

大口径反射镜水平集拓扑优化设计

李诚良^{1,2}, 丁亚林¹, 刘磊¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 为了设计适用于空间望远镜的具有质量轻、刚度高、高面形精度特点的大尺寸反射镜, 提出了基于水平集方法的反射镜拓扑优化设计方法。首先, 在口径 1 m 反射镜镜体初始结构模型的基础上建立有限元模型, 基于 SIGFIT 采用 DRESP2 建立面形 RMS 的目标响应函数, 将镜面面形精度直接作为目标函数, 在重量约束条件下, 基于变密度算法与水平集拓扑方法分别进行优化设计, 并基于 OSSmooth 功能对设计结果分离阈值进行研究。通过对优化模型分离阈值进行分析, 得到最优化的输出结构模型。采用水平集方法的拓扑优化设计方法的中间密度单元格数目远小于变密度方法, 输出结构边界连接性更好。优化模型面形 RMS 值小于 $\lambda/50$ ($\lambda=632.8$ nm), 满足设计指标。

关键词: 光学工程; 反射镜; 拓扑优化; 水平集

中图分类号: V11 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0918001

Level set topology optimization design of large-aperture mirror

Li Chengliang^{1,2}, Ding Yalin¹, Liu Lei¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In order to design large-aperture mirror with light weight, high rigidity, high accuracy characteristics for the space telescope, a mirror topology optimization method based on the level set method was promoted. Firstly, a finite element model based on the 1-meter aperture mirror body initial structural model was constructed. The surface shape aberration RMS of the mirror was used as the objective function, which was constructed by the DRESP2 technique in Optistruct based on SIGFIT. With the weight constraint, the topology methods based on SIMP and level set method were used to optimize the structure separately during the design process. The separation threshold of the design result was studied based on the OSSmooth function. By analyzing the separation threshold of optimized model, the optimized exported structural model could be achieved. The number of elements with the middle density using the level set topology optimization design method is much smaller than level set method, and the connectivity of the structure is much better. The surface shape RMS value of the optimized model is smaller than $\lambda/50$ ($\lambda=632.8$ nm), which satisfies the technique specification.

Key words: optical engineering; mirror; topology optimization; level set

收稿日期: 2018-04-13; 修订日期: 2018-05-21

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0500301, 2016YFB0500302, 2016YFB0500303, 2016YFB0500304, 2016YFB0500300)

作者简介: 李诚良(1989-), 男, 助理研究员, 博士生, 主要从事光机结构优化设计方面的研究。Email: budhit@qq.com

导师简介: 丁亚林(1964-), 男, 研究员, 硕士, 主要从事光学仪器结构设计方面的研究。Email: dingyl@ciomp.ac.cn

0 引言

随着空间光学技术的发展,空间相机的分辨率不断增大,反射镜的口径也越来越大,同时反射镜的面形精度要求也越来越高。为了降低航天发射成本,反射镜的结构优化设计方法也成为研究热点之一,主要包括尺寸优化、形状优化与拓扑优化^[1]。尺寸优化与形状优化容易使用且应用广泛;拓扑优化方法拥有的变量更多,能够去除不需要的单元,是最前沿的技术之一,在模型前期概念设计中作用巨大。

拓扑优化方法中最常用的是变密度法,它将材料的弹性张量定义为材料密度的单调函数,将单元格的密度(0~1)作为设计变量,通过引入惩罚因子对中间密度值进行惩罚,使连续变量的拓扑优化模型更好地逼近 0~1 离散变量优化模型。国内外学者对基于变密度的拓扑优化算法进行了很多研究^[2-9],并将其应用于反射镜结构优化设计中。但是这些研究仅仅将拓扑优化结果作为参考来设计加强筋的布局位置与轻量化位置。主要的原因是变密度方法应用中有大量的中间密度单元格,不能方便地确定最终结构。

Sethian 与 Wiegmann 提出了结构刚度拓扑优化的水平集方法(Level set method)^[10],它是基于结构边界隐式函数描述的一种方法,首先将结构的拓扑边界表达成隐式函数形式,然后通过追踪这种高维函数的“0 水平集”在给定速度下进化而获得结构的设计。Park K S^[11]采用 Level set 方法对实体反射镜结构进行了拓扑优化设计,并给出了二维镜体结构优化设计结果。

为了设计光轴垂直加工与装调 1 m 口径反射镜结构,设计基于壳体的反射镜模型。基于 DRESP2 在 Optistruct 软件中将镜面面形 RMS 值作为优化目标,分别采用基于变密度算法与 Level set 算法的拓扑优化算法对反射镜结构进行优化设计,并基于 OSSmooth 功能挑选出最佳的舍弃阈值与连接阈值,从而导出最佳的反射镜结构模型,最终给出 1 m 口径反射镜初始设计模型。

1 基于 Level set 方法拓扑优化工作原理

1.1 基于 DRESP2 的面形 RMS 值计算

在镜面顶点建立一个坐标系,设球面公式为:

$$z(r)=\frac{cr^2}{1+\sqrt{1-(1+k)c^2r^2}} \quad (1)$$

式中: r 表示极坐标系中的半径; c 为球面曲率; k 为球面圆锥系数。镜体的六个刚体位移表示为 T_x 、 T_y 、 T_z 、 R_x 、 R_y 、 R_z 。这些刚体位移导致单个节点的位移量为:

$$\begin{aligned} \tilde{d}x_i &= T_x + z_i R_y - y_i R_z \\ \tilde{d}y_i &= T_y - z_i R_x + x_i R_z \\ \tilde{d}z_i &= T_z + y_i R_x - x_i R_y \end{aligned} \quad (2)$$

式中: x_i 、 y_i 、 z_i 为球面节点在顶点坐标系中的坐标值。为求得刚体位移,需使下式最小:

$$E = \sum_i w_i (dx_i - \tilde{d}x_i)^2 + w_i (dy_i - \tilde{d}y_i)^2 + w_i (dz_i - \tilde{d}z_i)^2 \quad (3)$$

其中, dx_i 、 dy_i 、 dz_i 为有限元分析镜体表面各个节点的位移。

由

$$\frac{\partial E}{\partial T_x} = 0; \frac{\partial E}{\partial T_y} = 0; \frac{\partial E}{\partial T_z} = 0; \frac{\partial E}{\partial R_x} = 0; \frac{\partial E}{\partial R_y} = 0; \frac{\partial E}{\partial R_z} = 0$$

可得到最优的刚体位移 T_x 、 T_y 、 T_z 、 R_x 、 R_y 、 R_z 值。

各个节点变形在光轴方向位移在极坐标系中表示为:

$$dz' = dz - \left(\frac{\partial z(r_0)}{\partial r} \right) ((dx - T_x) \cos(\theta) + (dy - T_y) \sin(\theta)) \quad (4)$$

然后 dz' 可以利用 Zernike 系数拟合去除球差量,剩余值便是面形误差^[12-13]。Zernike 多项式前四项为:

$$Z_i = A_{00} + A_{11} \rho_i \cos(\theta_i) + B_{11} \rho_i \sin(\theta_i) + A_{20} (2\rho_i^2 - 1) \quad (5)$$

式中: A_{00} 为偏移; A_{11} 与 B_{11} 为倾斜项; A_{20} 为球差项; ρ_i 与 θ_i 为第 i 个节点极坐标表示的半径与角度。为拟合出 Zernike 系数的前四项,需使下式最小:

$$E = \sum_i (dz'_i - Z_i) \quad (6)$$

由

$$\frac{\partial E}{\partial A_{00}} = 0; \frac{\partial E}{\partial A_{11}} = 0; \frac{\partial E}{\partial B_{11}} = 0; \frac{\partial E}{\partial A_{20}} = 0$$

可得到最优的 A_{00} 、 A_{11} 、 B_{11} 、 A_{20} 值。

上述计算过程均可以转换为线性公式计算,因而可以利用 Nastran MPC 的特性在有限元软件中进行计算。

Sigfit 软件能够为 Nastran 软件基于 MPC 生成面形 RMS 值的响应,以作为优化目标或者优化约束

条件。其生成 DRESP2 面形 RMS 值响应的过程主要有以下步骤:

(1) 在镜体光学表面原有节点基础上生成新的节点,这些节点由原有节点偏置而来;

(2) 利用 MPC 等式计算 Zernike 多项式与刚体位移数据,并将去除刚体位移与球差的结果存储在新的节点中;

(3) 每个新的节点都生成一个 DRESP1 响应;

(4) 利用 DRESP2 生成表面 RMS 与 P-V 响应。

生成的 RMS 与 P-V 响应是在节点位移的基础上减去偏移、倾斜与球差之后计算出来的。

1.2 基于 SIMP 算法的拓扑优化设计

结构优化设计可以用以下数学问题描述:

$$\min f(x)=f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (7)$$

满足以下约束:

$$g_j(x) \leq 0 \quad j=1, \dots, m$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1, \dots, n$$

目标函数 $f(x)$ 与约束函数 $g(x)$ 是有限元分析中的结构响应。拓扑优化中采用变密度方法,即 SIMP (Solid Isotropic Micro structure with Penalization) 算法。单元格的密度取值在 0 与 1 之间,为设计变量,其中 0 表示单元格为空,1 表示单元格为实体存在。在实际解算过程中有大量的中间密度单元。SIMP 算法采用刚度与密度的指数惩罚函数来使密度分布在 0/1。通常基于壳体的模型中采用惩罚因子 $p=3$ 。

$$\underline{K}(\rho)=\rho^p K \quad (8)$$

式中: \underline{K} 为单元格惩罚之后的的刚度; K 为单元格的真实刚度; ρ 为密度; p 为惩罚因子(通常大于 1)。

1.3 基于 Level set 算法的拓扑优化方法

在 Level set 算法中设计边界隐式的表示为函数 $\phi(x)$ 的等值面。基于该函数定义以下区域:

$$\begin{cases} \phi(x) > 0, x \in \Omega / \partial \Omega \\ \phi(x) = 0, x \in \partial \Omega \\ \phi(x) < 0, x \in D / \Omega \end{cases}$$

式中: D 为设计域; Ω 为材料区域; $\partial \Omega$ 为边界; D / Ω 为没有材料的区域。边界的动态变化被水平集函数控制:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = V_n |\nabla \phi|$$

式中: V_n 为正常速率; $\nabla \phi$ 为水平集函数梯度的范数。

Optistruct 软件通过有限元网格节点与单元格相

关联,映射为单元格的密度,基于 SIMP 算法实现了 Level set 算法的拓扑优化算法,因而最终优化结果也是用单元格密度表示。

2 1 m 口径反射镜轻量化设计

2.1 基模型

该反射镜是地球静止轨道全谱段望远镜的次镜。望远镜系统的主镜为 4 m 口径 SiC 材料,由于主镜口径太大,需要在光轴竖直时加工与装调,次镜装调时也需要光轴竖直。与次镜光轴水平加工装调相比,对反射镜轻量化设计提出了更高的要求。

1 m 口径反射镜初始模型采用带翻边的“半封闭式”加强筋结构。初始有限元模型采用壳体单元建模,建模模型如图 1 所示。模型主要参数见表 1。

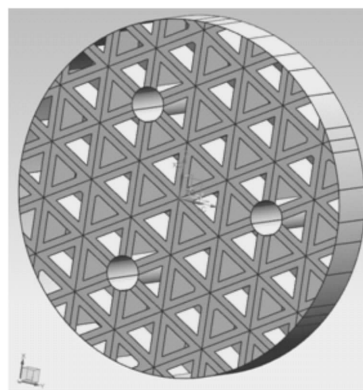


图 1 口径 1 m 反射镜模型

Fig.1 1 m aperture mirror model

表 1 反射镜模型主要参数

Tab.1 Main parameters of mirror model

Parameter	Value
Shell thickness/mm	5
Material	SiC
Modulus of elasticity/MPa	330
Poisson ratio	0.2
Density/g · mm ⁻³	3.5

由于加工装调时重力方向与镜面垂直,根据有限元模型的对称性,可以采用 1/6 模型进行分析。反射镜模型的 1/6 有限元模型如图 2 所示。采用对称

性简化分析需要在有限元模型中建立一个柱坐标系,并将有限元网格的分析坐标系设为该坐标系,将对称边界的第二个自由度进行约束。

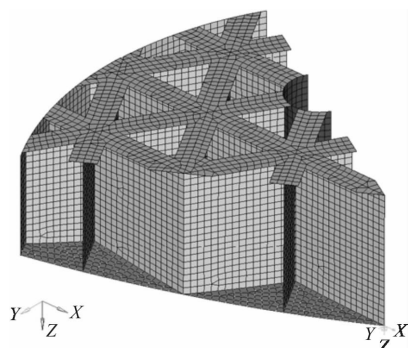


图 2 反射镜 1/6 有限元模型
Fig.2 1/6 finite element model of the mirror

2.2 基于 SIMP 的拓扑优化设计

将 SIGFIT 软件生成的 MPC 文件导入 Optistruct 软件中,以减去倾斜、偏移与球差之后的面形 RMS 值作为目标函数,以质量为约束条件进行拓扑优化设计,其迭代过程如图 3 所示。

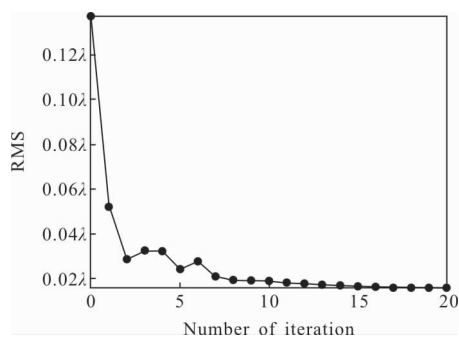


图 3 面形误差收敛过程
Fig.3 RMS value convergence process

由图 3 可知拓扑优化得到的最佳面形值为 0.0156λ。在将 p 设置为 3、减少中间密度网格的情况下,仍然会有大量的中间密度网格,如图 4 所示。利用 OSSmooth 功能输出结构时仅仅选择一个阈值,单元格密度大于该阈值的能够保留下来,密度小于该阈值均会舍弃。大量的中间密度单元格会增加优化结果与实际输出之间的差距。为了研究阈值对面形的影响,采用 Hyperworks 软件中的 tcl/tk 脚本与其 OSSmooth 功能分析,分析的框图如图 5 所示。可以采用 MATLAB 控制这一循环。

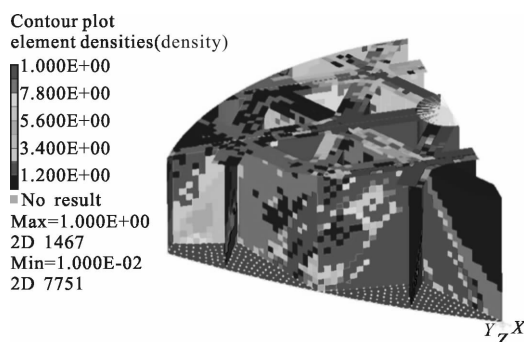


图 4 SIMP 算法拓扑优化最终结果
Fig.4 Final topology optimization result of SIMP algorithm

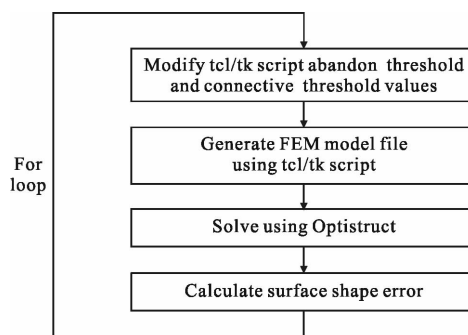


图 5 舍弃阈值与连接阈值分析流程图
Fig.5 Flowchart of the abandon threshold and connective threshold analysis process

选取 0~1 之间等间隔的 19 组数据,连接阈值小于舍弃阈值。得到面形 RMS 值与连接阈值和舍弃阈值关系如图 6 所示,由图 6 可知阈值选择对输出结构面形精度影响巨大。

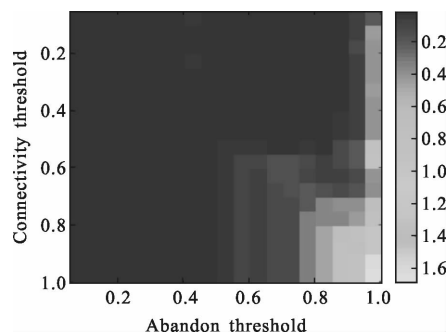


图 6 SIMP 算法阈值分析结果
Fig.6 Threshold analysis result of SIMP algorithm

当舍弃阈值选择为 0.64、连接阈值为 0.38 时,镜体结构可以获得最佳的面形值(1/60.61)λ,结构如图 7 所示。

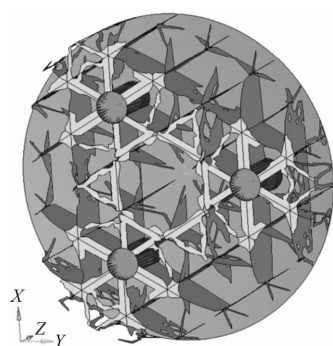


图 7 SIMP 算法导出的最优结构

Fig.7 Optimized structure exported by SIMP algorithm

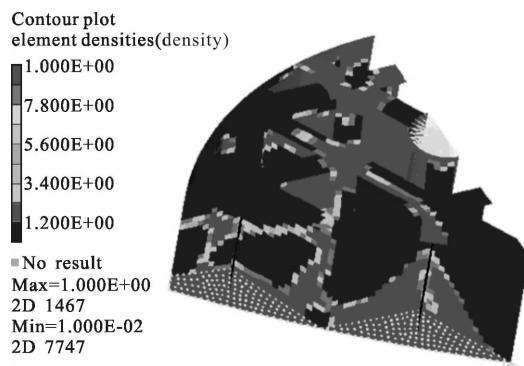


图 10 Level set 算法拓扑优化最终结果

Fig.10 Final topology optimization result of Level set algorithm

2.3 基于 Level set 的镜体拓扑优化设计

采用 Level set 算法进行镜体拓扑优化设计,首先会产生一个初始模型如图 8 所示。

采取同样的阈值分析方法,得到面形RMS 值与连接阈值和舍弃阈值关系如图 11 所示。

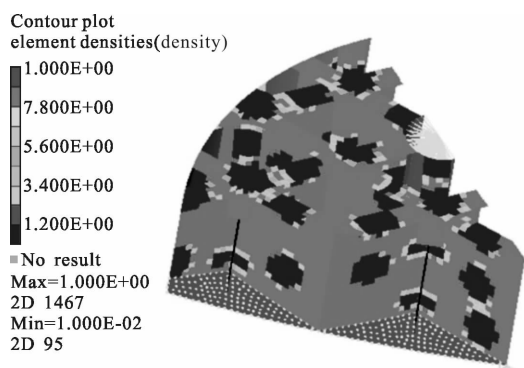


图 8 Level set 拓扑优化初始模型

Fig.8 Initial model of the Level set topology optimization

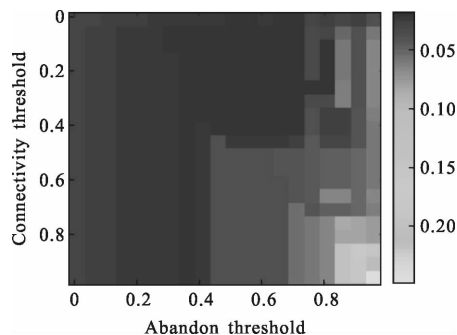


图 11 Level set 算法阈值分析结果

Fig.11 Threshold analysis result of Level set algorithm

迭代收敛过程如图 9 所示。由图 9 可知最优的面形值为 0.01656λ 。

当选择舍弃阈值为 0.57、连接阈值为 0.05 时,可以获得最小的 RMS 值 $(1/60)\lambda$, 结构如图 12 所示。

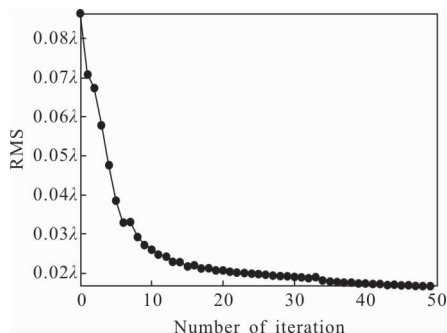


图 9 Level set 算法拓扑优化迭代过程

Fig.9 Topology optimization convergence process of Level set algorithm

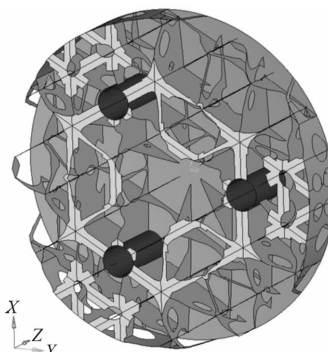


图 12 Level set 算法得到的最优结构

Fig.12 Optimized structure exported by Level set algorithm

2.4 两种拓扑优化算法对比

Hyperworks Optistruct 中的 Level set 算法中边界移动是基于 SIMP 算法实现的。由图 13 中两种算

Level set 算法拓扑优化的最终结果如图 10 所示。

法的单元格密度分布图可以看出,Level set 算法获得的最优结构密度值绝大多数分布在 0 与 1,与 SIMP 算法区别很大。虽然基于 SIMP 算法的拓扑优化算法可以获得优于 Level set 算法的面形值,其质量 7.5 kg 也优于 Level set 算法的 8.2 kg,但是 Level set 算法获得的结构连接边界更光滑、圆润,所得到的动态性能也大大优于 SIMP 算法(1 151 Hz、383 Hz)。SIMP 算法获得的结构连接性差,边界不光滑。由图 14 与图 15 可知,两种拓扑算法导出的最优结构面形误差相差不多,Level set 算法能够满足要求。

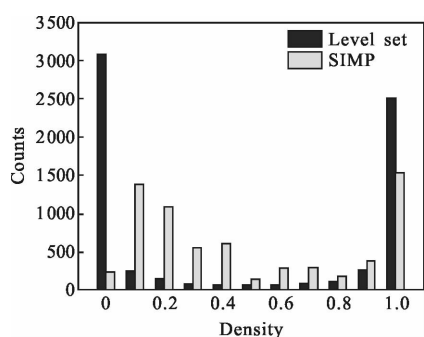
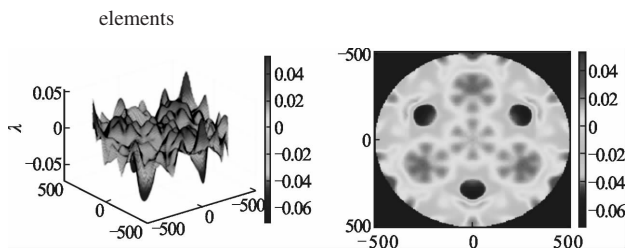


图 13 拓扑优化单元格密度分布对比

Fig.13 Density distribution comparison of topology optimization elements



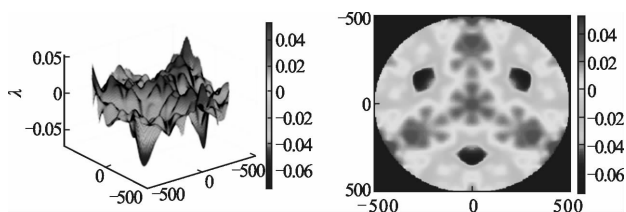
(a) 三维图

(b) 二维图

(a) Three-dimensional plot (b) Two-dimensional plot

图 14 SIMP 拓扑优化面形误差

Fig.14 Surface shape error of SIMP topology optimization



(a) 三维图

(b) 二维图

(a) Three-dimensional plot (b) Two-dimensional plot

图 15 Level set 拓扑优化面形误差

Fig.15 Surface shape error of Level set topology optimization

3 结论

为了设计适用于空间望远镜的具有质量轻、刚度高、高面形精度特点的大尺寸反射镜,基于 Level set 方法与 SIMP 方法对反射镜结构进行了拓扑优化设计。在口径 1 m 反射镜镜体初始结构模型的基础上建立有限元模型,基于 SIGFIT 采用 DRESP2 建立面形 RMS 的目标函数,基于 SIMP 方法实现水平集结构的优化方法,并与仅仅采用 SIMP 方法的拓扑优化设计方法进行对比。对得到的优化模型分离边界进行分析,得到最优化的输出结构模型,能够获得满足要求的面形精度。采用 Level set 方法的拓扑优化算法得到的单元密度绝大多数分布在 0 与 1,面形 RMS 值小于 $\lambda/50$ 。为了将该优化模型修改为可以加工的模型,还需要利用尺寸优化、形状优化等结构优化方法进行进一步的优化设计。

参考文献:

[1] Wu Qingwen. Light-weight technology and its application of primary mirror in space camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1997, 5(6): 69-80. (in Chinese)
吴清文. 空间相机中主镜的轻量化技术及其应用[J]. 光学精密工程, 1997, 5(6): 69-80.

[2] Li Yanwei, Yang Hongbo, Geng Qixian, et al. Large-aperture lightweight primary mirror design method using topology optimization [J]. *Optical Technique*, 2008, 34(2): 236-238. (in Chinese)
李延伟, 杨洪波, 耿麒先, 等. 大口径主反射镜轻量化结构拓扑优化设计方法[J]. 光学技术, 2008, 34(2): 236-238.

[3] Yan Yong, Jin Guang, Yang Hongbo. Lightweight structural design of space mirror [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(1): 97-101. (in Chinese)
闫勇, 金光, 杨洪波. 空间反射镜结构轻量化设计[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(1): 97-101.

[4] Sha Wei, Chen Changzheng, Zhang Xingxiang, et al. Topological lightweight design of space mirror [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, 36(4): 35-39. (in Chinese)
沙巍, 陈长征, 张星祥, 等. 空间反射镜轻量化结构的拓扑优化设计[J]. 光电工程, 2009, 36(4): 35-39.

[5] Liu Lei, Gao Minghui, Li Lifu, et al. Primary mirror topological optimum design of space camera[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(6): 1066-1069. (in Chinese)

- 刘磊, 高明辉, 李丽富, 等. 空间相机主反射镜结构拓扑优化设计[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(6): 1066–1069.
- [6] Park K S, Chang S Y, Youn S K. Topology optimization of the primary mirror of a multi-spectral camera [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2003, 25(1): 46–53.
- [7] Sahu R, Patel V, Singh S K, et al. Structural optimization of a space mirror to selectively constrain optical aberrations[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 55(6): 2353–2363.
- [8] Park K S, Lee J H, Youn S K. Lightweight mirror design method using topology optimization[J]. *Optical Engineering*, 2005, 44(5): 053002.
- [9] Hu R, Chen W, Li Q, et al. Design optimization method for additive manufacturing of the primary mirror of a large-aperture space telescope [J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 30(3): 04016093.
- [10] Sethian J A, Wiegmann A. Structural boundary design via Level Set and immersed interface methods [J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 163(2): 489–528.
- [11] Park K S, Youn S K. Lightweight design of shell structures using adaptive inner-front Level Set based topology optimization (AIFLS–TOP)[J]. *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A*, 2007, 31(12): 1180–1187.
- [12] Doyle K B, Genberg V L, Michels G J. Integrated Optomechanical Analysis[C]//US: SPIE Press, 2012: 81–86.
- [13] Genberg V L, Michels G J. Optomechanical analysis of segmented/adaptive optics [C]//Optomechanical Design and Engineering, International Society for Optics and Photonics, 2001, 4444: 90–102.