

## 色散管理光纤激光器中束缚态孤子动力学演化特性

王瀚霄, 李 雷, 赵鹭明

(江苏师范大学 物理与电子工程学院 江苏省先进激光材料与器件重点实验室, 江苏 徐州 221116)

**摘 要:** 光孤子脉冲在光纤中传输时由于复杂的非线性相互作用可以形成稳定的孤子束缚态形式, 脉冲间的相位关系变化揭示出非线性系统中孤子丰富的动力学特性。通过金兹堡朗道方程描述光孤子在光纤激光器中的传输规律, 数值分析了色散管理光纤激光器中系统参量对于束缚态孤子相位突变的影响。研究发现, 光纤激光器在相空间中存在多种形式的孤子束缚态, 系统的初始状态对于孤子最终状态的演化具有重要的影响。数值分析表明: 激光器系统泵浦强度的变化, 不仅导致孤子脉冲时间间距的变化, 也会导致孤子束缚态的相位差, 这对于深入了解光纤中光孤子的动力学过程具有重要的研究意义。

**关键词:** 束缚态孤子; 色散管理; 相位差

**中图分类号:** O437 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0803008

## Dynamics evolution characteristics of bound state solitons in dispersion-managed fiber laser

Wang Hanxiao, Li Lei, Zhao Luming

(Jiangsu Key Laboratory of Advanced Laser Materials and Devices, School of Physics and Electronic Engineering, Jiangsu Normal University, Xuzhou 221116, China)

**Abstract:** As optical solitons propagate along the fiber, stable bound state solitons can be formed due to complex nonlinear interactions, and phase variation of bound state solitons reveals abundant dynamics in the nonlinear system. Based on the Ginzburg-Landau equation governing the evolution of solitons along the fiber, the dynamics of soliton phase variation induced by the system parameters was numerically studied. It was found that there exist different bound state solitons, and initial conditions finally converge to bound state solitons with different phase difference. The results also indicate that the change of pump strength influences the pulse separation of solution as well as phase difference of bound state, which is of importance for in-depth understanding of the underlying nonlinear interaction mechanism.

**Key words:** bound states solitons; dispersion-managed; phase difference

收稿日期: 2018-03-05; 修订日期: 2018-04-03

基金项目: 国家自然科学基金(61405079)

作者简介: 王瀚霄(1991-), 男, 硕士生, 主要从事光纤激光器孤子动力学方面的研究。Email: [hanxiao\\_wang@outlook.com](mailto:hanxiao_wang@outlook.com)

导师简介: 李雷(1983-), 男, 讲师, 硕士生导师, 博士, 主要从事锁模光纤激光器、光纤放大器、光孤子动力学等方面的研究。

Email: [leelei@jsnu.edu.cn](mailto:leelei@jsnu.edu.cn)

## 0 引言

在诸多研究领域包括流体力学、玻色爱因斯坦凝聚态和非线性系统, 孤子动力学都得到了人们广泛的研究与关注。尤其是在非线性光纤系统中, 在非线形效应、色散效应及其他机理(增益、损耗、交叉相位调制、光学滤波效应等)的影响下, 光孤子可以表现出非常丰富的动力学现象, 如孤子的分裂、孤子间的碰撞和呼吸等类似粒子的特性。当光孤子以较近的时间间距在光纤中传输时, 孤子间会表现出复杂的非线性相互作用, 一旦相互作用中的引力和斥力达到平衡, 孤子可以作为一个稳定的整体以共同的速度及形式传输, 并受到一定相位关系的约束, 这样的多孤子脉冲称为束缚态孤子, 与原子构成分子的概念类似, 也被称为孤子分子。1983 年, J. P. Gordon 从理论上分析了脉冲间距和相位差对相邻孤子之间相互作用力的影响<sup>[1]</sup>。随后, F. M. Mitschke 首次在实验中观察到孤子间存在吸引力和排斥力<sup>[2]</sup>。

1991 年, B. A. Malomed 证明了非线性薛定谔和金兹堡朗道方程中存在孤子间作用力平衡形成的稳定束缚态孤子解<sup>[3]</sup>。Akhmediev 和 Ankiewicz 等人的研究表明, 束缚态孤子之间的脉冲间距和相位差可以通过能量和动量平衡方程定义, 稳定的束缚态孤子具有  $-\pi/2$  和  $\pi/2$  的固定相位差<sup>[4]</sup>。2002 年, D. Y. Tang 在色散管理光纤激光器中观察到脉冲间隔固定的双脉冲束缚态孤子<sup>[5]</sup>。2013 年, Lili Gui 在同一个碳纳米管锁模的掺铒光纤激光器中, 观测到相位差为  $0, \pi$  和  $\pm\pi/2$  四种不同形式的束缚态孤子对<sup>[6]</sup>。2016 年, 刘雪明理论和实验研究表明束缚态孤子演化过程中脉冲时间间隔体现出轨道离散化分布的规律<sup>[7]</sup>。同年, 李雷等人在色散管理的线型腔光纤激光器中, 从谐振腔两侧同时观测到孤子束缚态脉冲输出, 但两端束缚态孤子脉冲分别呈现出  $-\pi/2$  和  $\pi/2$  的不同的相位差特性<sup>[8]</sup>。

束缚态孤子的形成与色散分布无明显关系<sup>[9-11]</sup>, 大量的实验结果证明在不同色散分布的光纤激光器中均可得到束缚态孤子。然而, 孤子束缚态状态演化过程中状态参量变化尤其是相位变化的规律目前仍然未被仔细研究。文中通过数值理论分析了色散管

理光纤激光器中参数选择对于束缚态孤子演化的影响, 尤其是泵浦强度、饱和吸收体恢复时间对于孤子相位突变的影响。通过改变泵浦参数和饱和吸收体的响应时间, 可以获得具有不同相位差 ( $-\pi/2$  或  $\pi/2$ ) 和不同脉冲间隔的双脉冲孤子束缚态。当相位差是固定值  $-\pi/2$  或  $\pi/2$  时, 增加泵浦强度会导致脉冲间距变小。当泵浦水平达到某一特定值时, 束缚态孤子的相位差从  $-\pi/2$  跳变到  $\pi/2$ , 此时束缚态孤子拥有更大的脉冲间距。数值结果同时表明, 饱和吸收体的响应时间在束缚态孤子的演化中扮演着和泵浦参量类似的角色。值得注意的是, 过大的响应时间会导致相邻孤子的透过率之差变大, 导致相邻孤子具有不同的相速度即束缚态孤子相位差偏离典型值。

## 1 基本理论模型

理论研究所采用的物理模型为线形腔色散管理光纤激光器, 如图 1 所示。该激光器由一段掺铒光纤 (Er-doped Fiber, EDF), 一段单模光纤 (Single Mode Fiber, SMF) 和一个饱和吸收体 (Saturable Absorber, SA) 组成。



图 1 线形腔色散管理光纤激光器示意图

Fig.1 Schematic of the linear cavity dispersion-managed fiber laser

在光纤中, 光脉冲的传输可以很好地由非线性金兹堡朗道方程来描述, 为避免交叉相位调制对孤子束缚态的影响, 方程简化为标量形式, 如公式(1)所示:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{g}{2} \mathbf{u} + i \gamma |\mathbf{u}|^2 \mathbf{u} + \frac{g}{2 \Omega_g^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{u}$  为电场的包络振幅; 参数  $\gamma$  和  $\beta_2$  分别表示光纤的非线性克尔效应和二阶色散;  $\Omega_g$  为铒离子掺杂光纤的增益带宽,  $g$  描述了光纤的增益效应, 对于非掺杂单模光纤  $g=0$ , 而在稀土离子光纤中饱和增益过程由公式(2)来描述:

$$g = \frac{g_0}{1 + \int |\mathbf{u}|^2 dt / E_{sat}} \quad (2)$$

式中:  $g_0$  为光脉冲的小信号增益系数;  $E_{sat}$  为光纤激光器脉冲饱和能量。作为超快激光器中重要的锁模

启动器件,饱和吸收体种类繁多,主要分为人工效应的器件(非线性偏振旋转技术和非线性环形镜技术)及各种饱和吸收体材料,代表性的如:半导体、石墨烯、碳纳米管、黑磷等材料。按照响应时间大小,饱和吸收体可以分为快饱和吸收体和慢饱和吸收体,其时间相关的透过率函数可以由公式(3)来描述:

$$\frac{\partial \delta(t)}{\partial t} = \frac{\delta_0 - \delta(t)}{T_{relax}} - \frac{\delta(t)|u|^2}{I_{sat}} \quad (3)$$

式中:  $\delta(t)$  表示吸收损耗;  $\delta_0$  表示线性损耗;  $T_{relax}$  表示饱和吸收体响应时间;  $I_{sat}$  表示饱和功率。数值模拟过程中的计算参数如表1和表2所示。

表 1 光纤器件的参数

Tab.1 Parameter of fiber device

Parameter	EDF	SMF
L/m	0.31	0.74
$\beta_2 / \text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$	50	-24
$\gamma / \text{km}^{-1}$	3	1.3
$\Omega_g / \text{nm}$	20	0
$g_0 / \text{m}^{-1}$	4	0

表 2 可饱和吸收体的参数

Tab.2 Parameter of saturated absorber

$q_0$	$I_{sat} / \text{W}$	$T_{relax} / \text{fs}$
0.75	100	150

## 2 束缚态孤子的动力学演化

### 2.1 初始脉冲间距对束缚态孤子演化的影响

首先,将光纤激光器系统的初始条件设为高斯型白噪声的随机强度分布,更接近实际实验情况,其他激光器工作参数设为:  $g_0 = 4 \text{ m}^{-1}$ ,  $E_{sat} = 550 \text{ pJ}$  和  $T_{relax} = 150 \text{ fs}$ 。由于初始噪声脉冲的随机性特点,数值计算过程中观测到多种形式的孤子形式,包括不同相位分布的孤子束缚态及松散的孤子群。作为重点关注的双孤子脉冲,存在稳定的  $-\pi/2$  和  $\pi/2$  固定相位关系的束缚态孤子,而相位分布为 0 和  $\pi$  的双孤子脉冲并不稳定。为了减少计算时间,将初始脉冲条件设为典型的双脉冲包络分布对于研究束缚态孤子动力学而言是合理的,如公式(4)所示:

$$u(z,t) = A \text{sech}(t - \tau/2) + A \text{sech}(t + \tau/2) \exp(-i\sigma) \quad (4)$$

式中:  $\tau$  为脉冲时间间距;  $\sigma = \pi$  为脉冲间的初始相位差;  $A$  为初始光脉冲振幅值。分别取  $\tau$  值为 0.1、0.5、0.6、1.2、1.7、1.8、2.2、3.1 ps, 每种参数条件下都计算谐振腔内循环振荡 20 000 圈。如图 2 所示,在  $0.1 \text{ ps} < \tau < 3.1 \text{ ps}$  范围内,非线性系统内存在两种不同形式的孤子束缚态。对应于初始条件  $0.6 \text{ ps} < \tau < 1.7 \text{ ps}$  时,噪声脉冲会渐渐演化为时间间距为 1.96 ps 的孤子束缚态;而在  $1.8 \text{ ps} < \tau < 3.1 \text{ ps}$  工作参数下,初始脉冲则会被吸引至间距至 3.01 ps 的孤子束缚态。从脉冲的演化图(图 2 插图)可以看出,初始脉冲的状态与系统的终态越接近,非线性系统收敛得也就越快。当初始脉冲间距大于 3.1 ps 时,孤子间的相互作用较弱,经过 20 000 圈循环之后并不能得到收敛的稳定的孤子束缚态。图 3 展示了不同状态的束缚态孤子的相位差演化,不难发现脉冲间距收敛于 1.96 ps 的束缚态孤子的相位差为  $-\pi/2$ , 而脉冲间距收敛于 3.01 ps 的束缚态孤子的相位差是  $\pi/2$ 。

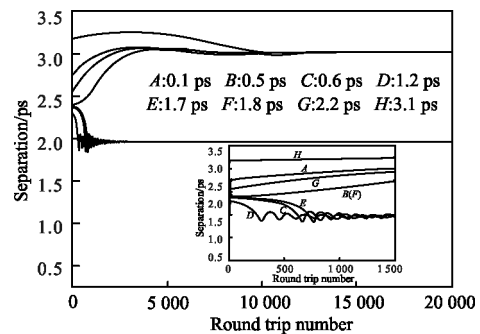


图 2 不同初始脉冲间距的束缚态孤子的脉冲间距演化

Fig.2 Pulse separation evolution of bound states solitons with different initial pulse separations

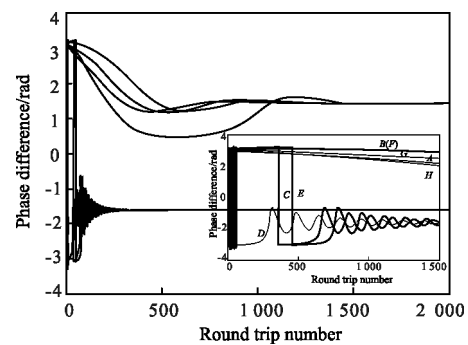


图 3 不同初始脉冲间距的束缚态孤子的相位差演化

Fig.3 Phase difference evolution of bound states solitons with different initial pulse separations

## 2.2 泵浦对束缚态孤子演化的影响

孤子束缚态间的相位分布是描述光纤中孤子的稳定性的非常重要的表征参量,而目前对于其相位变化尤其是不同态间的相位突变的研究相对欠缺。前面的数值计算表明在选取的非线性系统中存在两种相位( $\pi/2$ 和 $-\pi/2$ )的孤子束缚态,因此系统参量对于两种状态演化过程中的作用及相位突变的研究显得尤为重要。

在实际实验中,泵浦强度是改变最为频繁的实验参数。因此,在理论计算中,固定其他参数不变,通过改变对应泵浦强度的饱和能量  $E_{sat}$  来研究束缚态孤子的演化特性。图 4 展示了束缚态孤子的脉冲间距和相位差变化的规律曲线。当饱和能量小于 450 pJ 时,泵浦功率较低不足以支持稳定的双孤子存在。当饱和能量大于 450 pJ,理论中可以观测到稳定的束缚态孤子产生。当饱和能量从 550 pJ 增加到 600 pJ 时候,可以看到相位差由  $-\pi/2$  跳变至  $\pi/2$ 。同时可以看到当相位差是固定值时,脉冲间距随着泵浦能量的增加而减小。

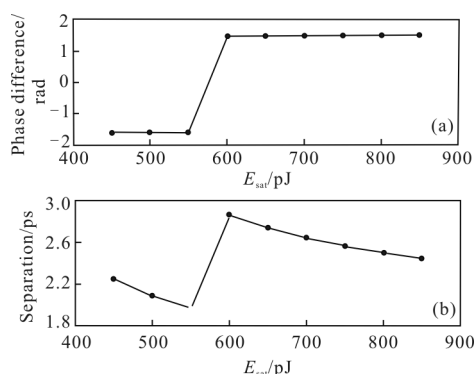


图 4 泵浦能量增加时,束缚态孤子的相位差(a)和脉冲间距(b)的演化

Fig.4 Evolution of phase difference(a) and pulse separation(b) of bound states solitons when pump energy increases

将整个时间窗口内的脉冲包络进行积分,可以得到束缚态孤子脉冲能量与泵浦强度的变化关系,如图 5 所示,光纤激光器的输出脉冲能量随着泵浦参数  $E_{sat}$  增加呈单调近似线性增长的趋势,这也符合经典的理论预期。作为孤子束缚态中单独的一个孤子脉冲,其脉冲宽度随着  $E_{sat}$  的增加单调减小,相应的峰值近似线性增加,如图 6 所示。与图 4 相结合,

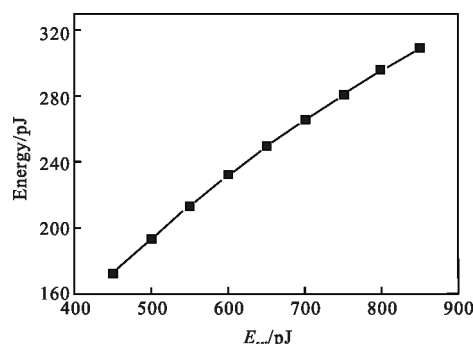


图 5 泵浦能量提高时的束缚态孤子能量

Fig.5 Energy of bound states solitons when pump energy improves

可以看出当饱和能量小于 550 pJ 时,脉冲间距和脉冲宽度的比值维持在 4 左右,当饱和能量超过 600 pJ 时,脉冲间距和脉冲宽度的比值则跳变为 6。在低泵浦水平工作时,在相位不发生突变的情况,孤子间的时间间距随着功率的增加越来越小,意味着孤子间的吸引力越来越强,或者说斥力越来越小。当相互作用程度达到一定极限值后,时间间距与相位差同时发生突变。

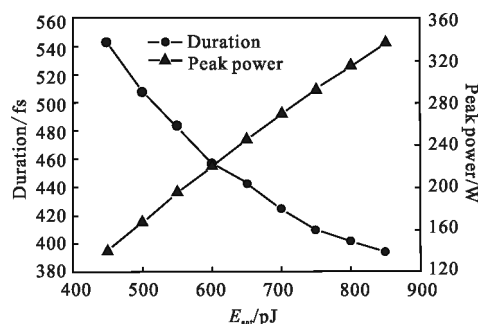


图 6 泵浦能量增加时,束缚态孤子的脉宽和峰值功率演化

Fig.6 Evolution of pulse duration and peak power when pump energy increases

能量超过 850 pJ,即随着非线性激光器系统泵浦强度的增加,孤子脉冲进一步分裂,形成三孤子脉冲,脉冲间的时域分布与相位关系更加复杂,脉冲间的分布没有明显的规律性。

## 2.3 响应时间对束缚态孤子演化的影响

为了研究饱和吸收体响应时间对束缚态孤子演化机制的影响,使一个双脉冲通过饱和吸收体,通过改变饱和吸收体的响应时间,发现响应时间能够影响饱和吸收体的透过率。如图 7 所示,更长的响应时间意味着更大的光学透过率,腔内存留更高的脉冲能

量;更小的响应时间则意味更小的透过率,脉冲经过时的光学损耗会大一些。同时可以看到,随着响应时间的增加,饱和吸收体对双脉冲的响应相对双脉冲的时间而言有所延时。因此,在计算过程中保持泵浦强度不变的情况下,改变饱和吸收体响应时间也可以导致孤子束缚态相位差 $-\pi/2$ 到 $\pi/2$ 的跳变,如图 8 所示。不难发现:腔内脉冲能量和束缚态孤子的演化有着根本联系,脉冲能量大小决定束缚态孤子是否存在,是否稳定以及具体的脉冲间距和相位差信息。值得注意的是在可饱和吸收体响应时间较大时,此时的束缚态孤子虽然稳定,但是其相位差却开始偏离典型值 $\pi/2$ 。

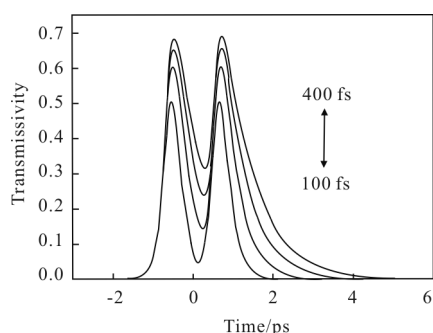


图 7 不同响应时间下可饱和吸收体的透过率

Fig.7 Transmittance of saturable absorber with different relax time

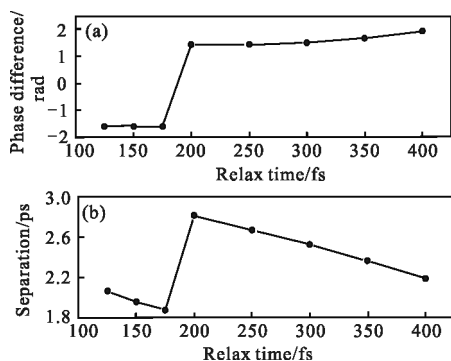


图 8 响应时间增加时,束缚态孤子的相位差(a)和脉冲间距(b)的演化

Fig.8 Evolution of phase difference(a) and pulse separation(b) when relax time increases

### 3 结论

文中数值研究了色散管理光纤激光器中束缚态孤子的动力学演化特性。理论研究结果表明色散管理光纤激光器可以支持具有不同相位差和不同脉冲

间距分布的束缚态孤子。束缚态孤子的形成和初始参数如脉冲间距有关,在相同的泵浦条件下,不同的初始脉冲间距会导致束缚态孤子演化到两个特征值点,从相空间来看,其相位差分别为 $-\pi/2$ 或 $\pi/2$ 。通过改变泵浦功率水平,当泵浦功率较小时,束缚态孤子的脉冲间隔较小且相位差为 $-\pi/2$ ,当增加泵浦功率或提高可饱和吸收体的响应时间,束缚态孤子会发生从 $-\pi/2$ 到 $\pi/2$ 的相位跳变。当相位差是固定值时,脉冲间距随着泵浦参数的增加而减小。

### 参考文献:

- [1] Gordon J P. Interaction forces among solitons in optical fibers [J]. Optics Letters, 1983, 8(11): 596-598.
- [2] Mitschke F M, Mollenauer L F. Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers[J]. Optics Letters, 1987, 12(5): 355-357.
- [3] Malomed B A. Bound solitons in the nonlinear Schrödinger-Ginzburg-Landau equation [J]. Physical Review A, 1991, 44(10): 6954-6957.
- [4] Akhmediev N N, Ankiewicz A, Sotocrespo J M. Stable soliton pairs in optical transmission lines and fiber lasers[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1998, 15(15): 515-523.
- [5] Tang D Y, Zhao L M, Zhao B. Multipulse bound solitons with fixed pulse separations formed by direct soliton interaction[J]. Applied Physics B, 2005, 80(2): 239-242.
- [6] Gui L, Xiao X, Yang C. Observation of various bound solitons in a carbon-nanotube-based erbium fiber laser [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2013, 30(30): 158.
- [7] Liu X M, Han X X, Yao X K. Discrete bisoliton fiber laser [J]. Scientific Reports, 2016, 6: 34414.
- [8] Li L, Ruan Q, Yang R, et al. Bidirectional operation of 100 fs bound solitons in an ultra-compact mode-locked fiber laser [J]. Optics Express, 2016, 24(18): 21020.
- [9] Zavyalov A, Iliev R, Egorov O, et al. Discrete family of dissipative soliton pairs in mode-locked fiber lasers [J]. Physical Review A, 2009, 79(5): 1744-1747.
- [10] Liu X. Dynamic evolution of temporal dissipative-soliton molecules in large normal path-averaged dispersion fiber lasers[J]. Physical Review A, 2010, 82(6): 13442-13444.
- [11] Li X, Wang Y, Zhao W, et al. Numerical investigation of soliton molecules with variable separation in passively mode-locked fiber lasers [J]. Optics Communications, 2012, 285(6): 1356-1361.