基于两类阶梯模式的相位展开

鹿 丰,吴成东,贾 同,闻时光

(东北大学 机器人科学与工程学院,辽宁 沈阳 110004)

摘 要:为了加强相位展开过程的准确性和鲁棒性,提出了一种新颖的梯形相位展开算法。该算法结合了灰度和相位两种编码方式进行相位展开。基于灰度的相位展开可以通过投射不同的灰度确定不同的等级,但是当条纹周期非常小,相应的灰度差异也非常小,使相位展开出现错误。相位展开具有很强的鲁棒性,但本身计算量很大。与传统算法相比,该算法设计了两类模式快速地恢复绝对相位。 第一类模式是基于灰度信息对全局调制光栅进行分割,第二类模式是基于相位进行编码,同时在第一模式中对全局调制光栅进行更加细致的分级,第二类模式变化的周期与包裹相位的截断周期一致。因为颜色能够简单而且准确地确定边界,同时相位有很好的鲁棒性,因此,能够准确地恢复绝对相位。 实验结果表明:提出的算法能够准确地确定包裹相位的等级,而且能够快速地得到物体表面的三维信息。

关键词:相位展开; 3D 轮廓测量; 四步相移; 阶梯编码 中图分类号: TP391.4 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0826002

Phase unwrapping based on two types of stair-mode

Lu Feng, Wu Chengdong, Jia Tong, Wen Shiguang

(Faculty of Robot Science and Engineering, Northeastern Unversity, Shenyang 110004, China)

Abstract: In order to increase the accuracy and robustness of phase unwrapping, a novel stair phase unwrapping algorithm was proposed. This algorithm combined the gray and phase coding to unwrap the phase. The algorithm based on gray can project different gray intensities to determine different levels. However, when the period was small, there was little difference between intensities which will generate phase errors. Phase unwrapping based on phase had great robustness but it occupied the computation. Compared with traditional method, the creative point of this method was that it designed two encoding methods for phase unwrapping. The first type of pattern was based on grey information that separated the global modulation grating. The second type of pattern was based on phase coding. The experimental results show that the algorithm can determine the level of the wrapped phase accurately and the 3D information can be obtained quickly.

Key words: phase unwrapping; 3D profilometry; four-steps phase shifting; stair coding

收稿日期:2018-03-05; 修订日期:2018-04-20

基金项目:国家自然科学基金(61471110)

作者简介: 鹿丰(1987-), 男, 博士生, 主要从事结构光三维重建方面的研究。 Email: 15lufeng. happy@163.com

导师简介:吴成东(1960-),男,教授,博士生导师,主要从事自动化工程、人工智能与机器人导航的教学与研究。 Email:neuwuchengdong@163.com

0 引 言

三维轮廓测量也被称为三维物体表面测量。目前有很多技术被应用到三维测量当中,例如:立体视觉、激光、莫尔条纹、声呐以及结构光等等^[1]。此外,在生产实践中,基于以上技术的很多设备被研发生产,例如:PointGrey Bumblebee2、TOF、雷达、Kinect、Kinect 2.0、Tango、Real sense 等。在这些技术中,基于相位移动物体表面轮廓测量技术(PSP)被大量使用,其应用领域涵盖了人机交互、质量检测、反向工程、游戏制作、目标识别、智能感知等等^[2]。相位展开 是 PSP 技术中重要的一个环节,直接影响了三维重建结果的准确性和误差精度。因此,在过去的十多年 里,相位展开技术吸引了很多学者的注意力,但是如何在有强干扰和噪音的环境中快速准确地恢复绝对相位,依然是一个有挑战的研究课题。

目前相位展开技术可以分为空间相位展开和时间 相位展开。其中一些经典的方法取得了非常好的三维 测量结果。空间相位展开方法是通过逐点扫描的方式 求取绝对相位信息。J M Huntley 提出了枝切法^[3]。 Patrik Langehanenberg 使用质量图得到绝对相位图^[4]。 L Chen 通过最小二除法恢复绝对相位^[5]。H Abdul-Rahman 提出了一种新颖的综合三维相位展开算法,该 算法结合了对噪音鲁棒的 3D 相位展开技术以及基于 路径的 3D 相位展开技术¹⁰。空间相位展开的优点是可 以快速恢复绝对相位,缺点是由于逐点扫描,展开的绝 对相位将使误差向后传导,这将导致最终的结果受到 前边展开点的影响,从而使结构有噪音、阴影以及断 点。基于时间相位展开算法能够解决这些问题,其中包 括:多频外差四、格雷码图、颜色编码图等等,在此基础上, 很多学者提出了多种改进的方法。Z Zhang 使用 RGB 投影条纹测量轮廓并且使相位信息含有颜色特征^{10]}。 X Chen 提出颜色和相移结合的方法得到绝对相位^[11]。 S Zhang 提出基于图像的光强信息确定包裹相位顺 序,最终获得绝对相位^[12]。H Cui 提出使用带有标志 点的图作为参考展开绝对相位^[13]。F Duan 使用双频 相移法三维轮廓测量的绝对相位[14]。

传统的相位展开方法虽然取得了比较准确的三 维点云信息,但都需要很多帧图像辅助进行相位展 开,而且过程复杂,计算量大,在强干扰和复杂环境 下,不容易确定包裹相位等级和边界,为了克服传统 相位展开技术的鲁棒性差以及计算量大实时性不高 的缺点,阶梯相位展开技术受到越来越多的关注, Yajun Wang¹¹⁵¹提出用相位阶梯编码方式展开包裹相 位,对光照和外界噪声有着很好的鲁棒性,Zhou C¹¹⁶¹ 提出将颜色信息设计成阶梯模式,并融合为蓝色和 红色信息,加快展开包裹相位的速度,但此方法容易 收到物体表面反射率的影响,Zhang S¹¹⁷¹提出用灰度 的阶梯信息进行相位展开,该方法通过一张灰度阶 梯调制图片实现快速三维重建,计算量小,并且展开 过程简单,但基于灰度的阶梯相位在边界位置容易 出现断裂,需要 canny 算子确定边界。

结合阶梯相位技术的优点,文中设计采用两类 模式的投影进行相位展开。第一类模式依据光强进 行全局范围内的分割。第二类模式进行相位编码细 致分割,第二类模式中每个相位周期都与包裹相位 周期一致。两类阶梯模式的优点如下:

(1) 两类阶梯结合了灰度信息以及相位信息,不 需要 canny 算子等确定边界,加强了阶梯条纹的鲁 棒性。

(2) 文中由于只需要一张灰度图像以及四张灰度信息图像作为辅助展开图像,减少了相位展开的计算量。

(3) 与传统的时间和空间相位展开算法相比,两 类阶梯能更好地克服强干扰以及噪声的影响。

为了验证两类阶梯理论的可行性与优越性,文 中分别对纹理简单和复杂的物体进行表面信息重 建,并将最后的结果与 Kinect 进行比较,验证了算法 的可行性与准确性。

1 原 理

1.1 系统构成

测量系统由一个投影仪与一个相机构成,如图1 所示。



图 1 测量系统 Fig.1 Measurement system

点 E 和点 C 分别是投影仪和摄像机的中心,摄 像头的光路垂直参考面,正弦或余弦光栅通过投影 仪投影到参考平面,当参考平面上有物体的时候,光 栅条纹会产生畸变,畸变的条纹中包含高度信息,因 此可以通过公式(1)计算出图像内每个点的高度。

$$h = \frac{I_0 \Delta \phi}{2\pi f_0 d + \Delta \phi}$$
(1)

式中: l_0 为投影仪光心与照相机光心的距离; f_0 为正 弦或余弦光栅的投射频率; $\Delta \phi$ 为同一点调制光栅与 原始光栅相位的相位差值。可以通过标定 l_0 ,d和 f_0 获得精确的值。

1.2 四步相移理论

相比于傅里叶变换,多步相移被广泛用于三维测 量,文中采用四步相移方法,调制光栅强度可表示为:

$$I_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cos[\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})]$$
(2)

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos \left[\phi(x, y) + \frac{\pi}{2} \right]$$
(3)

$$I_{3}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cos[\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \pi]$$
(4)

$$I_4(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\cos\left[\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{3\pi}{2}\right]$$
(5)

式中:A 为每张图像的平均灰度;B 为调制量,是需 要求解的相位。由公式(2)~(5)可以求出包裹相位,如 公式(6)所示:

$$\Phi(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \arctan\left[\frac{\mathbf{I}_4(\mathbf{x},\mathbf{y}) - \mathbf{I}_2(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\mathbf{I}_1(\mathbf{x},\mathbf{y}) - \mathbf{I}_3(\mathbf{x},\mathbf{y})}\right]$$
(6)

2 阶梯模式相位展开算法原理

2.1 第一类阶梯模式

文中设计的第一类模式将全局调制条纹分割成 5个部分,每一个部分都拥有相同的像素。文中条纹通过 MATLAB生成,全局每行共有1000个像素,因此,每 个部分每行有200个像素。对每一个部分填充不同的 灰度值,不同的灰度值对应不同的等级,如图2所示。



图 2 第一类模式灰度值分布 Fig.2 Gray distribution of first mode

每一部分内部的灰度值固定不变,在边界两侧 的灰度值会有大的跳变,这样可以保证准确确定边 界的位置。

图 3 展示了 5 个部分灰度值的设定,图中可以 看出彼此灰度值有明显变化,通过灰度值的变化很 容易确定灰度值变化的边界。



图 3 第一类阶梯模式灰度值设定 Fig.3 Gray value setting of the first stair mode

图 4 显示了包裹相位与第一类阶梯模式的关 系,从图中可以看出,全局共有 25 个包裹相位,每 5个 包裹相位对应一个阶梯等级变化。



图 4 第一类阶梯模式与包裹相位关系

Fig.4 Relationship between the first stair mode and wrapped phase

2.2 第二类阶梯模式

在第一类模式下,文中设计了更加精确的相位 编码,在第一类模式的每个部分设计5个相位变化 阶梯。由于文中每个相位的变化范围都是从0~2π, 所以第二类阶梯模式中每个阶梯高度是2π/5,由于 是在第一类模式下给出更加细致地划分,所以每一 个相位的阶梯的周期是40pixel,相位阶梯的变化与 包裹相位的变化一致,如图5所示,展示了第二类阶 梯模式与包裹相位的对应关系。



图 5 第二类阶梯模式与包裹相位对应关系

Fig.5 Relationship between the second stair mode and wrapped phase

图 6 展示了第一类阶梯与第二类阶梯的关系, 从图中可以看出,第二类阶梯模式是在每一个第一 类阶梯基础之上进行更加细致的划分。这种设计的 算法,可以快速确定全局的包裹相位次序,同时可以 准确地确定边界。依据上面两种编码方式,可以展开 包裹相位,如图 7 所示。



图 6 第一类阶梯模式与第二类阶梯模式对应关系

Fig.6 Relationship between the first and the second stair mode



图 7 包裹相位与绝对相位 Fig.7 Wrapped phase and absolute phase

2.3 基于以上的分析,给出具体阶梯设计理论公式

2.3.1 第一类阶梯模式设计

第一步:

依据以上的理论描述,设计水平方式的模式:

$$I^{p}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = INT\left[\left(\mathbf{x} + \frac{5\lambda}{2}\right)/(5\lambda)\right] \times I_{s}$$
(7)

式中:INT[]为去除括号内小数的整数部分; λ 为 每个余弦周期的周期长度; l, 为不同阶梯顺序的 光强。

第二步:

由于物体表面存在反射率以及周围的光照干 扰,通过相机拍照的光强与投射的光强有一定误差, 设计一个分段判断函数,如下所示:

$$K_{1} = \begin{cases} 0 & 50 - \Delta \leq I^{p} \leq 50 + \Delta \\ 1 & 50 - \Delta \leq I^{p} \leq 100 + \Delta \\ 2 & 150 - \Delta \leq I^{p} \leq 150 + \Delta \\ 3 & 200 - \Delta \leq I^{p} \leq 200 + \Delta \\ 4 & 250 - \Delta \leq I^{p} \leq 250 + \Delta \end{cases}$$
(8)

式中:Δ为光强的变动,依据不同的实验和环境而有 所变化;K₁为第一阶梯模式的顺序。

2.3.2 第二类阶梯模式设计

第一步:提出的第二类模式条纹是水平的,沿着 y方向有畸变量,所以如公式(9)所示:

$$\phi(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \text{floor}\left[\frac{\text{var}(\mathbf{x},\mathbf{N}\times\lambda)}{\lambda}\right] \times \frac{2\pi}{\mathbf{N}}$$
(9)

式中:floor [] 为取不大于括号内数值的最大整数; Var()为沿着 y 轴方向的畸变量,阶梯相位的变化 是从 0~2π,所以不需要进行进一步相位展开,其中 N=5。

第二步:通过余弦函数设计间隔为 π/2 的阶梯 相位:

$$I_{k_2}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathbf{A}(\mathbf{x},\mathbf{y}) + \mathbf{B}(\mathbf{x},\mathbf{y})\cos\left[\phi(\mathbf{x},\mathbf{y}) + \frac{\pi}{2} \times \mathbf{i}\right]$$
(10)

式中:i值依次取 0,1,2,3。

第三步:确定每一个第二类阶梯模式的等级:

$$k_{2} = floor\left[\frac{N \times \phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{2\pi}\right]$$
(11)

式中:k2代表着每一个第二模式阶梯的等级。

第四步:当投射、捕捉与分析第二类阶梯模式顺 序时,得到的相位边界结果与理论有一些偏差,为了 更加准确地确定相位边界以及包裹相位等级,对边 界处的等级进行判断,如公式(11)所示:

$$\mathbf{k}_{2} = \begin{cases} \mathbf{k}_{2} & \left| \mathbf{I}_{\mathbf{k}_{2}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - 255 \times \frac{\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{2\pi} \right| \leq \Delta \\ \mathbf{k}_{2} + 1 & \mathbf{I}_{\mathbf{k}_{2}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - 255 \times \frac{\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{2\pi} \geq \Delta \\ \mathbf{k}_{2} - 1 & \mathbf{x}, \mathbf{y}) - 255 \times \frac{\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{2\pi} \leq -\Delta \end{cases}$$
(12)

式中: $I_{k_a}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 为采集的光强;255× $\frac{\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{2\pi}$ 为 $\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 理论上的光强,由于相位的变化是从 0~2 π ,所以相 应的灰度值变化从 0~255。根据需要,这里取 Δ =5。 2.3.3 恢复绝对相位

第一类阶梯模式 k₁和第二类阶梯模式 k₂ 被计 算出后,包裹相位可以被转化为绝对相位,通过以上 的描述,可以得到全局的包裹相位顺序:

		红外与激光工程					
第8期		www.irla.cn					
	$\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 \times \mathbf{N} + \mathbf{k}_2$	(13)	(k)				
最后求取绝对相位:							

 $\Phi = \phi + 2\pi \times \mathbf{K} \tag{14}$

式中: Φ 为绝对相位; ϕ 为包裹相位。

3 实 验

为了验证算法的可行性与准确性,测试系统包含一个投影仪 (MEGO G3SMAX) 和一个数字 CCD 工业相机(Microvision MV-VD078SM/SC),投影仪的 精度是 1920×1080,工业相机的精度是 1024×768, 带有 16 mm 焦距镜头(Computar M1614-MP)。系统 标定后,投影仪和工业相机的距离是 260.35 mm,相 机到参考面的距离是 890.83 mm。

为了更加准确地验证算法,测量两个石膏物体, 一个是形状比较简单的物体,实验流程如图 8 所 示,9 张图片依次投射到被测物体表面:4 张相移条 纹光栅,1 张第一阶梯图,4 张第二阶梯图。图 8(a)~ (d)是四步相移编码条纹,通过公式(6)求取包裹相 位,图 8(e)是包裹相位结果,图 8(f)~(j)是文中提出 的两类阶梯模式解包裹相位。通过第三部分理论计 算,可以得到绝对相位,如图 8(k)所示,原始物体与 最终 3D 重建结果如图 8(l)和图 8(m)所示。通过实 验过程和实验结果可以看出:文中提出的算法可以 快速地确定包裹相位边界,同时能够简单地测量物 体三维轮廓。





Fig.8 Measurement of simple object

为了进一步验证算法的可行性,文中实验将选取更加复杂的物体进行实验,实验过程如图 9 所示, 图 9(a)~(d)是四步相移模式,图 9(e)是求得的包裹相 位,图 9(f)是第一类阶梯模式,通过公式(9)计算出阶 梯等级 k₁,图 9(g)~(j)是第二类阶梯模式,通过公 式(11)和公式(12)计算出阶梯等级 k₂,最后得到绝对 相位图,如图 9(k)所示,图 9(l)和图 9(m)展示了雕塑 原形和重建的 3D 结果。







图 9 复杂物体测量过程 Fig.9 Measurement process of complex object

为了验证文中算法的可行性,按照第二部分的 原理进行三维重建,并且将结果与传统空间和时间 相位展开算法进行比较,测量的局部结果如图 10 所 示,通过分析相位误差,图 10 中最大相位差分别为







Fig.10 Comparison between different phase unwrapping algorithms

0.23、0.15、0.08 rad, 从测量结果看, 文中提出方法相 位展开后的精度高于传统方法, 并且对外界的干扰 和噪声有着鲁棒性。

为了确定算法的精度,使用 Kinect 作为测量工 具测量参考面以及被测物体的深度,并把测量结果 作为参考,由于 Kinect 测量的是深度信息,而不是高 度信息,所以将参考平面深度和对应每个点的物体 深度进行做差,得到物体在每个像素点上的高度。

分别取简单物体和复杂物体的4个代表性的点 A、B、C、D,如图8(I)与图9(I)所示,并分别采用 Kinect、传统时间相位展开方法^[4]、传统空间相位展 开方法^[7]以及文中提出的算法进行高度测量,测量结 果如表1所示。

表 1 Kinect 测量结果与文中的算法进行对比 Tab.1 Comparison of measurement results between Kinect and proposed algorithm in this paper

	Test points	Kinect/ mm	Temporal phase unwrapping /mm	Spatial phase unwrapping /mm	Proposed method /mm
Simple object	А	53	53	51	53
	В	66	65	63	66
	С	71	72	68	70
	D	77	77	73	77
Complex object	А	35	35	33	35
	В	42	42	43	42
	С	86	87	84	88
	D	97	96	92	96

从测量结果中可以看出:文中提出的算法相比 于传统的相位展开算法,可以实现准确的绝对相位 恢复,测量结果分别与 Kinect 比较,可以发现,文中 提出的算法要高于传统的时间相位展开算法,而基 于空间的相位展开得到的精度最低。A、B、C、D的高 度依次变高,传统空间相位展开算法对高度变化大 的部分测量精度较差,而传统的时间相位展开和文 中的算法能够对不同高度的点进行精确测量,实验 结果表明:文中提出的算法对高度的变化以及复杂 的纹理具有很强的鲁棒性。相比于传统的时间相位 展开,文中算法只需要最少4张辅助图片就能够完 成相位展开,可以准确快速地重建三维点云并且大 大减少了计算量。

4 讨 论

从实验结果可以看出:文中提出的基于两种模式 的算法可以恢复绝对相位,而且验证了此算法的准确 性和快速性,这里笔者列出该算法的优点和缺点。

4.1 优 点

(1)该算法可以简单准确地测量物体表面。文中 提出的算法需要四步相移附加五张图片,但是该算 法对噪音有着很好地抑制作用,并且可以准确地生 成复杂物体的表面三维信息。

(2) 该算法具有很强的鲁棒性。该算法是基于两种类型模式的相位展开,第一类阶梯模式是基于灰度值进行分级,第二类阶梯模式是基于相位进行分级。光强很容易进行区分而相位对光照或干扰有着 很强的鲁棒性。

4.2 缺 点

(1)测量速度受到影响。传统的傅里叶轮廓术一般需要一到两张获得包裹相位,同时使用很少的图片进行绝对相位展开,而文中的方法需要4张调制 图片进行相位展开,虽然配合相移技术会影响测量 速度,但是随着硬件的发展,此方法可以应用到动态 测量中,尤其是干扰多的环境中。

(2) 文中提出的算法不适用于对大范围物体进 行测量,由于光强范围值的变化范围是从 0~255,而 且系统本身由于灰度采集的影响,对颜色之间变化 需要有明显的差异,这使得第一类阶梯模式分级有 一定的局限性,在实际的实验过程中,尽管相位有鲁 棒性,但噪音误差依然存在,所以相位的间隔也不能 过小,两类阶梯模式的限制使得测量不适用于大的 测量范围。

5 结 论

文中提出了一种新颖的基于两种阶梯模式的相 位展开算法。文中提到的方法不同于传统方法,第一 类阶梯模式是基于灰度信息,将全局变形光栅条纹 分割成5个部分,第二类阶梯模式是基于相位编码, 使得每个相位编码范围可以与包裹相位的周期相 同,通过实验比较发现:与传统方法比较,文中的方 法可以快速准确地恢复物体表面三维信息。尽管使 用多张图片,但随着硬件的不断发展,文中的方法可 以应用于动态场景中。

参考文献:

- [1] Lee H, Cho H, Kim M. A new 3D sensor system for Mobile robots based on moire and stereo vision technique [C]// International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2007, 6(2): 1384-1389.
- [2] Jeught S V D, Dirckx J J J. Real-time structured light profilometry: a review [J]. Optics & Lasers in Engineering, 2016, 5287: 18-31.
- [3] Huntley J M. Three-dimensional noise-immune phase unwrapping algorithm[J]. Appl Opt, 2001, 40(23): 3901-8.
- [4] Kemper B, Langehanenberg P, Bally G V. Methods and applications for marker-free quantitative digital holographic phase contrast imaging in life cell analysis [C]//Proceedings of SPIE, 2007, 6796: 778093.
- [5] Chen L, Quan C. Fringe projection profilometry with nonparallel illumination: a least-squares approach [J]. Optics Letters, 2005, 30(16): 2101–2103.
- [6] Abdul-Rahman H, Arevalillo-Herráez M, Gdeisat M, et al. Robust three-dimensional best-path phase-unwrapping algorithm that avoids singularity loops [J]. Applied Optics, 2009, 48(23): 4582-4596.
- [7] Huang Yanjun, Li Zhongwei, Shi Yusheng, et al. The 3D measurement technology based on the multi-frequency differential [J]. New Technology and New Craft, 2008(12): 37-40. (in Chinese)
 黄燕钧, 李中伟, 史玉升, 等. 基于多频外差原理的三维测 量技术[J]. 新技术新工艺, 2008(12): 37-40.
- [8] Sansoni G, Carocci M, Rodella R. Three-dimensional vision based on a combination of gray-code and phase-shift light projection: analysis and compensation of the systematic errors

[J]. Applied Optics, 1999, 38(31): 6565.

- [9] Donlic M, Petkovic T, Pribanic T. 3D surface profilometry using phase shifting of De Bruijn pattern [C]//IEEE International Conference on Computer Vision, 2015: 963-971.
- [10] Zhang Z, Towers C E, Towers D P. Robust color and shape measurement of full color artifacts by RGB fringe projection [J]. Optical Engineering, 2012, 51(2): 1109.
- [11] Chen X, Lu C, Ma M, et al. Color-coding and phase-shift method for absolute phase measurement [J]. Optics Communications, 2013, 298-299(7): 54-58.
- [12] An Y, Hyun J S, Zhang S. Pixel -wise absolute phase unwrapping using geometric constraints of structured light system[J]. Optics Express, 2016, 24(16): 18445-18459.
- [13] Cui H, Liao W, Dai N, et al. A flexible phase-shifting

method with absolute phase marker retrieval [J]. Measurement, 2012, 45(1): 101-108.

- [14] Duan F, Lv N, Lou X, et al. 3D profile measurement using heterodyne dual-frequency phase shift method [C]// International Symposium on Precision Engineering Measurements & Instrument, 2010, 7544: 75444X.
- [15] Wang Y, Zhang S. Novel phase-coding method for absolute phase retrieval[J]. Optics Letters, 2012, 37(11):2067.
- [16] Zhou C, Liu T, Si S, et al. An improved stair phase encoding method for absolute phase retrieval [J]. Optics & Lasers in Engineering, 2015, 51(66): 269–278.
- [17] Zhang S. Composite phase-shifting algorithm for absolute phase measurement [J]. Optics & Lasers in Engineering, 2012, 48(11): 1538-1541.