

钠信标光斑大小及回光数研究

黄 建^{1,2,4}, 魏 凯^{1,2*}, 晋 凯^{1,2,4}, 王功长³, 李 敏^{1,2}, 张雨东^{1,2}

(1. 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

2. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

3. 清华大学 精密仪器系, 北京 100084; 4. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 钠信标已经成为地基大口径望远镜自适应光学系统的必要组成部分。钠信标光斑大小和回光数是影响自适应光学系统性能的关键因素, 从发射角度考虑, 主要由激光到达钠层时功率密度分布和耦合效率共同决定。为了准确估计钠信标光斑大小和回光数, 首先建立了激光在大气中传输的模型, 通过分析激光发射望远镜口径和上行路径大气湍流对激光到达钠层功率密度分布的影响, 得出优化激光发射望远镜口径的普适方法; 然后根据激光通过发射望远镜后到达钠层的功率密度与耦合效率的关系, 计算钠信标光斑大小和回光数; 最后利用探测误差和时域误差作为评价指标, 计算了系统的最优采样频率。研究表明, 针对丽江高美古天文台大气条件(大气相干长度($r_0@550\text{ nm}$)中值为 7~9 cm), 激光发射望远镜口径最佳值为 300 mm, 此时产生的光斑最优; 当 r_0 为 9 cm, 激光器采用中国科学院理化技术研究所 20 W 级百微秒脉冲激光器并利用 $D_{2a}+D_{2b}$ 双峰泵浦激发钠原子时, 产生的钠信标回光数为 $1.3\times 10^7\text{ photons}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$, 光斑大小为 0.6", 最优的采样频率为 900 Hz。

关键词: 自适应光学; 钠信标; 光斑大小; 回光数; 采样频率

中图分类号: O437 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0106004

Study on spot size and photon return of a sodium laser guide star

Huang Jian^{1,2,4}, Wei Kai^{1,2*}, Jin Kai^{1,2,4}, Wang Gongchang³, Li Min^{1,2}, Zhang Yudong^{1,2}

(1. Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;

2. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;

3. Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

4. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The sodium laser guide star facility has become one of the most important subsystems of adaptive optics system for large ground-based telescope. Spot size and photon return of the sodium laser guide star are the main factors that affect the performance of an adaptive optics system, both of which depend strongly on the laser power density distribution at the sodium layer and the coupling efficiency of the laser. In order to accurately estimate the photon return and spot size, a model was established for

收稿日期: 2018-08-20; 修订日期: 2018-09-17

基金项目: 国家自然科学基金(11443009); 国家战略高新技术研发计划

作者简介: 黄建(1990-), 男, 博士生, 主要从事钠信标光斑形态控制方面的研究。Email: huangjian_honor@163.com

导师简介: 魏凯(1981-), 男, 研究员, 博士, 主要从事大口径地基望远镜方面的研究。Email: wei_kai@126.com

laser propagation in atmosphere and the effect of laser launch telescope's diameter and turbulence in the uplink path on the power density distribution was analyzed. A general technique to optimize the laser launch telescope's design was devised. Then the spot size and photon return according to the relationship between the power density and the coupling efficiency were calculated. By minimizing measurement error and temporal error, an optimal sampling frequency was obtained. The researching results show that, for atmosphere condition at Gaomeigu Lijiang (median value of Fried parameter (r_0) is 7 to 9 cm at a wavelength of 550 nm), the minimum spot size occurs when the diameter of the laser launch telescope is 300 mm. For an r_0 value of 9 cm and at a laser power of 20 W with $D_{2a}+D_{2b}$ re-pumping, the photon return of the sodium laser guide star is expected to be 1.3×10^7 photons \cdot s $^{-1}$ \cdot m $^{-2}$ and the spot size is 0.6". The optimal sampling frequency is around 900 Hz.

Key words: adaptive optics; sodium laser guide star; spot size; photon return; sampling frequency

0 引言

自适应光学(AO)系统通过波前探测和波前校正装置,实时补偿大气湍流造成的波前畸变,从而使地基大口径望远镜获得接近衍射极限分辨力的图像^[1]。自适应光学系统进行波前探测时要求信标与观测目标处于等晕区内,同时亮度满足波前探测的需求。实际的观测目标通常都是暗目标,满足要求的自然信标数量有限,在天文观测中,为了提高天空覆盖率(在近红外波段不足1%)^[1],自适应光学系统利用人造信标来进行波前探测。人造信标产生的方式主要有两种:一种是利用大气分子的后向瑞利散射产生瑞利信标,其高度一般不超过20 km^[2];另一种是利用90 km处中间层的钠原子共振散射荧光产生钠信标(Sodium Laser Guide Star, Sodium LGS)^[3]。由于钠信标与瑞利信标相比高度更高同时更接近大气顶层,一方面减小了椎体效应所带来的误差,另一方面使聚焦非等晕误差更小^[4],所以目前已经建好的大口径望远镜,如欧南台的甚大望远镜^[5]、美国的凯克望远镜^[6]、日本的昴星团望远镜^[7],下一代的大型望远镜如美国30 m望远镜^[8]、大麦哲伦望远镜^[9]和欧洲极大望远镜^[9]等都利用或者在建造之初就计划利用钠信标来进行波前探测。

在典型的单颗钠信标自适应光学系统中,波前探测误差和时域误差大约占了总误差的70%^[1]。因此,自适应光学系统的性能主要由波前探测误差和时域误差决定。波前探测误差 σ_m 受钠信标光斑大小和回光数直接影响;时域误差 σ_T 受采样频率决定,

采样频率主要受钠信标回光数影响。因而钠信标回光数和光斑大小是自适应光学系统进行波前探测和校正的关键参数。理想的钠信标光斑应该足够小,回光应该足够亮。

2002年,Céline d'Orgeville (Gemini Telescope)的分析表明,大气湍流产生的像差中,离焦、像散、彗差和球差是造成信标光斑大小扩展的主要因素,而其余高阶像差则主要影响信标中心能量的集中度^[10]。2008年,Ronald Holzlohner用角谱传播理论仿真了信标上行激光的传输过程,得到了激光到达钠层时的功率密度分布^[11];同年,Hugues分析了功率均匀分布时,激光功率和钠信标回光数的关系^[12]。2009年,Fabien Marc分析了饱和效应对钠信标光斑造成的扩展^[13]。2015年,刘向远研究了发射口径对信标漂移方差的影响^[14],并在后续工作中研究了长脉冲、短脉冲和连续波激光传播至钠层并激发钠信标回波光子的分布及变化情况^[15]。

以上分析均存在一定不足:(1)针对的激光器谱线精确对准钠原子 D_{2a} 线未考虑 D_{2b} 线的再泵浦效应的影响,而利用 $D_{2a}+D_{2b}$ 双峰泵浦能够极大地提高激光器能量利用率已经成为了未来产生钠信标的有效手段,利用 $D_{2a}+D_{2b}$ 双峰泵浦产生钠信标光斑大小和回光数与仅利用 D_{2a} 线泵浦的结果差别较大;(2)未系统分析如何设计激光发射望远镜(Laser Launch Telescope, LLT)口径,使产生的钠信标的光斑最优;(3)目前很少有工作将钠信标回光数与光斑大小结合起来对AO系统性能的影响进行分

析, 通过优化 AO 系统的性能从而得到最优的光斑大小和回光数。

根据观测站大气条件合理设计激光发射望远镜, 准确地估计利用 $D_{2a}+D_{2b}$ 双峰泵浦产生信标的回光数和光斑大小, 能够在设计自适应光学系统之初对进行误差分配时合理分配探测误差与时域误差所占比重。同时, 根据回光数合理地设计系统采样频率, 在能够充分发挥自适应光学系统性能的同时, 还能为下一代脉冲型激光器重复频率的设计提供指导意义。因此, 根据实际观测站址的大气条件及后端自适应光学系统对钠信标探测精度的要求, 合理地设计发射望远镜, 并计算出钠信标光斑大小和回光数是钠信标 AO 系统设计的基础与前提。

文中针对国内丽江高美古 1.8 m 望远镜装备的自适应光学系统所采用的中国科学院理化技术研究所 20 W 级百微秒脉冲激光器及站址的大气条件^[16], 对钠信标发射望远镜进行了详细分析, 得出一套优化发射望远镜口径的普适方法; 根据该方法得到了发射望远镜最优口径范围为 260~320 mm。随后分析了激光器采用文中双峰泵浦时, 在大气湍流强度变化时该发射望远镜产生的钠信标回光数和光斑大小。最后, 针对不同的湍流强度计算了系统最优采样频率。

1 方法综述

钠信标光斑大小和回光数是耦合效率与激光到达钠层时功率密度分布共同作用的结果。因此, 该节首先介绍激光器采用文中双峰泵浦时的耦合效率; 然后给出优化发射望远镜口径设计的普适方法; 最后计算优化后的发射望远镜产生的钠信标回光数和光斑大小。

1.1 激光器及其耦合效率

文中针对中国科学院理化技术研究所提供激光器的耦合效率进行分析。采用 $D_{2a}+D_{2b}$ 双峰泵浦的方式激发中间层钠原子比 D_{2a} 单峰泵浦的方式时激发的回光数提高大约 30%^[17], 因此激光器 10% 的功率从 D_{2a} 峰上调制到 D_{2b} 峰上。激光器主要参数见表 1^[17]。

表 1 中国科学院理化技术研究所 20 W 级微秒脉冲钠信标激光器主要参数

Tab.1 Main parameters of TIPC 20 W microseconds-pulse laser for sodium laser guide star

Parameter	Value
Laser power, P	20 W
Laser wavelength, λ	589.159 nm
Repumping power fraction, q	0.1
Polarization	Circular polarization
Repumping frequency offset, Δf_{ab}	1.717 8 GHz
Geomagnetic field intensity, B	0.46 G
Zenith angle of geomagnetic field	131°
Pulse rate	500 Hz

利用速率方程和蒙特卡洛仿真软件^[18], 计算了该激光器的耦合效率 S_{ce} photons·s⁻¹·sr⁻¹·atoms⁻¹·(W/m²)⁻¹, 结果如图 1 所示。其仿真条件为: D_{2b} 线功率占比 10%; D_{2b} 频率偏移 1.712 GHz; 圆偏光; 频谱有多个纵模, 纵模间隔 150 MHz。从图中可以看出, 钠信标耦合效率与功率密度呈非线性关系; 存在一个最优的功率密度, 使激光器的耦合效率达到最大值。当与钠原子作用的功率密度为 44 W/m² 时, 耦合效率达到最大值 335 photons·s⁻¹·sr⁻¹·atoms⁻¹·(W/m²)⁻¹, 因此希望钠信标发射系统产生光斑的功率密度尽可能集中在最大值附近。

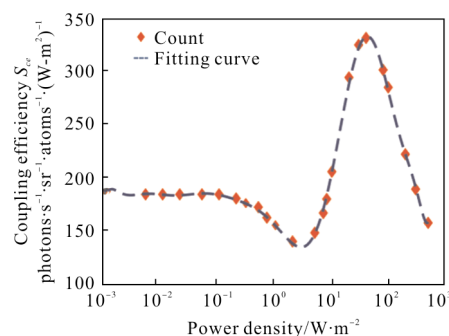


图 1 准连续脉冲激光器耦合效率曲线

Fig.1 Coupling efficiency curve of QCW laser

1.2 发射望远镜口径和上行路径湍流对功率密度分布的影响

钠原子与激光作用时的耦合效率呈非线性关系, 因此钠信标光斑大小与激光到达钠层功率密度

图的尺寸不一定相同^[13,19],但在短曝光时间与大气相干时间接近的情况下(毫秒量级),钠信标光斑半宽与激光到达钠层时功率密度分布的半宽呈正相关。因此,对钠信标光斑半宽的优化与对激光到达钠层时功率密度分布半宽的优化一致。激光到达钠层时功率密度分布主要受激光发射望远镜口径,上行路径中的高阶动态像差,发射光路的静态像差和激光光束质量共同影响^[19-20]。当发射的激光在大气中传输时,若发射口径过小,衍射受限导致光斑扩展;而发射口径过大,湍流影响又会成为导致光斑扩展的主要因素。合理地设计发射系统,使激光到达钠层时功率密度分布足够小,从而获得尺寸更优的钠信标。由于丽江高美古天文台的 1.8 m 望远镜几何口径较小,钠层具有一定厚度带来的光斑拉长效应,文中不予考虑。

文中光传播过程根据 Parenti 和 Sasiela 的模型进行计算^[21]。无像差的透镜对激光聚焦后,在短曝光情况下产生的功率密度分布的大小(定义为光强衰减到 $1/e^2$ 处的直径) ω_0 (单位:m)可以表示为^[21]:

$$\omega_0 = K \times \lambda \times \frac{H_{LGS}}{D_{BLT}} \quad (1)$$

$$\text{式中: } K = 1.644 \ 9 + \frac{0.646 \ 0}{(T-0.2816)^{1.821}} + \frac{0.532 \ 0}{(T-0.2816)^{1.891}},$$

T 为截断率, $T = D_b / D_{BLT}$, D_b 为激光入射到主镜上时光强衰减到 $1/e^2$ 处的直径; D_{BLT} 为发射望远镜主镜的净通光口径; H_{LGS} 为信标产生的高度; λ 为激光波长。

大气湍流的强度用大气相干长度 r_0 来描述,湍流产生的波前畸变可以描述为一系列泽尼克多项式的线性叠加^[22]。短曝光时,倾斜像差仅仅影响激光在钠层上的到达角起伏,造成光斑的跳动,对光斑的能量分布无影响。而高阶像差(除倾斜之外)主要影响光斑能量的分布即激光到达钠层时的功率密度分布。激光上行光路中波前方差 σ_{total}^2 可以表示为:

$$\sigma_{total}^2 = \sigma_{static}^2 + \sigma_{\phi}^2 \quad (2)$$

式中: σ_{static}^2 为激光发射系统产生畸变波前的方差,文中暂不考虑静态像差的影响; σ_{ϕ}^2 为大气湍流产生的高阶波前畸变的方差。针对柯尔莫格洛夫湍流^[23]:

$$\sigma_{\phi}^2 = 0.134 \left(\frac{D_{BLT}}{r_0} \right)^{5/3} \quad (3)$$

Yura 定义短曝光时大气相干长度^[24]:

$$\rho_0 = r_0 \left[1 + 0.37 \left(\frac{r_0}{D_{BLT}} \right)^{1/3} \right] \quad (4)$$

受大气湍流影响的短曝光的斯特列尔比定义为^[21]:

$$\text{Strehl}_{SE} = e^{-\sigma_{total}^2} + \left[\frac{1 - \sigma_{\phi}^2}{1 + \left(\frac{D_{BLT}}{\rho_0} \right)^2} \right] \quad (5)$$

定义 $F = \frac{1}{\sqrt{\text{Strehl}_{SE}}}$ 。同时,考虑激光光束质量

M^2 对光斑扩展的影响:

$$M^2 = \frac{\omega_{0R} \cdot \theta_R}{\omega_0 \cdot \theta} \quad (6)$$

式中: θ 和 ω_0 为 TEM₀₀ 模的激光远场发散角和束腰直径; θ_R 和 ω_{0R} 代表实际激光的远场发散角和束腰直径。理想的基模高斯光束其光束质量 M^2 为 1。光束质量在一定程度上反映了实际光束相对于理想基模高斯光束远场能量的发散程度,光束质量为 M^2 的高斯光束的直径将是基模高斯光束的 M 倍。激光到达钠层时功率密度分布在光强为 $1/e^2$ 处的宽度可近似表示为^[20]:

$$D_{map} = \omega_0 \cdot F \cdot M / H_{LGS} (\text{rad}) \quad (7)$$

激光到达钠层时的功率密度分布可以看成高斯分布,因此,根据高斯分布特点,半宽(FWHM)可以表示为:

$$D_{map} = C \cdot \omega_0 \cdot F \cdot M / H_{LGS} (\text{rad}) \quad (8)$$

式中: C 为常数 0.55。

1.3 钠信标回光数及光斑大小

钠信标回光数是激光到达钠层与钠原子作用发射的光子数,实际钠信标的大小由钠信标回光分布决定,由于钠原子存在饱和效应,实际钠信标的形态与激光到达钠层功率密度分布的形态略有不同^[13,19]。文中,光斑尺寸与回光数均针对天顶角为零时的情况分析。图 2(a)、(b)分别展示了激光到达钠层时的功率密度分布和钠信标光斑形态。

钠信标在大气上空的回向回光强度分布 $N(x, y)$ (photons \cdot s⁻¹ \cdot m⁻²) 可以表示为^[25]:

$$N(x, y) = \frac{I(x, y) \cdot C_{Na} \cdot S_{ce}}{L^2} \cdot \Delta s \quad (9)$$

钠信标产生的后向回光数可以表示为:

$$N = \iint \frac{I(x, y) \cdot C_{Na} \cdot S_{ce}}{L^2} dx dy \quad (10)$$

式中: Δs 为微元的面积; $I(x, y)$ 为钠层中的功率密度分布; C_{Na} 为钠原子柱密度, 在丽江的典型值为 $3 \times 10^{13} \text{ atoms} \cdot \text{m}^{-2}$; L 为钠层到望远镜接收表面的垂直距离。

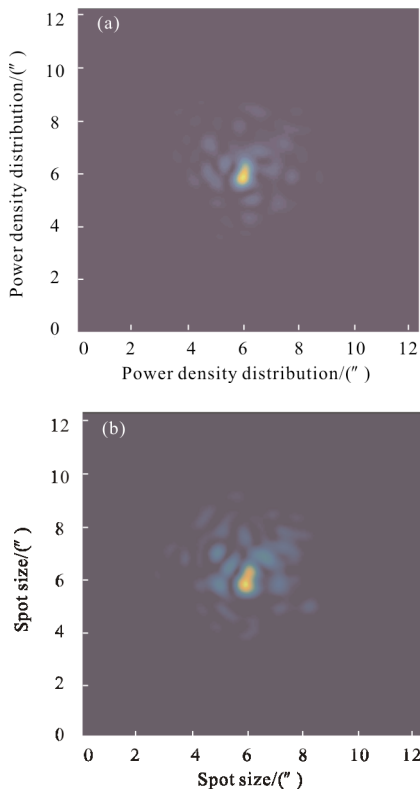


图 2 (a)激光到达钠层时功率密度分布, (b)钠信标光斑形态

Fig.2 (a) Power density distribution at sodium layer,

(b) spot pattern of sodium laser guide star

钠信标光斑大小 θ_{Na} 也采用半宽来表示。根据钠信标后向回光强度分布, 可得到钠信标的光斑大小。整个钠信标的光斑半宽定义为:

$$\theta_{Na} = \left[\left(\theta_x^2 + \theta_y^2 \right) / 2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

式中: θ_x, θ_y 分别为钠信标在 x 和 y 方向上的半高全宽。由于湍流具有随机性, 光斑大小及回光数都采用 250 幅曝光时间为 2 ms 的短曝光图像的平均值。

2 钠信标光斑大小及回光数仿真

2.1 激光发射望远镜口径设计结果

根据公式(8)计算得到不同发射望远镜口径在不同 r_0 (Kolmogorov 湍流模式) 下产生的功率密度分布的半宽, 如图3中实线和虚线所示。计算过程中暂不考虑发射系统的像差 ($\sigma_{static}^2 = 0$) 及光束质量的影响 ($M^2 = 1$)。

随后利用 OOMAO 仿真程序包生成了湍流相位屏以及对激光在大气中传输过程进行了仿真^[26], 该程序包是欧洲南方天文台开发的基于 Matlab 的仿真平台, 已经用于大麦哲伦望远镜和欧洲极大望远镜的自适应光学系统性能分析。不同发射望远镜口径在不同 r_0 情况下产生功率密度分布半宽的仿真的结果如图 3 中的点所示。实线和虚线为根据公式(8)计算得到的结果, 不同形状的点代表利用 OOMAO 仿真平台仿真的结果。

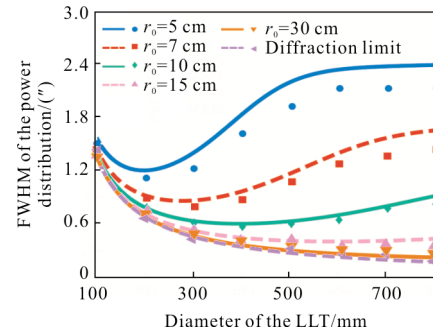


图 3 不同发射望远镜口径在不同 r_0 情况下对应的功率密度分布半宽

Fig.1 FWHM of the power density distribution with different LLT diameters at different values of r_0

从图 3 中可以看出, 在特定的大气环境条件下, 存在一个最优的发射望远镜口径值, 使激光到达钠层时光斑最小。当发射望远镜口径小于最优值时, 口径内湍流影响较小, 随着口径的增加, 望远镜聚焦能力增强, 光斑直径逐渐缩小。当发射望远镜口径大于最优值时, 随着口径的增加, 虽然望远镜聚焦能力也随之增加, 但是发射口径内的湍流的影响也增加, 光斑逐渐增大, 最后趋近于常量。随着 r_0 的增加, 发射望远镜最优口径值也逐渐增大。为了使钠信标光斑较小, 在湍流较强时, 较小的激光发射望远镜口径更为有利; 当湍流较弱时, 较大的激光发射望远镜口径

更为有利。在丽江高美古天文台, r_0 值为 7~9 cm, 最优发射望远镜口径范围为 260~320 mm。

2.2 钠信标回光数及光斑大小仿真结果

利用 OOMAO 程序包仿真发射望远镜口径为 200、300、400 mm 时不同 r_0 情况下产生的激光到达钠层的光斑形态。仿真参数如表 2 所示。

表 2 仿真参数及其典型值

Tab.2 Main parameters for simulation

	Variable	Value	Description
Atmosphere	r_0 /cm	5-30	Fried parameter (@550 nm)
	f_{sampling} /Hz	500	Sampling frequency
	T_{atm} /mag	0.7	Atmospheric transparency
	H_i /km	0.4	Turbulent layer altitudes
	S_i	0.7,0.3	Turbulent layer relative strengths
	T_{tel} /mag	0.8	Throughput
	D_{tel} /m	0.2,0.3,0.4	Diameter
LLT	θ ($^\circ$)	0	Zenith angle
	T	0.83	Truncation ratio
	H_{LGS} /km	90 000	Altitude of the LGS
	P/W	20	Laser power
	σ_{static} /rad	0	Launch optics aberrations

仿真时, 上行激光波前被离散成 200×200 的网格; 激光到达钠层时功率密度分布依然为 200×200 的网格, 每个网格对应的面积为 $7.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, 钠信标总回光数为每个网格的回光数之和。图 4 为 300 mm 口径的激光发射望远镜在不同 r_0 情况下产生的信标光斑形态, 从图中可以看出, 强湍流情况下($r_0=5 \text{ cm}$), 光斑破碎严重; 当湍流较弱($r_0=15 \text{ cm}$)时, 湍流对光斑的影响减弱, 光斑大小已经接近衍射极限。

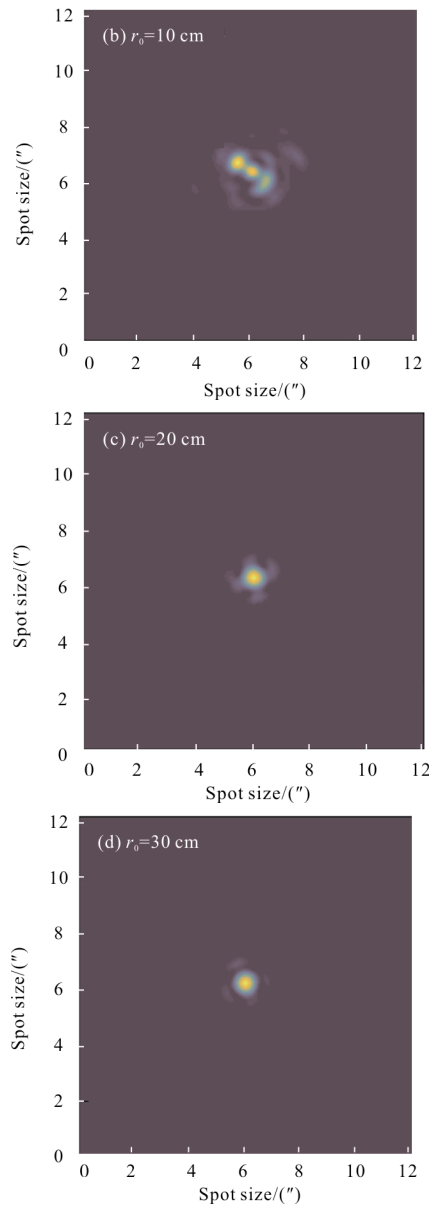
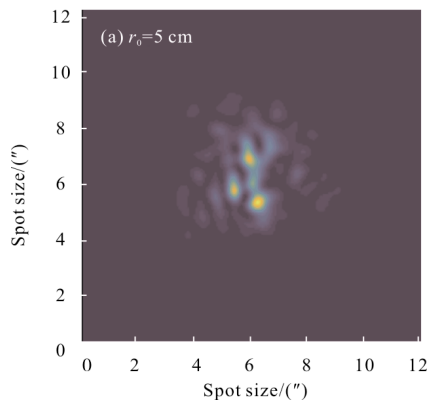


图 4 300 mm 口径发射望远镜在不同湍流强度下产生的钠信标光斑形态

Fig.4 Spot pattern of the sodium laser guide star generated by a 300 mm diameter LLT at different values of r_0

图 5 为 200、300、400 mm 口径激光发射望远镜在不同 r_0 情况下产生的钠信标回光数和光斑大小。从图 5(a)中可以看出, 随着 r_0 的增加, 光斑大小不断减小; 当发射望远镜口径为 200 mm 时, r_0 超过 8 cm 后光斑大小基本不变; 当口径为 300 mm 时, r_0 超过 11 cm 后光斑大小基本不变; 当口径为 400 mm 时, r_0 超过 20 cm 基本不变。当 r_0 为 5~6cm 时, 200 mm 口径的激光发射望远镜产生的光斑最小; 当 r_0 为 6~10 cm 时, 300 mm 口径的激光发射望远镜产生的光

斑最小;当 r_0 大于 10 cm 时,400 mm 口径的激光发射望远镜产生的光斑最小。

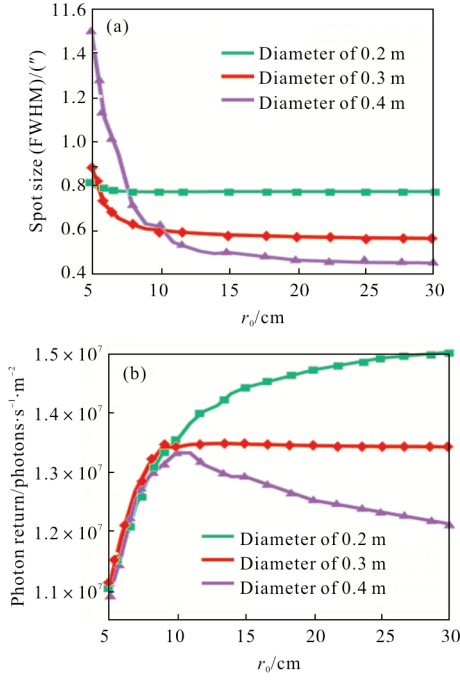


图 5 200、300、400 mm 口径发射望远镜在不同 r_0 下产生的钠信标回光数及光斑大小

Fig.5 Photon return and spot size of the sodium laser guide star generated by 200, 300 and 400 mm LLT diameter at different values of r_0

从图 5(b)中可以看到,当功率为 15 W、发射望远镜口径为 200 mm 时,随着 r_0 的增加,回光数不断增加,其原因是信标光斑相对较大,光斑还未饱和;当发射望远镜口径为 300 mm 时,回光数先随着 r_0 的增加而增加, r_0 超过 10 cm 以后,回光数逐渐趋于常数;当发射望远镜口径为 400 mm 时,回光数先随着 r_0 的增加而增加, r_0 超过 10 cm 以后,回光数逐渐下降,其原因是此时钠信标光斑相对较小,钠原子饱和造成回光数下降。针对丽江高美古天文台大气条件,在 r_0 为 7~9 cm 时,三种口径的激光发射望远镜产生的钠信标回光数几乎相等,但是 300 mm 口径的激光发射望远镜产生的钠信标尺寸最小,同时考虑到加工及制造等因素,激光发射望远镜口径选为 300 mm,后续均针对激光发射望远镜口径为 300 mm 时产生的钠信标进行分析。

2014 年,晋凯等在丽江高美古天文台,利用 300 mm 口径激光发射望远镜产生的钠信标亮度 7.4 V 星等,对应的回光数为 $9.55 \times 10^6 \text{ photons} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2[27]}$ 。

文中的仿真结果中, r_0 为 7~9 cm 时,对应回光数为 $1.2 \sim 1.3 \times 10^7 \text{ photons} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$,由于仿真时未考虑静态像差以及光束质量的影响,仿真结果略优于实验结果。

3 自适应光学系统采样频率的优化

当钠信标产生后,系统的采样频率一方面通过影响信噪比(SNR)决定探测误差,另一方面通过影响控制系统时间延迟决定时域误差。

典型的时域误差 σ_T^2 能够表示为^[1,28]:

$$\sigma_T^2 = \kappa \left(\frac{f_G}{f_s} \right)^{5/3} + 28.4 (\tau_s f_G)^{5/3} \quad (12)$$

式中: f_G 为大气湍流的格林伍德频率; f_s 为系统控制带宽,为采样频率的 1/10~1/20; $\kappa=1$; τ_s 为波前探测器积分时间的两倍。

波前探测器为哈特曼探测器。每个子孔径中 X 轴向上的探测误差 σ_x^2 表示为^[1,27]:

$$\sigma_x^2 = \left(\frac{\pi^2 K_g}{4(\text{SNR})} \right)^2 \left(\left(\frac{3d_0}{2r_0} \right)^2 + \left(\frac{\theta_x d_0}{\lambda} \right)^2 \right) \quad (13)$$

整个子孔径上的探测误差 (x, y 两个方向上) σ_m^2 能够表示为:

$$\sigma_m^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (14)$$

式中: K_g 为 1.2~1.5 之间的常数; r_0 为大气相干长度; d_0 为子孔径的大小; θ_x 为光斑在 x 轴上半宽; λ 为波长。

$$\text{SNR} \approx \sqrt{d_0^2 \cdot T_{\text{atm}} \cdot T_{\text{tel}} \cdot N / f_{\text{sampling}}} \quad (15)$$

式中: f_{sampling} 为系统的采样频率。

总误差 σ_{total}^2 定义为探测误差 (x, y 两个方向上) 与时域误差之和:

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_m^2 + \sigma_T^2 \quad (16)$$

当采样频率为最优值(f_{opt})时,总误差达到最小,即此时总误差对采样频率的一阶导函数为 0:

$$\frac{\partial(\sigma_{\text{total}}^2)}{\partial f_{\text{sampling}}} = 0 \quad (17)$$

$$f_{\text{opt}} = f_{\text{sampling}} \quad (18)$$

结合图 5 所示的 300 mm 激光发射望远镜产生的钠信标光斑大小和回光数,即可求得不同 r_0 情况下的最优采样频率。

图 6 展示的是 r_0 为 9 cm 时, 采样频率与时域误差、探测误差和总误差之间的关系。从图中可以看出, 当采样频率较低时, 探测误差小于时域误差; 随着采样频率的提升, 探测误差逐渐增加, 时域误差逐渐减小。当频率超过二者相等的频率后, 探测误差大于时域误差。在采样频率提升的过程中, 存在一个最优的采样频率, 使总误差达到最小。当 $r_0=9$ cm 时, 最优采样频率在 900 Hz 附近, 与目前采样频率为 500 Hz 时相比, 总误差由 1.9 rad^2 降低到 1.4 rad^2 , 降低了 26%。

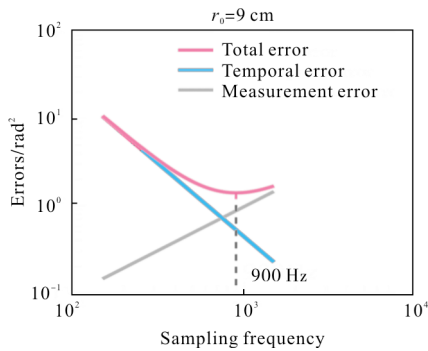


图 6 $r_0=9$ cm 时域误差、探测误差、总误差与采样频率的关系(当采样频率为 900 Hz 时, 总误差达到最小)

Fig.6 Relationship between temporal error, measurement error, total error and sampling frequency(The optimal sampling frequency is nearly 900 Hz at which the sum of measurement error and temporal error is minimised)

图 7 展示了 r_0 为 5~30 cm、采样频率范围 150~1 500 Hz 情况下系统总误差的分布。从中可以看

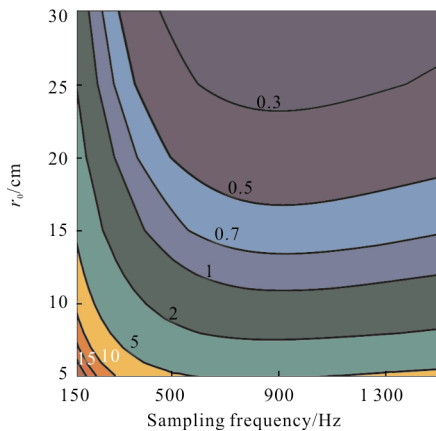


图 7 不同 r_0 (5~30 cm) 情况下, 不同采样频率 150~1 500 Hz 对应系统总误差的等高线图

Fig.7 Contour plot of the total error for different sampling frequencies of 150~1500 Hz, and r_0 values of 5~30 cm

出, 当采样频率较低时(大约小于 600 Hz), 随着采样频率的提升, 总误差迅速降低; 当采样频率较高时, 随着采样频率的提升, 总误差降低较慢, 最后呈现上升的趋势。

图 8 展示了不同 r_0 情况下对应的最优采样频率。图中红色的点是根据仿真的钠信标光斑大小和回光数(图 5)计算出来的最优采样频率, 蓝色曲线为拟合的最优采样频率。从图中可以看出当湍流较强时, 最优采样频率较低, 如 $r_0=5$ cm 时, 最优采样频率为 780 Hz 左右, 由于湍流较强, 导致钠信标的光斑较大, 回光数相对较少, 需要降低采样频率来保证波前探测的 SNR, 从而保证波前探测精度; 随着大气湍流的减弱, 最优采样频率呈逐渐上升的趋势, 在 $r_0=13$ cm 时达到峰值, 此时最优采样频率大约为 920 Hz; 当 r_0 超过 15 cm 以后, 最优采样频率逐渐下降。

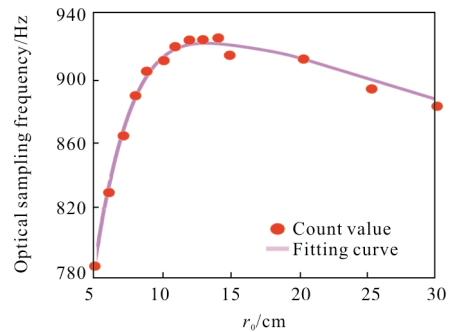


图 8 不同 r_0 情况下对应的最优采样频率

Fig.8 Optimal sampling frequencies for different r_0

受限于当前钠信标激光器的采样频率, 分析了钠信标自适应光学系统在当前 500 Hz 的采样频率下, 其总误差和最优采样频率时的总误差的对比, 如图 9

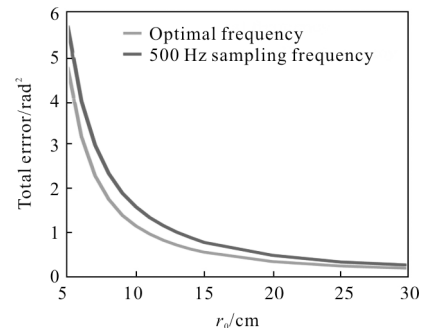


图 9 采样频率为 500 Hz 时的总误差(黑色曲线)和采样频率最优时的总误差(灰色曲线)

Fig.9 Total error comparison between the sampling frequency is 500 Hz (black curve) and sampling frequency is optimal (gray curve)

所示。可以看出随着 r_0 的增加,误差降低的比例趋于稳定,在 25%左右,因此根据观测时的大气条件,合理地选择系统采样频率,能够最好地发挥自适应光学系统的性能。

4 结 论

文中建立了激光在大气中传输的模型,利用该模型研究了发射望远镜口径内大气湍流对激光到达钠层功率密度分布的影响,确定了最优发射望远镜口径;根据功率密度与回光效率的关系,计算了利用 $D_{2a}+D_{2b}$ 激发产生的钠信标光斑大小和回光数;最后通过钠信标光斑大小和回光数计算探测误差和时域误差,对系统采样频率进行了优化。研究所得结论如下:

(1) 根据发射望远镜口径内大气湍流对激光到达钠层功率密度分布的影响,得出优化发射望远镜口径的普适方法。针对丽江高美古天文台大气条件(r_0 值为 7~9 cm),最佳发射望远镜口径为 300 mm;

(2) 针对口径 300 mm 发射望远镜和中国科学院理化技术研究所 20 W 级百微秒脉冲激光器,计算了不同大气条件下的钠信标回光数和光斑大小。随着 r_0 的增加,回光数不断增加,光斑大小不断减小最后趋于衍射极限;当 r_0 大于 10 cm 时,回光数趋于常数 $1.34 \times 10^7 \text{ photons} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$;

(3) 根据总误差与 r_0 和采样频率之间的关系,给出了最优采样频率与大气相干长度 r_0 之间的表达式。结合钠信标光斑大小和回光数的仿真结果,计算了不同大气条件下的最优采样频率。随着 r_0 的提升,最优采样频率逐渐增加,在 13 cm 附近达到峰值大约为 920 Hz;随后,最优采样频率逐渐下降。当 r_0 为 9 cm 时,最优采样频率为 900 Hz,与采样频率为 500 Hz 时相比,总误差由 1.9 rad^2 降低到 1.4 rad^2 ,降低了 26%;当 r_0 超过 10 cm 后,频率进行优化后系统的总误差与未优化相比,误差降低的比例在 25%左右。

参考文献:

[1] Hardy J W. Adaptive Optics for Astronomical Telescopes [M]. Oxford: Oxford University, 1998.
[2] Mccullough P R, Fugate R Q, Christou J C, et al.

Photoevaporating stellar envelopes observed with Rayleigh beacon adaptive optics [J]. The Astrophysical Journal, 1995, 438(1): 394-403.
[3] Xu Zuyan, Bo Yong, Peng Qinjun, et al. Progress on sodium laser guide star [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(1): 0101001. (in Chinese)
许祖彦, 薄勇, 彭钦军, 等. 激光钠导引星技术研究进展 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(1): 0101001.
[4] Allen J Tracy, Allen K Hankla, Camilo Lopez, et al. High-power solid-state sodium laser guidestar for the Gemini North Observatory [C]//SPIE, 2004, 5490: 998-1009.
[5] Holzlohner R, Calia D B, Bello D, et al. Comparison between observation and simulation of sodium LGS return flux with a 20 W CW laser on Tenerife[C]//SPIE, 2016, 9909: 99095E.
[6] Jason C Y Chin, Peter Wizinowich, Ed Wetherell, et al. Keck II laser guide star AO system and performance with the TOPTICA/MPBC laser [C]//SPIE, 2016, 9909: 99090S.
[7] Yutaka Hayano, Masayuki Akiyama, Takashi Hattori, et al. Ultimate -Subaru: project status [C]//SPIE, 2014, 9148: 91482S.
[8] Boyer C, Ellerbroek B. Adaptive optics program update at TMT[C]//SPIE, 2016, 9909: 990908.
[9] Michael Hart, Stuart M Jefferies, Neil Murphy. Daylight operation of a sodium laser guide star for adaptive optics wavefront sensing [J]. J Astron Telesc Instrum Syst, 2016, 2(4): 040501.
[10] C d'Orgeville, Bauman B, Jim Catone. Gemini north and south laser guide star systems requirements and preliminary designs[C]//SPIE, 2002, 4494: 302-316.
[11] Holzlohner R, Calia D B, Hackenberg W. Physical optics modeling and optimization of laser guide star propagation[C]//SPIE, 2008, 7015: 701521.
[12] Hugues Guillet de Chatellus, Jean-Paul Pique, Ioana Cristina Moldovan. Return flux budget of polychromatic laser guide stars [J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(2): 400-415.
[13] Marc F, Hugues Guillet de Chatellus, Jean Paul Pique. Effects of laser beam propagation and saturation on the spatial shape of sodium laser guide stars [J]. Opt Exp, 2009, 17(7): 4920-4931.
[14] Liu Xiangyuan, Li Yujie, Qian Xianmei, et al.

- Numerical simulation and analysis of beam wander and spot radius for sodium laser beacon [J]. *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, 2015, 10(5): 357-367. (in Chinese)
- 刘向远, 李玉杰, 钱仙妹, 等. 激光钠信标光斑漂移和光斑半径的数值模拟与分析 [J]. *大气与环境光学学报*, 2015, 10(5): 357-367.
- [15] Liu Xiangyuan, Qian Xianmei, Cui Chaolong, et al. Numerical simulation of return photons number of sodium laser beacon in the atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(2): 0201001.
- 刘向远, 钱仙妹, 崔朝龙, 等. 大气湍流中激光钠信标回波光子的数值模拟 [J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 0201001.
- [16] Wei Kai, Li Min, Chen S Q, et al. First light for the sodium laser guide star adaptive optics system on Lijiang 1.8-meter telescope [J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2016, 16(12): 41-45.
- [17] Jin K, Wei K, Feng L, et al. Photon return on-sky test of pulsed sodium laser guide star with D2b repumping [J]. *Publ Astron Soc Pac*, 2015, 127: 749-756.
- [18] Feng Lu, Kibblewhite E, Jin Kai, et al. A Monte Carlo simulation for predicting photon return from sodium laser guide star [C]//SPIE, 2015, 9678: 96781B.
- [19] Liu Xiangyuan, Qian Xianmei, Zhang Suimeng, et al. Numerical calculation and discussion on the return photon number of sodium laser beacon excited by a macro-micro pulse laser [J]. *Acta Phys Sin*, 2015, 64(9): 094206. (in Chinese)
- 刘向远, 钱仙妹, 张穗萌, 等. 宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子的数值计算与探讨 [J]. *物理学报*, 2015, 64(9): 094206.
- [20] Morris T J, Wilson R W, Myers R M, et al. Performance predictions of the GLAS Rayleigh laser guide star adaptive optics system for the 4.2 -m William Herschel Telescope [C]//SPIE, 2006, 6272: 627237.
- [21] Ronald R Parenti, Richard J Sasiela. Laser-guide-star systems for astronomical applications [J]. *J Opt Soc Am A*, 1994, 11(1): 288-309.
- [22] Noll R. Zernicke polynomials and atmospheric turbulence [J]. *J Opt Soc Am*, 1976, 66(3): 207-211.
- [23] Fried D L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion [J]. *J Opt Soc Am*, 1965, 55(11): 1427-1435.
- [24] Yura H T. Short-term average optical-beam spread in a turbulent medium [J]. *J Opt Soc Am*, 1973, 63(5): 567-572.
- [25] Holzlohner R, Rochester S M, Calia D B, et al. Optimization of cw sodium laser guide star efficiency [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2010, 510: A20.
- [26] Conan R, Correia C. Object-oriented Matlab adaptive optics toolbox [C]//SPIE, 2014, 9148: 91486C.
- [27] Jin Kai, Wei Kai, Li Min, et al. Theoretical and experimental study on photometry of a sodium laser guide star [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(1): 0106005. (in Chinese)
- 晋凯, 魏凯, 李敏, 等. 钠信标测光理论与实验研究 [J]. *红外与激光工程*, 2018, 47(1): 0106005.
- [28] Richard Dekany. Optimal LGS pointing with faint tip-tilt NGS [C]//SPIE, 2010, 7736: 773625.