

激光 V 型腔参量对输出性能的影响

魏 勇¹, 范一鸣¹, 李宏民¹, 陶家友¹, 钱 坤¹, 周岳平²

(1. 湖南理工学院 物理与电子科学学院, 湖南 岳阳 414006;
2. 岳阳大陆激光技术有限公司, 湖南 岳阳 414006)

摘 要: 在激光腔型设计时, 为了使激光具有良好的输出性能, 需要找出谐振腔参量对激光输出性能的影响规律。结合 V 型折叠腔的图解分析法和多元件光学谐振腔的等价腔分析法, 将折叠腔近似等价后, 对等价的共轴球面空腔的稳定性和输出光束质量进行理论求解分析, 找到了 V 型折叠腔参量和激光输出性能的内在联系。通过计算给定的条件可知, 当折叠角 $\theta=0.15\pi$ 时, 总腔长 L 的理想取值范围为 (70, 80)mm, 最佳取值为 75 mm, 端面镜曲率半径 R_1 、 R_2 的允许变化范围为 (60, 75)mm, 折叠镜曲率半径 R_3 的最小取值为 45 mm, 随着左(右)侧子腔 g -参数积增大, 右(左)侧端面镜上的基模光斑半径和远场发散角增大。上述等价腔分析法和结论对激光腔型优化设计提供了重要的理论依据。

关键词: V 型折叠腔; 光束质量; 等价腔分析法; 谐振腔稳定性

中图分类号: TN248.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0105004

Influence of V-cavity parameters on laser output performance

Wei Yong¹, Fan Yiming¹, Li Hongmin¹, Tao Jiayou¹, Qian Kun¹, Zhou Yueping²

(1. School of Physics and Electronic Science, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006, China;
2. Yueyang Mainland Laser Technology Co., Ltd., Yueyang 414006, China)

Abstract: In order to make the laser with V-resonator have good output performance, it is necessary to find the influence rules of cavity parameters on the laser output performance in laser cavity design. Combining the graphic analysis method of V-type folded cavity and the equivalent cavity analysis method of multicomponent optical resonator, the stability of the equivalent coaxial spherical cavity and the output laser beam quality were theoretically solved and analyzed after equivalent approximation of the folded cavity. The internal relationship between the V-type folded cavity parameters and the laser output performance were found. By calculating the given conditions, some results were known. The ideal value range of total cavity length L is 70–80 mm with the optimal value 75 mm when the folding angle θ is equal to 0.15π . The allowable variation range of curvature radius of end mirrors R_1 and R_2 is 60–80 mm. And the curvature radius of of folding mirror R_3 has a minimum value of 45 mm. The laser spot radius and the far-field divergence angle of fundamental mode on the right (left) end mirror will become larger with the increase of g -parameters of left (right) subcavity. The above-mentioned equivalent cavity analysis method and the achieved results can provide an important reference theoretically for the cavity optimization design.

Key words: V-type folded cavity; laser beam quality; equivalent cavity analysis; resonator stability

收稿日期: 2018-08-13; 修订日期: 2018-09-09

基金项目: 国家自然科学基金(21427801); 湖南省教育厅优秀青年项目(17B112)

作者简介: 魏勇(1977-), 男, 高级工程师, 博士, 主要从事激光和非线性光学方面的研究。Email: weiyong@hnist.edu.cn

0 引言

激光器的腔型对激光的输出性能有着重要影响^[1-3]。相比其他腔型,V型腔是一种热效应不灵敏的谐振腔^[4-5],具有良好的输出性能,在很多高效率、高功率、OPO激光输出应用中被广泛采用^[6-8]。通常V型腔设计都是为了使V型腔具有较小的光斑和远场发散角,获得较好的输出光束质量,同时也能输出较大的功率,为此需要对V型谐振腔的参量进行具体理论分析,进而实现精确调整和优化设计。然而实际的V型腔设计过程中,人们往往根据激光器具体的输出结果好坏为参考,对折叠角大小、总腔长、端面反射镜和折叠镜的曲率半径大小等V型腔参量进行多次反复调整。参量的调整导致激光输出的结果比较直观,具有随意性和盲目性,缺少对某一参量的增大或减小对激光输出的影响原因的总结,使得激光调整的过程往往需要花费很长的时间,而且还难以获得好的激光输出。因此,有必要理论建模并定性分析各V型腔参量对激光输出性能的影响,找出V型腔的关键控制因素,为激光V型腔优化设计提供指导。文中结合V型腔的图解分析法和 g' -参数等价腔分析法,采用共轴球面腔参量分析理论,对V型腔各参量与激光器输出性能之间的关系进行求解分析,通过控制变量法对不同变量取值下的谐振腔稳定性和输出光束质量进行比较,找到了各参量对激光输出性能的影响规律,对激光腔的腔型优化设计具有重要的指导意义。

1 V型谐振腔的等价分析

1.1 谐振腔的稳定性条件

V型谐振腔的结构如图1所示。图1中,反射镜 M_{11} 、 M_{12} 、折叠镜 M_{13} 的曲率半径分别为 R_{11} 、 R_{12} 、 R_{13} ,折叠角为 θ 。由于高斯光束通过透镜时的变换矩阵与球面镜上的反射矩阵可进行等价变换,所以根据V型腔的图解分析法,在忽略像散的条件下,可将折叠镜近似等效为一个焦距恒定的薄透镜^[9],如图2 V型谐振腔等效结构图中所示薄透镜 M_{13} 。图2中仅将折叠镜等效为子午面上焦距为 $f=R_{13}\cos\theta/2$ 的薄透镜,为了避免等效时带来的像散,通常尽量取小的折叠角,或在实际应用中加入一定厚度的布儒斯特片

消除像散^[10]。对于这种多元件光学谐振腔,采用Kogelnik的 g' -参数等价腔分析法,即:按照透镜成像原理,将含有薄透镜的共轴球面腔等价为一个不含透镜的空腔^[11]。

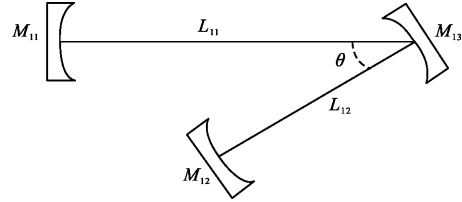


图1 V型谐振腔结构图

Fig.1 Schematic diagram of V-type resonant cavity

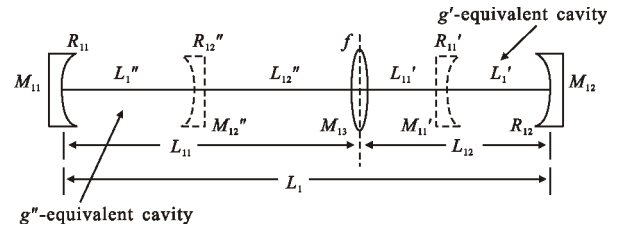


图2 V型谐振腔等效结构图

Fig.2 Equivalent structure of V-type resonant cavity

由图2可知,薄透镜 M_{13} 将谐振腔分割为两个子腔,左侧子腔长为 L_{11} ,右侧子腔长为 L_{12} 。由于腔内透镜的存在,左侧端面反射镜 M_{11} 会通过透镜在右侧成像 M_{11}' 。相同地,右侧端面镜也会在左侧成像 M_{12}'' 。设像 M_{11}' 的曲率半径为 R_{11}' ,像距为 L_{11}' , M_{12}'' 的曲率半径为 R_{12}'' ,像距为 L_{12}'' 。端面镜成的像与另一侧的端面镜构成一个等价空腔,腔的具体位置视透镜成像而定。这个谐振腔恰好是一个共轴球面腔,此处引入 g' -、 g'' -参数,其定义与一般共轴球面腔的 g -参数一致^[12],则根据透镜成像原理和共轴球面腔稳定性分析法可知,等效空腔的 g' -参数、 g'' -参数和相应地稳定性条件为:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11}' = \frac{R_{11}}{\left(\frac{L_{11}}{f} - 1\right) \left[\frac{(L_{11} - R_{11})}{f} - 1\right]} \\ L_{11}' = \frac{1}{f^{-1} - L_{11}}, L_{11}' = L_{12} - L_{11}' \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{11}' = 1 - \frac{L_{11}'}{R_{11}'}, g_{12}' = 1 - \frac{L_{11}'}{R_{12}'} \\ 0 < g_{11}' g_{12}' < 1 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_{12}'' &= \frac{R_{12}}{\left(\frac{L_{12}}{f} - 1\right) \left[\frac{(L_{12}-R_{12})}{f} - 1\right]} \\ L_{12}'' &= \frac{1}{f^{-1} - L_{12}} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} g_{11}'' &= 1 - \frac{L_1''}{R_{11}}, g_{12}'' = 1 - \frac{L_1''}{R_{12}} \\ 0 < g_{11}'' g_{12}'' < 1 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中: L_1' 为 g' -等价空腔腔长; L_1'' 为 g'' -等价空腔的腔长, 公式(1)和(3)表示 V 型腔的等价参量。值得注意的是, 公式(2)仅表示右侧子腔的稳定性条件, 而不能用来求解左侧子腔稳定性^[13]。同理, 公式(4)也仅表示左侧子腔的稳定性条件。

1.2 输出光束质量

激光光束质量是表征激光器输出光束优劣的一个重要指标, 文中主要以 V 型谐振腔输出镜镜面上的光斑半径 ω 和对应的基模远场发散角 θ 来表征输出激光的光束质量。根据共轴球面腔分析法可知, 通过对共轴球面腔腔内自再现模(厄米特-高斯或拉盖尔-高斯光束)的近似方程求解, 可得到一般稳定球面腔端面镜上的光斑半径和基模远场发散角。而根据前面的分析, V 型腔经过两次等效后得到的空腔是共轴球面腔, 故结合公式(1)~(4)可近似解得原谐振腔端面镜上的光斑大小和输出光束的远场发散角:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{12}' &= \sqrt{\frac{L_1' \lambda}{\pi}} \cdot \left[\frac{g_{11}'}{g_{12}'(1-g_{11}'g_{12}')} \right]^{\frac{1}{4}} \\ \theta_{12}' &= 2 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi L_1'}} \cdot \left\{ \frac{[g_{11}' + g_{12}' - 2g_{11}'g_{12}']^2}{g_{11}'g_{12}'(1-g_{11}'g_{12}')} \right\}^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{11}'' &= \sqrt{\frac{L_1'' \lambda}{\pi}} \cdot \left[\frac{g_{12}''}{g_{11}''(1-g_{11}''g_{12}'')} \right]^{\frac{1}{4}} \\ \theta_{11}'' &= 2 \sqrt{\frac{\lambda}{\pi L_1''}} \cdot \left\{ \frac{[g_{11}'' + g_{12}'' - 2g_{11}''g_{12}'']^2}{g_{11}''g_{12}''(1-g_{11}''g_{12}'')} \right\}^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

式中: λ 为激光器工作波长。公式(5)仅表示右侧端面镜 M_{12} 上的光斑大小和远场发散角, 并不能表示左侧子腔内模式的特征, 解得的等价空腔左侧端面镜 M_{11}' 上的光斑特征也不是原谐振腔的^[13]。同理, 公式(6)也仅表示左侧端面镜 M_{11} 上的光斑大小和远场发散角。

2 谐振腔的参量分析

谐振腔稳定性的变化会直接反映在激光器的输

出光束质量上。因而, 为确定各参量对谐振腔稳定性的影响, 采用控制变量法分别对各参量做定性分析。结合公式(1)和(3)可知, 此处存在五个待确定的参量, 即: 两侧端面镜曲率半径 R_{11} 、 R_{12} 、转折镜曲率半径 R_{13} 、折叠角 θ 和总腔长 L_1 (或子腔腔长 L_{11} , 注: $L_{12} = L_1 - L_{11}$), 其中折叠角的变化会对其他参量产生影响, 为了削弱等效时带来的像散, 要求折叠角尽量取小, 故设折叠角为常量, 即 $\theta = 0.15\pi$, 以 V 型腔的各反射镜曲率半径和总腔长 L_1 为变量, 分析变量对谐振腔稳定性的影响。

暂设 $R_{11} = 60 \text{ mm}$ 、 $R_{13} = 45 \text{ mm}$ 、 $R_{12} = 1 \text{ m}$ (相当于平面反射镜), 令腔长 L_1 取值范围为 $30 \sim 120 \text{ mm}$, 对相应的右侧子腔稳定性进行求解, 分析总腔长 L_1 对稳定性的影响, 可得出不同总腔长条件下右侧子腔的稳定性关系如图 3 所示。若以满足稳定条件(即 g' -参数积在 $0 \sim 1$ 之间)的左侧子腔长 L_{11} 取值范围大小来表征右侧子腔稳定性, 图 3(a)所示 $L_1 = 30 \text{ mm}$, L_{11} 的取值范围为 $0 \sim 30 \text{ mm}$ 时, 腔内光束不能形成稳定振荡; 而图 3(c)所示 L_1 增至 80 mm 时, 稳定性曲线整体向上平移, g' -参数积达到临界值, 且恒小于 1, 对应的稳定范围大致为 $(18, 80) \text{ mm}$ 。此时若腔长继续增大, 该范围内将出现不稳定区域。可见, 当 V 型谐振腔的总腔长发生变化时, 表现为腔的稳定范围的增大或缩小。但此时的反射镜曲率半径为恒定的

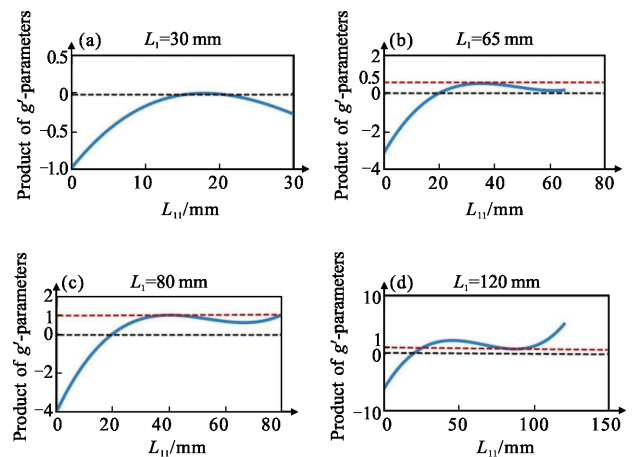


图 3 右侧子腔稳定性与总腔长关系

Fig.3 Relationship between the stability of right cavity and the total cavity length

常量, 且该参量对腔的稳定性影响不具有选择性, 故还需做进一步分析。令总腔长 $L_1 = 75 \text{ mm}$, 先令一侧

的端面镜曲率半径为某一定值,另一侧为变量,不同端面镜曲率半径右侧子腔的稳定性关系如图4所示。由图4(a)可知, $R_{11}=1\text{ m}$ 、 $R_{12}=60\text{ mm}$ 时,腔内光束形成稳定振荡的子腔长 L_{11} 范围大致为 $(0, 58)\text{ mm}$;令 R_{11} 逐渐减小至 60 mm 时,结果如图4(b)所示,该子腔在整个腔长范围内均稳定; R_{11} 继续减小至 50 mm 时,结果如图4(c)所示,对应的稳定范围大致为 $(0, 65)\text{ mm}$;此外,由图4(d)可知, $R_{11}=60\text{ mm}$ 、 $R_{12}=1\text{ m}$ 时,稳定性情况恰与图4(a)对称。

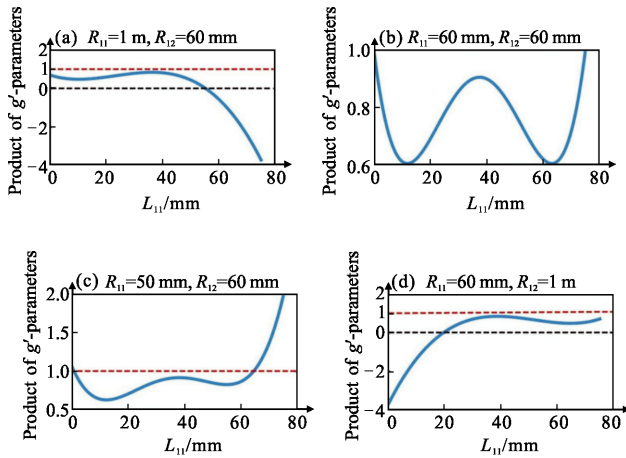


图4 端面镜曲率半径与谐振腔稳定性关系

Fig.4 Relationship between the radius of curvature of the mirror and the stability of the resonator

综上所述:结合图4(a)~(c)可知,当两侧端面镜曲率半径为 60 mm 时,谐振腔有最优的稳定范围,在此临界条件下,若增大左侧端面镜曲率半径,对应的稳定性曲线向右下方弯曲,稳定范围变窄;若减小,则向右上方弯曲,稳定范围同样变窄。而改变右侧端面镜曲率半径,相应的稳定性曲线变化与改变左侧端面镜曲率半径时的曲线对称。

此外,又令两侧端面镜曲率半径为 60 mm ,结合折叠镜曲率半径进行了分析,折叠镜曲率半径对两侧子腔稳定性的影响变化规律如图5所示。图5(a)所示为 $\theta=0.15\pi$, $L_1=80\text{ mm}$,折叠镜曲率半径 $R_{13}=30\text{ mm}$ 时,以两侧子腔同时满足稳定条件来衡量谐振腔整体的稳定性,此时腔内光束形成稳定振荡的腔长范围很窄,且存在很大的间断;若令折叠镜曲率半径逐渐增大,结果如图5(b)所示增至 60 mm 时,在整个腔长范围内均稳定;之后继续增加,由图5(b)和(c)比较可知,虽然在整体腔长范围内保持稳定,但曲线向两侧舒展, g -参数积越来越小,将影响输出光束

模体积。而图5(d)所示折叠角 θ 为 0.24π ,总腔长为 80 mm ,折叠镜曲率半径为 60 mm 时谐振腔的稳定性变化规律与上述情况相同,若以图5(b)为最佳稳定状态,则当折叠角有所增大时,折叠镜曲率半径的最佳取值由原来的 45 mm 增至 60 mm 。可见,对应的 g -参数积会随着折叠镜曲率半径的增大而减小,而上述反射镜曲率半径的临界取值主要受折叠角影响,若折叠角确定,则能够参照临界值对反射镜的曲率半径变化关系进行调整。

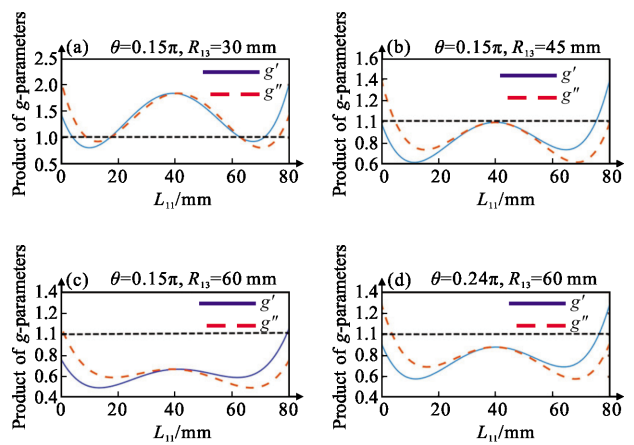


图5 折叠镜对谐振腔稳定性的影响

Fig.5 Influence of folded mirror on the stability of resonator

3 实际激光器的模拟

下面结合前面稳定分析和激光输出光束质量,对实际激光器的设计进行参量调整的模拟。设折叠角 $\theta=0.15\pi$ (相当于 30° 左右),对应的总腔长 L_1 为 80 mm (临界值),端面镜曲率半径 R_{11} 、 R_{12} 分别为 60 mm 、 65 mm ,折叠镜曲率半径 R_{13} 为 45 mm ,将上述参数代入公式(5)和(6)中,取激光器的工作波长为 1064 nm ,端面镜上光斑大小和远场发散角的变化规律如图6所示,对应的谐振腔稳定范围如图7所示。

由图6和图7可知:当左侧子腔长 L_{11} 为 $20\sim 60\text{ mm}$ 之间时,谐振腔处于稳定状态,对应的激光器具有理想的输出光束,输出光斑近似为一个不发散的点,此时在不考虑增益介质、其他光学元件和振荡模式竞争的情况下,不论以哪一侧作为输出镜,均能得到理想的输出;而当左侧子腔长 L_{11} 为 $0\sim 20\text{ mm}$ 或 $60\sim 80\text{ mm}$ 之间时,谐振腔处于不稳定状态,对应的激光器输出光斑和远场发散角随之增大,激光器

输出性能变差。但若调整两子腔腔长的分配,例如:取左侧子腔长 L_{11} 为 15 mm, 相应的右侧子腔长 L_{12} 为 65 mm, 以左侧端面镜作为输出, 也能得到较好的输出。此外, 由图 7 所可知, 相同的腔长取值即 $L_{11}=L_{12}$, 对应的 g 参数积近似相等, 两子腔稳定性呈现明显的对称性, 这也是前面的分析只考虑一侧子腔稳定性的原因。

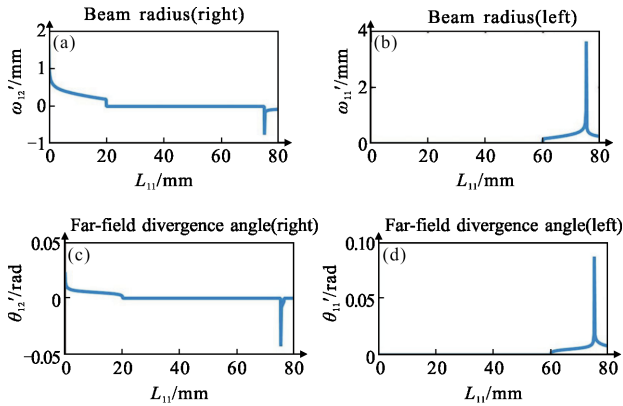


图 6 光斑大小和基模远场发散角变化规律

Fig.6 Variation of the spot size and the far-field divergence angle

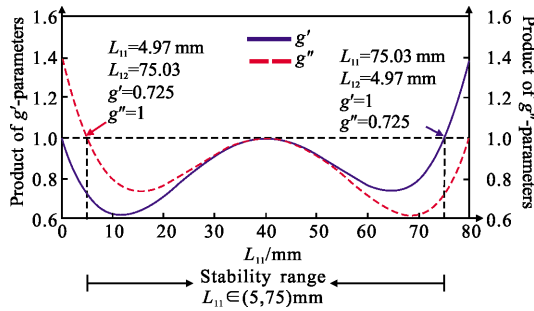


图 7 V 型谐振腔稳定范围

Fig.7 Stability range of V-type resonator

综上所述, 在实际的 V 型腔中, 往往在一侧放置增益介质或其他光学元件, 若在保证较好的输出光束质量, 应以另一侧端面镜作为输出镜, 或调整各参量, 例如: 相同条件下, 增大左侧端面镜的曲率半径使谐振腔的稳定曲线向下弯曲, 则对应的 0~20 mm 腔长范围内的右侧端面镜上的光斑将减小, 稳定范围增大, 从而获得更好的光束输出。

此外, 考虑到固体激光器的晶体热透镜效应。将晶体热效应等效于一个焦距 f_1 动态变化的薄透镜, 结合多元件光学谐振腔的等价腔分析法^[13-14], 可对等效腔的稳定性进行求解, 取 $\theta=0.15\pi$, $L_1=80$ mm,

$R_{12}=65$ mm, $R_{13}=45$ mm, 热透镜效应下左侧子腔端面曲率调整与稳定性的关系如图 8 所示。显然, 在图 8 中曲面在 $g'=0$ 与 $g'=1$ 之间, 表征谐振腔稳定, 而增大左侧端面镜曲率半径 R_{11} (从 $R_{11}=60$ mm 变大到 $R_{11}=100$ mm), 对应曲面局部向下凹陷导致 $g'<1$, 原不满足稳定条件的腔长 L_{11} 范围内光束能够形成稳定振荡。可见对于热效应下的 V 型腔参量的调整, 同样可以判断 V 型腔是否稳定。此处仅作进一步说明, 不介绍计算过程。

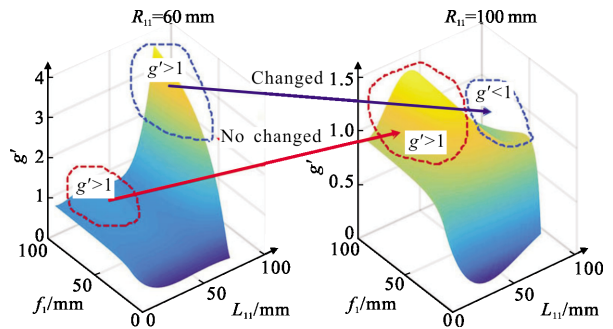


图 8 端面曲率调整与稳定性的关系示意图

Fig.8 Schematic diagram of the relationship between the curvature of the end face and the stability of the resonator

4 结论

文中研究结果表明: 在 V 型谐振腔中, 不考虑其他腔内光学元件的情况下, 其总腔长 L 的取值、叠角 θ 、端面镜曲率半径 R_1 、 R_2 和折叠镜曲率半径 R_3 的取值等参量, 都会对 V 型谐振腔的稳定性产生明确的影响, 进而直接影响激光器的输出光束质量。通过计算给定的条件, 得知当折叠角 $\theta=0.15\pi$ 时, 总腔长 L 的理想取值范围为 (70, 80) mm, 最佳取值为 75 mm, 端面镜曲率半径 R_1 、 R_2 的允许变化范围为 (60, 75) mm, 折叠镜曲率半径 R_3 的最小取值为 45 mm。上述参量调整过程中, 对应的左(右)侧子腔 g -参数积增大, 将直接表现为右(左)侧端面镜上的光斑半径和基模远场发散角增大。

总之, 文中结合 V 型腔的图解分析法和 g' -参数等价腔分析法, 采用共轴球面腔参量分析理论, 对 V 型腔各参量与激光器输出性能之间的关系进行求解分析, 找到了各参量对谐振腔稳定性和输出光束质量等激光输出性能的影响规律, 对激光腔型的优化设计具有重要的理论指导意义。

参考文献:

- [1] Chen Xinyu, Wang Di, Wang Chao, et al. Effect of Nd-(3+) doping concentration on the output characteristics of the no water cooling Nd:YAG laser [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(4): 817-821. (in Chinese)
陈薪羽, 王迪, 王超, 等. Nd-(3+) 掺杂浓度对无水冷 Nd:YAG 激光器输出特性的影响 [J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(4): 817-821.
- [2] Zeng Qinyong, Wan Yong, Qin Kaiyu. Laser resonator of novel configuration applicable to efficient electro-optical countermeasure [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(8): 0806002. (in Chinese)
曾钦勇, 万勇, 秦开宇. 可应用于高效光电对抗的新颖结构激光谐振腔 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(8): 0806002.
- [3] Meng Peibei, Shi Wenzong, Yan Fanjiang, et al. Influence of resonator misalignment on performance of diode-pumped Nd:YAG laser [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 45(6): 0605001. (in Chinese)
蒙裴贝, 史文宗, 颜凡江, 等. 谐振腔失谐对二极管泵浦 Nd:YAG 激光器性能的影响 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 45(6): 0605001.
- [4] Yu Xudong, Lei Wen, Liu Chang. Deformation law of optical resonant cavity under random vibration environment [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25 (2): 281-288. (in Chinese)
于旭东, 雷雯, 刘畅. 随机振动下光学谐振腔腔体形变及变动规律 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2): 281-288.
- [5] Zhang Lingkai, Gu Huadong, Zheng Chenqi, et al. Analysis and design of the thermal-lens-insensitive cavity in long-pulse green lasers [J]. *Laser Technology*, 2011, 35(2): 167-169. (in Chinese)
张令开, 顾华东, 郑陈琪, 等. 热透镜不灵敏长脉冲绿激光腔的设计与分析 [J]. *激光技术*, 2011, 35(2): 167-169.
- [6] Liao Xiaolu, Guo Jia, He Jianjun. Tunable V-cavity laser with butt-joint passive tuning section for fast wavelength switching [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(4): 1503807.
- [7] Li Chong, Xie Jijiang, Pan Qikun, et al. Progress of mid-infrared optical parametric oscillator [J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(6): 615-624. (in Chinese)
李充, 谢冀江, 潘其坤, 等. 中红外光学参量振荡器技术进展 [J]. *中国光学*, 2016, 9(6): 615-624.
- [8] Maik Scheller, Caleb W Baker, Stephan W Koch, et al. High power dual-wavelength VECSEL based on a multiple folded cavity [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2017, 29(10): 790-793.
- [9] Wan Daping, Wang Yumin, Gui Zhenxing, et al. A new method for stability analysis and design of laser folded cavity [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2007, 34 (9): 1217-1221. (in Chinese)
王大平, 王裕民, 归振兴, 等. 一种激光折叠腔稳定性分析及设计的新方法 [J]. *中国激光*, 2007, 34(9): 1217-1221.
- [10] Li Feng, Bai Yang, Bai Jintao, et al. A thermal dynamic graphic analysis of V type solid laser resonator [J]. *Journal of Yanbian University: Natural Science Edition*, 2006, 32(3): 176-180. (in Chinese)
李锋, 白杨, 白晋涛, 等. 一种 V 型固体激光腔的热动力学图解分析 [J]. *延边大学学报: 自然科学版*, 2006, 32(3): 176-180.
- [11] Kogelnik H. Imaging of optical modes-resonators with internal lenses [J]. *Bell Labs Technical Journal*, 1965, 44(3): 455-494.
- [12] Zhou Bingkun. *Laser Principle* [M]. 7th ed. Beijing: National Defence Industry Press, 2014. (in Chinese)
周炳琨. *激光原理* [M]. 第 7 版. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [13] Cao Qing, Zhang Weijun. Equivalent cavity of multi-element resonant cavity [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, 14(2): 135-139. (in Chinese)
曹清, 张为俊. 多元件谐振腔的等价腔 [J]. *光学学报*, 1994, 14(2): 135-139.
- [14] Lv Baida, Wei Guanghui. The equivalent resonator optical resonators analysis method [J]. *Journal of Sichuan University Natural Science Edition*, 1985(4): 53-60. (in Chinese)
吕百达, 魏光辉. 多元件光学谐振腔的等价腔分析法 [J]. *四川大学学报自然科学版*, 1985(4): 53-60.