

离轴三反系统中视轴的偏转误差研究

李杏华¹, 张冬¹, 高凌好¹, 郭倩蕊², 景泉², 胡震岳²

- (1. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;
2. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100086)

摘要: 考虑到离轴三反系统内部结构和光路的复杂性, 直接分析离轴三反系统内部各反射镜的偏转误差对视轴的影响难度较大。因此, 提出一种将离轴三反系统模型简化为单反射系统模型来进行分析的方法, 并在该模型的基础上建立离轴三反系统视轴偏转误差的计算公式。最后, 利用 Zemax 软件创建离轴三反系统模型, 通过变动反射镜位置来模拟系统视轴的变化, 并得到成像点的坐标, 再将得到的像点坐标代入计算公式求解出系统视轴的转动量。通过结果对比, 求解出视轴的转动量相对于仿真的最大误差不超过 4%, 验证了基于单反射模型建立的理论分析方法的正确性。

关键词: 离轴三反系统; 视轴; 误差; 偏转

中图分类号: TN216 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0918005

Study on line-of-sight deflection error for off-axis three mirror system

Li Xinghua¹, Zhang Dong¹, Gao Lingyu¹, Guo Qianrui², Jing Quan², Hu Zhenyue²

- (1. State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. The Whole Design Department of Beijing Space Aircraft, Beijing 100086, China)

Abstract: Considering the complexity of internal structure and optical path of the off-axis three-mirror system, it is difficult to directly analyze the effect of deflection error of each mirror inside the off-axis three-mirror system on the line-of-sight. Therefore, a method of simplifying the off-axis three-mirror system model was presented to a single-mirror system model for analysis. Then, based on the model of single reflection system, the formula of the deflection error of the off-axis three-reaction was derived. Finally, the model of off-axis three-mirror system was created by Zemax software, the change of the line-of-sight of the system was simulated by adjusting the position of the mirror and the coordinates of imaging can be obtained, then the deflection value of the system's line-of-sight was solved by substituting the image coordinates into the calculation formula. From comparing the results, the maximum error of the deflection of the line-of-sight relative to the deflection of the line-of-sight in the simulation is not more than 4%, which verifies the correctness of the theoretical analysis based on the single reflection model.

Key words: off-axis three-mirror system; line-of-sight; error; deflection

收稿日期: 2018-04-20; 修订日期: 2018-05-11

基金项目: 国家自然科学基金(51375338)

作者简介: 张冬(1993-), 男, 硕士生, 主要从事光学设计和检测方面的研究。Email: ahhf_zd@163.com

导师简介: 李杏华(1976-), 男, 副教授, 主要从事测试及信息处理方面的研究。Email: li.xinghua@126.com

0 引言

航天遥感是指通过在现代航天设备上搭载遥感光学系统来获取地球表面的一些相关信息。目前,航天遥感主要用于气象观测、资源考察、地图测绘和军事侦察等方面^[1]。常用的航天遥感光学系统主要分为透射式和全反射两类^[2]。离轴反射式光学系统具有体积小、分辨率高且兼具长焦距和大视场等优点^[3-5],所以可以很好地满足航空遥感相机对光学系统的要求。由于离轴三反系统是依靠三个反射镜的组合来进行成像,若其中一个反射镜的位置发生变化,将会导致系统的成像点发生偏移^[6-7]。目前对于离轴三反系统的位置偏差主要是通过初始定位和计算机辅助装调技术相结合^[8-10]来进行调整。除此之外,伍一文等也对镜头的偏转进行检测。但上述各种检测方法或是未形成理论模型,或是操作比较复杂。文中提出了一种检测离轴三反系统的视轴偏转误差的新方法。将离轴三反系统模型简化为一种单反射系统模型,并通过理论分析,建立离轴三反系统的视轴偏转误差的计算公式。

1 单反射系统模型

反射光路的示意图如图 1 所示,初始状态下与主光线 L1 平行的光束成像在 CCD 图像传感器上一点 F,其中 CCD 的成像面位于系统的理想焦平面上。当系统中反射镜发生偏转变化时,系统的实际焦平面将发生改变,不再和 CCD 所在面重合,即平行光束汇聚到 CCD 上的成像点会偏离 F 点位置。此时,若将光束由 L1 位置转动到 L2 位置,恰好可以使得光束在 CCD 上的 F 点位置成像。这里将 L1 与 L2 的夹角定义为视轴^[11]转动的角度。

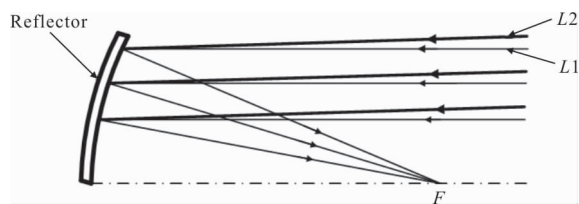


图 1 反射光路示意图

Fig.1 Sketch map of reflected light path

如图 2 所示,为带参考反射镜的单反射系统模

型。其中,光源和 CCD 相机都位于反射镜 D1 的初始位置的焦平面上,平面反射镜 D2 位于和初始反射光线 L1' 垂直的位置,并且与反射镜 D1 的相对位置保持一致。当处于理想状态时,光源从 d 点出射一束光线,经过反射镜 D1 反射可以得到一束平行光线 L1',当平行光线经过平面反射镜 D2,会使得光线沿着原光路返回,最后成像在 CCD 相机上的 d 点位置。

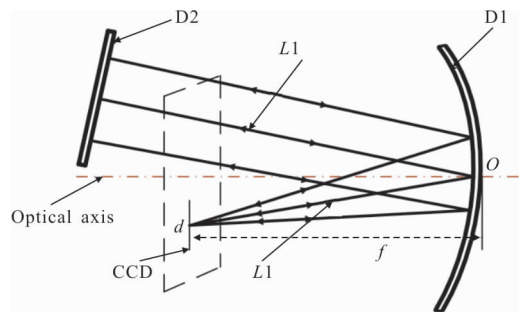


图 2 单反射系统示意图

Fig.2 Sketch map of single reflection system

根据视轴的定义,若成像过程中因为反射镜 D1 发生偏转变化,会相应的导致视轴发生偏转变化,且视轴的偏转角度是反射镜 D1 的偏转角度的两倍。在研究过程中发现,对单反射系统建立数学模型,计算视轴的偏转误差的过程繁琐。因此,文中采用逆向思维,将视轴的偏转变化简化为 CCD 和光源的偏转变化,并在此基础上建立数学模型,计算系统视轴的偏转误差。

2 单反射系统模型的数学分析

2.1 坐标系的建立

如图 3 所示,以反射镜中心 O_s 为原点,建立空间直角坐标系 (x_s, y_s, z_s) 。以反射镜的焦点 O_k 为中心在焦平面上建立空间直角坐标系 (x_k, y_k, z_k) 。若反射镜的焦平面在空间直角坐标系 (x_s, y_s, z_s) 上绕 x 和 y 轴分别有角度 α 和 β 的逆时针的偏转,则变化后的空间直角坐标系 (x_k, y_k, z_k) 与原空间直角坐标系 (x_s, y_s, z_s) 的关系由 RT 矩阵可以计算得到:

$$k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\beta & 0 \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta & 0 \\ \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta & -f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

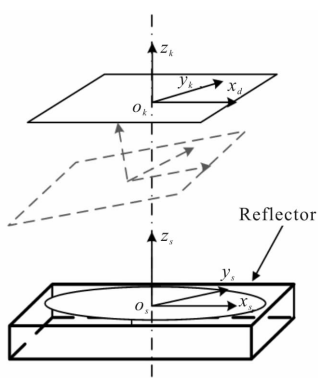


图 3 坐标系变化示意图

Fig.3 Sketch map of coordinate system change

2.2 反射系统的偏转误差与像点位置关系

如图 4 所示,当反射镜 D1 在空间中产生顺时针 θ 角度的偏转,根据前面所述,在实际分析时可简化为 CCD 相机和光源发生相同角度的反方向偏转。将偏转角度 θ 沿 x 和 y 方向分解,即绕 x 和 y 轴分别有角度 α 和 β 的逆时针偏转。

在图 4 基础上,建立偏转后的单反射系统模型。在反射镜坐标系下,初始光源的坐标位置 d 点与偏转后光源的坐标位置 d' 点关系可以通过公式(1)得到:

$$d' = \begin{bmatrix} x_d' \\ y_d' \\ z_d' \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\beta & 0 \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta & 0 \\ \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由于文中视轴的偏转角度 θ 为角秒级,假设偏转角度 α 和 β 的最大值为 $300''$,初始光源位置 d 点的坐标为 $(350, 350, 6500)$ (单位: mm)。若公式(2)简化为公式(3),则使得偏转后光源的坐标位置 d' 点产生的最大误差也仅在 0.000337 mm,对计算结果的影响可忽略不计。因此当视轴发生角秒级的偏转时,公式(2)可以简化成公式(3):

$$\begin{aligned} x_d' &= x_d + \beta z_d \\ y_d' &= y_d - \alpha z_d \\ z_d' &= z_d - \beta x_d + \alpha y_d \end{aligned} \quad (3)$$

如图 4 所示,取光源的出射光束中经过反射镜 D1 中心 O_s 的一条光线进行分析。

由于反射镜 D1 是旋转对称结构,所以可将光线分解到 x 和 y 方向单独分析。首先对光线沿 x 方向分解进行分析,初始光线 $L1$ 与光轴的夹角 ω_x 的正切值为:

$$\tan\omega_x = \frac{x_d}{z_d} \quad (4)$$

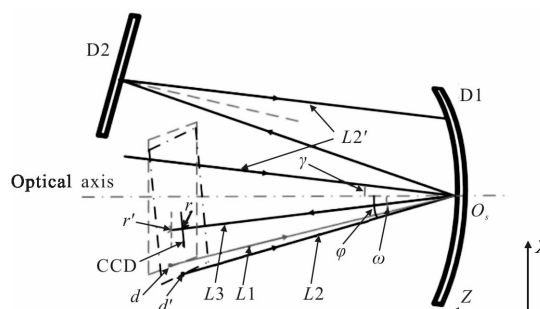


图 4 CCD 和理想反射镜发生偏转示意图

Fig.4 Sketch map of the deflection of the CCD and the ideal reflector

光源变化后的光线 $L2$ 与光轴的夹角 φ_x 的正切值为:

$$\tan\varphi_x = \frac{x_d'}{z_d'} = \frac{x_d + \beta z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \quad (5)$$

从光源出射的一束光线经过反射镜 D1 和平面反射镜 D2 后形成一束平行光线 $L2'$, 平行光线 $L2'$ 与光轴的夹角 γ_x 可由几何关系得到:

$$\gamma_x = 2\omega_x - \varphi_x \quad (6)$$

在反射镜 D1 的作用下平行光线 $L2'$ 成像于 CCD 相机上一点。取经过反射镜 D1 中心 O_s 的一条光线 $L3$ 进行分析,光线 $L3$ 与 CCD 相机相交于 r 点,与反射镜 D1 的初始状态下的焦平面相交于 r' 点。 r' 点的坐标可以通过公式(7)计算得到:

$$\tan\gamma_x = \frac{x_{r'}}{z_{r'}} \quad (7)$$

由于 $z_{r'} = f$,公式(7)可以简化为 $z_{r'} = f \cdot \tan\gamma_x$,再联立公式(4)~(6),可以计算出在反射镜 D1 坐标系下,光源经过旋转后的成像点 r' 的 x 方向坐标值与初始成像点 d 的 x 方向坐标值的关系:

$$x_{r'} = f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{x_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{x_d + \beta z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] \quad (8)$$

同样的对光线沿 y 方向分解进行分析,可以得到光源经过旋转后的成像点 r' 的 y 方向坐标值与初始成像点 d 的 y 方向坐标值的关系:

$$y_{r'} = f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{y_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{y_d - \alpha z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] \quad (9)$$

根据射线定理,得到光源经过旋转后在反射镜 D1 的焦平面上成像点 r' 与光源经过旋转平移后在实际 CCD 相机位置上的成像点 r 的关系:

$$\frac{|O_r|}{|O_{r'}|} = \frac{|z_r|}{|z_{r'}|} = \frac{f \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta}{f} \quad (10)$$

由于角度偏移量 α 和 β 数值上为角秒级。根据上述分析,可以对正余弦表达式作简化处理: $\cos\alpha=1$ 、 $\cos\beta=1$ 、 $\sin\alpha=\alpha$ 、 $\sin\beta=\beta$ 。

结合公式(8)~(10)可计算出在反射镜 D1 空间坐标系下在 CCD 上的实际成像点位置与初始成像点位置的坐标关系为:

$$\begin{aligned} x_r &= f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{x_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{x_d + \beta z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] \\ y_r &= f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{y_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{y_d - \alpha z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

最后,将在 CCD 上的成像点 r 的坐标根据 RT 公式由反射镜 D1 空间坐标系下的坐标转化成在实际 CCD 成像面的空间坐标系下的坐标:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & 1 & \alpha & 0 \\ \beta & -\alpha & 1 & -f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

综合上述计算,可以得到实际 CCD 成像面的空间坐标系下的成像点 r 的坐标与在反射镜 D1 空间坐标系下初始成像点 d 的坐标关系:

$$\begin{aligned} x_k &= f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{x_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{x_d + \beta z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] - \beta f \\ y_k &= f \cdot \tan \left[2 \left(\arctan \left(\frac{y_d}{z_d} \right) \right) - \left(\arctan \left(\frac{y_d - \alpha z_d}{z_d - \beta x_d + \alpha y_d} \right) \right) \right] - \alpha f \end{aligned} \quad (13)$$

3 仿真分析与计算验证

图 5 显示的是离轴三反系统模型的二维视图。经过优化后的系统相关参数如表 1 所示,系统的焦距为 6 500 mm, M1、M2、M3 分别为成像反射镜。一

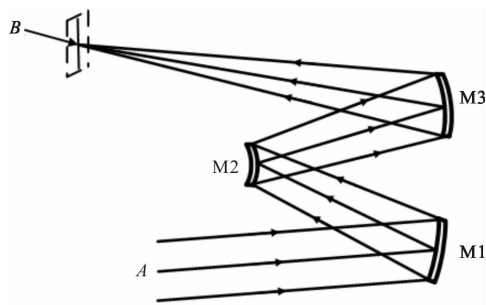


图 5 离轴三反系统模型的二维视图

Fig.5 Two-dimensional view of the off-axis three mirror system model

束平行光 A 从外部进入离轴三反系统,光束经过整个系统最终成像在系统的焦平面上一点 B。当系统的视轴发生偏转变化时,光束经过整个系统最终成像会偏离 B 点,产生像差。利用 Zemax 软件搭建带离轴三反系统的模型。通过仿真获取视轴的偏转角度和相应的成像点坐标,再将这些成像点坐标通过公式(13)求解对应的视轴偏转角度。通过结果的对比来验证公式可行性。

模型中反射镜的参数设计如表 1 所示。

表 1 反射镜参数
Tab.1 Reflector parameters

	Thickness/mm	Focal/mm
Primary mirror	5 258.423	2 777.411
Secondary mirror	-4 000	-651.712
Tertiary mirror	2 699.787	3 983.779

基于图 5 的模型,分别以转动反射镜 1、2 和 3 来等效视轴转动,通过光线追迹来读取 CCD 相机上成像点的坐标偏离 B 点的位置差值。其中,角度 α 和 β 分别为反射镜绕 x 和 y 轴的偏转角度,角度 α' 和 β' 分别是视轴绕 x 轴和 y 轴的偏转角度。

通过表 2~4 三组数据可以分析得出,由不同位置的反射镜产生相同的角度偏转,导致视轴偏转角度不相同,且所得到的成像点位置的变化量也不相同。但是全部归一化为视轴的转动量后,可以得到当视轴变化相同角度时,导致成像点的变化量近似一致,并且视轴的变化量与成像点的变化量之间存在线性关系。

表 2 转动反射镜 1 成像点坐标测量值

Tab.2 Coordinate measuring value of image point by rotating the reflector 1

$\alpha/(")$	$\beta/(")$	$\alpha'/(")$	$\beta'/(")$	Coordinate/mm
3.6	0	7.201	0	(0,0.222 8)
0	7.2	0	14.140	(-0.442 9,0)
10.8	14.4	22.083	28.271	(-0.885 9,0.668 4)
21.6	28.8	44.167	56.542	(-1.771 8,1.336 8)
144	216	288.536	431.987	(-13.292 0,8.906 0)

表 3 转动反射镜 2 成像点坐标测量值

Tab.3 Coordinate measuring value of image point by rotating the reflector 2

$\alpha/(\prime)$	$\beta/(\prime)$	$\alpha'/(\prime)$	$\beta'/(\prime)$	Coordinate/mm
3.6	0	3.187	0	(0, -0.097 0)
0	7.2	0	3.852	(0.118 5, 0)
10.8	14.4	9.510	7.704	(0.237 0, -0.291 0)
21.6	28.8	19.117	15.408	(0.474 0, -0.582 0)
144	216	127.240	115.380	(3.557 0, -3.886 5)

表 4 转动反射镜 3 成像点坐标测量值

Tab.4 Coordinate measuring value of image point by rotating the reflector 3

$\alpha/(\prime)$	$\beta/(\prime)$	$\alpha'/(\prime)$	$\beta'/(\prime)$	Coordinate/mm
3.6	0	6.995	0	(0,0.213 8)
0	7.2	0	12.682	(-0.390 1, 0)
10.8	14.4	20.986	25.365	(-0.780 2,0.641 3)
21.6	28.8	41.977	50.731	(-1.560 3,1.282 5)
144	216	280.230	380.530	(-11.697 2,8.546 7)

为了进一步验证公式(13)对离轴三反系统的适用性,将上述仿真得到的成像点的位置坐标代入到公式(13)中,将求解出反射镜的偏转量并归一化为视轴绕 x 轴和 y 轴的偏转角度 α'' 和 β'' ,并与仿真时设置的视轴偏转角度相对比,两者的差值为 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\beta$ 。

根据表 5~7 数据处理的结果分析可得到视轴偏转角度的最大相对误差;转动反射镜 1 时, α 最大相对误差为 3.954%, β 最大相对误差为 1.886%;转动反射镜 2 时, α 最大相对误差为 3.391%, β 最大相对误差为 2.387%;转动反射镜 3 时, α 最大相对误差为 3.217%, β 最大相对误差为 2.455%。并且通过仿真得到的数据可以看出:不同的反射镜偏转引起视轴发生 1" 的偏转时,成像点的坐标会发生约 30 μm 的偏移。

表 5 转动反射镜 1 结果对比

Tab.5 Result comparison by rotating the reflector 1

$\alpha''/(\prime)$	$\beta''/(\prime)$	$\Delta\alpha/(\prime)$	$\Delta\beta/(\prime)$
7.071	0.000	0.130	0.000
0.000	14.056	0.000	0.084
21.211	28.112	0.872	0.159
42.420	56.225	1.747	0.317
282.614	421.796	5.922	-7.809

表 6 转动参考反射镜 2 结果对比

Tab.6 Result comparison by rotating the reflector 2

$\alpha''/(\prime)$	$\beta''/(\prime)$	$\Delta\alpha/(\prime)$	$\Delta\beta/(\prime)$
3.077	0.000	0.109	0
0.000	3.760	0.000	0.092
9.233	7.521	0.277	0.183
18.469	15.043	0.648	0.365
123.331	112.874	3.909	2.506

表 7 转动参考反射镜 3 结果对比

Tab.7 Result comparison by rotating the reflector 3

$\alpha''/(\prime)$	$\beta''/(\prime)$	$\Delta\alpha/(\prime)$	$\Delta\beta/(\prime)$
6.784	0.000	0.211	0.000
0.000	12.379	0.000	0.303
20.351	24.757	0.635	0.608
40.699	49.513	1.278	1.218
271.213	371.188	9.017	9.342

4 结 论

由于离轴三反系统的复杂性等,对其实现高精度的光学装调比较困难,另外离轴三反系统在实际应用中受重力、温度等干扰因素的影响会导致系统视轴发生偏转误差。文中基于单反射系统的模型提出一种求解离轴三反系统视轴偏转误差的有效方法。并通过仿真分析得出该方法求解出来的视轴的转动量相对于仿真中视轴的转动量的最大误差不超过 4%,验证了方法的可行性和正确性。为消除离轴三反系统中视轴偏转误差提供了有效的解决方法。

参 考 文 献:

- [1] Lv Hengyi, Liu Yang, Xue Xucheng, et al. Methods and experiments of background subtraction and grayscale stretch for remote sensing images [J]. *Liquid Crystals and Displays*, 2012, 27(2): 235-239. (in Chinese)
吕恒毅, 刘杨, 薛旭成, 等. 遥感图像星上背景扣除和灰度拉伸方案与实验[J]. *液晶与显示*, 2012, 27(2): 235-239.
- [2] Li Haixing, Hui Shouwen, Ding Yalin. Development and key techniques of optical mapping equipment in foreign airborne [J]. *Electronic Measurement and Instrumentation*, 2014, 28(5): 469-477.

- 李海星, 惠守文, 丁亚林. 国外航空光学测装发展及关键技术[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(5): 469-477.
- [3] Howard J M, Stone B D. Imaging with three spherical mirrors [J]. *Applied Optics*, 2000, 39(19): 3216-3231.
- [4] Ding Xuezhuan, Wang Xin, Lan Weihua, et al. Design of four-mirror reflective anastigmati optic system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(2): 319-321. (in Chinese)
丁学专, 王欣, 兰卫华, 等. 离轴四反射镜光学系统设计[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(2): 319-321.
- [5] Xue Qingsheng. Design of wide field of view off-axis three-mirror systems for hyperspectral imager [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(4): 942-946. (in Chinese)
薛庆生. 用于高光谱成像仪的大视场离轴三反系统设计[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(4): 942-946.
- [6] Hu Chunhui. Study on the effect of position error of optical element in aerospace high spectrum [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2013. (in Chinese)
胡春晖. 航天高光谱仪光学元件位置误差影响研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2013.
- [7] Pang Zhihai, Fan Xuewu, Ren Guorui, et al. Research on aberration characteristics of off-axis reflective optical system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 263-267. (in Chinese)
- 庞志海, 樊学武, 任国瑞, 等. 离轴反射光学系统像差特性研究[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(6): 263-267.
- [8] Gong Dun, Tian Tiejun, Wang Hong. Computer-aided alignment of off axis three-mirrors using Zernike coefficients [J]. *Optical and Precision Engineering*, 2010, 18(8): 1754-1759. (in Chinese)
巩盾, 田铁印, 王红. 利用 Zernike 系数对离轴三反射系统进行计算机辅助装调[J]. 光学精密工程, 2010, 18(8): 1754-1759.
- [9] Wang Bin, Wu Fan, Ye Yutang. Off-axis three-system computer-aided alignment [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(11): 1118006. (in Chinese)
王彬, 伍凡, 叶玉堂. 离轴三反系统计算机辅助装调[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(11): 1118006.
- [10] Zhang Dongge, Fu Yutian. Surrogate model used for computer aided alignment [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3): 680-685. (in Chinese)
张东阁, 傅雨田. 计算机辅助装调的代理模型方法 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(3): 680-685.
- [11] Wu Guodong. Calibration of distortion for three-mirror off-axis [J]. *Optical and Precision Engineering*, 2008, 16(11): 2127-2131. (in Chinese)
吴国栋. 离轴三反光学镜头像面畸变的标定方法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(11): 2127-2131.