

## 少光子灵敏度精密激光测距方法及验证

刘鸿彬<sup>1,3</sup>, 李 铭<sup>1</sup>, 舒 嵘<sup>1</sup>, 胡以华<sup>1,2</sup>, 黄庚华<sup>1</sup>

- (1. 中国科学院上海技术物理研究所 空间主动光电技术与系统实验室, 上海 200083;  
2. 脉冲功率激光技术国家重点实验室, 安徽 合肥 230037; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 针对传统线性探测激光能量需求高、光子计数难以区分信号和噪声的特点, 提出了一种基于少光子的高精度激光测距方法。利用硅光电倍增管(Silicon Photomultiplier, SiPM)作为回波探测器, 并对脉冲测距系统的回波响应模型、噪声特性以及测距精度进行分析。搭建了实验验证系统, 实现了在激光波长为 532 nm、能量为 10 nJ 的条件下, 对 107.86 m 处的面目标进行测距。实验结果表明, 系统的噪声为随机分布, 且噪声幅度不超过 3 个像元同时响应量级, 鉴别阈值略大于该值时, 即可清晰地分辨出信号和噪声; 对于包含 32 个光子的回波信号, 探测器中发生雪崩像元的个数约为 4 个, 此时系统测距精度达到  $3\sigma=3$  cm。

**关键词:** 激光测距; 少光子; SiPM; 高精度

**中图分类号:** TN249 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0106001

## Estimation and verification of high-accuracy laser ranging on several photons

Liu Hongbin<sup>1,3</sup>, Li Ming<sup>1</sup>, Shu Rong<sup>1</sup>, Hu Yihua<sup>1,2</sup>, Huang Genghua<sup>1</sup>

- (1. Laboratory of Space Active Electro-Optical Technology and System, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China;  
2. State Key Laboratory of Pulsed Power Laser Technology, Hefei 230037, China;  
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A new high-accuracy laser ranging technology based on several photons was mentioned and verified, according to traditional linear detection needing high laser energy and photon counting detection hard to distinguish the avalanche events generated by signal or noise. Silicon Photomultiplier was used as echo detector, making analysis of the echo response model, noise characteristics and ranging accuracy. Laser ranging system was set up to measure target of the 107.86 m at laser wavelength of 532 nm and energy of 10 nJ. Experimental verification result indicates that the noise is a random distribution, which maximum magnitude equals to three pixels fired at the same time. When threshold is set above that, noise and signal can be clearly distinguished. For echo signal containing 32 photons, about four pixels are fired. Meanwhile, ranging accuracy of the system is up to 3 cm at 3 sigma.

**Key words:** laser ranging; several photons; SiPM; high-accuracy

收稿日期: 2018-08-11; 修订日期: 2018-09-12

基金项目: 国家 863 计划(2015AA123801)

作者简介: 刘鸿彬(1992-), 男, 博士生, 主要从事光电信息获取与处理方面的研究。Email: liu\_hb1992@163.com

导师简介: 胡以华(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事空间信息和光电信息处理方面的研究。Email: yh\_hu@263.net

## 0 引言

激光测距是一种主动探测技术,典型的激光测距体制主要分为直接探测和相干探测两类,其中,直接探测在激光雷达领域最为常用。直接探测主要包括脉冲法激光测距和连续波激光测距。脉冲激光测距利用激光器对目标发射一个窄脉冲,通过光速与激光往返目标的时间来标定目标的距离。连续波激光测距采用相位法,利用激光器对目标发射一束调制的连续光,通过测量发射光与目标的反射光之间的相位差来获得目标的距离数据。虽然连续波激光测距在可以获得较高的测距精度,但脉冲测距法相对于相位法具有实现原理简单,测程远,功耗低,能够短时间获取目标距离信息等优点<sup>[1-3]</sup>。

脉冲法激光测距技术包括传统的线性体制以及近年来出现的光子计数体制。传统的线性体制激光测距技术每发射一次激光脉冲都对应一个明确的回波信号,并且回波信号的信噪比较高,可以通过阈值比较法将回波信号提取出来,但线性探测器的增益较低(一般 200~400),应用于远距离测距时,对激光能量要求较高。光子计数激光测距技术可以将激光测距系统的探测灵敏度提高到单个光子响应极限,然而,随着灵敏度的提高,目标回波和噪声的输出幅度相同,无法通过阈值比较法识别信号<sup>[4-5]</sup>。实际应用中往往需要存储所有的距离数据,然后利用噪声的随机分布特性做后期栅格法滤波处理,因此光子计数测距法对数据的存储、处理要求较高,精度低,并且难以做到实时的距离测量。而少光子测距系统能降低噪点,提高精度,并分辨不同反射率的目标<sup>[6-7]</sup>。综上,设计能够分辨噪声和信号的少光子激光测距系统,对简化系统、实现远距离实时测距以及多波束激光雷达的应用具有重要意义。

基于盖革模式的雪崩光电二极管阵列是近年来发展迅速的新型探测器,在粒子物理、空间物理、安全检查、核医学(尤其是 PET)等领域得到很广泛的应用<sup>[8-10]</sup>。光电二极管阵列包含几百到上千像元,每个像元内部串联一个工作在盖革模式的光电二极管以及淬灭电阻,当某一像元发生雪崩时,雪崩锁存该像元,不影响其他的像元,其他像元仍然处于偏压状态,依然可以检测光子,因此与单光子探测器相比,

光电二极管阵列具备分辨多光子的能力。目前国外的主要厂家分别是爱尔兰的 SensL 公司以及日本的滨松公司,其中,SensL 公司将其命名为 SiPM,并且包含快速输出引脚(Fast Output),输出信号具有极短的上升时间(<1 ns)以及窄脉宽(2 ns),满足高精度测距需求<sup>[11-13]</sup>。

文中利用 SensL 公司的 SiPM 设计并实现了一种基于少光子探测的高精度激光测距系统,与传统线性体制以及光子计数体制相比,在实现远距离测距的同时能够有效地减少回波的个数,降低了目标距离信息提取的复杂度。

## 1 少光子测距方法原理

### 1.1 激光回波理论

激光雷达和微波雷达有着相同的工作原理,其作用距离方程可以类比微波雷达的作用距离方程导出。假设激光发射功率为  $P_t$ ,接收到的激光功率为  $P_r$ ,发射光学系统效率为  $\eta_t$ ,接收光学系统的效率为  $\eta_r$ ,大气单程传输效率为  $T$ ,激光发射光轴与目标法线夹角为  $\theta$ ,激光在目标处的光斑面积为  $A_t$ ,目标被激光覆盖的面积为  $A_i$ ,接收光学系统的有效面积为  $A_r$ ,目标反射率为  $\rho$ ,目标距离为  $R$ ,激光雷达方程可表述为<sup>[3]</sup>:

$$P_r = \rho \eta_t \eta_r T^2 \cos \theta \frac{A_t}{A_i} \cdot \frac{A_r}{\pi R^2} P_t \quad (1)$$

上式为激光雷达方程的一般形式,文中设计的激光测距系统是正向对面目标进行测距,激光发射光轴与目标法线夹角为  $\theta$  等于  $0^\circ$ ,目标处的激光光斑与目标被激光覆盖的面积相等,即  $A_t = A_i$ ,上述方程可简化为:

$$P_r = \rho \eta_t \eta_r T^2 \frac{A_r}{\pi R^2} P_t \quad (2)$$

对于少光子测距系统,接收到的回波能量极其微弱,可将上式进一步转换为光子表述形式:

$$N_r = \rho \eta_t \eta_r T^2 \frac{A_r}{\pi R^2} \cdot \frac{\lambda}{hc} E_t \quad (3)$$

式中: $E_t$ 为发射激光能量; $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 为普朗克常量; $\lambda$ 为激光波长。通过公式(3)可以估算出发射一次激光脉冲,系统接收到的回波中所含的光子的个数  $N_r$ 。假设激光波长为 532 nm,目标反射率为 0.3,发射光学系统效率为 0.9,接收光学系统效率为 0.5,

大气单程透过率为 0.8,接收口径为 25 mm,对于不同能量的脉冲激光,接收到的回波光光子数和距离的关系,如图 1 所示。

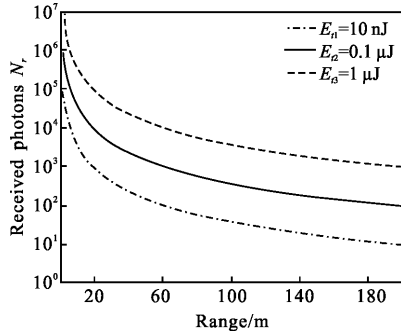


图 1 不同激光能量对应的回波光光子数与距离的变化曲线  
Fig.1 Received photons curves with changing of target range for different laser energy

## 1.2 SiPM 响应模型

量子效率(Quantum Efficiency, QE)是衡量单光子探测器的重要参数,用来表征探测器光电转换的能力。同样,衡量 SiPM 灵敏度的参数称为光子探测效率(Photon Detection Efficiency, PDE)。由于一块 SiPM 探测器内包含成百上千个像元,且每个像元相互独立,因此与量子效率 QE 不同,PDE 是用来描述入射光子在某个特定像元内发生雪崩效应的一种统计学概率,PDE 定义为<sup>[14]</sup>:

$$PDE(\lambda, V) = QE \cdot \varepsilon(V) \cdot F \quad (4)$$

式中:QE 为量子效率表示入射光子产生电子空穴对的能力,取决于入射光的波长  $\lambda$ ;  $\varepsilon(V)$  为雪崩发生的概率,取决于反向偏压  $V$ ;  $F$  为探测器的填充因子,由于像元内存在探测盲区,填充因子表示为有效的响应区域与像元面积的比值。假设到达探测器的光子数为  $N_{\text{photon}}$ ,总像元数为  $N_{\text{cell}}$ ,当  $N_{\text{cell}} < N_{\text{photon}}$  时,光子落在某特定像元的概率服从随机分布,则该像元探测到的平均光子个数为  $\bar{N}$ :

$$\bar{N} = \frac{N_{\text{photon}} \cdot PDE(\lambda, V)}{N_{\text{cell}}} \quad (5)$$

对于脉冲法测距,可依据经典的光电探测理论推导出探测器所能够探测到的回波光光子数服从泊松分布,因此在激光脉冲脉宽时间内,该特定像元产生 0 个光电子的概率为:

$$P(k=0) = \frac{\bar{N}^k}{k!} e^{-\bar{N}} = e^{-\bar{N}} \quad (6)$$

则对于像元个数为  $N_{\text{cell}}$  的探测器而言,能够产生雪崩的平均像元个数  $N_{\text{fired}}$ :

$$N_{\text{fired}} = N_{\text{cell}} \cdot [1 - P(k=0)] \quad (7)$$

将公式(5)与(6)带入公式(7)得到当入射光子数为  $N_{\text{photon}}$  时,引起的雪崩像元个数为:

$$N_{\text{fired}} = N_{\text{cell}} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{N_{\text{photon}} \cdot PDE(\lambda, V)}{N_{\text{cell}}}} \right] \quad (8)$$

对光敏面相同、加工工艺一致的 SiPM,在相同的工作电压和入射光波长下,假设像元尺寸为  $d$ ,则探测器内所包含的像元个数  $N_{\text{cell}} \propto 1/d^2$ 、光子探测效率  $PDE \propto d^2$ 。表 1 为 SensL 公司生产的光敏面为 1 mm×1 mm 的 C 系列的 SiPM,在击穿电压为 2.5 V,入射光波长为 532 nm 条件下的性能参数<sup>[15]</sup>。

表 1 100xx 系列探测器参数

Tab.1 100xx series detector parameter

Sensor	Microcell size/ $\mu\text{m}$	$N_{\text{cell}}$	PDE
10010	10	2 880	7%
10020	20	1 926	12%
10035	35	504	16%
10050	50	282	18%

不同型号的探测器在微弱的光照条件下,发生雪崩效应的像元个数  $N_{\text{fired}}$  与入射光所包含的光子个数  $N_{\text{photon}}$  的关系如图 2 所示。

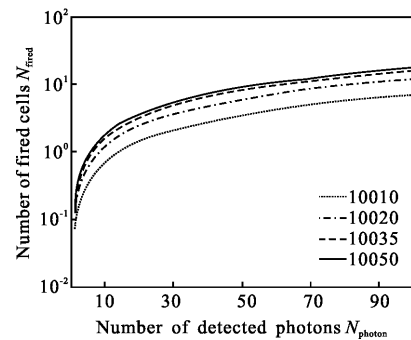


图 2 不同探测器对应的雪崩像元个数与入射光子变化曲线  
Fig.2 Number of fired cells curves with photons for different sensor

对于脉冲测距系统,将公式(3)带入(8)中,即可得到 SiPM 探测器能够发生雪崩效应像元个数和发射激光单脉冲能量的关系:

$$N_{\text{fired}} = N_{\text{cell}} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{PDE(\lambda, V)}{N_{\text{cell}}} \cdot \rho^2 \eta_r \eta_t T^2 \frac{A_r}{\pi R^2} \cdot \frac{\lambda}{hc} E_t} \right] \quad (9)$$

### 1.3 噪声特性

SiPM 的噪声主要包括暗计数、后脉冲以及串扰。暗计数指在无光照时,探测器内部热激发产生的电子空穴对引起的雪崩效应。后脉冲指当一个光子引发雪崩效应后,雪崩电流流经 APD, 其中的晶格缺陷会捕获载流子, 这些载流子如果在本次释放中没有耗尽, 会引起二次雪崩。串扰指某个像元发生雪崩过程中, 产生的次级光子被相邻像元探测到并引起雪崩, 这些雪崩同时发生, 导致信号的幅值等于多个光子响应的累加。串扰与填充因子以及反向偏压有关, 填充因子越大、反向偏压越高, 串扰越严重。值得注意的是, 对 MicroFC-10020-SMT, 当工作电压超过击穿电压 2.5 V 时, 受串扰影响, 噪声最大幅度往往在 2~3 个光子的响应量级, 当阈值电压设置超过 3 个光子时, 探测器的暗计数可以忽略<sup>[16-17]</sup>。基于该噪声特性, 结合公式(9)可知, 要使得少光子的激光测距系统能够通过阈值比较法明确区分出噪声和信号, 目标回波引起的雪崩像元的个数  $N_{\text{fired}}$  应大于等于 4。

### 1.4 精度分析

脉冲测距法的测距误差主要来源于时间测量单元的量化误差以及激光回波鉴别电路中前沿抖动引起的误差。量化误差由时间测量单元的最小分辨率决定, 假设激光回波到来的时刻服从均匀分布, 时间测量的最小分辨率为  $\Delta T$ , 由此可得到时间间隔引起的距离测量误差为:

$$\sigma_1 = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} \left(t - \frac{\Delta T}{2}\right)^2 dt} = \frac{c\Delta T}{4\sqrt{3}} \quad (10)$$

前沿抖动误差产生的原因是在采用前沿鉴别法的激光测距回波鉴别电路中, 由于回波信号的抖动以及随机噪声的影响, 使相同距离的回波上升沿穿越比较阈值的时刻也会发生变化, 由此产生时刻鉴别的抖动, 带来测量误差。对于高斯形激光脉冲, 前沿抖动引起的距离测量误差为<sup>[1]</sup>:

$$\sigma_2 = \frac{ct_r}{2\sqrt{2} \cdot \text{SNR}} \quad (11)$$

式中:  $t_r$  为回波信号的上升时间; SNR 为信噪比。结合公式(10)、(11)可知, 时间测量单元的分辨率越高、回波脉冲的上升沿越陡, 测距的精度越高。对于激光测距系统, 回波上升时间受探测器性能、发射激光脉宽以及系统带宽的影响, 因此, 选用脉宽足够窄的激

光、高性能的回波探测器以及设计带宽足够宽的放大电路是减少前沿抖动产生的误差, 实现高精度测距系统的关键。

## 2 系统设计

文中设计的激光测距系统工作原理框图如图 3 所示, 系统主要包括发射光学系统、接收光学系统、主波探测单元、回波探测单元、时间测量单元以及上位机控制。

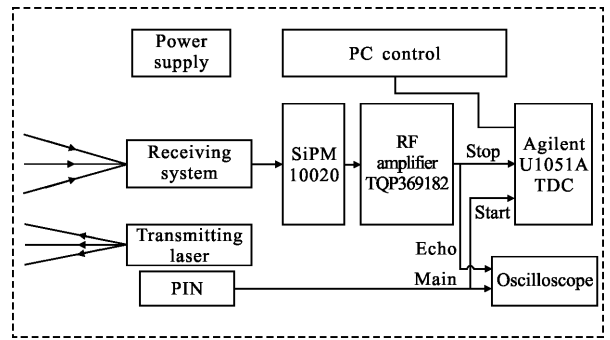


图 3 激光测距系统工作原理框图

Fig.3 Block diagram of the setup for lidar system

系统的光学输入参数如表 2 所示。

表 2 激光测距系统设计参数

Tab.2 Lidar system design parameter

Input parameter	Parameter value
Laser wavelength/nm	532
Bandpass filter/nm	1
FOV of the transmitting laser/ $\mu\text{rad}$	200
Receiving fiber core diameter/ $\mu\text{m}$	62.5
Focal length of receiving system/mm	100
FOV of the receiving system/ $\mu\text{rad}$	625
Effective diameter of the receiving system/mm	25

图 4 为文中实现的发射和接收光学系统, 系统采用发射光学与接收光学分开的结构。激光器采用被动调 Q 以及非线性二倍频的方式产生 532 nm 的激光, 激光频率 100 kHz, 半波宽为 100 ps, 单脉冲能量 1  $\mu\text{J}$ , 发散角为 200  $\mu\text{rad}$ 。光学接收系统由口径 25 mm、焦距 100 mm 的透镜, 芯径为 62.5  $\mu\text{rad}$  的多模光纤以及套筒搭建而成, 整个光学接收系统的视

场为  $625 \mu\text{rad}$ 。经平行光管校准后,对于远距离的面目标,激光足印能被接收视场完全覆盖。

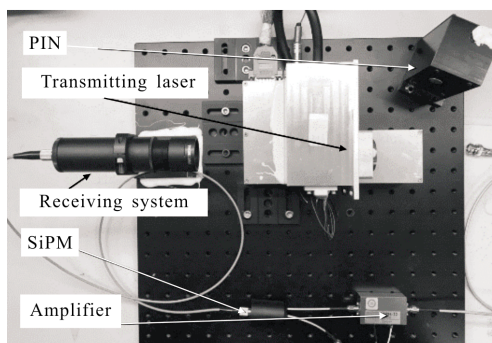


图 4 发射和接收光学系统

Fig.4 Transmitting and receiving optical system

为了保证系统的高精度,尽可能的降低信号的前沿抖动,并考虑串扰、增益以及暗电流等因素的影响,最终采用 SensL 公司型号为 MicroFC-10020-SMT 的 SiPM 作为回波探测器,并使用快速输出引脚,工作电压为  $V_{br}+2.5 \text{ V}$  条件下探测器的参数如表 3 所示<sup>[15]</sup>。为实现遮光处理,将探测器板固定在直径为  $25.4 \text{ mm}$  的透镜套筒里,并通过光纤转接件与回波光纤耦合。探测器板的快速输出信号经过两级 TQP369182 电压放大,射频放大电路的总增益  $36 \text{ dB}$ ,带宽  $50 \text{ kHz} \sim 1 \text{ GHz}$ ,经放大后的回波脉冲上升时间为  $0.8 \text{ ns}$ 。主波检测采用 PIN 光电二极管,将其放置在光源附近,经过放大比较电路后输出稳定的  $5 \mu\text{s}$  宽的数字主波。主波、回波信号通过同轴电缆连接到测时系统,时间测量采用安捷伦 U1051A 采集卡,可实现 6 通道回波信号同时测量,时间分辨率  $50 \text{ ps}$ ,量程  $10.48 \text{ ms}$ 。

表 3 MicroFC-10020-SMT 参数

Tab.3 MicroFC-10020-SMT parameter

Parameter	Value
PDE at 532nm	12%
Breakdown voltage/V	24.5
Rise time-fast output/ns	0.3
FWHM-fast output/ns	0.6
Dark count rate/kHz	30
Crosstalk	3%
After pulsing	0.2%

### 3 实验结果及分析

系统设计完成后,为了验证基于少光子的激光测距方法可行性以及精度,需要进行以下实验:(1) 对系统的噪声进行测试,分析噪声特性;(2) 示波器上观察  $100 \text{ m}$  左右的目标回波强度,与理论设计对比;(3) 在不同的鉴别阈值下对相同目标测距,观察测距结果;(4) 改变激光发射能量,对相同目标进行多次测距,统计测距精度。

搭建系统后,在不添加滤光片的前提下对系统噪声进行测试,示波器采集的噪声波形如图 5 所示。与单光子计数不同,文中搭建的系统输出噪声具有不同的幅值。其中多数为  $50 \text{ mV}$  和  $100 \text{ mV}$ ,即 1 个像元和 2 个像元的雪崩,而 3 个像元同时雪崩的噪声脉冲在  $500 \mu\text{s}$  的时间轴上只出现了一次。

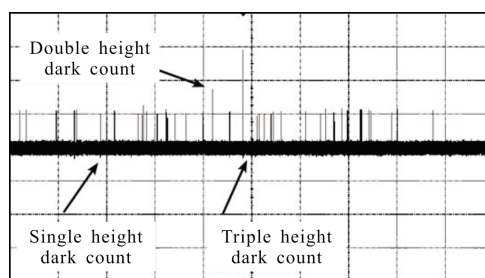


图 5 系统的噪声波形

Fig.5 Oscilloscope shot showing system noise

接收系统加上窄带滤光片后,对  $100 \text{ m}$  左右的面目标测距。为了使回波光光子数达到少光子量级,加上  $\text{OD}=2.0$  的中性吸收衰减片,对应激光发射能量为  $10 \text{ nJ}$ ,通过公式(3)理论计算可知,接收到的回波光光子数在 40 个左右。实验中示波器采集的波形如图 6 所示,通道 1 为主波,通道 2 为回波。与单光子体制不同,文中搭建的少光子测距系统在通道 2 上

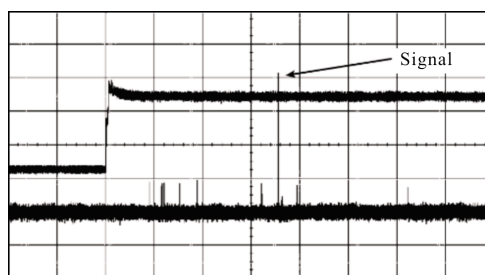


图 6 系统测距波形

Fig.6 Oscilloscope shot showing measure waveform

可以清楚地分辨出噪声和信号, 时间轴上距离主波 720 ns 处存在幅值为 200 mV 的目标回波, 对应雪崩像元的个数为 4 个。对于型号为 10020 的 SiPM, 当雪崩像元为 4 个时, 由图 2 可知, 此时照射的光子数约为 32 个, 与理论计算得到的系统回波光子数基本吻合。

将主波和回波信号接到采集卡 U1050A 上, 回波鉴别阈值  $V_{th}$  依次设为 25、80、125 mV 以及 180 mV (分别对应 0.5、1.5、2.5 以及 3.5 个像元同时响应的幅度), 对相同目标进行测距实验, 时间测量结果经 MATLAB 转成距离后如图 7 所示。从图中可知,  $V_{th}=25$  mV 时, 获得的点云数据与单光子计数体制一致, 时间测量单元无法区分噪声和信号; 而随着鉴别阈值的增加, 点云中包含的噪声点数逐渐减少,  $V_{th}=180$  mV 时, 噪声完全滤除。

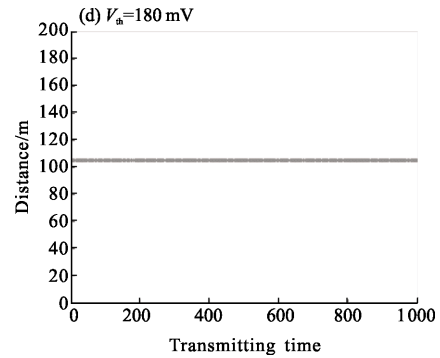
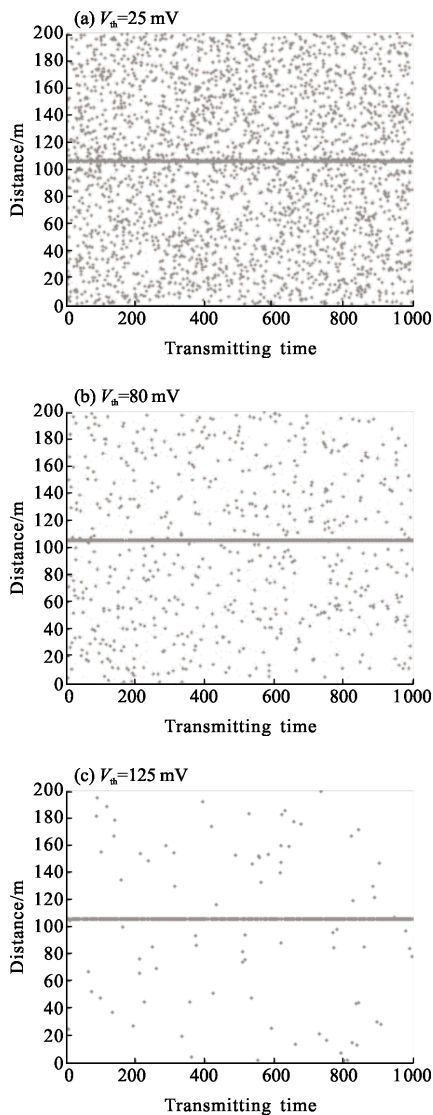


图 7 不同阈值下的实验结果

Fig.7 Experiment results at different threshold

最后, 将少光子测距系统阈值设为 180 mV, 通过改变衰减片的 OD 值来改变激光的能量, 等效于对不同反射率的目标测距, 分别对相同距离处的目标进行 10 000 次测量, 测距结果如表 4 所示。从表中可知, 当激光能量大于等于 10 nJ 时, 系统能够对目标有效测距, 并且测距精度较高; 激光能量为 5 nJ 时, 由公式(9)理论计算出雪崩像元个数为 2 个, 信号输出幅度低于鉴别阈值, 检测不到目标回波, 但实际测量中受噪声叠加影响, 系统能较低概率探测到目标, 但精度变差。

表 4 阈值确定情况下, 系统在不同激光能量的测距结果

Tab.4 Detection results of different laser energy under fixed threshold

OD	Laser energy/nJ	Mean distance/m	Detection probability	Standard deviation
1.6	25	107.86	100%	0.008 5
2.0	10	107.86	90%	0.009 2
2.3	5	107.86	5%	0.015 2

实验结果表明: (1) 文中设计的少光子测距系统噪声输出受串扰的影响呈不同幅值; (2) 鉴别阈值设置高于 3 个像元幅度时, 系统能够清晰地分辨噪声和信号; (3) 当发射激光脉冲能量为 10 nJ 时, 系统能够对 107 m 左右的目标有效地测距, 测距均值为  $\bar{R}=107.86$  m, 标准差为  $\sigma=0.009 2$  m。

#### 4 结论

文中提出了一种基于少光子的高精度激光测距

实现方法,给出了脉冲测距法的回波能量计算理论以及硅光电倍增管的响应模型,并对系统的噪声特性以及测距精度进行分析,最后搭建了实验验证系统,验证了在不同阈值电压下的测距结果,实现 10 nJ 的激光能量下对距离 107.86 m 处的面目标测距,并且系统的测距精度  $3\sigma$  达到 3 cm。总的来说,论文搭建的基于少光子的高精度激光测距系统相对于传统线性探测而言,具有更高的灵敏度、能够探测更远的距离;与单光子计数体制相比,该系统能够清楚地分辨出噪声和信号,不需要统计所有的距离信息,以及后期数据滤波处理,降低了数据处理单元的复杂度,对于实时测距以及多波束激光雷达具有良好的应用价值。

#### 参考文献:

- [1] Hu Chunsheng. Investigation into the high-speed pulsed laser diode 3D-imaging lidar [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005. (in Chinese)  
胡春生. 脉冲半导体激光器高速三维成像激光雷达研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.
- [2] Ji Rongyi, Zhao Changming, Ren Xuecheng. High precision and high frequency pulse laser ranging system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(8): 1461-1464. (in Chinese)  
纪荣祎, 赵长明, 任学成. 高精度高重频脉冲激光测距系统[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(8): 1461-1464.
- [3] Hou Libing. Research on key technology of photon counting imaging lidar in moving conditions [D]. Shanghai: Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, 2013. (in Chinese)  
侯利冰. 运动平台条件下光子计数激光成像雷达关键技术研究[D]. 上海: 中国科学院上海技术物理研究所, 2013.
- [4] Ji Yingjun, Shi Zhu, Qin Wenzhi, et al. Design and characterization of InGaAs/InP single-photon avalanche diodes for photon counting [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(3): 934-940. (in Chinese)  
纪应军, 石柱, 覃文治, 等. 用于光子计数的 InGaAs/InP SPAD 设计[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(3): 934-940.
- [5] He Weiji, Sima Boyu, Miao Zhuang, et al. Correction of reversal errors in photon counting 3D imaging lidar [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21 (10): 2488-2494. (in Chinese)  
何伟基, 司马博羽, 苗壮, 等. 光子计数三维成像激光雷达反转误差的校正[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(10): 2488-2494.
- [6] Bao Z, Li Z, Shi Y, et al. Coincidence photon-counting laser ranging for moving targets with high signal-to-noise ratio [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2014, 26 (15): 1495-1498.
- [7] Bao Z, Liang Y, Wang Z, et al. Laser ranging at few-photon level by photon-number-resolving detection [J]. *Appl Opt*, 2014, 53(18): 3908-3920.
- [8] Li Liang, Gong Guanghua. The new development of silicon photomultiplier [C]//National Annual Conference on Nuclear Electronics and Nuclear Detection Technology, 2010. (in Chinese)  
李亮, 龚光华. 硅光电倍增管的新发展[C]//全国核电子学与核探测技术学术年会, 2010.
- [9] Nie Ruijie, Xu Zhiyong, Zhang Qiheng, et al. Model of electrical characteristics of SiPM array and optimization of front-end design for three-dimensional depth sounder [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(8): 1661-1668. (in Chinese)  
聂瑞杰, 徐智勇, 张启衡, 等. SiPM 阵列电子特性建模和三维测深仪前端电子学优化[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(8): 1661-1668.
- [10] Zhang Guoqing, Liu Lina, Zhu Changjun. Detection and false-alarm probabilities based on Multi-Pixel Photon Counter [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1819-1824. (in Chinese)  
张国青, 刘丽娜, 朱长军. 采用多像素光子计数器的探测率与虚警率[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(7): 1819-1824.
- [11] Meng Qingji, Zhang Xuyan, Zhou Ling, et al. Key technologies of airborne laser 3D detection imaging system [J]. *Chinese Optics*, 2011, 4(3): 327-339. (in Chinese)  
孟庆季, 张续严, 周凌, 等. 机载激光 3D 探测成像系统的关键技术[J]. *中国光学*, 2011, 4(3): 327-339.
- [12] C-Series (Low Noise/MLP) SiPM User Manual, 2014.
- [13] O'Neill K, Pavlov N, Dolinsky S, et al. SensL new fast timing silicon photomultiplier[C]//Proceedings of Science-International Workshop on New Photon-Detectors, 2012.
- [14] Eckert P, Schultz-Coulon H C, Shen W, et al. Characterization studies of silicon photomultipliers [J]. *Nuclear Inst & Methods in Physics Research A*, 2010, 620 (2): 217-226.
- [15] SensL, C-Series (Low Noise/MLP) SiPM Datasheet, 2014.
- [16] Technical note: Introduction to the Silicon Photomultiplier [S]. Application Note, 2007: 4-7.
- [17] Rech I, Ingargiola A, Spinelli R, et al. Optical crosstalk in single photon avalanche diode arrays: a new complete model [J]. *Optics Express*, 2008, 16(12): 8381-8394.