

## 空间引力波望远镜主镜组件的结构设计

李钰鹏<sup>1,2</sup>, 王智<sup>1</sup>, 沙巍<sup>1</sup>, 吴清文<sup>1</sup>, 赵亚<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 针对空间引力波望远镜皮米量级的极高光程稳定性需求, 对系统中主镜组件进行了优化设计。采用微晶玻璃(Zerodur)作为反射镜材料, 支撑结构材料为铟钢(4J36)。首先, 通过对反射镜参数的优化, 使其在保证面形精度的同时镜体轻量化率达到了 72%。然后, 设计了一种双轴联杆型 Bipod 柔性反射镜支撑结构, 并采用了侧面三点支撑的形式。以保证有效的支撑刚度及卸载效果为目的, 建立了柔性铰链的数学模型, 并基于 Matlab 对其尺寸参数进行了优化。最后, 对优化设计后主镜组件进行了模态分析及振动试验, 并完成了在轨分析与波前质量计算。结果显示, 主镜组件的一阶固有频率为 373 Hz, 与试验结果的相对误差为 3.5%; 在轨环境下主镜面形精度达到 8.9 nm(RMS); 波前精度为  $\lambda/5$  ( $\lambda=1064$  nm)。表明该反射镜组件满足设计指标要求。

**关键词:** 引力波望远镜; 主镜组件; 优化; 波前

中图分类号: V447.3 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0818004

## Structural design of primary mirror subassembly for spatial gravitational wave telescope

Li Yupeng<sup>1,2</sup>, Wang Zhi<sup>1</sup>, Sha Wei<sup>1</sup>, Wu Qingwen<sup>1</sup>, Zhao Ya<sup>1,2</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academic of Sciences, Changchun 130033, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Aiming at the extremely high optical path stability requirements of the spatial gravitational wave telescope in the order of picometer, the main mirror components in the system were optimized. Zerodur was chosen as the material of the primary mirror, the support structure was Invar. Firstly, through the optimization of the parameters of the mirror analysis, while ensuring the accuracy of the surface, the mirror light weight rate reached 72%. Then a biaxial joint Bipod flexible mirror support structure was designed, using the side of the three-point support form. In order to ensure the effective support stiffness and unloading effect, the mathematical model of the mechanism was established, and its size parameters were optimized based on Matlab. Finally, the modal analysis and vibration test of the

收稿日期: 2018-03-21; 修订日期: 2018-04-26

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项(B)(XDB23030000)

作者简介: 李钰鹏(1992-), 男, 博士生, 主要从事光机结构设计方面的研究。Email: liyp0525@126.com

导师简介: 王智(1978-), 男, 研究员, 博士, 主要从事空间引力波探测相关研究。Email: wz070611@126.com

primary mirror components were optimized, and the on-orbit analysis and wavefront quality calculation were completed. The results show that the first-order natural frequency of the primary mirror component is 373 Hz, and the relative error of the test result is 3.5%. The main mirror accuracy is 8.9 nm(RMS); wavefront accuracy is  $\lambda/5$  ( $\lambda=1\ 064\ \text{nm}$ ). The analysis results show that the reflector assembly meets the design requirements.

Key words: gravitational wave telescope; primary mirror subassembly; optimization; wavefront

## 0 引言

2016 年 2 月 11 日,美国国家科学基金会首次宣布 LIGO 探测到双黑洞碰撞产生的引力波<sup>[1-2]</sup>,预示着人类已经开始可以通过探测引力波来探索超大质量黑洞与周围致密天体的相互作用过程。望远镜作为空间激光干涉测距系统的核心单元,主要功能是将干涉平台用的小直径光束转换成衍射极限的准直光束,使干涉激光在两个航天器间有效地传输。

由美国国家航空航天局(NASA)和欧洲太空局(ESA)共同发起的 LISA (Laser Interferometer Space Antenna)项目是当前国际上最为成熟的空间引力波探测计划<sup>[3]</sup>,其技术验证卫星 LISA-Pathfinder 已经成功发射并在轨运行,由于技术限制,该卫星并未搭载望远镜,因此不能实现超远距离的激光干涉测距。ESA 针对空间引力波探测的技术要求及特点<sup>[4]</sup>,设计的同轴全 SiC 望远镜在室温下满足指标要求,但在  $-60\ ^\circ\text{C}$  时,由于温度波动过大,实验结果并未达到预期标准。NASA 研制了离轴形式的望远镜原理样机,并在室温下进行了稳定性检测,检测结果显示系统整体波前精度优于  $24\ \text{nm}$ <sup>[5]</sup>。由中国科学院发起的空间太极计划是国内自主的空间引力波探测方案,在国家空间先导项目的支持下已经取得了一定的技术积累。

根据太极计划提出的技术指标要求,望远镜在轨环境下反射镜面形误差应不超过  $\lambda/60$ ,望远镜系统整体波前精度需优于  $\lambda/30$  (望远镜收发激光波长  $\lambda=1\ 064\ \text{nm}$ )。基于此,文中对空间引力波望远镜的主镜组件进行了分析与设计,综合光学方案设计、反射镜材料选取、在轨热环境、轻量化方案以及柔性支撑结构等因素进行了详细的结构设计。通过对组件空间环境适应性分析与试验,得到满足指标要求的结构样机。

## 1 光学系统设计结果

望远镜主镜设计的好坏不仅影响着望远镜系统的力学特性及在轨环境适应性,而且决定了激光干涉测距的效果。根据空间激光干涉引力波探测计划对望远镜的技术要求,引力波望远镜设计为接近衍射极限的离轴四反系统,主镜为口径  $216\ \text{mm}$  的抛物面,次镜为双曲面,三镜和四镜皆为球面,如图 1 所示。采用离轴的结构形式,主要是考虑引力波探测对杂散光的苛刻要求( $10^{-10}$  发射激光能量),且能够在约束望远镜外形尺寸的同时保证较好的系统波前。而高精度的波前质量需要通过足够的结构稳定性和面形精度来保证<sup>[6]</sup>,以减小由于航天器视轴抖动引入的 TTL(tilt-to-length coupling)噪声,并且提高二者间光束能量的传输效率。经分析,光学系统出瞳处波前误差 RMS 的初始值为  $\lambda/60$ ,满足设计标准。

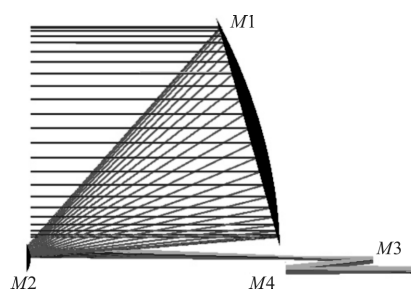


图 1 光学设计方案

Fig.1 Optical design scheme

## 2 结构设计

### 2.1 主镜组件材料选择

反射镜的镜体材料需要具有好的光学加工性、高的热稳定性与结构稳定性。由此在设计初期,提出了 SiC 和微晶玻璃 (Zerodur) 两种镜体材料选择方

案, 支撑材料为与之线胀匹配的钢钢。其中, SiC 具有较好的比刚度、导热率和热畸变指标。相对于 SiC, Zerodur 的热胀系数较低, 且具备成熟的加工工艺, 机械及光学加工周期相对较短<sup>[7]</sup>。表 1 为各材料属性参数。

表 1 镜体及支撑材料属性

Tab.1 Properties of mirror body and supporting material

Material	Density /kg·mm <sup>-3</sup>	Elasticity modulus/MPa	Thermal conductivity /W·(m·K) <sup>-1</sup>	Thermal expansion /K <sup>-1</sup>	Possion ratio
SiC	3.1×10 <sup>-6</sup>	400 000	155	2.5×10 <sup>-6</sup>	0.18
4J32	8.1×10 <sup>-6</sup>	138 180	14.7	2.4×10 <sup>-6</sup>	0.25
Zerodur	2.53×10 <sup>-6</sup>	90 300	1.64	0.007×10 <sup>-6</sup>	0.24
4J36	8.9×10 <sup>-6</sup>	141 000	15	0.05×10 <sup>-6</sup>	0.3

主镜组件在轨空间运行热环境稳定, 但温度涨落及梯度较大, 这就要求望远镜结构能够适用空间恶劣的环境, 因此选用了 SCHOTT EXTREME 级超低线胀微晶玻璃材料, 线胀系数为 0.007×10<sup>-6</sup> K<sup>-1</sup>。图 2 为根据轨道参数计算得到的望远镜系统在轨温度场分布。表 2 为经过初步建模后, 相同设计规格、不同材料的两种方案从 20 °C 实验室环境转换到在轨应用环境下反射镜面形精度、线位移及倾角变化。

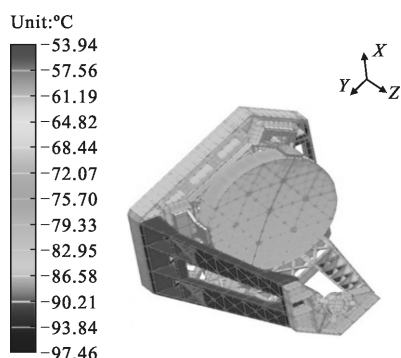


图 2 在轨温度场分布

Fig.2 On-orbit temperature field distribution

分析结果显示, 两种方案中主镜变形量最大, 且均未满足面形精度要求。由于 SiC 方案远远超出了可优化的范围, 文中选择对 Zerodur 方案进行主镜组件优化设计。

表 2 在轨尺寸变形量

Tab.2 On-orbit dimensional deformation

Index	SiC+4J32	Zerodur+4J36
	M1	M1
PV/nm	647.941	82.721
RMS/nm	135.608	23.01
ΔX/μm	0.095	0.009
ΔY/μm	-22.565	-0.902
ΔZ/μm	43.806	1.936
Δθ <sub>x</sub> /(")	-16.503	-1.225
Δθ <sub>y</sub> /(")	4.915	0.801

## 2.2 镜体参数确定

### 2.2.1 镜面厚度及径厚比的确定

主镜通过机械切削减重的方法进行轻量化开孔处理, 由于加工过程会对反射镜镜面产生一定压力, 为了控制最大变形量 δ<sub>c</sub> 满足面形精度要求, 需要对镜面板厚度 t<sub>r</sub> 进行优化设计。根据 Barends 的理论<sup>[9]</sup> 可得:

$$\delta_c = \frac{\varphi \cdot P \cdot b^4}{\xi \cdot t_r^3} \quad (1)$$

式中: Zerodur 的材料因子 ξ=8.14×10<sup>9</sup>; 三角形轻量化孔形状因子 φ<sub>triangle</sub>=0.00151; 轻量化孔直径 b=33 mm。设加工时镜面受到 P=60 kPa 的压力, 为了保证 δ<sub>c</sub><λ'/10(PV 值, λ'=632.8 nm), 计算得到面板厚度 t<sub>r</sub> 不小于 5.9 mm, 取 t<sub>r</sub> 为 6。

反射镜直径与厚度的比值能够反映镜体受重力变形的影响程度。对于小口径空间反射镜, 镜体受自身重力变形影响相对较小。在工程实践中, 玻璃材料的径厚比往往按照 6~10 的范围进行取值。设计初期, 取径厚比为 9:1, 由此确定反射镜最薄处厚度为 24 mm, 最终取值需要结合有限元分析来确定。

### 2.2.2 轻量化参数设计

引力波望远镜主镜口径为 216 mm, 地面装调检测方式为光轴水平。主反射镜的背部无中心孔, 其镜体轻量化结构的主要形式有三角形、四边形、扇形以及六边形等。相对于其他几种轻量化形式, 三角形轻量化孔处理得到的反射镜镜体刚度最高, 镜体受自重变形影响最小, 且轻量化率较高<sup>[9-10]</sup>。因此该反射镜镜体通过开三角形轻量化孔进行减重, 设计的主

镜筋板间距为 52 mm。基于此,建立了主镜的壳单元有限元模型,计算了水平 1g 重力下反射镜面形精度随筋板厚度的变化情况。分析结果如图 3 所示,主镜轻量化筋板厚度的改变会导致反射镜面形精度 RMS 产生一定的波动,当筋板厚度为 3 mm 时,面形精度取得最优值 6.51 nm(RMS)。

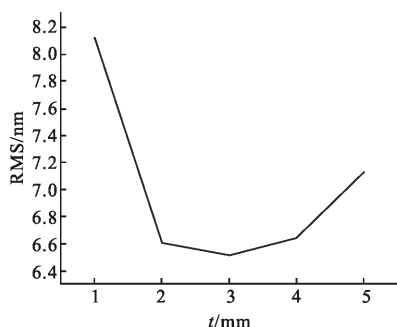


图 3 不同筋板厚度对面形误差的影响

Fig.3 Influence of different rib thickness on surface error

根据上述优化设计值可确定出主镜结构,如图 4 所示,轻量化处理后主镜的质量为 2.8 kg,轻量化率达到 72%。

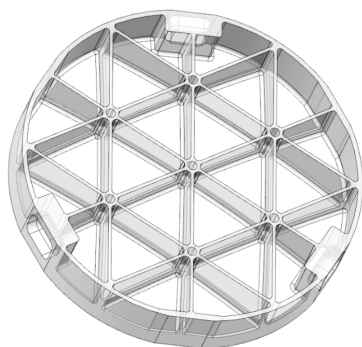


图 4 主镜轻量化结构图

Fig.4 Primary mirror lightweight structure

## 2.3 支撑结构优化设计

### 2.3.1 支撑结构方案

反射镜支撑原则主要考虑三个方面:自由度、摩擦力、材料温度性能匹配<sup>[11]</sup>。基于此,文中提出一种由三组 Bipod 柔性结构组成的反射镜支撑。如图 5 所示,每组 Bipod 柔性结构由两条柔性支腿组成。支撑方式为侧面三点支撑,三组 Bipod 呈中心对称,实现了对镜体的静定约束。支撑材料采用 4J36,与 Zerodur 具有较高的热匹配特性。

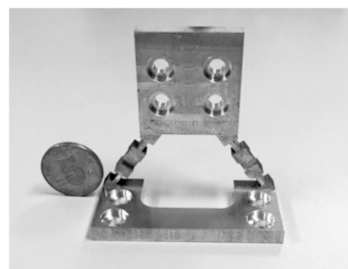


图 5 Bipod 柔性支撑结构

Fig.5 Bipod flexible support structure

该支撑结构方案中,每条支腿由三组相互垂直分布的单轴直角型铰链组成,形成一种新的双轴联杆型柔性铰链。相对于传统的单轴柔性铰链和球铰链,该铰链能够允许在两个正交方向相对较大的形变量,没有摩擦和间隙,并且保证了足够的轴向刚度和轻量化程度。

图 6 为主镜组件结构图,主镜侧面支撑孔内通过胶粘连接殷钢材料的镶嵌件,通过柔性支撑结构与轻量化背部支撑板连接,背部支撑板再由螺钉固定在望远镜主支撑结构上。

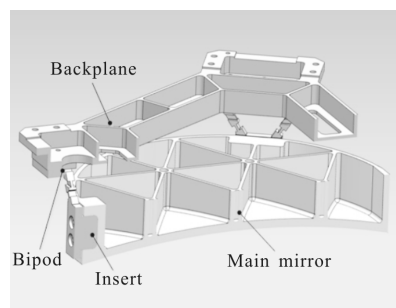


图 6 主镜组件

Fig.6 Primary mirror subassembly

### 2.3.2 柔性铰链的数学参数模型

为了实现对支撑结构尺寸参数的最优求解,构建了该双轴柔性铰链柔度的数学建模。通过柔度性能来表征载荷与形变的关系,图 7 为支腿结构参数图。

单个柔性切槽的柔度为<sup>[12-13]</sup>:

$$C_i(t, b, l_i) = \begin{bmatrix} \frac{4l_i^3}{Eb^3t} & 0 & 0 & 0 & \frac{6l_i^2}{Eb^3t} & 0 \\ 0 & \frac{4l_i^3}{Ebt^3} & 0 & -\frac{6l_i^2}{Ebt^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_i}{EA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6l_i^2}{Ebt^3} & 0 & \frac{12l_i}{Ebt^3} & 0 & 0 \\ \frac{6l_i^2}{Eb^3t} & 0 & 0 & 0 & \frac{12l_i}{Eb^3t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12l_i}{G(bt^3+b^3t)} \end{bmatrix}$$

式中： $G$  为剪切模量； $E$  为弹性模量； $t$  为柔结厚度； $b$  为柔结宽度； $l$  为柔结长度。

在文中引入伴随变换矩阵：

$$R = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\beta\cos\gamma & \sin\beta\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{pmatrix}$$

表示的是原始坐标系在新坐标系中的方向。

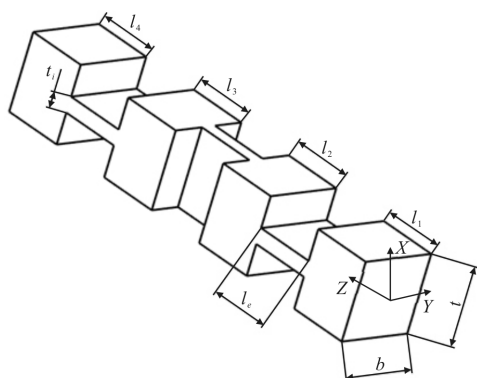


图 7 支腿结构参数图

Fig.7 Diagram of outrigger structural parameters

$\hat{t}$  为移动变换矩阵：

$$\hat{t} = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}$$

$x, y, z$  表示的是位移点在三个方向上的位移。

柔性支腿柔度可表示为：

$$C_{leg} = \sum_i Ad_a^T C_i Ad \quad (2)$$

单件 Bipod 刚度表示为：

$$k = \sum_i C_{legi}^{-1} = C_{leg1}^{-1} + C_{leg2}^{-1} \quad (3)$$

Bipod 整体组合刚度表示为：

$$K = \sum_i Ad_b^T k_i Ad \quad (4)$$

### 2.3.3 基于 Matlab 的铰链参数优化

根据已有的柔性铰链数学模型，通过 Matlab 对其进行参数优化。为了保证足够的支撑刚度以及卸载效果，在优化过程中，需要使柔性铰链轴向（Z 向）柔度小的同时两个侧向（X、Y 向）柔度最大。以沿 X、Y、Z 三个方向的平动柔度为目标函数，分别表示为

$$Ad_a = A = \begin{bmatrix} R & 0 \\ \hat{t}R & R \end{bmatrix}, Ad_b = B = \begin{bmatrix} R & \hat{t}R \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

其中， $R$  为转动变换矩阵：

$\max(C_x), \max(C_y), \max(C_z)$ 。采用加权求和法与乘法相结合的方法进行计算，整合目标函数为：

$$\min \left\{ F(X) = \alpha_1 \frac{C_z}{C_x} + \alpha_2 \frac{C_z}{C_y} \right\} \quad (5)$$

式中：权重因子  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ 。已知反射镜半径为 108 mm，Bipod 支腿夹角为  $70^\circ$ 。根据加工工艺和整体结构尺寸限制，设置了尺寸约束条件：

$$\min F(t, b, t_i, l_1, l_2, l_3, l_4, l_6) \begin{cases} a(\text{radius}) = 108 \text{ nm} \\ \theta = 35^\circ \\ 2 \leq t, b \leq 7 \\ 0.5 \leq t_i \leq 2 \\ 2 \leq l_1, l_2, l_3, l_4, l_6 \leq 5 \end{cases} \quad (6)$$

计算得到一组优化结果： $t = b = 5 \text{ mm}$ ， $t_i = 1 \text{ mm}$ ， $l_1 = 3 \text{ mm}$ ， $l_2 = l_3 = 4 \text{ mm}$ ， $l_4 = 3.5 \text{ mm}$ ， $l_6 = 4.5 \text{ mm}$ 。

## 3 有限元分析及试验验证

文中基于有限元分析及振动试验对设计结果作进一步验证，图 8 为优化后的主镜组件有限元模型。

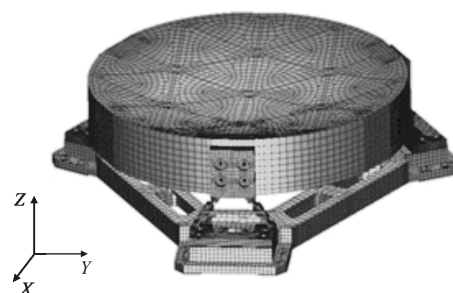


图 8 主镜组件有限元模型

Fig.8 Finite element model of the primary mirror subassembly

### 3.1 模态分析及测试

为了验证主镜组件的动态特性，进行了模态分析。表 4 列出了两种不同镜体材料组件前二阶固有频率的有限元计算结果。可见微晶组件的一阶固有频率为 373 Hz，具有足够的动态刚度。

表 4 主镜组件模态分析结果

Tab.4 Modal analysis results of primary mirror subassembly

Material	Order	Frequency/Hz	Mode of vibration
Glass ceramic (Zerodur)	1	373	Along the X axis
	2	373.5	Along the Y axis
Aluminum (2A12)	1	346	Along the X axis
	2	346.2	Along the Y axis

研制初期,考虑到镜体加工周期长以及降低试验风险等方面的因素,采用铝合金镜坯代替 Zerodur 玻璃材料镜体进行振动试验,在进行工艺摸索的同时验证有限元模型的有效性。设计时以 1:1 的结构尺寸进行铝合金模拟镜加工,支撑结构部分的材料为 4J36,尺寸则与设计值保持一致。主镜组件振动试验如图 9 所示,组件结构通过压板与 LDS V964 振动台联接,主镜镜面中心及侧壁处各粘贴了一个三向加速度传感器。试验测试组件 1g 特征频率扫描振动频响曲线如图 10 所示。

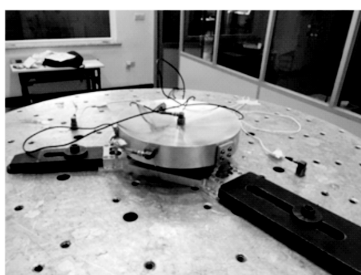


图 9 主镜振动试验现场图

Fig.9 Main mirror vibration test site

从扫频曲线可以看出主镜组件的一阶固有频率为 358.5 Hz,有限元分析与试验结果相对误差为 3.5%,验证了有限元模型的有效性,并保证了主镜组件的实际性能满足使用要求。

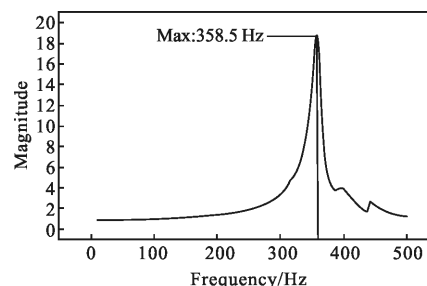


图 10 组件 1g 特征频率扫描振动频响曲线

Fig.10 Frequency response curve swept at 1g characteristic frequency

### 3.2 在轨热分析

望远镜在轨运行时,热变形和重力释放共同作用于反射镜。表 5 为通过有限元模型计算得到的在轨环境下反射镜面形误差、线位移和倾角的变化情况。根据计算结果可以发现,面形精度由初步建模时的 23.01 nm 下降到了 8.927 nm,优于设计指标要求的  $\lambda/60$ ,验证了组件结构的有效性。

表 5 不同工况下数据变化

Tab.5 Data change under different operating conditions

Condition	On-orbit environment
PV/nm	45.721
RMS/nm	8.927
$\Delta X/\mu\text{m}$	0.001
$\Delta Y/\mu\text{m}$	-0.403
$\Delta Z/\mu\text{m}$	0.855
$\Delta \theta_x/(\text{''})$	-0.363
$\Delta \theta_y/(\text{''})$	0.104

### 3.3 系统波前质量分析

考虑在轨温度环境及力学环境对望远镜主镜的影响,望远镜主镜组件在轨达到稳定状态后,将各反射镜面形和位置变化返回光学系统进行计算,得到的系统波前 RMS 值为  $\lambda/50$ 。图 11 为望远镜在轨环

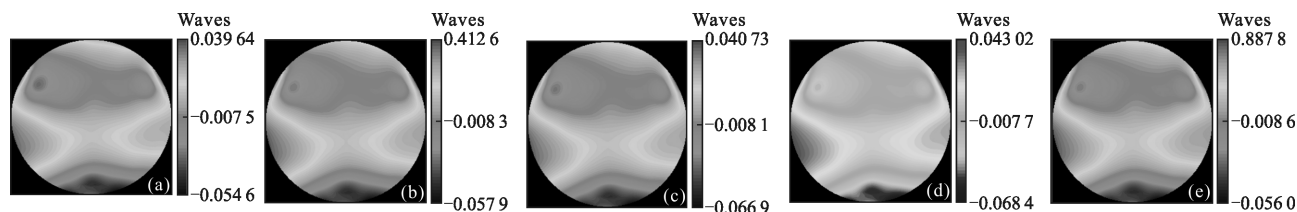


图 11 望远镜在轨各视场波前

Fig.11 Wavefront performance on-orbit of all fields of telescope

境下各视场波前,各视场面形精度值如表 6 所示。

表 6 各视场面形精度值

Tab.6 Accuracy of each field of view

Field	PV	RMS
(0.000,0.000)	0.097 36λ	0.019λ
(0.000,0.012)	0.094 14λ	0.018 9λ
(0.000,-0.012)	0.099 16λ	0.020 1λ
(0.012,0.000)	0.101 42λ	0.020 0λ
(-0.012,0.000)	0.094 78λ	0.019 0λ

经分析,望远镜系统波前质量由初始设计值的  $\lambda/60(\text{RMS})$  下降到  $\lambda/50(\text{RMS})$ ,但仍优于干涉测量所要求的  $\lambda/30(\text{RMS})$ ,因此望远镜组件设计满足空间激光干涉引力波探测的需求。

#### 4 结 论

文中以空间太极计划望远镜原理样机相关技术指标为技术输入,研究了 216 mm 口径引力波望远镜主镜组件结构。望远镜系统设计为接近衍射极限的离轴四反系统,以超低线胀系数的微晶玻璃为镜体材料,采用背部三角形轻量化方案。同时通过建立柔性铰链的数学模型,利用 Matlab 对其结构参数进行了优化。通过有限元分析软件对主镜组件的动、静以及在轨应用环境特性进行了综合分析。振动试验得到组件一阶固有频率为 358.5 Hz,与有限元分析误差为 3.5%,验证了有限元分析的准确性。计算拟合出望远镜在轨环境下波前精度为  $\lambda/50$  波长,分析结果均满足设计要求。为相关空间组件设计提供了一定的借鉴。

#### 参考文献:

[1] Belczynski K, Holz D E, Bulik T, et al. The first gravitational-wave source from the isolated evolution of two 40-100 Msun stars[J]. Nature, 2016, 534(7608): 512-515.  
 [2] Luo Ziren R, Bai Shan, Bian Xing, et al. Space laser

interferometry gravitational wave detection [J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(4): 415-447. (in Chinese)  
 [3] Bender P L, Brilliet A, Ciufolini I, et al. LISA-Laser interferometer space antenna for the detection and observation of gravitational waves: an international project in the field of fundamental physics in space [J]. Berichte Der Bunsengesellschaft Für Physikalische Chemie, 1998, 96(10): 1500-1501.  
 [4] Sanjuán J, Korytov D, Mueller G, et al. Note: Silicon carbide telescope dimensional stability for space-based gravitational wave detectors [J]. Review of Scientific Instruments, 2012, 83(11): 1233.  
 [5] Sankar S, Livas J. Testing and characterization of a prototype telescope for the evolved Laser Interferometer Space Antenna (eLISA)[C]//SPIE, 2016, 9904: 99045A-1-6.  
 [6] Wang Zhi, Ma Jun, Li Jinqiu, et al. Space-based gravitational wave detection mission: design highlights of LISA system[J]. Chinese Optics, 2015, 8(6): 980-987. (in Chinese)  
 [7] Liu Fuhe, Cheng Zhifeng, Shi Lei, et al. Design and analysis of supporting structure for rectangular mirror [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(5): 1512-1517. (in Chinese)  
 [8] Zhang Ge, Zhao Wenxing. Analysis on structural parameters of light-weighted mirror [J]. Opt Precision Eng, 2006, 14(1): 48-53. (in Chinese)  
 [9] Wang Kejun, Xuan Ming, Dong Jihong, et al. Design method of reflector component structure of space remote sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(11): 1113001. (in Chinese)  
 [10] Yuan Jian, Ren Jianyue. Improvement and optimization of lightweight structure for SIC reflective mirror[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 44(8): 0812004. (in Chinese)  
 [11] Weingrod I, Chou C Y, Holmes B, et al. Design of bipod flexure mounts for the IRIS spectrometer [C]//SPIE, 2013, 8836: 88360Q-1.  
 [12] Yu Jingjun. Mathematical Basis of Robotic Mechanism[M]. Beijing: China Machine Press, 2008. (in Chinese)  
 [16] Zhang Limin, Wang Fuguo, An Qichang, et al. Application of Bipod supporting structure of minitype reflector [J]. Opt Precision Eng, 2015, 23(2): 438-443. (in Chinese)