# 基于稀疏表示与粒子群优化算法的非平稳信号去噪研究

叶华1,谭冠政1,李广2,3\*,刘晓琼4,李晋4,周聪2,朱会杰5

(1. 中南大学 信息科学与工程学院,湖南 长沙 410083;

2. 有色金属成矿预测与地质环境监测教育部重点实验室(中南大学),湖南长沙 410083;

3. 东华理工大学 地球物理与测控技术学院,武汉 南昌 330013;

4. 湖南师范大学 物理与信息科学学院,湖南 长沙 410081;

5. 中国人民解放军 63983 部队, 江苏 无锡 214035)

摘 要:非平稳信号的去噪是信号处理中的热点和难点。文中以冲击原子作为稀疏表示基,构建了仅对 人文噪声敏感的冗余字典。并使用粒子群优化算法对匹配追踪算法进行优化,提出了基于稀疏表示与粒 子群优化算法的非平稳信号去噪方法。为检验方法的有效性,论文首先进行了针对性的仿真实验。然后 将所述方法用于实测的大地电磁信号处理。结果表明,所述方法可以在保留有用信号的前提下,有效分 离出类充放电噪声、脉冲噪声以及其它多种不规则噪声,显著提高非平稳信号的信噪比。 关键词:稀疏表示; 非平稳信号; 粒子群优化算法; 噪声衰减; 冗余字典 中图分类号: TP29 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0726005

# De-noising nonstationary signal based on sparse representation and particle swarm optimization

Ye Hua<sup>1</sup>, Tan Guanzheng<sup>1</sup>, Li Guang<sup>2,3\*</sup>, Liu Xiaoqiong<sup>4</sup>, Li Jin<sup>4</sup>, Zhou Cong<sup>2</sup>, Zhu Huijie<sup>5</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. Key Laboratory of Metallogenic Prediction of Nonferrous Metals and Geological Environment Monitoring

(Central South University), Ministry of Education, Changsha 410083, China;

3. School of Geophysics and Measurement-control Technology, East China University of Technology, Nanchang 330013, China;
4. Institute of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China;

5. PLA 63983 Army, Wuxi 214035, China)

**Abstract:** It is difficult and important to de-noise nonstationary signal. To this end, a new noise attenuation method for nonstationary signal was proposed based on sparse representation and Particle Swarm Optimization(PSO). A redundant dictionary which is insensitive to useful signal was developed for the representation of cultural noises. PSO was used to improve the search strategy of Matching Pursuit (MP). Simulated experiments and real MT data were used to test the proposed scheme. As a conclusion, not only charge-discharge-like noise can be effectively removed, spikes and some other irregular noise

研究。Email:tgz@csu.edu.cn

通讯作者:李广(1988-),男,讲师,博士,主要从事基于稀疏表示与深度学习的电磁法信号处理方面的研究。Email:li\_guang@csu.edu.cn

收稿日期:2018-02-05; 修订日期:2018-03-03

基金项目:国家 863 计划(2014AA06A602);有色金属成矿预测与地质环境监测教育部重点实验室开放基金(2017YSJS09)

作者简介:叶华(1977-),女,讲师,博士生,主要从事人体行为识别、视觉认知计算等方面的研究。Email:yehuawuhan@163.com

导师简介:谭冠政(1962-),男,教授,博士,主要从事智能系统与智能控制、人工智能与认知系统、生物医学图像处理等方面的

can also be well suppressed. The apparent resistivity and phase curves obtained after applying our scheme are greatly improved over previous.

**Key words:** sparse representation; nonstationary signal; particle swarm optimization; noise attenuation; redundant dictionary

# 0 引 言

非平稳信号分析与处理方法在语音信号处理、 图像处理、生物医学、故障诊断以及地球物理勘探等 诸多领域具有广泛的引用<sup>[1]</sup>。非平稳信号的去噪一 直是信号处理中的热点及难点<sup>[2]</sup>。非平稳信号的去噪 方法主要包括小波变换法[3-4]、经验模态分解法[5-6]以 及形态滤波法[7]。最经典的非平稳信号处理方法当 属小波滤波法,在诸多领域取得较好的效果,但小波 滤波过分依赖小波基函数的选取,且基函数选定后, 在分解与重构过程中将无法改变,缺乏自适应性。经 验模态分解类的信号处理方法对于谐波类的噪声具 有良好的效果,能够较好的抑制工频干扰等噪声,但 对于方波、充放电噪声以及脉冲噪声不甚理想, 且存 在模态混叠和端点效应问题。形态滤波法能够压制 大尺度的强人文噪声,但是对于脉冲噪声效果不佳, 经过形态滤波处理后,常常残留大量的脉冲噪声,此 外,形态滤波容易损伤低频有用信号<sup>[8]</sup>。

随着研究的深入, 对噪声规律的认识越来越深 刻,许多学者发现,非平稳信号受强人文噪声影响 时,时间序列有明显的形态特征。根据形态上的差 异,非平稳信号中的强人文噪声主要包括类方波噪 声,类充放电噪声,类脉冲噪声以及谐波噪声等[7-8]。 这些噪声往往具有较为规则的几何形状,可以通过 一个或者少数几个特征结构进行逼近,即可以被稀 疏表示。因此,稀疏表示被引入非平稳信号的信噪分 离。压缩感知<sup>[9-10]</sup>理论指出,当信号是稀疏的时,可以 通过远少于传统方法的采样对其进行重构。CS 突破 了奈奎斯特采样定理的限制,迅速在各领域得到广 泛研究。压缩感知精确重构依赖于信号的稀疏表示, 因此随着压缩感知的发展,稀疏表示得到越来越多 的关注,进一步促进了稀疏表示在非平稳信号处理 中的应用[11]。例如冯维婷等[2]提出了一种针对非平稳 信号的基于 TVAR 参数化模型的稀疏表示时频分析 方法;汤井田等四通过分别设计与方波信号、脉冲信 号以及谐波信号匹配而对有用的大地电磁信号不敏 感的稀疏表示字典,利用 IOMP 算法进行重构,有效 的抑制了非平稳信号中的方波噪声和脉冲噪声;李 广等<sup>(8)</sup>将形态滤波法与稀疏表示结合,较好的压制了 非平稳信号中的类充放电噪声和脉冲噪声,但是形 态滤波法噪声识别能力弱,即使没有噪声也会对其 进行滤波处理,因此容易损失有用信号,当受持续性 噪声影响时,去噪效果变差。

针对非平稳信号的噪声衰减,文中利用冲击原 子作为稀疏表示基,更好地匹配类充放电噪声以及 脉冲噪声,并通过粒子群优化算法对匹配追踪算法 的原子搜索过程进行优化,快速准确的分离出非平 稳信号中的人文噪声。

## 1 方法原理

大地电磁信号是典型的非平稳信号<sup>[5.13]</sup>。如图 1 所示为在人烟稀少的青藏高原东北部采集的高信噪 比大地电磁信号。由图 1 可知,非平稳信号往往具有 很强的随机性,无法进行稀疏表示。而人文噪声通常 具有规律性,是可以进行稀疏表示的。通过构造与人 文噪声敏感但是对非平稳信号不敏感的冗余字典,对 含噪信号进行稀疏表示的过程中,人文噪声由于可以 稀疏表示得到保留。非平稳信号由于无法稀疏表示而 被丢弃。因此恢复的信号即为强人文噪声。将原始信 号减去强人文噪声,即可得到降噪后的有用信号。







(c) 东西方向的磁场分量, H<sub>x</sub>分量

(c) Magnetic signal of east-west, i.e.  $H_x$  component







Fig.1 Noise-free nonstationary signal collected on the northeastern of Qinghai-Tibet Plateau

#### 1.1 过完备字典构建

冗余字典也叫过完备字典<sup>[14]</sup>,实现稀疏表示的 关键在于选择一个合适的过完备字典。针对类充放 电、类脉冲、谐波噪声,使用冲击原子构建冗余字典  $D=\{g_{\gamma}\}_{\gamma\in\Gamma},冲击原子函数定义如下<sup>[15-17]</sup>:$ 

$$g_{\gamma} = \begin{cases} c e^{-d(t-\tau)} \sin(2\pi f(t-\tau) + \phi) & \tau \leq t < T_s \\ 0 & 0 \leq t < \tau \end{cases}$$
(1)

式中: $g_{\gamma}$ 为由参数组  $\gamma[d,\tau,f,\phi]$ 定义的归一化冲击 原子, $g_{\gamma}=g(d,\tau,f,\phi)$ ; $T_s$ 为信号 s 的持续时间,文中  $T_s$ 表示信号长度 N;c 为归一化系数,使得 $||g_{\gamma}||=1$  基 元函数具有单位能量;d为衰减系数,代表了信号幅 值衰减的快慢; $\tau$ 为延迟时间,代表特征信号发生的 初始时刻;f为系统振荡频率; $\phi$ 为相位。

构建冗余字典,首先要确定各参数的取值范围, 然后将它们离散化。假设 $N_d, N_f, N_\phi, N_\tau$ 分别代表d,  $f, \phi, \tau$ 的离散化个数,其中 $N_\tau = N_\circ$ 因此总的原子个数 为 $N_d \times N_f \times N_\phi \times N_\tau$ 。显然 $N_d, N_f, N_\phi, N_\tau$ 的取值越大,原 子库中原子个数越多,表示信号的能力也越强,但同 时重构所花费的时间就更多。

如图 2 所示,为冲击原子库中的典型原子,不同 原子之间的形态差异很大,其中图 2(b)与脉冲类噪 声相似,图 2(c)与充放电噪声相似,图 2(d)与谐波类 噪声相似。显然,冲击原子库具有很好的灵活性,可 以用于表示各类简单或者复杂的噪声,因此对于大 地电磁信号中的人文噪声具有良好的逼近效果。



Fig.2 Typical atoms of the redundant dictionary

#### 1.2 最优原子搜索策略

以匹配追踪为基础的贪婪算法被广泛用于从冗 余字典中搜索最合适的原子。所谓最合适的原子是 指与目标信号最匹配的原子,它满足下式:

$$g_{\gamma}^{m} = \arg \max_{\gamma \in G} |\langle R^{m}, g_{\gamma}^{m} \rangle|$$
(2)

式中: $g_{\gamma}^{m} = (d, \tau, f, \phi)$ 为时频参数组; $R^{m}$ 表示迭代  $m(m=0, 1, \dots, M)$ 次之后的残差, $R^{0}=s, G$ 表示时频参 数组  $\gamma$ 的集合。

匹配追踪算法从预先设计的字典中逐个选择原 子。每次迭代选择一个原子并添加到逼近模型中, 直到达到所需的恢复精度或达到最大迭代次数<sup>[17]</sup>。 在每次迭代时,冗余字典中的所有原子都必须与残 差*R<sup>m</sup>*进行内积计算,从而导致大量的时间消耗。关 于 MP 的更多细节可以香阅相关参考文献[14]。

为了提高匹配追踪算法的效率,许多智能算法 被用于改进匹配追踪算法最优原子的搜索策略,包 括遗传算法<sup>[18]</sup>和粒子群算法<sup>[19]</sup>。粒子群算法的良好 性能已得到许多文献的论证<sup>[17,19-20]</sup>。因此,文中采用 粒子群算法优化匹配追踪的搜索策略,最优原子通 过粒子群算法选择,而不是遍历所有的原子一个一 个选择。

粒子群优化算法<sup>[21]</sup>是群体智能进化算法中的一 种,通过粒子之间的相互交流与竞争关系,实现对复 杂空间最优解的搜索。此算法对连续函数极值问题、 非线性、多峰问题具有较强的全局搜索能力和搜索 速度。在搜索过程中,粒子参数从随机解出发,根据 适应度函数来确定最佳极值和其对应位置各参数 值。粒子根据两个"极值"来更新自己的位置,一个是 当前粒子自身最好的位置,即局部最优解,另外一个 是当前整个种群中粒子最好的位置,即全局极值点。

在稀疏分解中,结合冲击原子的特点,选取时-频参数组 *d*,τ,*f*, φ, 4 个自变量为待优化的参数值, 代表四维搜索空间, 第*m*次分解时粒子*i*在字典空间中的位置由以上四个参数决定:

 $x_{i}^{m}(k) = \{ d_{i}^{m}(k), \tau_{i}^{m}(k), f_{i}^{m}(k), \phi_{i}^{m}(k) \}$ (3) 式中:k 表示进化次数。

将第 m 次分解时信号残差的内积作为适应度函数 f(x<sub>i</sub><sup>m</sup>(k)),用来衡量粒子所处位置的优劣。根据粒子的相互之间的交流,通过粒子速度和位置的更新寻找 适应度值最佳位置,找到最优原子以及参数对应值:

$$f(x_i^m(k)) = |\langle R^{m-1}, g_{\gamma}^m \rangle|$$
(4)

PSO 优化搜索详细过程如下:

(1) 初始化粒子群种群规模 n(30),粒子进化次数 K(300),循环次数为 M,即完成 M 次稀疏分解;设置搜索范围[x<sub>min</sub>,x<sub>max</sub>],速度范围[v<sub>min</sub>,v<sub>max</sub>]。

(2)随机生成粒子 *i* 初始解,即初始速度和位置;
 计算其适应度值 *f*(*x<sub>i</sub>*(*k*)),设置为粒子 *i* 的当前个体最优解 *p*<sub>best</sub>(*i*),将最大的 *p*<sub>best</sub>(*i*)设置为种群最优解 *g*<sub>best</sub>。

(3)更新每个粒子的速度和位置。速度和位置按 以下公式更新:

 $v_i(k+1) = w \cdot v_i(k) + c_1 \cdot \operatorname{rand}() \cdot [p_b(i) - x_i(k)] +$ 

 $c_2 \cdot \operatorname{rand}() \cdot [g_b(i) - x_i(k)] x_i(k+1) = x_i(k) + v_i(k+1)(5)$ 式中: $c_1, c_2$ 为学习因子; rand()表示(0,1)之间均匀分 布的随机数; w为惯性权重因子。w取值过大可能导 致粒子速度过大而跳出最优解,取值过小,则收敛速 度慢,文中采用惯性权重递减策略, w值随着迭代次 数增加而逐渐递减:

$$w = w_{\max} - k \cdot \frac{w_{\max} - w_{\min}}{K} \tag{6}$$

参考相关参考文献[17,19,22]以及实际处理经验,文中设置 $w_{max}=0.9; w_{min}=0.4; c_1=c_2=2.05$ 。

(4)判断粒子的速度是否超出界限,如果未出界,则按公式(4)更新,如果出界取边界值作为速度值;判断粒子的位置是否在过完备原子字典中,如果不在,则取边界值代替粒子的位置。

(5) 计算粒子的适应度值  $f(x_i^m(k))$ , 如果该值优

于个体极值点 pbest(i),则用当前所处位置的值代替 为 pbest(i),个体极值更新;如果所有粒子中有极值点 pbest(i),优于当前种群最优解 gbest,则更新 gbest。

(6) 令 k=k+1,转至步骤(2),不断循环,直至 k>K 则终止迭代,输出 gbest 对应的时-频参数组,即最优 原子;更新计算残差值:

$$R^{m} = R^{m-1} - \langle R^{m-1}, g_{\gamma}^{m} \rangle g_{\gamma}^{m}$$

$$\tag{7}$$

(7) 重复步骤(2)~(6)过程 *M* 次,之后输出重构 信号:

$$\hat{s} = s - R^M \tag{8}$$

## 2 仿真实验

为了测试方法的有效性,此节进行三个仿真实 验。首先通过计算机生成白噪声,模拟无噪的大地电 磁信号。然后分别加入充放电噪声、脉冲噪声以及衰 减的正弦噪声得到含噪信号。加噪后的信号信噪比 均为-10 dB。最后使用所述方法从含噪信号中分离 出添加的各类噪声。处理结果通过信噪比、相似度以 及重构误差等指标<sup>[8,11]</sup>进行评价。

如图 3~5 所示分别为充放电噪声、脉冲噪声以





及衰减的正弦噪声的仿真结果。明显的,加入的噪声 其幅度明显大于原始信号。含噪信号失去了原始信 号微弱随机的特征,表现出有规律性。分析提取到的 噪声可知,添加的人文噪声被准确的提取,且没有噪 声的时间序列其轮廓非常的光滑,不夹杂明显的有 用信号,这是稀疏分解去噪的突出优点,仅对冗余字 典中类似的结构敏感,对于其它结构则不敏感,从而 更好的保留有用信号。含噪信号减去噪声之后,得到 的残差则恢复了白噪声的随机、无规则状态。





表1 所示为仿真实验的量化评价结果。由表1 可知,经过所述方法处理后,信噪比由-10 提高到 15.2444 以上,重构误差最大仅为 0.172,去噪后信号 与原始无噪信号的曲线相似度在 0.9851 以上。因此 可以判断,所述方法在分离出噪声的同时,很好的保 留了有用信号。且对于充放电噪声、脉冲噪声以及衰 减的正弦噪声均有很好的效果。

#### 表1不同类型噪声仿真结果

Tab.1 Simulated result of different noises

	NCC	SNR	Ε
Charge-discharge-like noise	0.9928	18.3886	0.1204
Pulse-like noise	0.9957	20.663 9	0.0926
Decaying sinusoidal noise	0.9959	20.8838	0.0903

# 3 实测数据处理

长江中下游是我国重要的成矿带。该区域矿区 林立,工矿企业星罗棋布,人口稠密,各种通信与电 力网交错纵横。可以说干扰密布,无处不在,从该地 区观测到的大地电磁信号常常受到严重的人文噪声 污染。因此,该地区的实测信号可以很好的检验方法 的有效性。

#### 3.1 时间序列分析

如图 6~8 所示为长江中下游采集的某实测点时



图 6 Ex 电道信号时间域处理结果



间序列片段,采集设备为加拿大凤凰公司的 MTU-5A, 采样频率为 150 Hz。其中图 6 为 E<sub>x</sub> 电场信号片段; 图 7 为与图 6 对应时间段的 H<sub>y</sub> 磁场信号片段;图 8 所示为 E<sub>y</sub> 电场信号片段。

图 6 和图 7 所示原始信号具有明显的规律性, 相似的结构重复出现,显然,这些结构不可能是天然 的大地电磁信号。图 8 所示信号中,部分结构幅度异 常之大,尽管规律性不太明显,但仍然与天然大地电 磁信号微弱。随机的特征不相符,因此,这些结构都 属于人文噪声,应该予以剔除。











如图 6 所示,处理前电道信号中含有许多类似 充电、放电的结构,规律性强,其幅度远大于有用的 大地电磁信号,有用信号完全湮没在噪声中,几乎观 察不到大地电磁信号的存在。经过所述方法处理后, 类充放电结构被完全剔除,去噪后的信号表现出明显 的随机性与无序性。如图7所示,当受到类似充放电 噪声污染时,磁道信号常常表现出衰减的正弦信号 特征。经过处理后,这些结构同样被消除。实际上,大 地电磁信号中不仅包含规则的噪声,还有大量的不 规则噪声,原始观测信号中的噪声种类较多,包括脉 冲、三角波等形态各异的结构。但是经过处理后,各 类不规则噪声均得到有效的压制。

#### 3.2 视电阻率与相位分析

野外采集到的信号最终都被用于计算测深曲 线,即视电阻率-相位曲线。由于地下结构难以精确 获取,真实的测深曲线无法得知,通常可以通过视电 阻率-相位曲线的形态以及误差棒(即均方误差)对其 质量进行评价。当观测信号没有受到人文噪声污染时, 测深曲线将随频率缓慢变化,即曲线是连续光滑的。此 外,高质量的测深曲线,其误差棒通常很小<sup>[4-5,8,12]</sup>。

如图 9 所示,处理前的视电阻率-相位曲线在 10 Hz 附近以及低于 10 Hz 的部分跳变非常剧烈,形态很乱,误差棒很大,有些频点的误差棒甚至超出了 边界,10 Hz 及以下的频率完全不可用。显然这样的 测深曲线是不合理的。测深曲线的低频部分对应实 际勘探的深部,频率越低,涉及的深度越大。因此,处 理前的曲线深部信息受到了严重的影响,限制了方 法的勘探深度。





(b) Filtered by the proposed scheme图 9 长江中下游某实测点处理前后视电阻率与相位曲线Fig.9 Apparent resistivity and phase curves of synthetic data

经过文中方法处理后,除低于1Hz的个别频点 变化较陡,其余频点的曲线连续性与光滑度得到显 著提高,误差棒大大减小,整条曲线具有明显的形 态。经过处理后,高质量曲线的最低频率达到1Hz 以下,因此勘探深度大大提高。

# 4 结 论

针对现有方法对于类充放电噪声效果不佳的问题,提出了一种新的大地电磁噪声衰减方法。仿真实 验和实测数据案例处理表明,所述方法不仅可以有 效地分离出类充放电噪声,对于类脉冲噪声,类谐波 噪声以及其他一些不规则的噪声同样具有良好的效 果。经过处理后,大地电磁视电阻率和相位曲线的误 差棒显著减小,连续性提高,整体数据质量显著改 善。较好的弥补了现有方法对类充放电噪声效果不 佳的问题。此外,经过处理后,可用的深部信息显著 增多。构造的原子库对于形态各异的噪声均具有良 好的适应性,所述方法不仅可以用于大地电磁信号 处理,还可以用于其他不同领域的非平稳信号的信 噪分离。

由于原子库冗余度较高,因此该算法的缺点是耗 时较长,因此如何提高算法效率,是进一步研究的重点 方向。为了减少有用信号的损失,稀疏度的选择非常关键,关于稀疏度的自动获取值得进一步深入研究。

#### 参考文献:

- Chen Zhe, Wang Rong, Zhou Wenying, et al. Review on measurement parametrics and methods for nonstationary signal [J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2017, 32(4): 667–683. (in Chinese)
- [2] Feng Weiting, Liang Qing, Gu Jing. Time-frequency analysis of non-stationary signal based on sparse representation algorithm [J]. Journal of Xi' an University of Posts & Telecommunications, 2016, 21(6): 88–92. (in Chinese)
- [3] Larnier H, Sailhac P, Chambodut A. New application of wavelets in magnetotelluric data processing: reducing impedance bias [J]. *Earth Planets & Space*, 2016, 68: 70.
- [4] Trad D O, Travassos J M. Wavelet filtering of magnetotelluric data [J]. Geophysics, 2000, 65: 482–491.
- [5] Neukirch M, Garcia X. Nonstationary magnetotelluric data processing with instantaneous parameter [J]. Journal of Geophysical Research Solid Earth, 2014, 119: 1634–1654.
- [6] Tang J T, Hua X R, Cao Z M, et al. Hilbert-huang transformation and noise suppression of magnetotelluric sounding data [J]. *Chinese J Geophys*, 2008, 51: 603–610. (in Chinese)
- [7] Tang J T, Li J, Xiao X, et al. Mathematical morphology filtering an noise suppression of magnetotelluric sounding data[J]. *Chinese J Geophys*, 2012, 55: 1784–1793. (in Chinese)
- [8] Li G, Xiao X, Tang J T, et al. Near-source noise suppression of AMT by compressive sensing and mathematical morphology filtering [J]. *Applied Geophysics*, 2017, 14: 581–589.
- [9] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52: 5406–5425.
- [10] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52: 1289–1306.
- [11] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 2008, 25: 21-30.
- [12] Tang J T, Li G, Xiao X, et al. Strong noise separation for magnetotelluric data based on a signal reconstruction algorithm of compressive sensing [J]. *Chinese J Geophys*, 2017, 60: 3642–3654. (in Chinese)
- [13] Cai J H, Tang J T, Hua X R, et al. An analysis method for

magnetotelluric data based on the Hilbert-Huang Transform [J]. *Exploration Geophysics*, 2009, 40: 197–205.

- [14] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41: 3397–3415.
- [15] Cui L, Kang C, Wang H, et al. Application of composite dictionary multi-atom matching in gear fault diagnosis [J]. *Sensors*, 2011, 11: 5981–6002.
- [16] Cui L, Wang J, Lee S. Matching pursuit of an adaptive impulse dictionary for bearing fault diagnosis [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2014, 333: 2840–2862.
- [17] Wang X, Zhu H, Wang D, et al. The diagnosis of rolling bearing based on the parameters of pulse atoms and degree of cyclostationarity [J]. *Journal of Vibroengineering*, 2013, 15: 1560–1575.
- [18] Stefanoiu D, Lonescu F. A genetic matching pursuit

algorithm [C]//International Symposium on Signal Processing and ITS Applications, Proceedings. IEEE, 2003: 577–580.

- [19] Wang C G, Liu J J, Sun J X. Algorithm of searching for the best matching atoms based on particle swarm optimization in sparse decomposition [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30: 83–87. (in Chinese)
- [20] Zhang Y, Wang H L, Lu J H, et al. Calibration method of optical errors for star sensor based on particle swarm optimization algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(10): 1017002. (in Chinese)
- [21] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]// IEEE International Conference on Neural Networks, 1995.
   Proceedings, 1995, 4: 1942–1948.
- [22] Li Y, Chen Q. Sound event recognition based on optimized orthogonal matching pursuit [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39: 183–190. (in Chinese)