method. The Point Spread Function (PSF) and Strehl Ratio (SR) curves corresponding to various segmented errors were got by numerical simulation. The results show that SR curves corresponding to piston errors are periodic. The SR curves corresponding to tip-tilt errors and segment gaps have same structures. The conclusion provides a support for the image quantity analysis of segmented mirror.

Key words: segmented mirror; imaging property analysis; scalar diffraction; numerical simulation

收稿日期: 2018-08-13; 修订日期: 2018-09-17

基金项目: 国家重点研究发展计划(2016YFF0103603)

作者简介: 李毅超(1994-), 男, 硕士生, 主要从事拼接光学领域方面的研究。Email: liyichaoopt@163.com

导师简介: 康福增(1978-), 男, 硕士生导师, 主要从事光学设计领域方面的研究。Email: kangfuzeng@opt.ac.cn

0 引言

随着天文探测技术的发展,高空间分辨率望远镜(十米以上的通光口径)已成为研究热点^[1]。大口径单镜受到材料、成本、重力变形等因素的影响,存在许多困难。使用拼接镜代替单个完整的主镜,被认为是最有前景的一种选择^[2]。世界上应用了镜面拼接技术的陆基望远镜有美国凯克望远镜(KACK I, II)、中国郭守敬望远镜(LAMOST)以及建设中的欧洲极大望远镜(E-ELT)等;天基望远镜包括詹姆斯韦伯太空望远镜(JWST)。

拼接镜研究中的一个重要问题是如何调整各子镜的方向和位置以达到共焦、共相的状态^[3-4]。对此需要研究清楚拼接误差如何影响成像质量。现有的研究思路是通过对接镜光瞳函数做傅里叶变换来得到观察面(比如探测器的接收面)上的光场分布^[5-7]。但是,这种傅里叶变换关系只有当观察面与子镜的高斯像面重合时才严格成立。如果存在拼接误差,各子镜的高斯像面将分布在观察面的前后,此时使用标量衍射理论可以得到更精确的结果。

文中建立的分析模型基于标量衍射理论,从基尔霍夫积分定理出发,推导出了拼接镜像空间中复振幅分布表达式。在此基础上通过对由4块扇形子镜组成的圆形拼接镜做理论分析和数值仿真,讨论了子镜沿z轴平移误差、倾斜误差以及沿x,y轴平移误差对成像质量的影响。

1 理论分析

1.1 单个子镜的衍射公式

实际中影响拼接镜成像质量的因素有很多,包括拼接误差、子镜几何像差、镜面变形、不同子镜间的制造误差等^[8]。后三种因素影响的是子镜的波像差,可以在拼接镜安装之前使用现有的面型检测技术单独对其检测,并采取不同措施予以纠正。例如优化支撑结构可以将由重力导致的镜面变形RMS减小至 $\lambda/20$ 以下^[9]。此时影响拼接镜成像质量的主导因素是子镜间的拼接误差。为便于研究,文中假设子镜均为理想的反射镜。光经过子镜反射后成为会聚球面波,球心在高斯像点处。常见的拼接镜子镜形状有圆形、正六边形、扇形3种,其中扇形子镜填充因子最高。因此文中使用4个扇形子镜组合成一个直

径10 m、焦距50 m的圆形反射镜进行研究。先考虑光经过一块完整的圆形反射镜后的传播行为,使用图1所示的模型做理论推导。

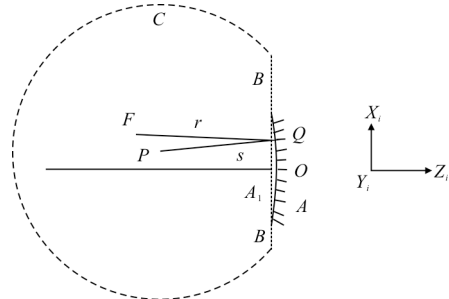


图1 会聚球面波的衍射

Fig.1 Diffraction of converging spherical lightwave

图1中,A是编号为i的反射镜镜面,A₁是与A边缘相接、完整覆盖反射镜的平面。O点为子镜光轴和A₁的交点。设O点为坐标原点,z_i轴与子镜光轴重合,x_i,y_i轴在A₁面上,这样的坐标系称为子镜坐标系。不存在拼接误差时,子镜坐标系与实验室坐标系重合。Q点为A₁上任意一点,坐标设为(x_Q, y_Q, 0)(可以等效表示为(ρ_Q, θ_Q, 0));F点为球面波的球心,其位置由物点坐标及子镜的拼接误差决定,坐标设为(x_F, y_F, z_F);P为观察点,坐标设为(x_P, y_P, z_P)。定义r=FQ,s=PQ。B是与曲面A边缘相接的平面的一部分。C是以P为球心的球面的一部分。

在标量衍射理论中,像空间中任意一点的复振幅可以表示成对包围该点的闭合曲面上的光场及其一阶导数的积分^[10],这里选择A₁,B,C组成闭合曲面,则结果如公式(1)所示。

$$U_i(P) = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_{A_1} + \iint_B + \iint_C \right] \left\{ U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) - \left(\frac{e^{iks}}{s} \right) \frac{\partial U}{\partial n} \right\} ds \quad (1)$$

式中:U_i(P)为观察点P处的复振幅;A₁,B,C分别代表图1中所示的曲面;U为积分面上的场强;∂/∂n表示沿积分面向内取微商,n为积分面向内的法向量。在合理的近似下,只需对A₁面做积分就能得到满足要求的结果。正如该节开头所说,光经过子镜反射后成为会聚球面波,所以A₁面上任意一点Q处的复振幅可以表示为:

$$U = U_0 \frac{e^{i(-kr+\phi_1)}}{r} \quad (2)$$

式中:U₀为常数;φ₁为不同子镜对应的球面波之间

的相对相位。将公式(2)代入公式(1)中整理得到第 i 块子镜对 P 点处的复振幅贡献,如公式(3)所示:

$$U_i(P) = \frac{ikU_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{e^{i[k(s-r)+\phi_i]}}{rs} [\cos(n, r) + \cos(n, s)] \rho_i d\rho_i d\theta_i \quad (3)$$

式中: $r = \sqrt{(\rho_i \cos(\theta_i) - x_{F_i})^2 + (\rho_i \sin(\theta_i) - y_{F_i})^2 + z_{F_i}^2}$; $s = \sqrt{(\rho_i \cos(\theta_i) - x_{P_i})^2 + (\rho_i \sin(\theta_i) - y_{P_i})^2 + z_{P_i}^2}$; a 为子镜的半径; (n, r) 和 (n, s) 分别表示两个向量的夹角。公式(3)适用于圆形反射镜,对于扇形的子镜,只需更改 $d\theta$ 的积分上下限即可。算例中第 i 块子镜的积分上下限为 $\int_{(i-1)\pi/2}^{i\pi/2}$ 。需要强调的是,公式(3)的坐标系依赖于子镜的位置,如果存在拼接误差,子镜坐标系将和实验室坐标系不重合。两个坐标系之间的换算关系在下一小节中讨论。

1.2 拼接误差的数学表示

如果将子镜看作是刚体,其运动有 6 个自由度,分别是 3 个平移自由度和 3 个旋转自由度。暂不考虑子镜绕光轴旋转对成像质量的影响,剩下的 5 个自由度分别用 $m_i, n_i, l_i, \alpha_i, \beta_i$ 描述,如图 2 所示。

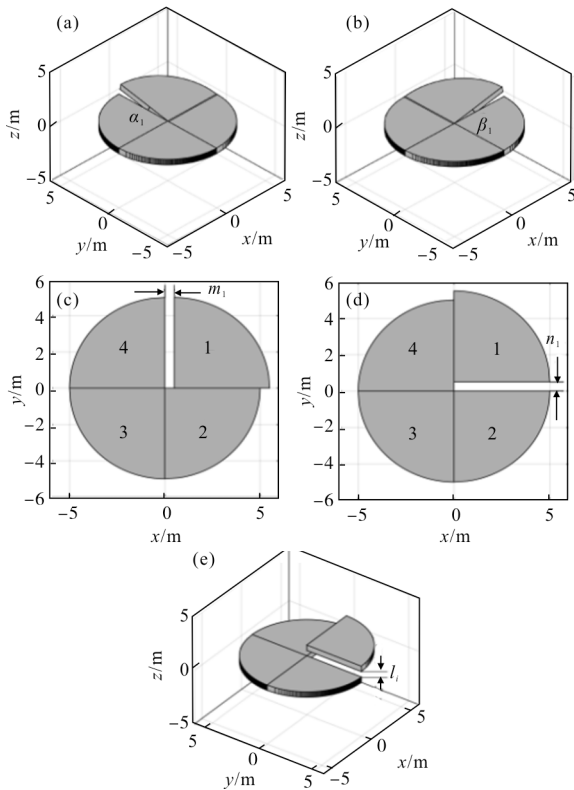


图 2 带有不同拼接误差的拼接镜

Fig.2 Segmented mirror with various segment errors

其含义是子镜 i 先沿着向量 (m_i, n_i, l_i) 平移,然后绕子镜坐标系的 x_i 轴旋转 α_i 角度,再绕着新的 y_i 轴旋转 β_i 角度。如果一个点在实验室坐标系中表示为 (a, b, c) ,在子镜坐标系中表示为 (a_i, b_i, c_i) ,则两者之间的换算关系为:

$$\begin{aligned} a_i &= (a - m_i) \cos \beta - (b - n_i) \sin \alpha \sin \beta - (c - l_i) \cos \alpha \sin \beta \\ b_i &= (b - n_i) \cos \alpha - (c - l_i) \sin \alpha \\ c_i &= (a - m_i) \sin \beta + (b - n_i) \sin \alpha \cos \beta + (c - l_i) \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (4)$$

在计算时,已知物点 O 和观察点 P 的实验室坐标分别为 $(x_o, y_o, z_o), (x_p, y_p, z_p)$,利用公式(4)得到其在子镜坐标系中的坐标 $(x_{o_i}, y_{o_i}, z_{o_i}), (x_{p_i}, y_{p_i}, z_{p_i})$,然后由高斯光学求得高斯像点 F 的坐标 $(x_{F_i}, y_{F_i}, z_{F_i})$ 。将 P 和 F 的坐标代入公式(3)即可求得光经过存在拼接误差的子镜 i 反射后在观察点 P 处的复振幅。存在多个子镜时,需要对各个子镜分别进行积分后求和,那么 P 点处的光强如公式(5)所示:

$$I(P) = |U(P)|^2 = \left| \sum_i U_i(P) \right|^2 \quad (5)$$

2 子镜沿 z 轴平移对成像的影响

子镜沿 z 轴平移带来的拼接误差被称为活塞误差(Piston errors)。基于上节所述的模型,笔者计算了 1 号子镜沿 z 轴平移 l_1 、其余拼接误差均为 0 时点扩散函数的变化,以及相应的斯特列尔比 S 。

图 3 展示了入射光为 $8.5 \mu\text{m}$ 单色光时, l_1 对点

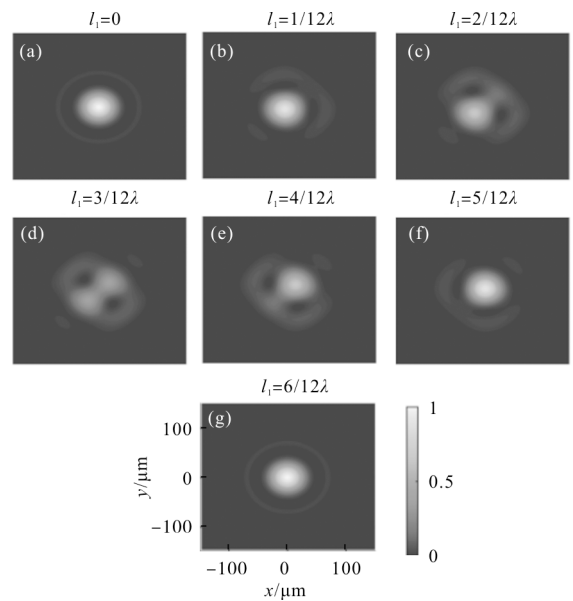


图 3 不同活塞误差下的点扩散函数

Fig.3 PSF corresponding to different piston errors

扩散函数的影响 (用 $I_1=0$ 时的最大光强做归一化)。如图 3 所示,不存在拼接误差时,光强径向分布是一阶贝塞尔函数的平方。随着 I_1 的增大,中心光斑产生形变,并且向左下角移动,强度减小,同时在右上角出现了另一个光斑,强度逐渐增大。当 $I_1 \geq 1/4$ 波长时,两个光斑对称地分布在几何像点两侧,强度相同,但均小于没有拼接误差时的中心光斑强度。如果继续增大 I_1 ,第 2 块光斑将增强,并逐渐移动到几何像点处。当 $I_1=1/2$ 波长时,第 1 块光斑会消失,光场分布恢复到 $I_1=0$ 时的状态。这是光场分布随 I_1 变化的一个完整周期。如果继续增大 I_1 ,整个变化过程会一再重复。

图 4 给出了 $8.5 \mu\text{m}$ 单色光入射时斯特列尔比 S 随着 I_1 的变化情况(黑色实线)。可以看出 S 是 I_1 的周期函数; I_1 每增加半个波长, S 振荡一个周期。如果入射光是复色光, S 曲线将有所不同。图 4 中展示了平权和非平权复色光时 S 的变化(红色和蓝色实线)。平权复色光由 5 个波长分别为 7.7 、 8.1 、 8.5 、 8.9 、 $9.3 \mu\text{m}$ 、权重均为 1 的光组成。非平权复色光由上述 5 个波长组成,权重分别为 0.5 、 0.7 、 1 、 0.7 、 0.5 。当 I_1 的变化在 $\pm\lambda/2$ 之内时,单色光和复色光的 S 变化趋势相似。超出这个范围时复色光的斯特列尔比 S 逐渐变成非周期的波动。在第一个周期内, $I_1 \approx 1 \mu\text{m}$ 时, $S \approx 0.8$ 。

如果考察更大范围的 I_1 ,就能发现单色光入射时, S 周期波动的幅值并非固定不变。图 5 给出了 $8.5 \mu\text{m}$ 单色光入射时斯特列尔比曲线的包络线。可以看出, S 的波动幅值在较大的量程内(数百个波长)与子镜轴向位移的距离相关。这一特性或许可以用来建立大行程的共相调节机制。

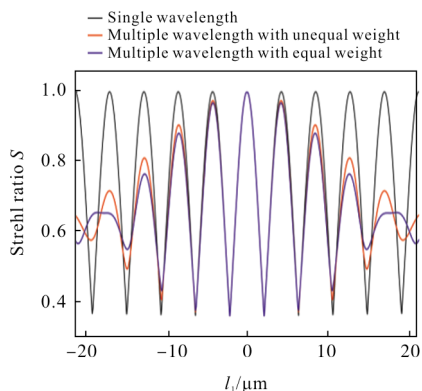


图 4 红外波段($7.7\sim 9.3 \mu\text{m}$)下斯特列尔比 S 随着 I_1 的变化
Fig.4 Change of Srehl radio corresponding to I_1 in the infrared spectrum($7.7\sim 9.3 \mu\text{m}$)

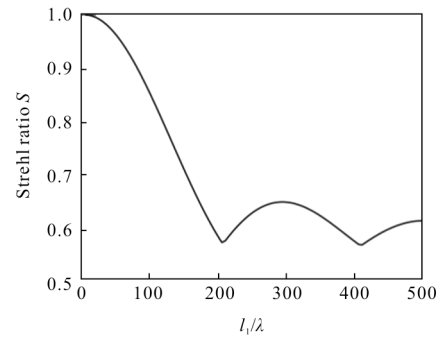
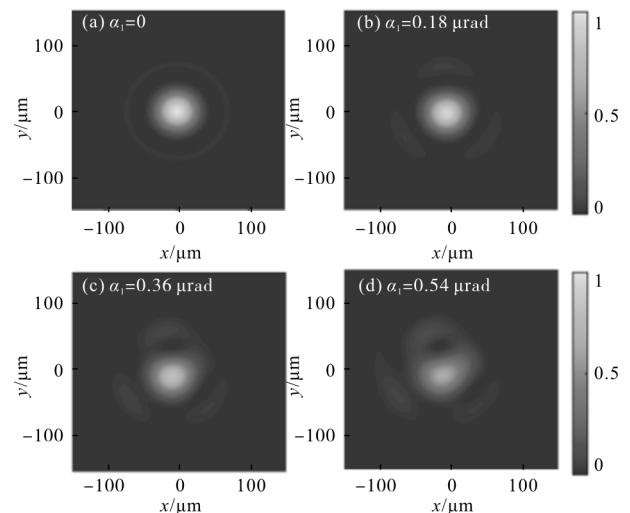


图 5 斯特列尔比曲线的包络线
Fig.5 Envelope curve of Strehl ratio

3 子镜倾斜、沿 x, y 轴平移对成像的影响

子镜绕 x, y 轴旋转会导致倾斜,子镜沿 x, y 轴旋转带来的拼接误差被称为倾斜误差 (Tip-tilt errors)。一般来说,子镜倾斜会导致高斯像点在 x, y 方向上移动(当然也会导致在 z 方向移动,但在所关注的误差范围内, z 方向位移的距离远小于波长,故忽略不计),使得各子镜之间无法共焦。由于子镜几何形状的对称性,只考虑 1 号子镜绕 x 轴旋转这一种拼接误差。当入射光为 $8.5 \mu\text{m}$ 的单色光时,点扩散函数随着 α_1 的变化如图 6 所示(用 $\alpha_1=0$ 时的光斑中心强度做归一化)。 $\alpha_1=0$ 时,光强径向分布是一阶贝塞尔函数的平方。随着 α_1 增大,光斑中心处的光强逐渐减小。同时在右侧出现了一个新的光斑,且逐渐远离中心光斑,这意味着 1 号子镜逐渐和其余三块子镜离焦。

图 7 给出了单色光和复色光入射时,斯特列尔比 S 随着 α_1 的变化情况。 S 在 α_1 处有一个峰值。当



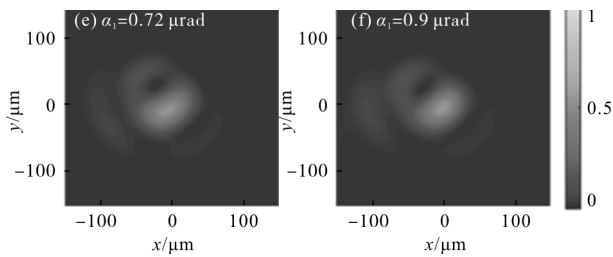


图 6 不同倾斜误差下的点扩散函数

Fig.6 PSF corresponding to different tip-tilt errors

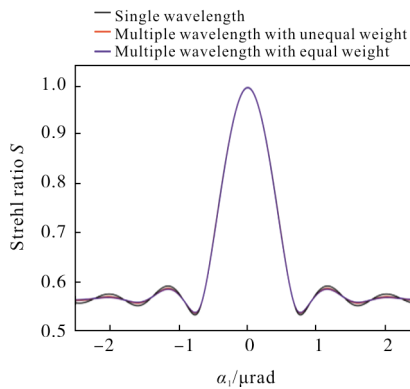


图 7 红外波段(7.7~9.3 μm)下斯特列尔比 S 随着 α₁ 的变化

Fig.7 Change of Strehl ratio corresponding to α₁ in the infrared spectrum (7.7-9.3 μm)

α₁ 增大到 0.37 μrad 时, S 会下降到 0.8。继续增大 α₁, S 会在 0.56 附近波动。

子镜沿 x, y 轴平移也会导致高斯像点在 x, y 方向上移动。从这个角度来看, 子镜倾斜和沿 x, y 轴平移这两种拼接误差对成像的影响是相同的, 都是使拼接镜不能共焦。图 8 中的仿真结果也说明了这一点。图 8 中, 分别计算了单色光入射时(使用复色光也能得到相同的结论)斯特列尔比 S 随着 α₁ 和 n₁ 的变化关系。将 S-n₁ 曲线按照 n₁=2fα₁ 的比例进行调

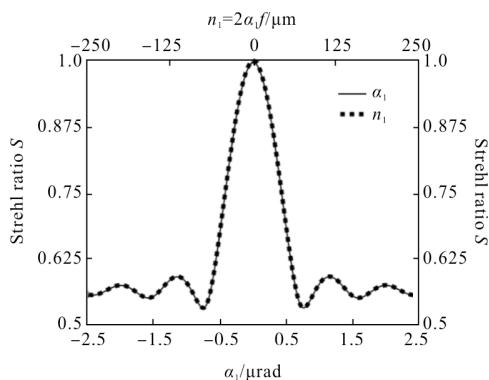


图 8 8.5 μm 红外光入射时, 斯特列尔比 S 随着 α₁ 和 n₁ 的变化

Fig.8 Change of Strehl ratio corresponding to α₁ and n₁ in the infrared light (8.5 μm)

整(f为子镜的焦距), 来与 S-α₁ 曲线匹配。可以看出调整后的两条曲线是完全重合的。n₁ ≈ 37 μm 时, S ≈ 0.8。

4 结论

文中基于标量衍射理论推导了拼接镜像空间中的光场分布表达式, 建立了拼接误差对成像质量影响的分析模型。并计算了在特定的拼接镜参数下(由 4 个扇形的子镜组合成一个直径 10 m、焦距 50 m 反射镜)不同拼接误差导致的点扩散函数的变化和对斯特列尔比 S 的影响。

仿真结果显示, 斯特列尔比随着拼接误差的变化是非单调的。对于子镜轴向平移, 斯特列尔比在单色光入射时呈现周期性的波动, 且波动幅值与拼接误差的大小相关; 复色光入射时斯特列尔比仅在子镜平移距离较小时呈现周期性, 在平移距离较大时呈现非周期性。对于子镜倾斜和沿 x, y 轴平移, 两种误差对成像的影响相同。对于红外波段 (7.7~9.3 μm) 的入射光, 只考虑一种误差时, 单个子镜的轴向位移误差应减少到 1 μm 以内, 子镜倾斜应小于 0.37 μrad, 沿 x, y 轴的平移应小于 37 μm, 以保证斯特列尔比大于 0.8。

参考文献:

- [1] Gilmozzi R, Delabre B, Dierickx P, et al. The future of filled aperture telescopes: is a 100 m feasible [J]. *Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI*, 1998, 3352: 1-14.
- [2] Mast T, Nelson J. Figure control for a fully segmented telescope mirror [J]. *Applied Optics*, 1982, 21 (14): 2631-2641.
- [3] Wallace J K. Co-phasing primary mirror segments of an optical space telescope using a long stroke Zernike WFS[C]//*SPIE Astronomical Telescopes Instrumentation*, 2016, 9904: 99046D.
- [4] Choi H, Trumper I, Dubin M, et al. Simultaneous multi-segmented mirror orientation test system using a digital aperture based on sheared Fourier analysis [J]. *Optics Express*, 2017, 25(15): 18152-18164.
- [5] Kirkman D, Dekens F, Chanan G, et al. Phasing the mirror segments of the Keck telescopes: the broadband

- phasing algorithm[J]. *Appl Opt*, 1998, 37(1): 140-155.
- [6] Chanan G, Troy M. Strehl ratio and modulation transfer function for segmented mirror telescopes as functions of segment phase error [J]. *Applied Optics*, 1999, 38(31): 6642-6647.
- [7] Yaitskova N, Dohlen K, Dierickx P. Analytical study of diffraction effects in extremely large segmented telescopes [J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2003, 20(8): 1563-1575.
- [8] Comley P, Morantz P, Shore P, et al. Grinding metre-scale mirror segments for the E-ELT ground based telescope[J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2011, 60(1): 379-382.
- [9] Fan Lili, Zhang Jingxu, Yang Fei, et al. Impact of the supports of primary mirror in equatorial telescope on its surface deformation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 173-177. (in Chinese)
范李立, 张景旭, 杨飞, 等. 极轴式望远镜主镜支撑结构对镜面变形的影响[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 173-177.
- [10] Born M, Wolf E. *Principles of Optics* [M]. Yang Jiasun, translated. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. (in Chinese)
马科斯.波恩, 埃米尔.沃耳夫. 光学原理[M]. 杨葭荪, 译. 北京: 电子工业出版社, 2009.